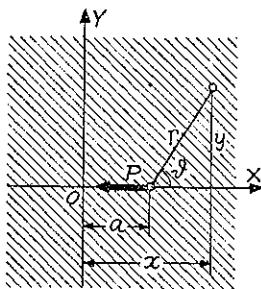
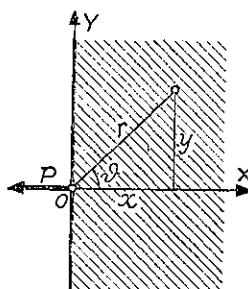


となる。

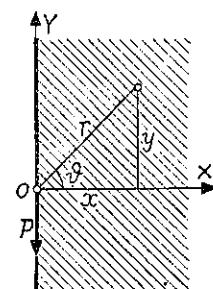
### 第三圖



第四圖



## 第五圖



(福田武雄抄譯)

## 圓錐槽及圓錐穹窿の解法

( E. Lichtenstern: Die biegungsfeste Kegelschale mit linear veränderlicher Wandstärke, )  
 Zeitsch. f. angew. Math. und Mech., Bd. 12, Heft 6, 1932.

水槽、油槽、サイロ等の槽底或は建築物の穹窿等に應用される圓錐形の構造物、所謂 conical shell の厚さが一様なる場合の厳密解は既に Dubois 等に依つて求められて居る。本文は厚さが等變する場合の conical shell の解法に就て述べたものである。勿論普通の構造力学に於ける  
 諸種の假定、殊にフックの法則、對稱荷重及厚さが他の寸法に比し充分に小であること等の假定が設けられる。

## 1. 圓錐槽の微分方程式

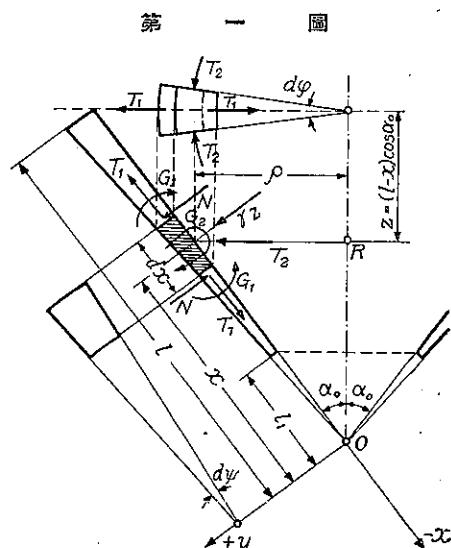
第一圖に示すが如く比重  $\gamma$  なる液體が圓錐槽の頂部まで貯へられたるものとする。若し液體の表面が  $l$  の方向に測つて圓錐槽の頂部より  $h$  だけ上にあるものとすれば、以下すべての算式中に於て  $l$  の代りに  $l+h$  とすればよい。扱て上記の液體は任意の一點に於て  $\gamma z$  なる壓力度を有するから、槽壁の微體面積  $dF = d x \cdot x d\psi$  に作用する壓力は

$$d\,q = \gamma z \cdot d\,x \cdot x\,d\,\psi \\ = \gamma(l-x)\cos\alpha_0 \cdot d\,x \cdot x\,d\,\psi \dots \dots \dots \quad (1)$$

となり、之が爲に槽壁には環應力  $\sigma_t$  及其合成功力  $T_t = \sigma_t \cdot l \cdot \delta$  ( $\delta$  は槽壁の厚さ),  $l$  の方向の軸力  $T_b$ , 剪力  $N$ , 鷺曲率

$G_1$  及  $G_2$  を生ずる。此彎曲率のうち  $G_2$  は紙面に垂直なる平面内に作用するものであつて、厚さが一様なる場合の厳密解の結果から見れば、此  $G_2$  の影響は極めて小であるから、本論文に於ては之を無視する。

$\sigma_1$  及其合成力  $T_2$  と  $x$  に於ける構壁の挠度  $\gamma$  との関係は次の如きものである。



$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= E \frac{\Delta \rho}{\rho}, & \rho &= x \sin \alpha_0, & \Delta \rho &= \frac{y}{\cos \alpha_0}, \\ \therefore \sigma_t &= \frac{E y}{\rho \cos \alpha_0} = \frac{E y}{x \sin \alpha_0 \cos \alpha_0}, & T_2 &= \frac{E y \delta}{x \sin \alpha_0 \cos \alpha_0}. \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

故に  $d x \cdot x d \psi \cdot \delta$  なる槽壁の微量部分に作用する荷重  $\gamma$  は

$$p = d\,q - \sigma_1 \cdot \delta \cdot d\,x \cdot d\,\varphi \cdot \cos \alpha_0$$

であつて、茲に於て  $d\varphi = x/p \cdot d\psi$  なることを考慮し、 $dx = 1$  とすれば

$$p = \gamma(l - x) \cos \alpha_0 x d\psi - \frac{E y}{\rho \cos \alpha_0} \delta \frac{x}{\rho} d\psi \cos \alpha_0,$$

である。また幅  $rd\psi$ , 厚さ  $\delta$  なる槽壁の断面の二次率  $J$  は

であるから、(3) 及 (4) 式を弾性曲線の方程式：

$$E \frac{d^2}{dx^2} \left( J \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = p \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

に代入すれば、此場合の微分方程式として

$$\frac{E}{12} \frac{d^2}{dx^2} \left( x \delta^3 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = \gamma (l - x) x \cos \alpha_0 - \frac{E y \delta}{x \sin^2 \alpha_0}. \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

を得る。

故に特に  $\delta = \text{constant}$  の場合には

となり、 $\delta$  が等變するもの、即ち  $\delta = \delta_0 x$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2}{dx^2} \left( x^4 \frac{dy}{dx^2} \right) + A_1 y = B_1 \ln x - B_1 x^2, \\ & A_1 = \frac{12}{\delta_0^2 \sin^2 \alpha_0}, \quad B_1 = \frac{12 \gamma \cos \alpha_0}{E \delta_0^3} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

を得る。

## 2. 圓錐穹窿の微分方程式

圓錐窓檻に於て其表面の単位面積に作用する垂直荷重を  $q$  とし、之を等布荷重と考へれば前と同様にして  $\delta = \text{constant}$  の場合に對し

$$\left. \begin{aligned} x \frac{d^2}{dx^2} \left( x \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + A_2 y = B_2 x^2, \\ A_2 = \frac{12}{\delta^3 \sin \alpha_0}, \quad B_2 = \frac{12 q \cos \alpha_0}{E \delta^3} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

を得、 $\delta = \delta_0 x$  と等価する場合には

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2}{dx^2} \left( x^4 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + A_3 y = B_3 x, \\ & A_3 = \frac{12}{\delta_0^2 \sin^2 \alpha_0}, \quad B_3 = \frac{12 q \cos \alpha_0}{E \delta_0^3} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

を得る。

### 3. 微分方程式の解法

次には微分方程式 (8) 式の解法をのみ記述する。何となれば (7) 及 (9) 式の解は既に Kann<sup>(1)</sup> に依つて求められて居り、(10) 式の解は (8) 式の解と同様にして求め得るからである。

微分方程式 (8) 式の特解の一つは

$$y_1 = \frac{B_1 l}{A_1} x - \frac{B_1}{A_1 + 24} x^2 \quad (11)$$

であるから、(8) 式の一般解は (8) 式に属する homogeneous equation:

$$x^4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8 x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 12 x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + A_1 y = 0 \quad (8a)$$

の一般解に上記の特解を加へることに依つて求められる。(8a) 式の一般解は之を  $x^{m_i}$  の形で表せば

$$y = C_1 x^{m_1} + C_2 x^{m_2} + C_3 x^{m_3} + C_4 x^{m_4} \quad (12)$$

となり、また  $t = \lg x$  として  $e^{mt}$  の形で表せば

$$y = K_1 e^{m_1 t} + K_2 e^{m_2 t} + K_3 e^{m_3 t} + K_4 e^{m_4 t} \quad (13)$$

となる。但し上式に於て  $m$  は

$$m_1, m_2, m_3, m_4 = \pm \sqrt{\frac{5}{4} \pm \sqrt{1 - A_1}} - \frac{1}{2} \quad (14)$$

であり、 $C$  及  $K$  は邊縁條件に依り決定すべき常数である。上記の解は  $A_1 > 1$  の場合には實の値を與へ得ない。それで  $A_1 > 1$  の場合に實の解を得るために

$$\left. \begin{aligned} & \alpha = \frac{5}{4}, \quad b = \sqrt{A_1 - 1}, \quad R = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \sin \varepsilon = \frac{b}{R}, \quad \cos \varepsilon = \frac{a}{R}, \\ & \alpha = \sqrt{R} \cos \frac{\varepsilon}{2} - \frac{1}{2}, \quad \beta = \sqrt{R} \sin \frac{\varepsilon}{2}, \quad \gamma = \sqrt{R} \cos \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

と置けば、(14) 式は

$$m = \pm (\alpha \pm i b)^{1/2} = \pm \sqrt{R} \left( \cos \frac{\varepsilon}{2} \pm i \sin \frac{\varepsilon}{2} \right) - \frac{1}{2} \quad (14a)$$

となり、従つて (13) 式の一般解は

$$y = K_1 e^{(\alpha+i\beta)t} + K_2 e^{(\alpha-i\beta)t} + K_3 e^{-(\gamma+i\beta)t} + K_4 e^{-(\gamma-i\beta)t}, \quad (13a)$$

或は  $y = e^{\alpha t} (K_1' \cos \beta t + K_2' \sin \beta t) + e^{-\gamma t} (K_3' \cos \beta t + K_4' \sin \beta t), \quad (16)$

即ち  $y = x^\alpha \left[ K_1' \cos (\beta \lg x) + K_2' \sin (\beta \lg x) \right] + x^{-\gamma} \left[ K_3' \cos (\beta \lg x) + K_4' \sin (\beta \lg x) \right] \quad (16a)$

となり、(16) 式或は (16a) 式は  $A_1 > 1$  なる場合に對して實解を與へる。

上記の如くにして  $y$  が求められれば  $\sigma_t$  は (2) 式に依つて決定され、麴曲率  $G_1$  は

<sup>(1)</sup> F. Kann: Kegelförmige Behälterböden, Forschungsarb. a. d. G. d. Eisenbetons.

に依つて求められ、 $T_1$  及び  $N$  は次の平衡條件：

$$\left. \begin{aligned} x \frac{d G_1}{d x} + G_1 &= N \cdot x, \\ x \frac{d T_1}{d x} + T_1 &= T_2 + Y \cdot x, \\ x \frac{d N}{d x} + N &= Z \cdot x - T_2 \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

より解くことが出来る。但し  $\Sigma F_y$  及  $\Sigma M_z$  は夫々牆壁の方向及之と垂直の方向の荷重の分力である。

(福田武雄抄譯)

## 鐵筋コンクリート桁の撓度

(Deflection in Reinforced Concrete Beams. By Donald M. Burmister, Instructor in Civil Engineering, Columbia University, New York. Civil Engineering, Oct. 1932 p. 626.

鐵筋コンクリート桁及版の設計に當つては設計荷重に依る最大撓度が一定の規定を超過せぬ様に考慮せられることが必要である。鋼桁に於ては撓度公式を用ひて此規定に適合せる設計が行はれ、而も相當信すべき結果を示してゐるが、從來鐵筋コンクリート桁の撓度算定に用ひらるゝ公式は極めて複雑にして、實際上之れを利用することは困難であつた。併しながら鐵筋コンクリート桁の撓曲の解析には鋼桁に於けると同じ理論と假定とが適用される故に、兩者には同様な研究が進められ得るわけである。鋼桁の撓度公式の最も實用的な點は撓度が縦維應力及桁高の項で表はされることで、 $L$  を徑間長、 $f$  を縦維應力、 $E$  を彈性率、 $d$  を桁高とすれば、撓度  $\delta$  は次の如くなる。

但し  $C$  は桁の支承状態及載荷状態に關する定數である。桁の断面が對稱なるとき中立軸より縁維に至る距離を  $c$  とせば  $2c=d$  にして

此公式を鉄筋コンクリート桁に應用して、或る一定の跨間長、載荷状態及支承状態を有する鉄筋コンクリート桁の撓度は矢張り鉄筋の應力と中立軸の位置のみに關係することが知られる。即ち撓度は第一圖より鉄筋の應力  $f_s$  と中立軸より抗張鉄筋に至る距離  $c = d(1 - l)$  とに依つて表はされる。

$$\mathcal{A} = \frac{C f_s L^2}{E_c d [1^2(1-b)]} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

之に依れば挠度に対する鉄筋コンクリート桁の有效高は中立軸より抗張鉄筋に至る距離の2倍に等しく、一定の繊維強度に対する桁の剛性は実際の板高に依つて著へられるものよりも大である。例へば通常の平筋鉄筋量の断