

論 說 報 告

第十九卷 第七號 昭和八年七月

THEORIE DER ROSTE UND IHRE ANWENDUNGEN.

DRITTER TEIL.

DER EINSTOCKIGE RAHMEN MIT EINGESPANNTEN STIELEN BEI DER BELASTUNG IN DER QUERRICHTUNG.¹⁾

Von Dr. Ing. Takeo Fukuda, Mitglied.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite.
VII. Abschnitt. Der mehrstielige Rahmen.	
1. Einleitung.....	219
2. Die allgemeinen Gleichungen für die mehrstieligen Rahmen.....	220
3. Die Auflösung der Gleichungen.	222
4. Berechnung für die Knotenlasten.	227
5. Zahlenbeispiel. Fünfstieliger, eingespannter Rahmen aus Eisenbeton.	229
6. Näherungslösung mit der Vernachlässigung der Torsionsmomente.	236
VIII. Abschnitt. Der einhöftige Rahmen.	
1. Die allgemeinen Gleichungen.	239
2. Der symmetrische einhöftige Rahmen.	241
3. Eine Einzellast im Eckknoten.	242
4. Belastung durch gleichmässig verteilte Last.	244
5. Zahlenbeispiel zum einhöftigen Rahmen.	245

VII. ABSCHNITT.

DER MEHRSTIELIGE RAHMEN²⁾

1. Einleitung.

Die Rahmen sind bisher fast ausnahmslos mit den in der Ebene des Konstruktionssystems wirkenden Belastungen, z.B. mit Eigengewicht, Nutzlasten und wagerechten Lasten berechnet worden. Man kann aber nie bezweifeln, dass die Winddrücke, die Erdbebenkräfte, die Fliehkräfte, die Bremskräfte oder sonstige wagerechte Kräfte beträchtlich gefährlichere Einflüsse auf die Rahmen ausüben können, wenn diese in senkrechter Richtung zu der Ebene des Konstruktionssystems wirken.

Alfred Habel behandelte in seinem Werke „Berechnung symmetrischer mehr-

1) 外國語の論文に對する是非の喧しい折にも拘らず、著者の前論文の繼續の意味に於て、茲に特に本論文を獨文で發表する機會を興へられし土木學會の寛容と好意に對し、著者は深甚の謝意を表する次第である。

2) Dieser Abschnitt ist die Ausführung und Erweiterung meines Vortrages „Analysis of Multiplespan Viaduct Rigid Frame with Fixed Columns for the Loads acting normal to the Plane of the Frame“ am Ōyōrikigaku Rengōtaikai (Kong. f. angew. Mech.) Tokyo, 1931.

stieliger Rahmen bei stetiger Belastung in der Querrichtung³⁾ die zwei-, drei- und vierstieligen Rahmen mit eingespannten Pfostenfüssen, die symmetrisch gebaut und durch symmetrische, stetige Querbelastung belastet sind. Er behandelte auch einhüftige Rahmen für stetige Querbelastung als Sonderfall des dreistieligen Rahmens. Jedoch gewährte er trotz des Titels seiner Abhandlung den mehrstieligen Rahmen nur 22-zeilige Bemerkung.

Die ähnlichen Probleme behandelte auch Hawranek⁴⁾ und Kasarnowsky⁵⁾ für einige beschränkte Fälle.

Man könnte nun meinen, dass man sich in diesem Falle mit der Näherungslösung behelfen kann, den Riegel als auf den elastischen, sogar festen Stützen frei aufliegenden durchlaufenden Balken zu berechnen. Die erste Annahme, den Riegel mit den elastischen Stützen zu berechnen, heisst, dass man die Drillungswiderstände der Stabquerschnitte vernachlässigt; die zweite Annahme, den Riegel mit festen Stützen zu berechnen, heisst, dass man die Drillungswiderstände vernachlässigt und die Trägheitsmomente der Stiele unendlich gross annimmt. Dass diese Annahmen zu recht weit von der Wahrheit abweichenden, unzutreffenden Ergebnissen führen können, zeigen die nachfolgenden Untersuchungen und auch die von Habel gegebenen Zahlenbeispiele.

Im folgenden werden mittels der im ersten Abschnitte aufgestellten allgemeinen Gleichungen die Rahmen mit beliebig vielen, eingespannten Stielen für die beliebigen Querbelastungen untersucht werden.

Bezüglich der Vorzeichen von äusseren Kräften, Auflagerdrücken, Verschiebungen, Biegungs- und Torsionsmomenten, der Bezeichnungen der Träger und der Beiwerten und Belastungskonstanten treffen wir uns dieselben Vereinbarungen, wie im ersten Abschnitte.

2. Die allgemeinen Gleichungen für die mehrstieligen Rahmen.

1) Bezeichnungen.

Der in **Abb. 1** dargestellte mehrstielige, eingespannte Rahmen soll für die beliebige Belastung in der Querrichtung untersucht werden. Hierbei nehmen wir an,

3) Die Bautechnik 1926, Heft 11. Vgl. noch: A. Habel, „Rahmenberechnung bei räumlichen Kraftangriff“, B.u.E. 1926, Heft 12/14.

4) Alfred Hawranek, „Berechnung von Bogenbrücken bei räumlichem Kraftangriff. Allgemeines rechnerisches und graphisches Verfahren der Berechnung mittels Einflusslinien“, B. u. E. 1918, Heft 9 u. f. Vgl. auch: Nebenspannungen von Eisenbeton-Bogenbrücken mit besonderer Berücksichtigung der Berechnung bei räumlichem Kraftangriff mittels Einflusslinien, Berlin 1919. Wilhelms Ernst & Sohn.

5) Kasarnowsky, „Berechnung statisch unbestimmter Eisenbetonkonstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen“, Schw. Bztg. 1917, Bd. 69.

dass der Riegel durchaus einen konstanten Querschnitt besitzt und die gleichstarken Stiele voneinander in gleicher Entfernung stehen, so dass wir nach Gl. (11) und (19) des ersten Abschnittes

$$\mu = \frac{l}{E \cdot J}, \quad \phi = \frac{l}{G \cdot K}, \quad \lambda = \frac{h}{E \cdot I}, \quad \psi = \frac{h}{G \cdot H}$$

setzen können.

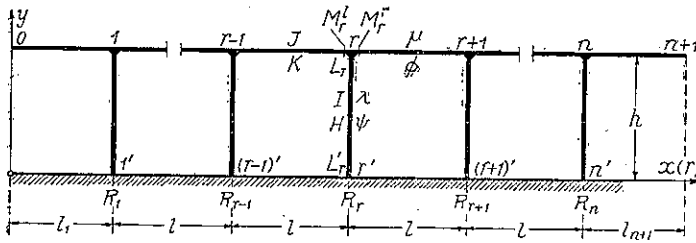


Abb. 1.

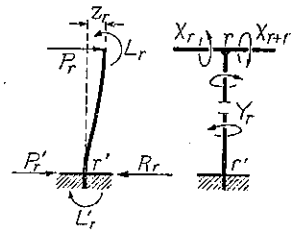


Abb. 2.

Es sei hier erwähnt werden, dass es für die Berechnung der statischen Grössen innerhalb der ersten und letzten Stiele ganz gleichgültig ist, ob der Rahmen mit den über Knoten 1 bzw. n verlängerten Querriegel oder Kragarmen versehen ist oder nicht, da die Trägheitsmomente und die Drillungswiderstände der Kragarmen für die Berechnung des Rahmens nicht in Betracht kommen. Die an Kragarmen angreifenden äusseren Kräfte sind aber natürlich trotzdem von Einfluss auf die statischen Grössen des Rahmens. Wenn es keine Kragarmen gibt, so haben wir bloss die Biegemomente in Kragarmen an Anschlusspunkten, M_1^l bzw. M_n^r gleich Null zu setzen.

2) Die Grundgleichungen für die Innenfelder.

Wenden wir die allgemeinen Gleichungen der Roste im ersten Abschnitte auf diese Aufgabe, so erhalten wir folgende Gleichungen:

aus Gl. (I, 12): $M_{r+1}^l + 2M_r^r + 2M_r^l + M_{r-1}^r$
 $+ \frac{6}{\mu l} (z_{r+1} - 2z_r + z_{r-1}) + \frac{6}{\mu} U_r = 0, \dots \dots \dots (1)$

„ Gl. (I, 14): $M_{r+1}^l - M_r^r - M_r^l + M_{r-1}^r - \frac{l}{h} (L_r - L_r') = -P_r l, \dots \dots (2)$

„ Gl. (I, 24b): $\lambda(2L_r' + L_r) + \frac{6}{h} z_r + \frac{6\lambda}{h} T_r' = 0, \dots \dots \dots (3)$

„ Gl. (I, 25b): $L_r - L_r' = (R_r - P_r') h, \dots \dots \dots (4)$

„ Gl. (I, 15): $Y_r = M_r^r - M_r^l, \dots \dots \dots (5)$

„ Gl. (I, 16): $X_{r+1} - X_r = L_r, \dots \dots \dots (6)$

„ Gl. (I, 28): $\psi Y_r = -\frac{1}{l} \Delta z_{r-1} + \frac{\mu}{6} (M_{r-1}^r + 2M_r^l) + \frac{\mu}{l} S_r^l, \dots \dots \dots (7)$

aus Gl. (I, 28a): $\psi Y_r = -\frac{1}{l} \Delta z_r - \frac{\mu}{6} (M_{r+1}^l + 2M_r^r) - \frac{\mu}{l} S_r^r, \dots \dots \dots (7a)$

„ Gl. (I, 21): $\phi X_r = -\frac{1}{h} \Delta z_{r-1} + \frac{\lambda}{6} [2(L_r - L_{r-1}) + L_r' - L_{r-1}'] + \frac{\lambda}{h} (T_r - T_{r-1}) \dots \dots \dots (8)$

3) Die Randbedingungen.

Da die Enden beider Kragarmen frei sind, so erhalten wir als Randbedingungen

$$M_0^l = M_0^r = M_{n+1}^l = M_{n+1}^r = X_1 = X_{n+1} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

Stellen wir nun die Gl. (I, 12) für $r=1$ und $r=n$ auf, so ergeben sich infolge der obigen Randbedingungen

$$\mu(M_2^l + 2M_1^r) + 2\mu_1 M_1^l + 6 \left[\frac{1}{l} (z_2 - z_1) - \frac{z_1}{l_1} \right] + 6U_1 = 0, \dots \dots \dots (10)$$

$$\mu(M_{n-1}^r + 2M_n^l) + 2\mu_{n+1} M_n^r + 6 \left[\frac{1}{l} (z_{n-1} - z_n) - \frac{z_n}{l_{n+1}} \right] + 6U_n = 0, \dots \dots (10a)$$

wobei $\mu_1 = \frac{l_1}{EJ_1}, \mu_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{EJ_{n+1}}$

gesetzt ist. Diese Gleichungen kommen für die Berechnung der statischen Grössen des Rahmens nicht in Betracht; sie dienen nur zur Ermittlung von z_0 und z_{n+1} .

Stellen wir die Gl. (I, 14) für $r=0$ bzw. $r=n+1$ auf, so ergeben sich, da dort die Stiele fehlen,

$$M_1^l = -P_0 l_1, M_n^r = -P_{n+1} l_{n+1} \dots \dots \dots (11)$$

Für die Rahmen ohne Kragarmen haben wir dagegen

$$M_1^l = M_n^r = 0 \dots \dots \dots (11a)$$

zu setzen und die Gl. (10) und (10a) brauchen wir in diesem Falle nicht mehr.

3. Die Auflösung der Gleichungen.

1) Die Anzahl der Unbekannten und der Gleichungen.

Da vier Unbekannten z_0, z_{n+1}, M_1^l und M_n^r schon als bestimmt angesehen werden können, so haben wir:

die Unbekannten	die Gleichungen
$M_r^l: n-1,$	Gl. (1) für $r=2$ bis $(n-1),$
$M_r^r: n-1,$	Gl. (2) für $r=1$ bis $n,$
$L_r: n,$	Gl. (3) „
$L_r': n,$	Gl. (4) „
$X_r: n-1,$	Gl. (5) „
$Y_r: n,$	Gl. (6) „

$$\begin{array}{ll}
 z_r: & n, \\
 R_r: & n, \\
 \hline
 (8n-3) & \text{Unbekannten,} \\
 \hline
 & (8n-3) \text{ Gleichungen.}
 \end{array}$$

Also wir haben zur Ermittlung der Unbekannten ebensoviele Gleichungen. Die Gl. (7a) ist die Folge der Gleichungen (1) und (7). Wir werden aber statt die Gl. (1) die Gl. (7a) ins Gebrauch nehmen.

2) Die Ermittlung der Auflagerkräfte.

a) M_r^l und M_r^r als Funktionen von R_r .

Zuerst sollen die M_r^l und M_r^r als Funktionen von R_r dargestellt werden. Setzen wir die Gl. (4) in die Gl. (2) ein, so ergibt sich für $r=1$ bis n :

$$M_{r+1}^l - M_r^r - M_r^l - M_{r-1}^r = (R_r - P_{r,0}) l, \dots\dots\dots(12)$$

wobei $P_{r,0} = P_r + P_r'$ $\dots\dots\dots(13)$

gesetzt ist.

Wir setzen nun die Werte von Y_r aus Gl. (5) in die Gl. (7) und (7a) ein und eliminieren z_{r-1} dadurch, so erhalten wir

$$\left(1 + 2 \frac{\psi}{\mu}\right) (M_r^l + M_{r-1}^r) - 2 \frac{\psi}{\mu} (M_r^r + M_{r-1}^l) = -\frac{2}{l} (S_r^l + S_{r-1}^r) \dots\dots\dots(14)$$

für $r=2, 3, \dots n$.

Eliminieren wir nun M_r^r aus Gl. (12) und (14), so ergibt sich

$$M_{r-1}^r = 2\alpha M_{r+1}^l - (1 + 4\alpha) M_r^l + 2\alpha M_{r-1}^l - 2\alpha (R_r - P_{r,0}) l - \frac{2}{l} (S_r^l + S_{r-1}^r) \dots(15)$$

für $r=2, 3, \dots n$, wobei

$$\alpha = \frac{\psi}{\mu} \dots\dots\dots(16)$$

gesetzt ist. Ersetzen wir nun in Gl. (15) den Zeiger r durch $r+1$, so entsteht ein Ausdruck für M_r^r . Durch Einsetzen der so erhaltenen Werte von M_r^r und M_{r-1}^r in Gl. (15), entsteht eine Gleichung in M_r^l

$$\alpha M_{r+2}^l - (1 + 3\alpha) (M_{r+1}^l - M_r^l) - \alpha M_{r-1}^l = A_r + B_r, \dots\dots\dots(17)$$

für $r=2, 3, \dots n-1$, wobei

$$\left. \begin{array}{l}
 A_r = \left[\alpha R_{r+1} - \frac{1}{2} (1 + 2\alpha) R_r \right] l, \\
 B_r = - \left[\alpha P_{r+1,0} - \frac{1}{2} (1 + 2\alpha) P_{r,0} \right] l + \frac{1}{l} \left[S_{r+1}^l + S_r^r - (S_r^l + S_{r-1}^r) \right].
 \end{array} \right\} \dots\dots(18)$$

Die erste Gleichung für Gl. (17) erhalten wir dadurch, dass wir in Gl. (15) den Zeiger r durch 2 ersetzen und diesen Wert von M_r^r in Gl. (12) für $r=1$ einsetzen. Sie lautet

$$\alpha M'_3 - (1 + 2\alpha) M'_2 + \frac{1}{2} (1 + 2\alpha) M'_1 = A_1 + B_1, \dots\dots\dots (17a)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left(\alpha R_2 - \frac{1}{2} R_1 \right) l, \\ B_1 &= - \left(\alpha P_{2,0} - \frac{1}{2} P_{1,0} \right) l + \frac{1}{l} (S_2^l + S_1^r). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18a)$$

Die Gl. (17) können wir als eine lineare Differenzgleichung von dritter Ordnung auffassen. Da bei der praktischen Anordnungen aber die Anzahl der Stiele verhältnässig klein ist, so lösen wir die Gl. (17) und (17a) zweckmässig und ohne besonderen Schwierigkeiten als simultane Gleichungen auf. Auf jeden Fall werden wir die Lösung in der Form von

$$M'_r = F_r + \sum_{i=1}^n f_{ri} R_i l, \dots\dots\dots (19)$$

wobei die F_r von äusseren Belastungen abhängige Grössen vorstellen und die Werte f_{ri} die von äusseren Belastungen unabhängigen, nur von den Abmessungen und Querschnittsverhältnissen abhängigen Einflusszahlen von R_i auf die M'_r bedeuten.

Sind die M'_i gefunden, so können die M'_r durch Gl. (15) oder durch Gl. (13), die aber in

$$M'_r = -\delta^r \sum_{i=r+1}^n \frac{1}{\delta^i} \left[\delta M'_i - M'_{i-1} + \frac{1}{\alpha l} (S_i^l + S_{i-1}^r) \right] + \frac{M'_n}{\delta^{n-r}} \dots\dots\dots (20)$$

übergeht, wenn wir

$$\delta = \frac{1 + 2\alpha}{2\alpha} = 1 + \frac{1}{2\alpha} \dots\dots\dots (21)$$

setzen, bestimmt werden. Damit erhalten wir analog zu (19)

$$M'_r = G_r + \sum_{i=1}^n g_{ri} R_i l, \dots\dots\dots (22)$$

wobei für G_r und g_{ri} analoge Erwähnungen wie für F_r und f_{ri} gelten.

b) L_r und L'_r als Funktionen von R_r .

Aus Gl. (6) erhalten wir mit der Randbedingung $X_1 = X_{n+1} = 0$

$$X_r = \sum_{i=1}^{r-1} L_i = - \sum_{i=r}^n L_i \dots\dots\dots (23)$$

und

$$\sum_{i=1}^n L_i = 0. \dots\dots\dots (24)$$

Setzen wir diese Werte von X_r in Gl. (8) ein und eliminieren die A_{2r-1} aus der so entstehenden Gleichung und Gl. (3), so ergibt sich

$$L_r + L'_r - (L_{r-1} + L'_{r-1}) - 2\epsilon \sum_{i=1}^{r-1} L_i = -\frac{2}{h} (T_{r,0} - T'_{r-1,0}) \dots\dots\dots (25)$$

für $r=2, 3, \dots, n$, wenn wir dabei

$$\varepsilon = \frac{\phi}{\lambda}, \quad T_{r,0} = T_r + T_r' \dots\dots\dots (26)$$

setzen.

Aus Gl. (4) erhalten wir nun

$$L_r' = L_r - (R_r - P_r') l \dots\dots\dots (27)$$

Durch Einsetzen dieser Werte in Gl. (25) ergibt sich für $r=2, 3, \dots, n$

$$L_r - L_{r-1} - \varepsilon \sum_{i=1}^{r-1} L_i = -\frac{1}{h} (T_{r,0} - T_{r-1,0}) + \frac{h}{2} [R_r - R_{r-1} - (P_r' - P_{r-1}')],$$

aus der wir für L_r folgendes System der Gleichungen :

$$\left. \begin{aligned} L_2 - (1 + \varepsilon) L_1 &= -\frac{1}{h} \Delta T_{1,0} + \frac{h}{2} \Delta (R_1 - P_1'), \\ \dots\dots\dots \\ L_{r+1} - (2 + \varepsilon) L_r + L_{r-1} &= -\frac{1}{h} \Delta^2 T_{r-1,0} + \frac{h}{2} \Delta^2 (R_{r-1} - P_{r-1}'), \\ \dots\dots\dots \\ -(1 + \varepsilon) L_n + L_{n-1} &= +\frac{1}{h} \Delta T_{n-1,0} - \frac{h}{2} \Delta (R_{n-1} - P_{n-1}') \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

erhalten. Nach Auflösung dieser Gleichungen werden wir die Lösung in den Form von

$$L_r = K_r + \sum_{i=1}^n k_{ri} R_i l \dots\dots\dots (29)$$

erhalten, wobei K_r von äusseren Belastungen und k_{ri} nur von den Abmessungen und Querschnittsverhältnissen abhängigen Grössen vorstellen.

c) Die Ermittlung von R_r .

Ersetzen wir in Gl. (7a) den Zeiger r durch $r-1$ und addieren wir die linke bzw. die rechte Seiten der so entstehenden Gleichung auf die linke bzw. die rechte Seiten der Gl. (7), so ergibt sich durch Eliminieren von Y_r mittels Gl. (5) :

$$\frac{12}{\mu l} \Delta z_{r-1} = (1 + 6\alpha)(M_r^i - M_{r-1}^i) - 6\alpha(M_r^r - M_{r-1}^r) + \frac{6}{l} (S_r^i - S_{r-1}^i) \dots\dots (30)$$

Aus Gl. (3) und (8) durch Eliminieren von X_r mittels Gl. (23) und mit Beachtung von Gl. (4) ergibt sich

$$\frac{12}{\lambda h} \Delta z_{r-1} = -6\varepsilon \sum_{i=1}^{r-1} L_i + \Delta (R_{r-1} - P_{r-1}') h + \frac{6}{h} \Delta (T_{r-1} - T_{r-1}') \dots\dots (31)$$

Eliminieren wir nun Δz_{r-1} aus obigen zwei Gleichungen, so erhalten wir

$$\begin{aligned} (1 + 6\alpha)(M_r^i - M_{r-1}^i) - 6\alpha(M_r^r - M_{r-1}^r) + 6\gamma \frac{l}{h} \sum_{i=1}^{r-1} L_i - \beta(R_r - R_{r-1}) l \\ = -\beta(P_r' - P_{r-1}') l - \frac{6}{l} (S_r^i - S_{r-1}^i) + 6 \frac{\beta l}{h^2} (T_r - T_r' - T_{r-1} + T_{r-1}') \dots (32) \end{aligned}$$

für $r=2, 3, \dots, n$, wobei

$$\beta = \frac{\lambda}{\mu} \left(\frac{h}{l}\right)^2, \quad \gamma = \frac{\phi}{\mu} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \dots\dots\dots (33)$$

gesetzt ist.

Setzen wir nun hierin die Lösungen von M_r^l , M_r^r und L_r aus Gl. (19), (22) und (29) ein, so ergibt sich für $r=2, 3, \dots, n$:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left[(1+6\alpha)(f_{ri}-g_{r-1,i}) - 6\alpha(g_{ri}-f_{r-1,i}) + 6\gamma \sum_{j=1}^{r-1} k_{ji} \right] R_i - \beta(R_r - R_{r-1}) \\ &= -\beta(P_r^l - P_{r-1}^l) - \frac{6}{l^2} (S_r^l - S_{r-1}^l) + \frac{6\beta}{h^2} \left[T_r - T_r^l - (T_{r-1} - T_{r-1}^l) \right] \\ & \quad - \frac{1}{l} \left[(1+6\alpha)(F_r - G_{r-1}) - 6\alpha(G_r - E_{r-1}) \right] - \frac{6\gamma}{h} \sum_{j=1}^{r-1} K_j \dots\dots (34) \end{aligned}$$

Aus obiger Gleichung ergeben sich $(n-1)$ Gleichungen zur Ermittlung von n unbekanntem R_r . Um die R_r eindeutig festzustellen, soll noch eine Gleichung aufgestellt werden. Diese Gleichung können wir aus Gl. (12) herleiten, weil die Anzahl der aus Gl. (12) und (14) aufstellbaren Gleichungen zur Ermittlung $2(n-1)$ Unbekannten, M_r^l und M_r^r , um eine Gleichung überzählig ist. Stellen wir nun nämlich die Gl. (12) für $r=1$ bis n auf und addieren die linken bzw. die rechten Seiten der so zustande gekommenen Gleichungen aufeinander, so ergibt sich, da die linke Seite der Gleichung verschwindet,

$$\sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n P_{i,0} + P_0 + P_{n+1} \dots\dots\dots (35)$$

Nun können wir R_r mittels Gleichungen (34) und (35) eindeutig bestimmen.

3) Ermittlung der Biegungs- und Torsionsmomente und der Verschiebungen.

a) Die Biegemomente.

Die Biegemomente an den Knotenpunkten von Riegel und Stielen können nun durch Gl. (19), (22) und (29) bestimmt werden, da die R_r schon gefunden sind.

Sind die L_r gefunden, so können wir die Spannungsmomente L_r^l an den Füßen der Stiele durch Gl. (27) bestimmen.

b) Die Torsionsmomente.

Zur Ermittlung der Torsionsmomente stehen uns die Gl. (5) und (23) zur Verfügung.

c) Die Verschiebungen.

Für die Verschiebungen der Knotenpunkte ergeben sich aus Gl. (3)

$$z_r = -\frac{\lambda h}{6} (2L_r^l + L_r) - \lambda T_r^l \dots\dots\dots (36)$$

Die Verschiebungen der Enden beider Kragarmen können durch Gl. (10) und (10a) bestimmt werden.

4. Berechnung für die Knotenlasten.

Wenn die äusseren Kräfte nur an den Knoten oder Verbindungsstellen von Riegel und Stielen angreifen, so ist

$$S_r^i = S_r^r = T_r = T_r' = 0.$$

In den folgenden Untersuchungen werden die Rahmen ohne Kragarmen behandelt werden.

1) Die Biegemomente im Riegel.

In diesem Falle erhalten wir aus Gl. (17), (18), (17a) und (18a):

$$\left. \begin{aligned} M_3^i - 2a_0 M_3^r &= (R_2 - P_2) l - \frac{1}{2\alpha} (R_1 - P_1) l, \\ M_4^i - 3a M_3^i + 3a M_2^i &= (R_3 - P_3) l - a_0 (R_2 - P_2) l, \\ \dots & \dots \\ M_{r+2}^i - 3a M_{r+1}^i + 3a M_r^i - M_{r-1}^i &= (R_{r+1} - P_{r+1}) l - a_0 (R_r - P_r) l, \\ \dots & \dots \\ -3a M_n^i + 3a M_{n-1}^i - M_{n-2}^i &= (R_n - P_n) l - a_0 (R_{n-1} - P_{n-1}) l, \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

wobei

$$a = \frac{1 + 3\alpha}{3\alpha}, \quad a_0 = \frac{1 + 2\alpha}{2\alpha} \dots (38)$$

gesetzt ist.

Die Gl. (37) können wir entweder als simultane Gleichungen oder als Differenzgleichung auflösen. Es wird hier die Methode der Auflösung durch Differenzgleichung angedeutet werden.

Die der Gl. (37) gehörige, homogene Differenzgleichung dritter Ordnung

$$M_{r+2}^i - 3a M_{r+1}^i + 3a M_r^i - M_{r-1}^i = 0 \dots (39)$$

hat die allgemeine Lösung

$$M_r^i = C_1 y_1^r + C_2 y_2^r + C_3 y_3^r, \dots (40)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a + 2\sqrt{p} \cos \frac{\varphi}{3}, \\ y_2, y_3 &= a - 2\sqrt{p} \cos \frac{\pi \pm \varphi}{3}, \\ p &= a(a-1) = \frac{1+3\alpha}{9\alpha^2}, \\ \cos \varphi &= \frac{(a-1)(2a+1)}{2a\sqrt{a(a-1)}} = \frac{2+3\alpha}{2(1+3\alpha)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \right\} \dots (41)$$

Mit Zugrundlegung dieser Lösung der homogenen Gleichung können wir die Lösung der Gl. (37) durch passende Wahl der Konstanten C_1, C_2 und C_3 bestimmen.

z.B. denken wir uns an, dass in den Belastungsgliedern der Gl. (37) nur der

Faktor $(R_i - P_i) l$ vorkommt, wo $n - 2 \geq i \geq 3$ ist, so haben wir hier zwei Systeme homogener Gleichungen, die wir als homogene Differenzgleichungen auffassen, die durch die nichthomogenen Uebergangsgleichungen miteinander zusammenhängen. Beide Differenzgleichungen haben die Lösungen:

$$r \leq i: \quad M_r^i = C_1 y_1^r + C_2 y_2^r + C_3 y_3^r = \sum_{j=1}^3 C_j y_j^r,$$

$$r \geq i + 1: \quad M_r^i = C_1' y_1^r + C_2' y_2^r + C_3' y_3^r = \sum_{j=1}^3 C_j' y_j^r.$$

Zur Bestimmung der sechs Konstanten C und C' stehen uns die folgende sechs Gleichungen zur Verfügung.

Die Randbedingungen:

$$M_1^i = \sum_{j=1}^3 C_j y_j = 0, \quad M_{n+1}^i = \sum_{j=1}^3 C_j' y_j^{n+1} = 0, \quad \sum_{j=1}^3 C_j y_j^2 (y_j - 2a_0) = 0,$$

und die Uebergangsbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^3 C_j' y_j^{i+1} - \sum_{j=1}^3 C_j y_j^{i-2} [3\alpha(y_j^2 - y_j) + 1] &= (R_i - P_i) l, \\ \sum_{j=1}^3 C_j' y_j^{i+1} (y_j - 3\alpha) + \sum_{j=1}^3 C_j y_j^{i-1} (3\alpha y_j - 1) &= -a_0 (R_i - P_i) l, \\ \sum_{j=1}^3 C_j' y_j^{i+1} [y_j^2 - 3\alpha(y_j - 1)] + \sum_{j=1}^3 C_j y_j^i &= 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots(42)$$

Nach der Festsetzung der Konstanten erhalten wir die Lösung in der Form:

$$M_r^i = f_{r,i}(R_i - P_i) l \dots\dots\dots(43)$$

Für $i=1, 2$ oder $n-1, n$ haben wir mit ein System homogener Gleichungen zu tun. Auf jeden Fall erhalten wir die Lösung in der Form von (43). Die Lösung der Gl. (37) setzen sich dann aus obigen Teillösungen zusammen zu:

$$M_r^i = \sum_{i=1}^n f_{r,i}(R_i - P_i) l \dots\dots\dots(44)$$

Für die M_r^i ergeben sich dann aus Gl. (15) bzw. (20)

$$M_{r-1}^i = 2\alpha M_{r+1}^i - (1 + 4\alpha) M_r^i + 2\alpha M_{r-1}^i - 2\alpha(R_r - P_r) l \dots\dots\dots(45)$$

bzw.
$$M_r^i = -\delta^r \sum_{i=r+1}^n \frac{1}{\delta^i} (\delta M_r^i - M_{r-1}^i), \dots\dots\dots(46)$$

aus den die M_r^i in

$$M_r^i = \sum_{i=1}^n g_{r,i}(R_i - P_i) l \dots\dots\dots(47)$$

übergehen.

2) Die Biegemomente an den Köpfe der Stiele.

Da bei der Knotenlasten alle P_r' und T_r verschwinden, so erhalten wir aus Gl. (28)

$$\left. \begin{aligned} L_2 - (1 + \varepsilon) L_1 &= + \frac{h}{2} (R_2 - R_1), \\ \dots\dots\dots \\ L_{r+1} - (2 + \varepsilon) L_r + L_{r-1} &= + \frac{h}{2} (R_{r+1} - 2R_r + R_{r-1}), \\ \dots\dots\dots \\ -(1 + \varepsilon) L_n + L_{n-1} &= - \frac{h}{2} (R_n - R_{n-1}). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

Daraus werden wir

$$L_r = \sum_{i=1}^n k_{ri} R_i h \dots\dots\dots (49)$$

erhalten.

3) Die Ermittlung der Auflagerkräfte.

Setzen wir die Werte von (44), (47) und (49) in Gl. (32) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left[(1 + 6\alpha)(f_{ri} - g_{r-1,i}) - 6\alpha(g_{ri} - f_{r-1,i}) \right] (R_i - P_i) \\ + 6\gamma \sum_{j=1}^{r-1} \sum_{i=1}^n k_{ji} R_i - \beta(R_r - R_{r-1}) = 0 \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

für $r = 2, 3, \dots, n$.

Die Auflagerkräfte können dann durch diese $(n-1)$ Gleichungen und

$$\sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n P_i \dots\dots\dots (51)$$

bestimmt werden.

4) Die Einspannungsmomente an den Füßen der Stiele.

Da P_r' Null sind, ergibt sich aus Gl. (27):

$$L_r' = L_r - R_r h \dots\dots\dots (52)$$

5) Die Torsionsmomente.

Für die Torsionsmomente stehen uns auch in diesem Falle die Gl. (5) und (23) zur Verfügung.

6) Die Verschiebungen.

Für die Verschiebungen der Knotenpunkte ergibt sich aus Gl. (36):

$$z_r = - \frac{\lambda h}{6} (L_r + 2L_r') \dots\dots\dots (53)$$

5. Zahlenbeispiel. Fünfstieliger, eingespannter Rahmen aus Eisenbeton.

Wir untersuchen einen fünfstieligen, eingespannten Rahmen mit den in **Abb. 3**

dargestellten Abmessungen und Stabquerschnitten für die Knotenlasten.

1) Die Trägheitsmomente und Drillungswiderstände.

Bei der Ermittlung der Trägheitsmomente und Drillungswiderstände wird die Eiseneinlage vernachlässigt werden.

Zuerst ergeben sich für die Trägheitsmomente:

$$J = 1.2 \times 0.8^3 / 12 = 0.0512 \text{ m}^4. \quad I = 1.2 \times 1.0^3 / 12 = 0.1 \text{ m}^4.$$

Der Drillungswiderstand ist nach der im ersten Abschnitte gegebenen Formel

$$\frac{b^3}{3} (a - 0.63 b),$$

wobei a and b die grössere bzw. die kleinere Seite des Rechtecks bedeuten.

Nach dieser Formel erhalten wir in unserem Falle

$$K = 0.8^3 (1.2 - 0.63 \times 0.8) / 3 = 0.1188 \text{ m}^4,$$

$$H = 1.0^3 (1.2 - 0.63 \times 1.0) / 3 = 0.1900 \text{ m}^4.$$

Für den Drillungswiderstand eines rechteckigen Querschnittes können wir eine andere Formel aus der von C. Bach gegebenen Formel für die spezifische Drehung herleiten. Es ist nach C. Bach¹⁾

$$\text{spezifische Drehung} = \frac{M_a}{G} \cdot \frac{(a^2 + b^2)}{a^3 b^3} \left(3.645 - 0.06 \frac{a}{b} \right),$$

worin M_a die Torsionsmomente bedeutet. Da aber die spezifische Drehung gleich $M_a / (G \times \text{Drillungswiderstand})$ ist, so ergibt sich²⁾

$$\text{Drillungswiderstand} = \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \cdot \frac{1}{3.645 - 0.06 \frac{a}{b}}.$$

$$K = \frac{1.2^3 \times 0.8^3}{(1.2^2 + 0.8^2) \left(3.645 - 0.06 \frac{1.2}{0.8} \right)} = 0.1196 \text{ m}^4,$$

$$H = \frac{1.2^3 \times 1.0^3}{(1.2^2 + 1.0^2) \left(3.645 - 0.06 \frac{1.2}{1.0} \right)} = 0.1982 \text{ m}^4.$$

Vergleichen wir diese Werte mit den vorher ermittelten Werten, so sehen wir,

¹⁾ C. Bach u. R. Baumann, Elastizität und Festigkeit, 9 Aufl., 1924, S. 396.

²⁾ Diese Formel wurde von A. Habel benutzt. (a.a.o.).

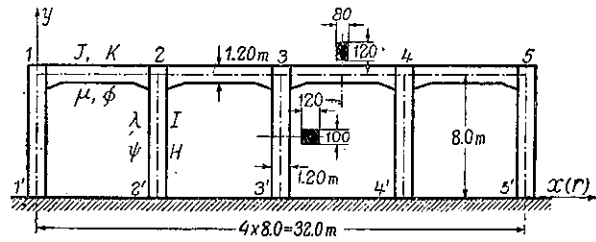


Abb. 3.

dass zwischen ihnen nicht so grosse Abweichungen vorhanden. Wir nehmen nun die Mittelwerte und setzen

$$K=0.119 \text{ m}^4, \quad H=0.194 \text{ m}^4.$$

2) Die Beiwerte.

Wir nehmen an, dass für Eisenbeton $E=2\,100\,000 \text{ t/m}^2$. Für die Grösse des Schubmoduls G bei Beton bestehen verschiedenen Ansichten. C. Bach fand durch seine Versuche $G=1\,370\,000 \sim 1\,420\,000 \text{ t/m}^2$ für rechteckige Querschnitte. Wir nehmen aber an, dass $E/G=2.1$ oder $G=1\,000\,000 \text{ t/m}^2$.

Mit diesen Werte erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{l}{EJ} = 7.441 \times 10^{-5}, & \phi &= \frac{l}{GK} = 6.723 \times 10^{-5}, \\ \lambda &= \frac{h}{EI} = 3.810 \times 10^{-5}, & \psi &= \frac{h}{GH} = 4.124 \times 10^{-5}, \end{aligned} \right\} 1/\text{tm}$$

und damit

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\psi}{\mu} = 0.5542, & \beta &= \frac{\lambda}{\mu} = 0.5120, \\ \gamma &= \frac{\phi}{\mu} = 0.9035, & \varepsilon &= \frac{\phi}{\lambda} = 1.7647. \end{aligned}$$

3) Die Auflagerkräfte.

a) M_r^i und M_r^r .

Da P_r^i überall verschwinden, so erhalten wir aus Gl. (37)

$$\left. \begin{aligned} M_3^i - 3.8043 M_2^i &= D_2, \\ M_4^i - 4.8043 M_3^i + 4.8043 M_2^i &= D_3, \\ M_5^i - 4.8043 M_4^i + 4.8043 M_3^i - M_2^i &= D_4, \\ -4.8043 M_5^i + 4.8043 M_4^i - M_3^i &= D_5, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (54)$$

wobei die Belastungsglieder

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= (R_2 - P_2) l - 0.90125 (R_1 - P_1) l, \\ D_3 &= (R_3 - P_3) l - 1.90125 (R_2 - P_2) l, \\ D_4 &= (R_4 - P_4) l - 1.90125 (R_3 - P_3) l, \\ D_5 &= (R_5 - P_5) l - 1.90125 (R_4 - P_4) l, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (55)$$

Wir wollen die vorstehenden Gleichungen als simultane Gleichungen nach M_r^i auflösen. Die Lösung ergibt sich in der Form von Gl. (44):

$$M_r^i = \sum_{i=1}^5 f_{ri} (R_i - P_i) l \dots \dots \dots (56)$$

Die Einflusszahlen f_{ri} sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1. Die Werte von f_{ri} .

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r=2:$	+0.35498	-0.18535	-0.05471	-0.01633	-0.00653
$r=3:$	+0.44829	+0.29487	-0.20813	-0.06214	-0.02487
$r=4:$	+0.44829	+0.40496	+0.26293	-0.23407	-0.08066
$r=5:$	+0.35498	+0.34359	+0.30625	+0.17476	-0.28362

Setzen wir nach Gl. (47)

$$M_r^r = \sum_{i=1}^5 g_{ri}(R_i - P_i) l \dots \dots \dots (57)$$

so erhalten wir durch Symmetriebedingungen

$$(M_r^r)_{P \text{ in } m} = (M_{5-r+1}^r)_{P \text{ in } (6-m)}$$

die folgende Tabelle für g_{ri} .

Tabelle 2. Die Werte von g_{ri} .

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r=1:$	-0.28362	+0.17476	+0.30625	+0.34359	+0.35498
$r=2:$	-0.08066	-0.23407	+0.26293	+0.40496	+0.44829
$r=3:$	-0.02487	-0.06214	-0.20813	+0.29487	+0.44829
$r=4:$	-0.00653	-0.01633	-0.05471	-0.18535	+0.35498

Wenn nur eine Einzellast P im Knotenpunkt m angreift, so ist

$$\left. \begin{aligned} M_r^r &= -f_{rm}Pl + \sum_{i=1}^5 f_{ri}R_i l, \\ M_r^r &= -g_{rm}Pl + \sum_{i=1}^5 g_{ri}R_i l. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (58)$$

b) L_r .

Aus Gl. (48) ergeben sich in diesem Falle

$$\left. \begin{aligned} L_2 - 2.7647 L_1 &= \frac{h}{2} (R_2 - R_1), \\ L_3 - 3.7647 L_2 + L_1 &= \frac{h}{2} (R_3 - 2R_2 + R_1), \\ L_4 - 3.7647 L_3 + L_2 &= \frac{h}{2} (R_4 - 2R_3 + R_2), \\ L_5 - 3.7647 L_4 + L_3 &= \frac{h}{2} (R_5 - 2R_4 + R_3), \\ -2.7647 L_5 + L_4 &= \frac{h}{2} (-R_5 + R_4). \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (59)$$

Die Auflösung dieser Gleichung liefert

$$L_r = \sum_{i=1}^5 k_{ri} R_i h \dots \dots \dots (60)$$

Tabelle 3. Die Werte von k_{ri} .

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r=1:$	+0.14379	-0.10246	-0.02952	-0.00868	-0.00314
$r=2:$	-0.10246	+0.21673	-0.08161	-0.02398	-0.00868
$r=3:$	-0.02952	-0.08161	+0.22227	-0.08161	-0.02952
$r=4:$	-0.00868	-0.02398	-0.08161	+0.21673	-0.10246
$r=5:$	-0.00314	-0.00868	-0.02952	-0.10246	+0.14379

c) R_r .

Die Gl. (50) wird in diesem Falle zu:

$$\sum_{i=1}^5 \left[4.3254 (f_{ri} - g_{r-1,i}) + 3.3254 (g_{ri} - f_{r-1,i}) \right] (R_i - P) + 5.4212 \sum_{j=1}^{r-1} \sum_{i=1}^5 k_{ji} R_i - 0.5120 (R_r - R_{r-1}) = 0 \dots\dots\dots (61)$$

für $r=2, 3, 4$ und 5 . Daraus erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} -4.3219 R_1 + 1.8467 R_2 + 2.5957 R_3 + 3.1170 R_4 + 3.0718 R_5 &= C_2, \\ -3.7751 R_1 - 3.0096 R_2 + 2.6418 R_3 + 3.2323 R_4 + 3.6230 R_5 &= C_3, \\ +3.6230 R_1 + 3.2323 R_2 + 2.6418 R_3 - 3.0096 R_4 - 3.7751 R_5 &= C_4, \\ +3.0718 R_1 + 3.1170 R_2 + 2.5957 R_3 + 1.8467 R_4 - 4.3219 R_5 &= C_5, \end{aligned} \right\} \dots\dots (62)$$

wobei die Belastungsglieder die in folgender Tabelle zusammengesetzten Werte annehmen.

Tabelle 4. Die Werte von C_r .

$P=1$ im $m:$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
$C_2:$	-3.0303	+0.7792	+2.4897	+3.0700	+3.0544
$C_3:$	-3.5510	-1.8781	+1.5273	+3.0552	+3.5590
$C_4:$	+3.5590	+3.0552	-1.5273	-1.8781	-3.5510
$C_5:$	+3.0544	+3.0700	+2.4897	+0.7792	-3.0303

Die Auflösung der Gl. (62) mit der Gleichung

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 1$$

nach R_1, R_2, R_3, R_4 und R_5 liefert die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte für die Auflagerkräfte.

Tabelle 5. Die Auflagerkräfte.

$P=1$ im m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
R_1	+0.80570	+0.20657	+0.00902	-0.01979	-0.01015	R_5
R_2	+0.20092	+0.58059	+0.21052	+0.03022	-0.01295	R_4
R_3	+0.01648	+0.20241	+0.56091	+0.20241	+0.01648	R_3
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ im m

Aus diesen Werten ergeben sich die in **Abb. 4** dargestellten Einflusslinien.

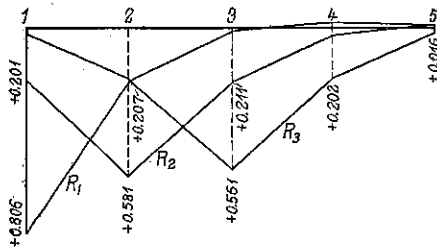


Abb. 4. Einflusslinien für die Auflagerkräfte.

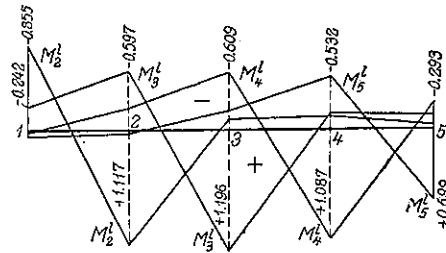


Abb. 5. Einflusslinien für die Biegemomente im Riegel.

4) Die Biegemomente im Riegel.

Sind R_r gefunden, so ergeben sich aus (58) die folgenden Werte für M .

Tabelle 6. Biegemomente im Riegel.

$P=1$ im m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
M_2^l	-0.8547	+1.1170	-0.1224	-0.1456	-0.0337	M_2^r
M_3^l	-0.2421	-0.5967	+1.1957	-0.1693	-0.1545	M_3^r
M_4^l	+0.0186	-0.2360	-0.6093	+1.0866	-0.2933	M_4^r
M_5^l	+0.0263	+0.0168	-0.1976	-0.5323	+0.6991	M_5^r
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=4$	$m=1$	$P=1$ im m

Aus diesen Werten sind die Einflusslinien in **Abb. 5** aufgetragen. Hierbei sei es bemerkt werden, dass alle Zahlen für Biegungs- und Torsionsmomente mit der Längeneinheit in m gegeben sind.

5) Die Biegemomente an Köpfen der Stiele.

Setzen wir die in der **Tabelle 5** zusammengestellten Werte von R_r in Gl. (60) ein, so erhalten wir für die Biegemomente an oberen Anschlusspunkten der Stiele folgende Werte.

Tabelle 7. Biegemomente an Köpfen der Stiele.

$P=1$ im m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
L_1	-0.7594	-0.2877	-0.3095	-0.1403	-0.0391	L_5
L_2	-0.3196	+0.7008	-0.0496	-0.1893	-0.1194	L_4
L_3	-0.2813	-0.0830	+0.7182	-0.0830	-0.2813	L_3
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ im m

Hieraus erhalten wir die in **Abb. 6** dargestellten Einflusslinien.

6) Die Biegemomente an Füßen der Stiele.

Aus Gl. (52) ergibt sich dann für die Einspannungsmomente an den Füßen der Stiele folgende Tabelle.

Tabelle 8. Biegemomente an Füßen der Stiele.

$P=1$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
L_1'	-5.6862	-1.9402	-0.3817	+0.0175	+0.0421	L_3'
L_2'	-1.9270	-3.9440	-1.7338	-0.4310	-0.0158	L_4'
L_3'	-0.4132	-1.7023	-3.7691	-1.7023	-0.4132	L_5'
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ in m

Hieraus erhalten wir die in **Abb. 7** dargestellten Einflusslinien

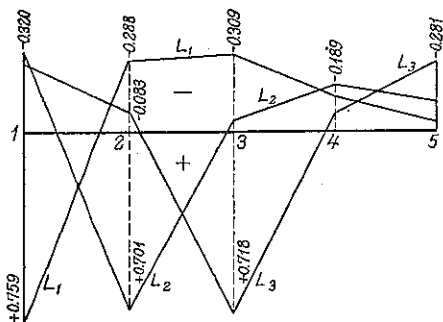


Abb. 6. Einflusslinien für die Biegemomente an Köpfen der Stiele.

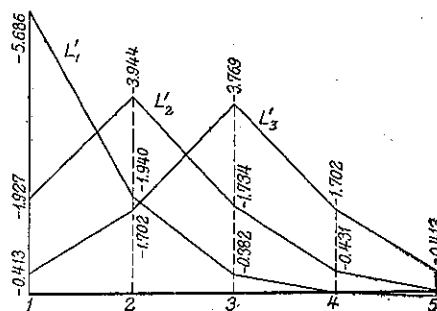


Abb. 7. Einflusslinien für die Biegemomente an Füßen der Stiele.

7) Die Torsionsmomente.

Für die Torsionsmomente im Riegel ergeben sich nach Gl. (23):

Tabelle 9. Torsionsmomente im Riegel.

$P=1$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
X_2	+0.7594	-0.3877	-0.3095	-0.1408	-0.0391	$-X_5$
X_3	+0.4393	+0.4131	-0.3591	-0.3301	-0.1585	$-X_4$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ in m

Für die Torsionsmomente in den Stielen ergeben sich nach Gl. (5):

Tabelle 10. Torsionsmomente in Stielen.

$P=1$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
Y_1	+0.6991	-0.5323	-0.1976	+0.0168	+0.0262	$-Y_5$
Y_2	+0.5715	-0.0305	-0.4869	-0.0904	+0.0523	$-Y_4$
Y_3	+0.0877	+0.4274	0	-0.4274	-0.0877	$-Y_3$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ in m

Daraus erhalten wir die in **Abb. 8** und **9** dargestellten Einflusslinien.

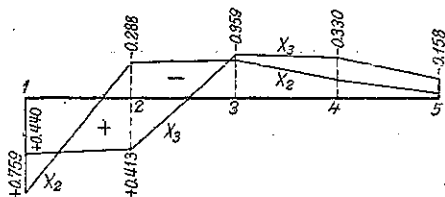


Abb. 8. Einflusslinien für die Torsionsmomente im Riegel.

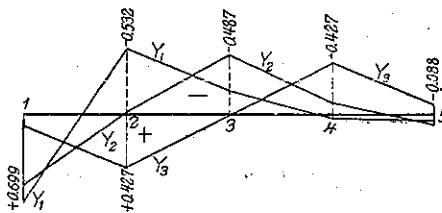


Abb. 9. Einflusslinien für die Torsionsmomente in den Stielen.

8) Die Verschiebungen der Knotenpunkte.

Aus Gl. (53) ergibt sich für die Verschiebungen der Knotenpunkten

$$z_r = -0.05079 (2L_r' + L_r) \text{ mm,}$$

wenn wir die Belastung in t und die Länge in mm ausdrücken. Daraus ergibt sich:

Tabelle 11. Knotenpunktverschiebungen (mm)

$P=1t$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
z_1	+0.5891	+0.2117	+0.0545	+0.0054	-0.0023	z_6
z_2	+0.3120	+0.3651	+0.1787	+0.0534	+0.0077	z_4
z_3	+0.0563	+0.1771	+0.3464	+0.1771	+0.0563	z_3
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1t$ in m

Aus diesen Werte sind die Einflusslinien in folgender **Abb. 10** aufgetragen.

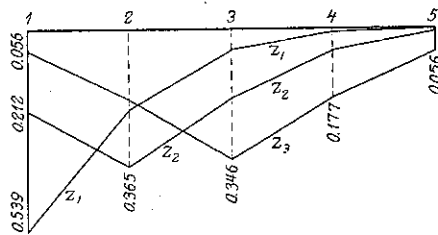


Abb. 10. Einflusslinien für die Verschiebungen.

9) Verlauf der Biegungs- und Torsionsmomente.

Mittels der im Obigen ermittelten Resultate sind die Biegungs- und Torsionsmomentenverläufe für verschiedene Laststellungen in **Abb. 11 bis 13** aufgetragen.

6. Näherungslösung mit der Vernachlässigung der Torsionsmomente.

1) Allgemeine Formeln.

Um eine ungefähre Abschätzung der Probleme zu gewinnen, kann man sich für praktische Zwecke auf vereinfachende Annahmen stützen, dass keinerlei Torsionsmomente in den Stäben auftreten. Mit anderen Worten denkt man den Riegel als gelenkig auf den Köpfen der Stiele getützt und berechnet den Riegel mit der Theorie der durchlaufenden Balken auf elastisch senkbaren Stützen.

Wenn wir annehmen, dass es keinerlei Torsionsmomente auftreten, so ist

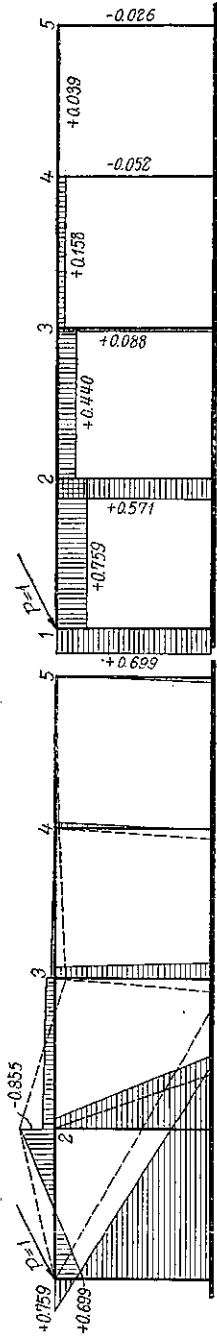
$$X_r = Y_r = 0, \dots \dots \dots (63)$$

und folglich wird aus den Grundgleichungen (5) und (6)

$$M_r^l = M_r^r = M_r, \quad L_r = 0 \dots \dots \dots (64)$$

Hiermit vereinfachen sich die Grundgleichungen (1) bis (4) zu

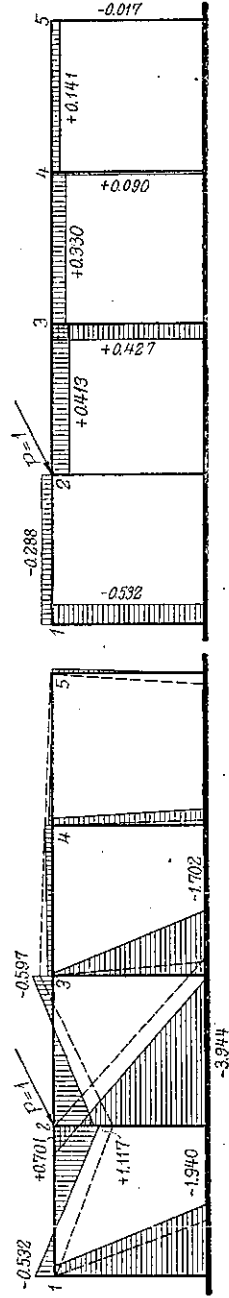
$$M_{r+1} + 4M_r + M_{r-1} + \frac{6}{\mu l} (z_{r+1} - 2z_r + z_{r-1}) + \frac{6}{\mu} U_r = 0, \dots \dots \dots (65)$$



a) Biegemomente.

b) Torsionsmomente.

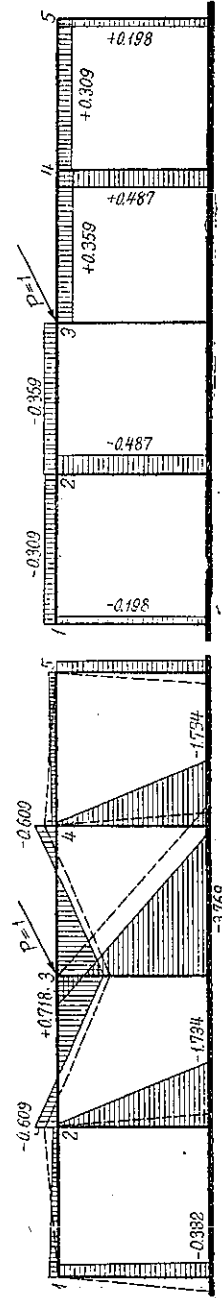
Abb. 11 a u. b. Eine Einzellast $P=1$ im linken Endknoten 1.



a) Biegemomente.

b) Torsionsmomente.

Abb. 12 a u. b. Eine Einzellast $P=1$ im Knoten 2.



a) Biegemomente.

b) Torsionsmomente.

Abb. 13 a u. b. Eine Einzellast $P=1$ im Mittelknoten 3.

$$M_{r+1} - 2M_r + M_{r-1} + \frac{1}{h} L_r' = -P_r l, \dots\dots\dots (66)$$

$$L_r' + \frac{3}{\lambda h} z_r + \frac{3}{h} T_r' = 0, \dots\dots\dots (67)$$

$$L_r' = -(R_r - P_r') h \dots\dots\dots (68)$$

Die Grundgleichungen (5) bis (8) kommen in diesem Falle nicht in Betracht und die obige Gl. (65) stimmt mit Clapeyronscher Gleichung für Dreimomentensatz überein. Die obigen Gleichungen (65) bis (68) gelten für den Bereich $r=1$ bis n , un die Randbedingungen sind :

$$M_1 = -P_1 l, \quad M_n = -P_n l_{n+1} \dots\dots\dots (69)$$

Eliminieren wir nun L_r' aus Gl. (66) und (67), so ergibt sich nach einigen Umformungen

$$z_r = \frac{\lambda l^2}{3l} (M_{r+1} - 2M_r + M_{r-1}) + \frac{\lambda l^2}{3} P_r - \lambda T_r' \dots\dots\dots (70)$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in die Gl. (65), erhalten wir für M_r .

$$\begin{aligned} M_{r+2} - \left(4 - \frac{1}{2\beta}\right) M_{r+1} + 2 \left(\frac{3}{\beta} + \frac{1}{\beta}\right) M_r - \left(4 - \frac{1}{2\beta}\right) M_{r-1} + M_{r-2} \\ = -(P_{r+1} - 2P_r + P_{r-1}) l - \frac{3}{\beta\mu} U_r + \frac{3l}{h^2} (T'_{r+1} - 2T'_r + T'_{r-1}) \dots\dots (71) \end{aligned}$$

Diese gilt für $r=2$ bis $n-1$ und wir können daraus $n-2$ Unbekannten, M_2 bis M_{n-1} , eindeutig bestimmen.

Sind M_r gefunden, so gilt den Spannungsmomente der Stiele die aus Gl. (66) herkommende Gleichung :

$$L_r' = -\frac{h}{l} (M_{r+1} - 2M_r + M_{r-1}) - P_r l \dots\dots\dots (72)$$

Dann stehen zur Bestimmung der Knotenpunktverschiebungen z_r und der Auflagerkräfte folgende Gleichungen

$$z_r = -\frac{\lambda h}{3} L_r' - \lambda T_r' \dots\dots\dots (73)$$

$$R_r = P_r' - \frac{1}{h} L_r' \dots\dots\dots (74)$$

zur Verfügung welche sich aus Gl. (67) bzw. (68) herleiten lassen.

2) Zahlenbeispiel.

Als Zahlenbeispiel berechnen wir den in 4 behandelten Rahmen mittels obigen Näherungsgleichungen. Mit den in 4 festgelegten Zahlenwerten der Beiwerten erhalten wir in diesem Falle aus Gl. (71) folgende drei Gleichungen für M_2, M_3 und M_4 .

$$\left. \begin{aligned} M_4 - 3.023 M_3 + 9.906 M_2 &= -(P_3 - 2P_2 + P_1) l, \\ -3.023 M_4 + 9.906 M_3 - 3.023 M_2 &= -(P_4 - 2P_3 + P_2) l, \\ + 9.906 M_4 - 3.023 M_3 + M_2 &= -(P_5 - 2P_4 + P_3) l. \end{aligned} \right\} \dots\dots(75)$$

Daraus erhalten wir folgende Tabelle.

Tabelle 12. Biegemomente im Riegel.

$P=1$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
M_2	-0.8902	+1.5113	-0.3438	-0.2852	-0.0080
M_3	-0.2693	-0.4328	+1.4043	-0.4328	-0.2693
M_4	-0.0080	-0.2852	-0.3438	+1.5113	-0.8902

Aus Gl. (72) folgt dann :

Tabelle 13. Einspannungsmomente der Stiele.

$P=1$ in m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
L_1'	-7.1097	-1.5113	+0.3438	+0.2852	+0.0080	L_5'
L_2'	-1.5113	-4.5446	-2.0918	-0.1375	+0.2852	L_4'
L_3'	+0.3438	-0.3604	-4.5039	-0.3604	+0.3438	L_3'
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	$P=1$ in m

Diese Werte sind in **Abb. 11 bis 13** durch punktierten Linien zur Darstellung gebracht und man kann daraus den Unterschied zwischen den strengen Lösungen und den Näherungslösungen deutlich erkennen.

VIII. ABSCHNITT.

DER EINHÜFTIGE RAHMEN.

1. Die allgemeinen Lösung.

Es soll hier in **Abb. 14** dargestellte, einhüftige Rahmen für beliebige Querbelastung untersucht werden. Wir bezeichnen nach allgemeinen Regeln mit

R_a, R_b : die beiden Auflagerkräfte an den eingespannten Stabenden A bzw. B ,

M_a, M_c : die Biegemomente im Einspannungspunkte A bzw. im rechten Anschlusspunkte C des Riegels,

L_b, L_c : die Biegemomente im Einspannungspunkte B bzw. im oberen Anschlusspunkte C des Stieles,

X, Y : die Torsionsmomente im Riegel bzw. im Stiele,

z_c : die Verschiebung des Knotenpunktes C ,

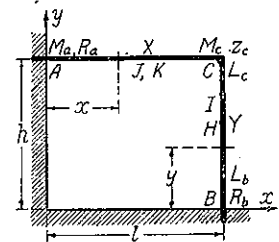


Abb. 14.

$\mathfrak{M}_x, \mathfrak{S}_y$: die Biegemomente in Querschnitten x bzw. y der als frei aufliegend gedachten Träger AC bzw. BC infolge der äusseren Belastung

und setzen noch

$$S_a = \frac{1}{l} \int_0^l \mathfrak{M}_x(l-x) dx, \quad S_c = \frac{1}{l} \int_0^l \mathfrak{M}_x x dx,$$

$$T_b = \frac{1}{h} \int_0^h \mathfrak{S}_y(h-y) dy, \quad T_c = \frac{1}{h} \int_0^h \mathfrak{S}_y y dy,$$

$$\mu = \frac{l}{EJ}, \quad \phi = \frac{l}{GK}, \quad \lambda = \frac{h}{EI}, \quad \psi = \frac{h}{GH}.$$

Wir wollen nun die im ersten Abschnitte aufgestellten, allgemeinen Gleichungen auf diese Aufgabe anwenden.

Für den Einspannungspunkt A :

$$\text{aus Gl. (I, 24):} \quad \mu(2M_a + M_c) + \frac{6}{l} z_c + \frac{6\mu}{l} S_a = 0 \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{,, Gl. (I, 25):} \quad M_c - M_a = (R_a - P_a) l \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{,, Gl. (I, 26):} \quad \phi X = -\frac{1}{h} z_c + \frac{\lambda}{6} (2L_c + L_b) + \frac{\lambda}{h} T_c \quad \dots \quad (3)$$

für den Einspannungspunkt B :

$$\text{aus Gl. (I, 24b):} \quad \lambda(2L_b + L_c) + \frac{6}{h} z_c + \frac{6\lambda}{h} T_b = 0 \quad \dots \quad (4)$$

$$\text{,, Gl. (I, 25b):} \quad L_c - L_b = (R_b - P_b) h \quad \dots \quad (5)$$

$$\text{,, Gl. (I, 28):} \quad \psi Y = -\frac{1}{l} z_c + \frac{\mu}{6} (2M_c + M_a) + \frac{\mu}{l} S_a \quad \dots \quad (6)$$

für den Knotenpunkt C :

$$\text{aus Gl. (I, 14):} \quad (M_c - M_b)l + (L_c - L_b)h = P_c \quad \dots \quad (7)$$

$$\text{,, Gl. (I, 15):} \quad Y = -M_c \quad \dots \quad (8)$$

$$\text{,, Gl. (I, 16):} \quad X = -L_c \quad \dots \quad (9)$$

Eliminieren wir Y und z_c aus Gl. (1), (6) und (8), so ergibt sich

$$(\mu + 2\psi) M_c + \mu M_a + 2 \frac{\mu}{l} (S_a + S_c) = 0 \quad \dots \quad (10)$$

In gleicher Weise erhalten wir aus Gl. (4), (3) und (9)

$$(\lambda + 2\phi) L_c + \lambda L_b + 2 \frac{\lambda}{h} (T_b + T_c) = 0 \quad \dots \quad (11)$$

Eliminieren wir z_c aus Gl. (1) und (4), so ergibt sich

$$\mu l (2M_a + M_c) - \lambda h (2L_b + L_c) + 6(\mu S_a - \lambda T_b) = 0 \quad \dots \quad (12)$$

Lösen wir nun vier Gleichungen (7), (10), (11) und (12) nach vier Unbekannten M_a, M_c, L_b und L_c auf, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned}
 M_a &= -\frac{\lambda(\mu+2\psi)}{N} \left[\frac{1}{2} (\lambda+4\phi) P_c h^2 - 3(\lambda+2\phi) T_b + 3\lambda T_c \right] l \\
 &\quad - \frac{\mu}{N} \left[\lambda(\lambda+4\phi) \left(\frac{h}{l} \right)^2 (S_a + S_c) + 2(\lambda+\phi) \{ 2(\mu+3\psi) S_a - \mu S_c \} \right] l, \\
 M_c &= +\frac{\lambda\mu}{N} \left[\frac{1}{2} (\lambda+4\phi) P_c h^2 - 3(\lambda+2\phi) T_b + 3\lambda T_c \right] l \\
 &\quad - \frac{\mu}{N} \left[\lambda(\lambda+4\phi) \left(\frac{h}{l} \right)^2 (S_a + S_c) - 2\mu(\lambda+\phi)(S_a - 2S_c) \right] l, \\
 L_b &= -\frac{\mu(\lambda+2\phi)}{N} \left[\frac{1}{2} (\mu+4\psi) P_c l^2 - 3(\mu+2\psi) S_a + 3\mu S_c \right] h \\
 &\quad - \frac{\lambda}{N} \left[\mu(\mu+4\psi) \left(\frac{l}{h} \right)^2 (T_b + T_c) + 2(\mu+\psi) \{ 2(\lambda+3\phi) T_b - \lambda T_c \} \right] h, \\
 L_c &= +\frac{\lambda\mu}{N} \left[\frac{1}{2} (\mu+4\psi) P_c l^2 - 3(\mu+2\psi) S_a + 3\mu S_c \right] h \\
 &\quad - \frac{\lambda}{N} \left[\mu(\mu+4\psi) \left(\frac{l}{h} \right)^2 (T_b + T_c) - 2\lambda(\mu+\psi)(T_b - 2T_c) \right] h,
 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

wobei

$$N = \lambda(\mu + \psi)(\lambda + 4\phi) h^2 + \mu(\lambda + \phi)(\mu + 4\psi) l^2 \dots \dots \dots (14)$$

gesetzt ist.

Sind M und L gefunden, so ergeben sich für die Auflagerkräfte, die Torsionsmomente und die Verschiebung

$$\left. \begin{aligned}
 R_a &= P_a + \frac{\lambda(\mu + \psi)(\lambda + 4\phi)}{N} P_c h^2 \\
 &\quad + \frac{6}{N} \left[\lambda(\mu + \psi) \{ (\lambda + 2\phi) S_a - \lambda S_c \} - \mu(\lambda + \phi) \{ (\mu + 2\psi) T_b - \mu T_c \} \right], \\
 R_b &= P_b + \frac{\mu(\lambda + \phi)(\mu + 4\psi)}{N} P_c l^2 \\
 &\quad - \frac{6}{N} \left[\lambda(\mu + \psi) \{ (\lambda + 2\phi) S_a - \lambda S_c \} - \mu(\lambda + \phi) \{ (\mu + 2\psi) T_b - \mu T_c \} \right], \\
 z_c &= \frac{\lambda\mu}{12N} (\lambda + 4\phi)(\mu + 4\psi) P_c l^2 h^2 \\
 &\quad - \frac{\lambda\mu}{2N} \left[(\lambda + 4\phi) \{ (\lambda + 2\psi) S_a - \mu S_c \} h^2 + (\mu + 4\psi) \{ (\lambda + 2\phi) T_b - \phi T_c \} l^2 \right], \\
 Y &= -M_c, \quad X = -L_c.
 \end{aligned} \right\} (15)$$

2. Der symmetrische einhüftige Rahmen.

Wenn der Riegel und der Stiel einen gleichen Querschnitt haben und gleichlang sind, so ist $I=J$, $H=K$, $h=l$, so dass $\lambda=\mu$, $\psi=\phi$.

Mit der Abkürzung

$$\alpha = \frac{\psi}{\mu} = \frac{\phi}{\lambda}, \quad N' = 1 + 5\alpha + 4\alpha^2 = (1 + \alpha)(1 + 4\alpha)$$

vereinfachen sich die allgemeinen Lösungen zu :

$$\left. \begin{aligned} M_a &= -\frac{1+2\alpha}{4(1+\alpha)} P_c l - \frac{1}{2N'l} \left[(5+20\alpha+12\alpha^2) S_a - (1-2\alpha) S_c \right. \\ &\quad \left. - 3(1+2\alpha)\{(1+2\alpha) T_b - T_c\} \right], \\ M_c &= +\frac{P_c l}{4(1+\alpha)} + \frac{1}{2N'l} \left[(1-2\alpha) S_a - (5+8\alpha) S_c - 3\{(1+2\alpha) T_b - T_c\} \right], \\ L_c &= +\frac{P_c l}{4(1+\alpha)} + \frac{1}{2N'l} \left[(1-2\alpha) T_b - (5+8\alpha) T_c - 3\{(1+2\alpha) S_a - S_c\} \right], \\ L_b &= -\frac{1+2\alpha}{4(1+\alpha)} P_c l - \frac{1}{2N'l} \left[(5+20\alpha+12\alpha^2) T_b - (1-2\alpha) T_c \right. \\ &\quad \left. - 3(1+2\alpha)\{(1+2\alpha) S_a - S_c\} \right], \\ R_a &= P_a + \frac{P_c}{2} + \frac{3}{(1+4\alpha) l^2} \left[(1+2\alpha)(S_a - T_b) - (S_c - T_c) \right], \\ R_b &= P_b + \frac{P_c}{2} - \frac{3}{(1+4\alpha) l^2} \left[(1+2\alpha)(S_a - T_b) - (S_c - T_c) \right], \\ z_c &= \frac{\mu(1+4\alpha)}{24(1+\alpha)} P_c l^2 - \frac{\mu}{4(1+\alpha)} \left[(1+2\alpha)(S_a + T_b) - (S_c + T_c) \right]. \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

3. Eine Einzellast in Eckknoten.

Wenn eine Einzellast P im Eckknoten C angreift, so ist

$$P_c = P \text{ und } P_a = P_b = S_a = S_c = T_b = T_c = 0.$$

Wir erhalten dann aus Gl. (13), (14) und (15) folgende Formeln.

$$\left. \begin{aligned} M_a &= -\frac{\lambda}{2N_a} (\mu + 2\psi)(\lambda + 4\phi) P_c l, & M_c &= -Y = +\frac{\lambda\mu}{2N_a} (\lambda + 4\phi) P_c l, \\ L_b &= -\frac{\mu}{2N_a} (\lambda + 2\phi)(\mu + 4\psi) P_c h, & L_c &= -X = +\frac{\lambda\mu}{2N_b} (\mu + 4\psi) P_c h, \\ R_a &= +\frac{\lambda}{N_a} (\mu + \psi)(\lambda + 4\phi) P_c, & R_b &= +\frac{\mu}{N_b} (\lambda + \phi)(\lambda + 4\psi) P_c. \\ z_c &= +\frac{\lambda\mu}{12N} (\mu + 4\psi)(\lambda + 4\phi) P_c l^2 h^2. \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

wobei

$$N_a = \frac{N}{h^2}, \quad N_b = \frac{N}{l^2} \dots \dots \dots (18)$$

Wenn $\alpha = \frac{\psi}{\mu} = \frac{\phi}{\lambda}, \quad h = l$

ist, so vereinfachen sich die obigen Gleichungen zu :

$$\left. \begin{aligned} M_c = L_c = -X = -Y = + \frac{Pl}{4(1+\alpha)}, \\ M_a = L_b = \frac{1+2\alpha}{4(1+\alpha)} Pl, \\ R_a = R_b = \frac{P}{2}, \quad z_c = \frac{1+4\alpha}{24(1+\alpha)} \cdot \frac{Pl^3}{EJ}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

Um den Einfluss des Drillungswiderstandes auf die Biegemomente und die Verschiebung zu untersuchen, werden M_a , M_c und z_c aus Gl. (19) für verschiedene Werte von α berechnet und in **Tabelle 12** zusammengestellt,

Tabelle 12.

α	$M_a(Pl)$	$M_c(Pl)$	$z_c \left(\frac{Pl^3}{EJ} \right)$
0	-0.2500	+0.2500	0.0417
0.5	-0.3333	+0.1667	0.0833
1.0	-0.3750	+0.1250	0.1042
2.0	-0.4167	+0.0833	0.1250
3.0	-0.4375	+0.0625	0.1354
4.0	-0.4500	+0.0500	0.1417
5.0	-0.4583	+0.0417	0.1458
7.5	-0.4706	+0.0294	0.1520
10.0	-0.4773	+0.0227	0.1553
∞	-0.5000	0	0.1667

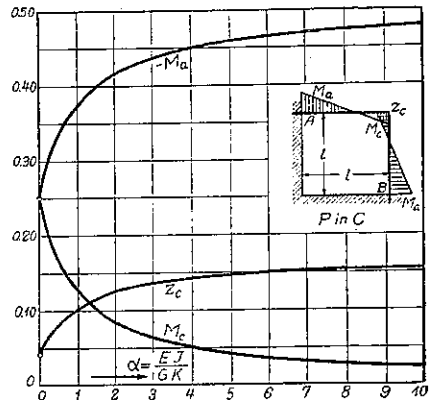


Abb. 15.

Die in obiger Tabelle angeführten Zahlenwerte sind in **Abb. 15** als Kurven dargestellt. Daraus erkennen wir leicht, dass mit abnehmendem Werte von α , also mit wachsendem Drillungswiderstande das Einspannungsmoment M_a und die Verschiebungen des Eckknoten z_c abnehmen und das Biegemoment am Eckknoten M_c zunimmt. In folgenden **Abb. 16** sind die Momentenverläufe für $\alpha=0, 4$ und ∞ gezeichnet.

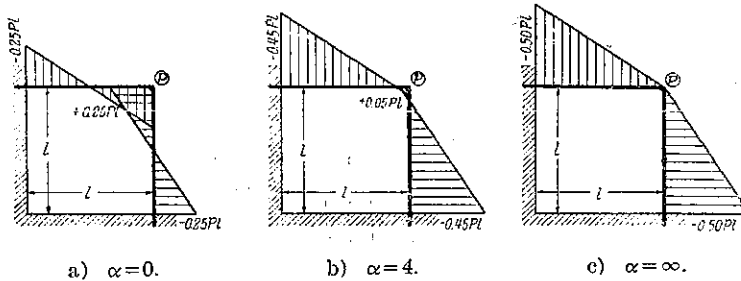


Abb. 16.

4. Belastung durch gleichmässig verteilte Last.

Wirkt eine gleichmässig verteilte Last q pro Längeneinheit über ganzem Riegel und Stiele, so ist

$$P_a = \frac{ql}{2}, \quad P_b = \frac{qh}{2}, \quad P_c = \frac{q(l+h)}{2}, \quad S_a = S_c = \frac{ql^2}{24}, \quad T_b = T_c = \frac{ql^3}{24}.$$

Mit diesen Werten ergeben sich aus Gl. (13), (14) und (15):

$$\left. \begin{aligned} M_a &= -\frac{ql}{12N} \left[\mu(\lambda + \phi)(\mu + 6\psi) l^3 + 2\lambda(\lambda + 4\phi)(2\mu + 3\psi) ll^2 \right. \\ &\quad \left. + 3\lambda(\mu + 2\psi)(\lambda + 3\phi) h^3 \right], \\ L_b &= -\frac{qh}{12N} \left[\lambda(\mu + \psi)(\lambda + 6\phi) h^3 + 2\mu(\mu + 4\psi)(2\lambda + 3\phi) hl^2 \right. \\ &\quad \left. + 3\mu(\lambda + 2\phi)(\mu + 3\psi) l^3 \right], \\ M_c &= +\frac{ql}{12N} \left[-\mu(\lambda + \phi) l^3 + 2\lambda(\lambda + 4\phi) ll^2 + 2\lambda(\lambda + 3\phi) h^3 \right], \\ L_c &= +\frac{qh}{12N} \left[-\lambda(\mu + \psi) h^3 + 2\mu(\mu + 4\psi) hl^2 + 2\mu(\mu + 3\psi) l^3 \right], \\ R_a &= +\frac{q}{2N} \left[\mu(\lambda + \phi)(\mu + 5\psi) l^3 + 2\lambda(\mu + \psi)(\lambda + 4\phi) ll^2 \right. \\ &\quad \left. + \lambda(\mu + \psi)(\lambda + 3\phi) h^3 \right], \\ R_b &= +\frac{q}{2N} \left[\lambda(\mu + \psi)(\lambda + 5\phi) h^3 + 2\lambda(\lambda + \phi)(\mu + 4\psi) hl^2 \right. \\ &\quad \left. + \mu(\lambda + \phi)(\mu + 3\psi) l^3 \right], \\ z_c &= +\frac{\lambda\mu q}{24N} \left[(\lambda + 4\phi)(\mu + 3\psi) l + (\mu + 4\psi)(\lambda + 3\phi) h \right] l^2 h^2. \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

Für den besonderen Fall:

$$\alpha = \frac{\psi}{\mu} = \frac{\phi}{\lambda}, \quad h = l,$$

vereinfachen sich obige Gleichungen zu:

$$\left. \begin{aligned} M_a = L_b &= -\frac{2+3\alpha}{6(1+\alpha)} ql^2, \\ M_c = L_c &= -X = -Y = +\frac{ql^2}{6(1+\alpha)}, \\ R_a = R_b &= +ql, \quad z_c = \frac{1+3\alpha}{24(1+\alpha)} \cdot \frac{ql^4}{EJ}. \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

Für verschiedene Werte von α erhalten wir folgende **Tabelle 13** für M_a , M_c und z_c .

Tabelle 13.

α	$M_a(ql^2)$	$M_c(ql^2)$	$z_c \left(\frac{ql^4}{EJ} \right)$
0	-0.3333	+0.1667	0.0417
0.5	-0.3889	+0.1111	0.0694
1.0	-0.4167	+0.0833	0.0833
2.0	-0.4444	+0.0556	0.0972
3.0	-0.4583	+0.0417	0.1042
4.0	-0.4667	+0.0333	0.1083
5.0	-0.4722	+0.0278	0.1111
7.5	-0.4803	+0.0197	0.1159
10.0	-0.4848	+0.0152	0.1174
∞	-0.5000	0	0.1250

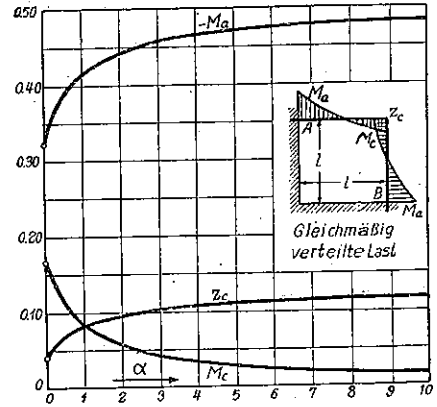


Abb. 17.

5. Zahlenbeispiel zum einhüftigen Rahmen.

Es soll der in Abb. 18 dargestellte, einhüftige Eisenbetonrahmen auf Winddruck in der Querrichtung berechnet werden, den A. Habel¹⁾ auf anderem Wege behandelte. Es ist nach Habel

$$EJ = 12\,306 \text{ tm}^2, \quad GK = 15\,008 \text{ tm}^2,$$

$$EI = 30\,249 \text{ tm}^2, \quad GH = 26\,057 \text{ tm}^2,$$

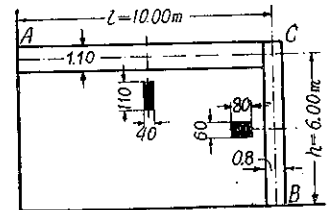


Abb. 18.

so dass wir erhalten:

$$\mu = \frac{10}{12\,306} = 8.1261 \times 10^{-4}, \quad \lambda = \frac{6}{30\,240} = 1.9841 \times 10^{-4},$$

$$\phi = \frac{10}{15\,008} = 6.6631 \times 10^{-4}, \quad \psi = \frac{6}{26\,057} = 2.3026 \times 10^{-4}.$$

Mit dem Winddruck von 150 kg/m², erhalten wir als gleichmässig verteilte Last:

$$1.1 \times 0.15 = 0.165 \text{ t/m} \quad \text{für den Riegel,}$$

$$0.8 \times 0.15 = 0.120 \text{ t/m} \quad \text{für den Stiel.}$$

Daraus ergeben sich:

$$P_a = \frac{1}{2} \times 0.165 \times 10 = 0.825 \text{ t}, \quad P_b = \frac{1}{2} \times 0.12 \times 6 = 0.36 \text{ t},$$

$$P_c = 0.825 + 0.36 = 1.185 \text{ t},$$

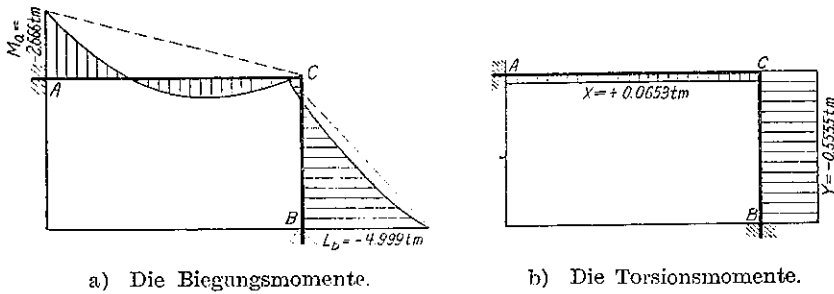
$$S_a = S_c = \frac{0.165 \times 10^3}{24} = 6.875 \text{ tm}^2, \quad T_b = T_c = \frac{0.12 \times 6^3}{24} = 1.08 \text{ tm}^2.$$

Mit diesen Werten erhalten wir aus Gl. (13) bis (15):

1) Die Bautechnik 1926, Heft 11, a.a.O.

$$\begin{aligned}
 M_a &= -2.666 \text{ tm} \quad (2.635), & M_c &= -0.0663 \text{ tm} \quad (0.055), \\
 L_b &= -4.999 \text{ tm} \quad (5.006), & L_c &= +0.5555 \text{ tm} \quad (0.556), \\
 R_a &= +1.085 \text{ t}, & R_b &= +1.286 \text{ t}, & z_c &= +1.659 \text{ mm}, \\
 X &= -L_c, & Y &= -M_c,
 \end{aligned}$$

wobei die in Klammern eingeschlossenen Zahlen die von Habel ermittelten Werten bedeuten. Es erübrigt noch die Berechnung der Biegemomente in Zwischenpunkten. Dies bereitet wohl keine weiteren Schwierigkeiten, so dass wir uns damit begnügen können, auf die in der **Abb. 19** aufgetragenen Kurven zu verweisen.



a) Die Biegemomente.

b) Die Torsionsmomente.

Abb. 19.

(Fortsetzung dieses Teiles folgt.)