

参 考 資 料

第十九卷第七號 昭和八年七月

格 子 の 曲 げ に 就 て

譯者註 茲二三年來、微力乍ら格子の理論に就て研究を續けて來た筆者にとつて、最近の Ztschr. f. angew. Math. u. Mech. (Bd. 13, Heft 2, April 1933) 誌上に S. Timoshenko の論文“Ueber die Biegung von Trägerrosten”を見出したことは、實に愉快に感ずる所である。Timoshenko が取扱つたのは、振モーメントが起らない様な格子であつて、之に對して嚴密なる差方程式の解法を用ひず、近似的に彈性床の上の梁の理論及び歪エネルギーの式を應用して居る。近似的には彼の様な考へ方に依つても差支へがないが、それでも計算は可成り面倒である。また多くの假定が設けられて居るから、格子の一般的解法と言ふことは出來ず、之を實際に應用する場合には、之等の假定の成否に就て驗討することが必要であると思はれる。以下は Timoshenko の論文の要旨である。

1. 横梁が一つある場合 第一圖に示すが如く、等間隔に配置された多數の相等しい梁の群が、之に直交する横梁 AB 上に自由に回轉し得る様に支承される場合

を考へる。上層の梁にはすべて同様の荷重が作用し、梁 1 本に就ての全荷重を  $Q$  とする。此の  $Q$  のうち一部分は兩端の支承に傳はり、残りの一部分は横梁に傳はつて、之が上層の梁から横梁に作用する荷重となる。今、横梁が全然曲らないものとすれば、上層の梁は 2 徑間の連続梁となり、中間支承の反力、即ち上層の梁から横梁に作用する荷重は  $Q$  に正比例するから、之を  $\alpha Q$  と置くことが出来る。但し  $\alpha$  は常に 1 より小である。然し實際には、横梁が彈性的に曲がるから、上層の梁から横梁に傳はる荷重  $R$  は、一般に  $\alpha Q$  より小であつて、其の減少量は横梁の撓み  $y$  に正比例する。故に一般に

$$R = \alpha Q - \gamma y \dots\dots\dots (1)$$

と置くことが出来る。但し  $\gamma$  は上層の梁の支間、曲げ剛さ及び横梁の位置に依つて定まる係数である。

上記の  $R$  は横梁に集中荷重として作用するのであるが、計算を簡單にするために、 $R$  を分布荷重に換算する。即ち

$$r = q - ky, \quad q = \alpha Q/d, \quad k = \gamma/d \dots\dots\dots (2)$$

とすれば、 $r$  は横梁の單位長に作用する分布荷重であつて、従つて横梁の彈性曲線の微分方程式は

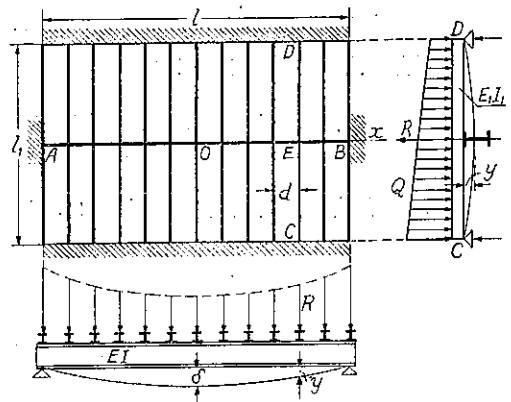
$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q - ky \dots\dots\dots (3)$$

となる。之は彈性床の上の梁の彈性曲線の微分方程式と同一である。

今、横梁の兩端が單純に支承せられるものとすれば、此の邊縁條件と (3) 式とを満足する  $y$  の解は

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}, \quad u = \frac{\beta l}{2}$$

第 一 圖



と置くことに依つて

$$y = \frac{q l^4}{64 E I u^4} \left[ 1 - \frac{2 \sin u \cdot \sinh u}{\cos 2u + \cosh 2u} \cdot \sin \alpha x \cdot \sinh \alpha x - \frac{2 \cos u \cdot \cosh u}{\cos 2u + \cosh 2u} \cdot \cos \alpha x \cdot \cosh \alpha x \right] \dots\dots\dots(5)$$

となる。但し  $x$  の原点は横梁の中點にあるものとする。故に横梁の中點の撓み  $\delta$  は

$$\delta = (y)_{x=0} = \frac{q l^4}{64 E I u^4} \left( 1 - \frac{2 \cos u \cdot \cosh u}{\cos 2u + \cosh 2u} \right) \dots\dots\dots(6)$$

であり、此の點の横梁の曲モーメントは

$$M = - E I \left( \frac{d^2 y}{d x^2} \right)_{x=0} = \frac{q l^2}{8} \cdot \frac{\sinh u \cdot \sin u}{u^2 (\cosh 2u + \cos 2u)} \dots\dots\dots(7)$$

となる。

2. 横梁の撓みを三角函数の無限級數で表はす方法 今  $x$  の原点を横梁の一端にとり、横梁の彈性曲線を

$$y = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2 \pi x}{l} + a_3 \sin \frac{3 \pi x}{l} + \dots\dots\dots(8)$$

で表はし得るものとすれば、係數  $a_1, a_2, a_3, \dots$  は次の如くにして決定することが出来る。

即ち、横梁の内力の仕事 (歪エネルギー) を  $V_1$  とすれば

$$V_1 = \int_0^l \frac{M^2}{2 E I} dx = \frac{E I}{2} \int_0^l \left( \frac{d^2 y}{d x^2} \right)^2 dx = \frac{E I \pi^4}{4 l^3} \sum_{n=1}^{n=\infty} n^4 a_n^2$$

であつて、上層の梁を横梁の彈性床と考へれば、上層の梁の内力の仕事  $V_2$  は

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_0^l k y^2 dx = \frac{k l}{4} \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n^2$$

となる。故に原点より  $x$  なる距離に於ける  $q \cdot dx$  なる外力に依る横梁の撓みを考慮すれば

$$\frac{\partial (V_1 + V_2)}{\partial a_n} da_n = q \cdot dx \cdot \sin \frac{n \pi x}{l} da_n$$

に依つて  $a_n$  を決定することが出来る。即ち (4) 式の關係を考慮すれば、上式より

$$a_n = \frac{2 l^3 q \sin \frac{n \pi x}{l} dx}{E I (\pi^4 n^4 + 64 u^4)}$$

となる。之は  $q \cdot dx$  なる外力に對するものであるから、上式の右邊を  $x=0$  から  $x=l$  の間に積分することに依つて  $a_n$  が決定される。斯くして求められた  $a_1, a_2, a_3, \dots$  の値を (9) 式に代入すれば、(9) 式は

$$y = \frac{4 q l}{E I \pi^4} \sum_{n(\text{奇數})} \frac{\sin \frac{n \pi x}{l}}{n^3 + \frac{64 u^4}{\pi^4}} \dots\dots\dots(10)$$

となる。

實際には  $u$  は一般に 1 より小であるから、近似的には上式の第一項のみで充分である。従つて上式の第一項のみをとれば、横梁の中央に於ける撓み  $\delta$  は近似的に

$$\delta = (y)_{x=l/2} = \frac{4q l^4}{EI \pi^6} \cdot \frac{1}{1 + \frac{64n^4}{\pi^4}}$$

となる。(10)式に依つて  $y$  が與へられるから、曲モーメント其他の計算には最早何等の困難もない。

**3. 横梁が二つある場合** 上記の方法は横梁が二つある場合にも應用することが出来る。今  $y_1$  及び  $y_2$  を夫々此の二つの横梁の撓みとし、上層の梁 1 本から此の二つの横梁に作用する力を夫々  $R_1$  及び  $R_2$  とすれば、(1)式と等しく

$$R_1 = \alpha_1 Q - \gamma_1 y_1 - \gamma_1' y_2, \quad R_2 = \alpha_2 Q - \gamma_2 y_1 - \gamma_2' y_2$$

とすることが出来、係数  $\alpha_1, \gamma_1, \dots, \gamma_2'$  は、すべて上層の梁を 3 徑間の連続梁と考へることに依つて決定されるものである。此の  $R_1$  及び  $R_2$  は横梁の集中荷重となるのであるが、之を (2) 式の如く

$$\frac{R_1}{d} = q_1 - k_1 y_1 - k_1' y_2, \quad \frac{R_2}{d} = q_2 - k_2 y_1 - k_2' y_2$$

なる分布荷重に換算し、 $y_1$  及び  $y_2$  を近似的に

$$y_1 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}, \quad y_2 = a_2 \sin \frac{\pi x}{l} \dots \dots \dots (11)$$

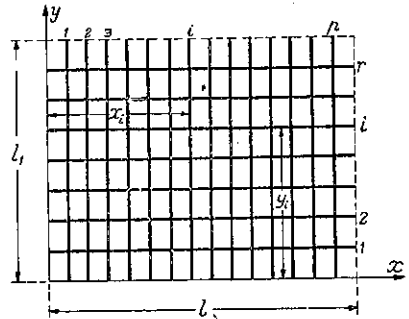
と假定すれば、2 に於けると同様なエネルギーの方法に依つて

$$a_1 = \frac{2l^3}{EI \pi^4} \left( \frac{2l}{\pi} q_1 - \frac{\alpha_1 k_1 l}{2} - \frac{\alpha_2 k_1' l}{2} \right), \quad a_2 = \frac{2l^3}{EI \pi^4} \left( \frac{2l}{\pi} q_2 - \frac{\alpha_1 k_2 l}{2} - \frac{\alpha_2 k_2' l}{2} \right)$$

の兩式を得、之より  $a_1$  及び  $a_2$  を解くことが出来る。但し横梁の曲げ剛さを同一と假定したのである。

**4. 多数の横梁がある場合** 第二圖に示すが如く、多数の横梁がある場合には、 $xy$  面を格子の面にとる關係上、撓みを  $w$  で表はす。今すべての梁の端が單純支承であるものとすれば

第二圖



$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m \pi x}{l} \sin \frac{n \pi y}{l_1} \dots \dots \dots (12)$$

と置くことが出来るであらう。上式の係数  $a_{mn}$  を決定するには、2、と同様の方法に依る。上層の梁の員数を  $p$ 、横梁の員数を  $r$ 、上層の梁の曲げ剛さを  $EI_1$ 、横梁の曲げ剛さを  $EI$  とすれば、之等の梁に於ける内力の仕事の總和  $V$  は

$$V = \frac{\pi^4 EI_1}{4 l_1^3} \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{\infty} n^4 A_{ni}^2 + \frac{\pi^4 EI}{4 l^3} \sum_{i=1}^r \sum_{m=1}^{\infty} m^4 B_{mi}^2 \dots \dots \dots (13)$$

となる。但し  $A_{ni}$  及び  $B_{mi}$  は

$$A_{ni} = a_{1n} \sin \frac{\pi x_i}{l} + a_{2n} \sin \frac{2 \pi x_i}{l} + a_{3n} \sin \frac{3 \pi x_i}{l} + \dots \dots \dots (a)$$

$$B_{mi} = a_{m1} \sin \frac{\pi y_i}{l_1} + a_{m2} \sin \frac{2 \pi y_i}{l_1} + a_{m3} \sin \frac{3 \pi y_i}{l_1} + \dots \dots \dots (b)$$

である。故に係数  $a_{mn}$  は

$$\frac{\partial V}{\partial a_{mn}} a_{mn} = d a_{mn} \int_{x=0}^l \int_{y=0}^{l_1} q \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \sin \frac{n \pi y}{l_1} dx dy \dots \dots \dots (14)$$

より決定することが出来る。但し  $q$  は格子の単位面積に作用する荷重であつて、等布荷重の場合には、 $q$  が定数であるから、(14) 式は次の如くなる。

$$\frac{\pi^4 E I_1}{2 l_1^3} \sum_{i=1}^p n^4 A_{ni} \sin \frac{m \pi x_i}{l} + \frac{\pi^4 E I}{2 l^3} \sum_{i=1}^r m^4 B_{mi} \sin \frac{n \pi y_i}{l_1} = \frac{4 q l l_1}{\pi^2 m n} \dots\dots\dots(15)$$

今、格子を形成する梁がすべて等間隔にあるものとすれば、上記の諸公式に於て

$$\sin \frac{m \pi x_i}{l} = \sin \frac{m \pi i}{p+1}, \quad \sin \frac{n \pi y_i}{l_1} = \sin \frac{n \pi i}{r+1}$$

となり、之を (15) 式に代入すれば、 $m+n < 2(p+1)$ 、 $m+n < 2(r+1)$  の場合には、(15) 式が

$$n^4 \frac{p+1}{2} \cdot \frac{\pi^4 E I}{2 l_1^3} a_{mn} + m^4 \frac{r+1}{2} \cdot \frac{\pi^4 E I}{2 l^3} a_{mn} = \frac{4 q l l_1}{\pi^2 m n} \dots\dots\dots(16)$$

になることが證明出来る。實際、計算上無限級数の最小の幾項のみを採用し、且つ  $p$  及び  $r$  を充分に大であるものとすれば、 $m+n < 2(p+1)$  及び  $m+n < 2(r+1)$  の條件が成立するから、従つて (16) 式を採用することが出来る。故に

$$a_{mn} = \frac{16 q l_1 l^3}{\pi^6 m n E I} \cdot \frac{1}{m^4(r+1) + n^4(p+1) \frac{l^3 I_1}{l_1^3 I}} \dots\dots\dots(17)$$

を得る。之を (12) 式に代入すれば、各點の撓み  $w$  が求められ、之を基礎として反力、曲モーメント等を計算することも出来る。特に中央の横梁の撓みを求めて見れば、此の場合には  $y = l_1/2$  であるから

$$(w)_{y=l_1/2} = \frac{16 q l_1 l^3}{\pi^6 E I (r+1)} \left[ \sum_{m(\text{奇数})} \frac{\sin \frac{m \pi x}{l}}{m \left( m^4 + \frac{p+1}{r+1} \frac{l^3 I_1}{l_1^3 I} \right)} - \frac{1}{3} \sum_{m(\text{奇数})} \frac{\sin \frac{m \pi x}{l}}{m \left( m^4 + \frac{3(p+1)}{r+1} \frac{l^3 I_1}{l_1^3 I} \right)} + \dots\dots \right] \dots\dots\dots(18)$$

となり、此のうちの第一項のみをとれば、極く近似的に

$$(w)_{y=l_1/2} = \frac{16 q l_1 l^3}{\pi^6 E I (r+1)} \cdot \frac{\sin \frac{\pi x}{l}}{1 + \frac{p+1}{r+1} \frac{l^3 I_1}{l_1^3 I}} \dots\dots\dots(19)$$

となる。

(福田武雄抄譯)

## 脆性材料の引裂破壊に就て

(L. Prandtl, Göttingen, Ein Gedankenmodell für den Zerreivorgang spröder Körper. Zeitschr. f. angew. Math. und Mech. Bd. 13, Heft 2, April 1933.)

脆性材料より成る物體の引裂破壊に就ては、未だ余り多くのことは知られて居ない。破壊試験に於て観測し得るものは、物體の破壊直前に於ける荷重と、破壊面の位置及び其の形状である。然し脆性材料の破壊に於ては、物

體の全量のうち極く一小部分のみが之に關與するものであるから、試験結果が區々であるのもまた止むを得ないことである。物質の分子構造が不安定になると言ふ、物理的理論に依つて脆性材料の引裂破壊を説明せんとする試みは、實際試験に依つて測定される値の 100 倍位の破壊荷重を與へる。

此の種の脆性物質の破壊に關して最も首肯し得る説明は A. A. Griffith の毛狀裂目の説である<sup>1)</sup>。即ち脆性物質の中には極めて微細な毛狀裂目が無數にあつて、外力のために此の裂目が擴大することに依つて破壊が起ると言ふ説である。そして物體が破壊せんとするときの potential energy の變化は零であると考へられるから、従つて裂目が擴大する爲に物體内の歪エネルギーが減少し、其の減少量が丁度裂目の擴大の爲に裂目の表面張力に對してなされる仕事の増加量と相等しいと考へることが出来る。斯くして、引裂破壊が起る場合の應力  $\sigma_c$  が  $\sqrt{ET/l}$  に比例すると言ふ結果が得られる。但し  $\sigma_c$  は裂目と直角の方向の張應力、 $E$  は材料の彈性係數、 $T$  は表面張應力、 $l$  は裂目の長さである。

上記の理論が可成り信頼に値し得るものとしても、筒引裂試験に於ける時間の影響等の可成り多くの問題が未解決のままに残されて居る。それで茲では、著者が前に發表したと同様の考へ方に依つて、脆性材料の引裂破壊に就て考へて見る<sup>2)</sup>。

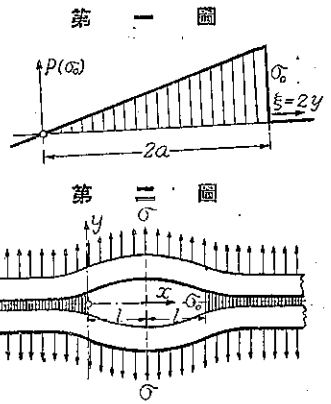
今、2 個の物體 A 及び B が互に彈性的に結合されて居て、A と B との間の距離  $\xi$  が增大するに従つて、A と B との間に作用する引力  $P$  が増加し、其の關係が第一圖に示すが如く、 $\xi$  が或る限度以内に於ては  $P$  と  $\xi$  とが正比例し、 $\xi = 2a$  になつたときに  $P$  が急に零になるものと假定する。即ち  $\xi$  が  $2a$  以上になれば最早引力が作用しないものと假定する。そして上記の物體を第二圖に示すが如き梁と考へ、此の間に既に長さ  $2l$  なる裂目が存在して居るものと考へる。即ち脆性材料が斯の如き梁の無數の群より成立するものと想像するのである。

上記の梁は第二圖に示すが如き等布荷重を受けて撓み  $y$  を生ずるが、梁と梁との間の距離  $\xi = 2y$  が  $2a$  より小なる部分には、第一圖に従つて  $y$  に比例する反力(引力)が作用する。梁に作用する等布荷重は即ち脆性材料の引裂試験の際の張應力であつて、之を  $\sigma$  で表はす。そして  $y \leq a$  なる部分には  $ky$  なる反力が作用するから、上記の梁の彈性曲線の方程式は  $x \leq 0$  及び  $x \geq 2l$  に對して

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = \sigma - ky \dots\dots\dots (1)$$

である。茲では  $x \leq 0$  の部分にのみ就て考へ、 $x = -\infty$  に於て  $y$  を零とする。(1) 式の一般解は

$$y = \frac{\sigma}{k} + e^{\alpha x} (C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x) \dots\dots\dots (2)$$



1) "The theory of rupture", Proc. First Intern. Congr. of Appl. Mech., Delft 1924, S. 55. 其他 A.A. Griffith: The phenomena of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A. 221, 1920, S. 163; A. Smekal: Technische Festigkeit und molekulare Festigkeit, Die Naturewissenschaften, 1922, S. 799; K. Wolf: Zur Bruchtheorie von A. Griffith, Ztschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 3, 1923, S. 107 等を参照すべし。  
 2) L. Prandtl: Ein Gedankenmodell zur kinematischen Theorie der festen Körper, Ztschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 8, 1923, S. 85.

但し  $\alpha = \sqrt{k/4EJ}$  である。

然るに  $0 \leq x \leq 2l$  の間に於ては

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = \sigma \dots \dots \dots (1a)$$

であつて、(2) 式と (1a) 式の解とは、 $x=0$  に於て、 $y$ 、撓み角、曲モーメント及び剪力に等しく同一の値を示さねばならないから、(1a) 式の解は  $0 \leq x \leq 2l$  に對して

$$y = \frac{\sigma}{k} + C_1 + \alpha(C_1 + C_2)x + \alpha^2 C_2 x^2 + \alpha^3(C_2 - C_1) \frac{x^3}{3} + \frac{\sigma x^4}{24 EJ} \dots \dots \dots (3)$$

となる。そして  $x=l$  に於ては撓み曲線の切線が水平であつて、且つ剪力が零であるから

$$\frac{dy}{dx} = 0, \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 0$$

であり、此の條件より

$$C_1 = \frac{\sigma l}{4\alpha^3 EJ} \cdot \frac{1 + 2\alpha l + \frac{2}{3}\alpha^2 l^2}{1 + \alpha l}, \quad C_2 = \frac{\sigma l}{4\alpha^3 EJ} \cdot \frac{\frac{2}{3}\alpha^2 l^2 - 1}{1 + \alpha l} \dots \dots \dots (4)$$

となる。此の  $C_1$  及び  $C_2$  を上記の  $y$  の式に代入すれば、夫に依つて  $y$  が一意的に決定せられる。

然るに  $x=0$  に於ける  $y$  の値が  $a$  に等しくなつたときに、即ち  $y(0)=a$  になつた時に裂目が擴大し始めるから、此の時の  $\sigma$  が、引裂試験に於て、既に存在せる毛狀裂目を擴大するに必要な張應力、換言すれば引裂試験に於ける破壊張應力になる。故に  $y(0) = \frac{\sigma}{k} + C_1 = a$  より

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{1 + \alpha l}{1 + 2\alpha l + 2\alpha^2 l^2 + \frac{2}{3}\alpha^3 l^3} \dots \dots \dots (5)$$

を得る。但し  $\sigma_0$  は  $\sigma_0 = ka$  であつて、2 個の梁の間に作用をする反張應力の極限值、即ち  $x=0$  に於ける局部的張應力である。

上記の如く脆性材料の引裂試験に於て、材料内の張應力が (5) 式の  $\sigma$  以下ならば釣合が保たれるが、張應力が (6) 式の  $\sigma$  を超過すれば最早釣合は保たれず、毛狀裂目は漸次擴大して遂に破壊に至るものである。(6) 式より明かなるが如く、裂目の長さ  $l$  が大となるに従つて  $\sigma$  が小となることは、性質的には Griffith が與へた結果と一致するが、Griffith の場合には  $\sigma$  は  $\sqrt{l}$  に反比例し、著者の場合には  $\sigma$  は近似的に  $l^3$  に反比例する。然し此の様な問題では性質的に一致することを以て満足すべきではなからうか。

次に引裂試験に於ける時間の影響に就て考慮する。外力に依る等布張應力  $\sigma$  が或る一定値  $\sigma_1$  に達した時を時間の原點  $t=0$  とし、之以後は  $\sigma = \sigma_1$  が持続的に作用する場合に裂目が段々と擴大するものと考へる。此の場合、裂目の端に於ける局部的張應力  $\sigma_0$  は時間に依つて變化し、其の割合は、 $\sigma$  が  $\sigma_1$  に達するまでの荷重増加の速度、既に不安定となれる裂目の數等に支配されるものであるが、著者の前論文<sup>3)</sup> に示した如く、 $\sigma_0$  と時間  $t$  との關係を近似的に

$$\sigma_0 = A + B \ln c \dots \dots \dots (6)$$

とすることが出来る。但し  $c$  は  $c = d\epsilon/dt$  であつて、裂目の間隔が增大する速度である。そして著者の場合には

$$c = \frac{dy}{dx}(0) \cdot \frac{dl}{dt} = \alpha(C_1 + C_2) \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{2\sigma_1 \alpha^3 l^3}{k} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3}\alpha l}{1 + \alpha l} \cdot \frac{dl}{dt}$$

であつて、一般に  $c = \frac{\alpha \sigma_1}{k} \varphi(\alpha l) \cdot \frac{dl}{dt}$  とすることが出来る。故に (6) 式より

$$\sigma_0 = A + B \ln \left\{ \frac{\alpha \sigma_1}{k} \varphi(\alpha l) \cdot \frac{dl}{dt} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

となる。また (5) 式に依つて

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot \frac{1 + 2\alpha l + 2\alpha^2 l^2 + \frac{2}{3}\alpha^3 l^3}{1 + \alpha l} \dots \dots \dots (8)$$

であつて、之は一般に  $\sigma_0 = \sigma_1 f(\alpha l)$  とすることが出来、 $f(\alpha l)$  に対して Griffith の解を代入しても何等差支へない。要するに之と (7) 式とより  $\sigma_0$  を消去すれば

$$\frac{\sigma_1 f(\alpha l)}{c} = \frac{A}{cB} \cdot \frac{\alpha \sigma_1}{k} \varphi(\alpha l) \cdot \frac{dl}{dt}$$

を得、之より

$$t = \int_{l_0}^l \frac{\alpha \sigma_1}{k} \varphi(\alpha l) \cdot e^{\frac{A - \sigma_1 f(\alpha l)}{B}} dl \dots \dots \dots (9)$$

を得る。此の式の右邊は常に有限値であるから、 $l = \infty$  の場合の  $t$  を求むれば、 $l = 0$  に於て  $\sigma$  が  $\sigma_1$  に等しくなり、其後  $\sigma = \sigma_1$  が持続する場合に裂目が物體全部に擴大して物體が破壊するまでの時間を求めることが出来る。此の時間を  $t_1$  とすれば、(9) 式の指數函數を Taylor 級數に展開して其の最初の 2 項のみをとることに依つて、近似的に

$$t_1 \cong \frac{\alpha B}{k} \cdot \frac{\varphi(\alpha l_0)}{f'(\alpha l_0)} \cdot e^{\frac{A - \sigma_1 f(\alpha l_0)}{B}} \dots \dots \dots (10)$$

とすることが出来る。但し  $2l_0$  は  $t = 0$  に於ける裂目の長さである。

(福田武雄抄譯)

## 四邊固定矩形版の挫屈荷重の厳密解法

(G. I. Taylor, *Cambridge*, The Buckling Load for a rectangular Plate with four Clamped Edges. *Zeitschr. f. angew. Math. und Mech.*, Bd. 13, Heft 2, April 1933.)

矩形版の邊に、之と直角の方向に推力が作用する場合の矩形版の安定、即ち其の挫屈に就ては、既に

- (a) 四邊が單純に支持せられる場合<sup>1)</sup>,
- (b) 對向二邊が單純に支持せられ、之と直角なる對向二邊が固定せられる場合<sup>2)</sup>,

の厳密解が求められて居る。また兩邊に、方向が互に反對であつて其の大きさの等しい剪應力を受ける無限帯

<sup>1)</sup> Bryan, *Lond. Math. Soc. Proc.* Vol. 22, 1891, p. 54.

<sup>2)</sup> Reissner, *Zentralbl. d. Bauverw.* 1909, p. 93.