

論 說 報 告

第十九卷 第三號 昭和八年三月

土 壓 計 算 の 一 考 察

會 員 工 學 士 田 村 義 正

On the Calculation of the Earth Pressure

By Yoshimasa Tamura, C. E., Member.

内 容 梗 概

本論は土壓計算法に關する實用公式の一試案にして、土楔論に於ては常に擁壁背面に於ける土の三角形を想像し、之が楔の働きをなして土壓を生ぜしむるものなりと假定せるに反し、之を極微小部分に極限して滑動面が直線なりとの假定の爲に起るべき誤差を除き、土の支持力並に受働土壓に就て土楔論よりも簡明に説明せんと試みたるものなり。

第 一 章 總 說

土の壓力及其抵抗力に關する理論は未だ一定せられたるものなし。

現今最も一般に實際家の間に用ひられて居るものはランキン氏の土壓論及クーロン氏の土壓論である。殊にクーロン氏の土壓論は Culmann, Rebhann, Poncelet 等によつて助成せられ一般には土楔論として知られて居る。ランキン氏土壓論と土楔論との比較は既に 歐米諸國に於て充分に 討論し盡されて居る。

要するに技術者が實際上に利用するに當つては其理論の 基づく假定が極めて簡單にして 現實の場合に比較研究するに便なることが最も重要な事柄である。

尙如何に假定が合理的であつても計算の 途中に少しの不合理をも 包含してはならぬ事は言ふ迄もない事柄である。

土楔論は極めて簡單なる假定に 基き土壓の大き及方向を定むる爲に、最後迄合理的に計算を進め實際家に取つて最も好參考資料を興へて居る。然しながら土楔論と雖も完全なるものではなく 改良すべき幾多の點を有することは周知の事實である。

著者は土楔論の基づく假定に立脚し理論の内容に 改造を加へ其應用範圍を廣め 實際家の利用に便せんと志すものである。

土 の 摩 擦 角

土の最大摩擦角を φ とするとき摩擦係數 f は $\tan \varphi$ に等しい。而して土の最大摩擦角 φ は土の自然勾配に等しいと言ふ假定は Waltmann 以來用ひらるるに至り土楔論或はランキン氏土壓論に於ても共に自然勾配の正切は土の最大摩擦係數 f に等しきものとして行はれて居る。

然しながら正當なる摩擦係數は自然勾配の正切には非ずして 自然勾配とは無關係に他の 方法により求められるべきものなることは明かなる事であるが、其大きさに就ては何等一定したる結果を示す迄には到達して居らず、又自然勾配の正切との差が何程位と言ふことも明かにされては居らぬ。

最近 Terzaghi 氏は其著書中 (Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, 1925. S. 305) に於て

この種の研究の種々の結果を述べて居る。然しながら一定の結論に到達しては居らぬ様である。

著者は本論に於ては粉體の自然勾配の正切が摩擦係数なりとの假定に基いて計算を進むることとする。

第二章 土 楔 論

此處に土楔論の根本方針の概要を述べて本論との比較に便ならしめんとす。

第一圖に於て擁壁背面を AB, 土壌の表面を AC, 滑動面を BC とする時, $\triangle ABC$ なる土の三角形は BC 面に沿ふて滑動せんとし AB, BC 兩面に對して楔の如き働きをなし AB, BC 兩面に壓力を及ぼし, その限界値に於ては BC 面の反力 Q は BC 面の法線と摩擦角 φ なる傾斜をなし AB 面に於ては同様に摩擦角 φ' なる傾きをなすものと想像せらる。

故に $\triangle ABC$ なる土の重量を G とすれば E, Q, G なる 3 力の力の三角形により

$$E = G \frac{\sin \angle cab}{\sin \angle bca}$$

となる。

この E が求むる AB 面に働く土壓の大きさである。然るに

$$\angle cab = \theta - \varphi, \quad \angle bca = 180^\circ - (\theta + \alpha - \varphi - \varphi')$$

之等の値を上式に代入すれば

$$E = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \alpha - \varphi - \varphi')} \dots \dots \dots (1)$$

次に E の値が θ に對して最大なる値を求むる爲に $dE/d\theta = 0$ と置いて之より得らるる θ の値を (1) 式に代入する事の複雑なる手数を要する代りに Rebhann 氏 或は Poncelet 氏の解法に基き E の最大なる値を得る事が出来る。

今 AC 面が直線をなし AC 面上に荷重無き場合は次の形となる (吉田徳次郎氏著 土壓及擁壁設計法 26 頁土楔論による)。

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{cosec}(\alpha - \varphi') \operatorname{cosec}^2 \alpha \frac{\sin^2(\alpha + \varphi)}{\left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \varphi') \sin(\varphi - \beta)}{\sin(\alpha - \varphi') \sin(\alpha + \beta)}} \right\}^2} \dots \dots \dots (2)$$

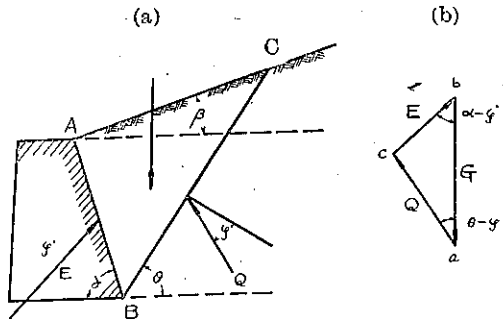
$$\overline{AC} = l \frac{\sin(\alpha + \varphi) \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \varphi') \sin(\varphi + \beta)}{\sin(\alpha - \varphi') \sin(\alpha + \beta)}}}{\sin(\varphi - \beta) \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \varphi') \sin(\varphi - \beta)}{\sin(\alpha - \varphi') \sin(\alpha + \beta)}} \right\}} \dots \dots \dots (3)$$

式中

- γ : 土の單位容積の重量,
- h : 擁壁背面 AB の垂直高
- l : 擁壁背面 AB の長さ,
- E : 擁壁の單位長さに及ぼす土壓

今 (2), (3) 式中に於て

第一圖



$$\alpha = 90^\circ, \quad \beta = 0, \quad \varphi = \varphi'$$

とすれば

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2} \sin \varphi)^2} \dots \dots \dots (4)$$

$$AC = h \frac{\sqrt{2} \cos \varphi}{1 + \sqrt{2} \sin \varphi} \dots \dots \dots (5)$$

故に

$$\tan \theta_0 = \frac{1 + \sqrt{2} \sin \varphi}{\sqrt{2} \cos \varphi} \dots \dots \dots (6)$$

今 (4) 及 (6) 式中の φ に種々の値を與へて計算すれば第一表に示す結果を得。但し表中 $V_1 = \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2} \sin \varphi)^2}$ とす。

第 一 表					
φ°	θ_0	V_1	φ°	θ_0	V_1
0	0°	1.000	25	51°-16'	0.355
5	38°-33'	0.790	30	54-20	0.297
10	41-48	0.634	35	57-25	0.249
15	45-0	0.518	40	60-26	0.210
20	48-10	0.427	45	63-26	0.177

若しも地表面上に等布荷重が在る場合は其単位長さの強度を p_0 とし、B 點より AC 線上に下したる垂線の長さを h' とすれば、(2) 式中の γ の代りに $(\gamma + 2p_0/h')$ と置いて E を求める事が出来る。

此土壓の働點は荷重なき場合は擁壁底面上 $1/3 h$ の點に在る。等布荷重ある場合には土壓分布圖は梯形となり $1/3 h$ よりも高所に働き、共に其方向は壁面の法線と φ' なる角をなす。

以上は土楔論の極めて大略を述べたのみであるが、後章に於て述べんとする著者の理論との比較に便ならしめんと欲したるに外ならぬ次第である。

第三章 土壓計算の一考察

著者の土壓計算法は土楔論の基ける概念を基礎とし殆んど同様なる假定に立脚して理論を進め、その算定法に改良を加へ理論を明確にし應用範圍を廣め實用上に便ならしめたるものにして、土壓論を根本的に純理的に解決せんとするものではない。

即ち土壤は非壓縮性の粘着力なき均等性の粉體なりとし、土壤中には摩擦力以外に何等内力は働かざるものとす。

本論が土楔論と異なる重要な相違點は土楔論は常に壁背面と滑動面との間に存する土の三角形體が楔として作用することに出發し、壁面に働く總土壓を算出するの目的に向へるに反し本論に於ては壁背面或は特に土壓を算出せんとする任意の平面に接する部分に於て土の微小三角形を考慮し、この微小三角形上に壓力が加はる時はこの三角形が楔の作用をなして求むる面上に壓力を生ずるものなりとしてこの微小面上の壓力を計算し、これを必要なる高さ或は範圍に積分して總土壓を算出する方法に改めたり。次で荷重の形態の如何に拘らず土壓に及ぼす影響を極めて簡単に算出し得ることである。従つて構造物等の基礎が擁壁に及ぼす影響或は擁壁底面の壓力が地盤に

及ぼす土壓等が明確に算定し得ることである。

第三に土壤の支持力に對して確固たる根據を與へ之に伴ひ 受働土壓に對して土楔論による從來の見解よりも明確なる解釋を與ふるに至れり。

勿論實際論としては上述の如き假定は不適當なる場合多き事は言を要せずと雖も、上述の如き假定に基き種々の状態に於ける土壓の關係を明かにすることは實際問題を處理すべき 技術者にとりては土楔論或は他の土壓論によるよりも一層適切なる參考資料たることを確信するものである。

以下章を分ちて之を論ぜんとす。

1. 垂直面に及ぼす土壓の大きさ

今第二圖に於て HH なる水平地表面下 z なる點に於て微小三角形 ABD を考へ紙面に垂直なる長さを單位長 にとりその厚さ AB を dz とし AB は垂直なりとす。

AD なる水平面上に q なる壓力が一樣に働きその合成力が $q \overline{AD} = G$ なるとき、水平面と θ なる傾斜角をなせる任意の斜面 BD 上には Q なる反力を生じ、BD 面を滑動せんとする 限界値に於てはその方向は法線と φ なる土の摩擦角をなして上方に向つて働

くべく、又他方 AB 面に於ては之と同様に p なる反力が働き滑動せんとする限界に於てはその法線と φ なる傾きをなして上方に働くべく、此兩者が同時に働きて G と釣合ふべきなり。

此 3 力 G, p, Q は第二圖 (b) に於て示すが如き力の三角形を形成し、p と G との關係は次式に示すが如き形となる。

$$p = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin\{180^\circ - (\theta - \varphi - 90^\circ - \varphi)\}} = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - 2\varphi)} \dots\dots\dots (1)$$

然るに AD 上に働く壓力 G の大きさは

$$G = q \overline{AD} = q dz \cot \theta,$$

此値を (1) 式に代入し

$$p = q dz \cot \theta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - 2\varphi)} \dots\dots\dots (2)$$

即ち (2) 式に於て p が最大となるべき BD の傾斜角 θ を求むる爲 p を微分して零と置けば

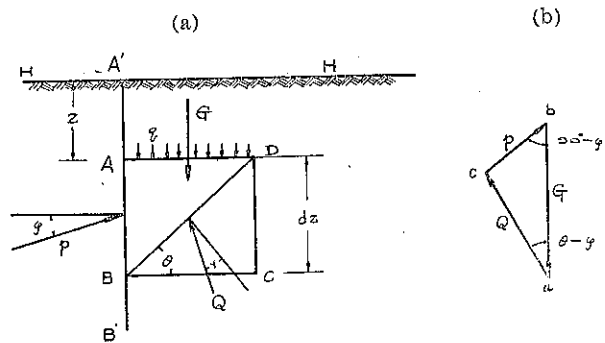
$$\frac{dp}{d\theta} = q dz \left\{ \cot \theta \frac{\cos(\theta - 2\varphi)\cos(\theta - \varphi) + \sin(\theta - \varphi)\sin(\theta - 2\varphi)}{\cos^2(\theta - 2\varphi)} - \operatorname{cosec}^2 \theta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - 2\varphi)} \right\} = 0,$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta \cos \varphi - \sin(\theta - \varphi) \cdot \cos(\theta - 2\varphi) = 0,$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta \cos \varphi - \{ \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \cos 2\varphi - \cos^2 \theta \sin \varphi \cos 2\varphi + \sin^2 \theta \cos \varphi \sin 2\varphi - \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \sin 2\varphi \} = 0,$$

$$\therefore \tan^2 \theta \cos \varphi \sin^2 2\varphi - \tan \theta (\cos \varphi - \cos 3\varphi) - \sin \varphi \cos 2\varphi = 0 \dots\dots\dots (3)$$

第 二 圖



尙進んで之を變形すれば

$$\tan^2\theta - 2 \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \tan\theta - \frac{\cos^2\varphi - \sin^2\varphi}{2\cos^2\varphi} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$$\tan\theta_0 = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \pm \sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi} + \frac{\cos^2\varphi - \sin^2\varphi}{2\cos^2\varphi}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \pm \frac{1}{\sqrt{2}\cos\varphi} = \frac{\sqrt{2}\sin\varphi \pm 1}{\sqrt{2}\cos\varphi} \dots\dots\dots(5)$$

即ち (5) 式によつて θ_0 の値を得らる。

θ_0 の負號は之を採用せず、故に

$$\tan\theta_0 = \frac{1 + \sqrt{2}\sin\varphi}{\sqrt{2}\cos\varphi} \dots\dots\dots(6)$$

之土楔論に於ける (6) 式に一致す。この θ_0 の値を (2) 式に代入すれば求むる p の最大値を得。

$$p = q dz \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots\dots\dots(7)$$

(6) 式及 (7) 式中に φ の種々なる値を代入すれば第二表を得。但し

$$V_2 = \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

第二表によりて明かなる如く、 $\varphi = 0$ とせば (7) 式より

$$p = q dz$$

となり、液體の公式に一致す。

第 二 表

φ	θ_0	V_2	φ	θ_0	V_2
0	0	1.000	25	51°-16'	0.355
5	38°-33'	0.790	30	54-20	0.297
10	41-48	0.635	35	57-25	0.249
15	45-0	0.518	40	60-26	0.210
20	48-10	0.426	45	63-26	0.177

第一表及第二表を見るに、 θ_0 は共に相等しきは勿論 V_1 及 V_2 も共に相等しき數字を與ふ。

第三圖に示すが如き水平地表面中 AB なる垂直面を考へ、これに及ぼす土壓の總量を E とし、AB の高さを h とすれば、 E は (7) 式を積分して得らるべし。即ち

$$E = \int_0^h q dz \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

然るに地表面上荷重なき場合は、 q は單位容積の土の重量に其點の地表面よりの深さを乗じたるものと見做し得べし。即ち γ を土の單位容積の重量とすれば、

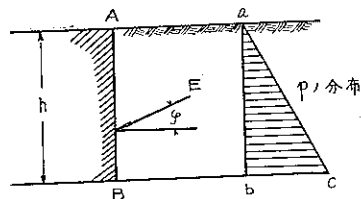
$$q = \gamma z$$

故に

$$E = \int_0^h \gamma z \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} dz = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} = \frac{1}{2} \gamma h^2 V_2 \dots\dots\dots(8)$$

然るに $V_1 = V_2$ なる故地表面水平にして土壓を受くる面が垂直なるときは本論による土壓の大きさは土楔論によ

第 三 圖



るものと相等しき結果を得べし。

2. 地表面水平なる時水平線と傾斜せる面に及ぼす土壓の大きさ

第四圖中 HH なる水平地表面下に於て水平線と α なる傾斜をなす平面 A' B' を想像し、此線上に一辺 AB を有する微小三角形 ABD を考ふ。紙面に垂直なる長さは單位長さとし DC なる厚さは dz なりとす。

AD 面には q なる垂直等布壓力ありとし其總量 G は $q \overline{AD}$ となる。

然る時は AB, BD 兩面には各 p 及 Q なる反力働き BD 面に於てはその法線と摩擦角 φ なる傾斜をなし AB 面に於てはその法線と摩擦角 φ' なる傾斜をなすものとせば、第四圖 (b) に於ける 3 力の力の三角形により次の關係が成立する。

$$p = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \alpha - \varphi - \varphi')} \dots \dots \dots (9)$$

然るに G は第四圖により明かなる如く

$$G = q dz (\cot \theta + \cot \alpha)$$

故に上式を (9) 式中に代入せば

$$p = q dz (\cot \theta + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \alpha - \varphi - \varphi')} \dots \dots \dots (10)$$

但し (10) 式中

$$\psi = \alpha - \varphi - \varphi'$$

とす。

次で p を最大ならしむべき θ_0 を求むる爲に p を微分して之を零に置く。即ち

$$\frac{dp}{d\theta} = q dz \left[\frac{\cot \theta + \cot \alpha}{\sin^2(\theta - \psi)} \{ \sin(\theta + \psi) \cos(\theta - \varphi) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\theta + \psi) \} - \operatorname{cosec}^2 \theta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi)} \right] = 0,$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta \sin(\alpha - \varphi') + \sin^2 \theta \cot \alpha \sin(\alpha - \varphi') - \sin(\theta + \psi) \sin(\theta - \varphi) = 0,$$

$$\therefore \sin^2 \theta \{ \cot \alpha \sin(\alpha - \varphi') - \cos \psi \cos \varphi \} + \cos^2 \theta \sin \psi \sin \varphi + \sin \theta \cos \theta \{ \sin(\alpha - \varphi') - \sin(\psi - \varphi) \} = 0,$$

$$\therefore \tan^2 \theta \{ \cot \alpha \sin(\alpha - \varphi') - \cos \psi \cos \varphi \} + \tan \theta \{ \sin(\alpha - \varphi') - \sin(\psi - \varphi) \} + \sin \psi \sin \varphi = 0 \dots \dots (11)$$

即ち (11) 式により $\alpha, \varphi, \varphi'$ が與へらるれば θ_0 を求め得べし。この値を (10) 式に代入すれば p の最大値を得。今地表面水平にして荷重なき場合は q は γz に等しき故任意深さ h 迄の土壓の總量 E は次式にて表はさる。

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \dots \dots \dots (12)$$

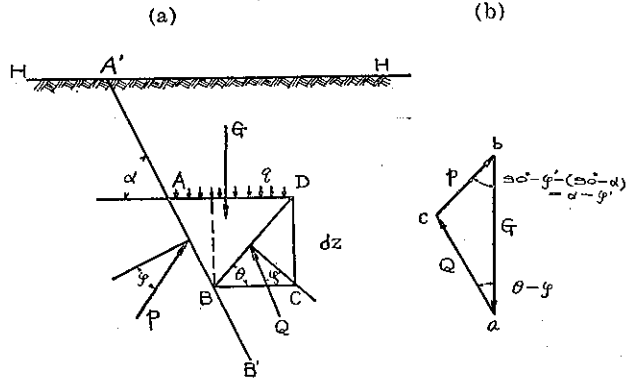
今 (11) 式中

$$\varphi = \varphi', \quad \alpha = 90^\circ$$

とすれば、

$$\tan^2 \theta \sin 2\varphi \cos \varphi - \tan \theta (\cos \varphi - \cos 3\varphi) - \cos 2\varphi \sin \varphi = 0,$$

第 四 圖



となり、

となり

とす

此種

となり、(3) 式に一致す。即ち

$$\tan \theta_0 = \frac{1 + \sqrt{2} \sin \varphi}{\sqrt{2} \cos \varphi}$$

となりて土楔論に於ける (6) 式とも一致す。又 (11) 式中

$$\alpha = 90^\circ, \quad \varphi' = 0,$$

とすれば

$$\tan^2 \theta - 2 \tan \varphi \tan \theta - 1 = 0$$

$$\therefore -\tan \varphi = \frac{1 - \tan^2 \theta}{2 \tan \theta} = \cot 2\theta$$

$$\therefore 90^\circ + \varphi = 2\theta_0$$

$$\therefore \theta_0 = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \dots \dots \dots (13)$$

此値を (12) 式に代入すれば、

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \theta_0 \tan(\theta_0 - \varphi) = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \dots \dots \dots (14)$$

之壁背面垂直にして地表面水平なときのランキン氏公式に一致す。

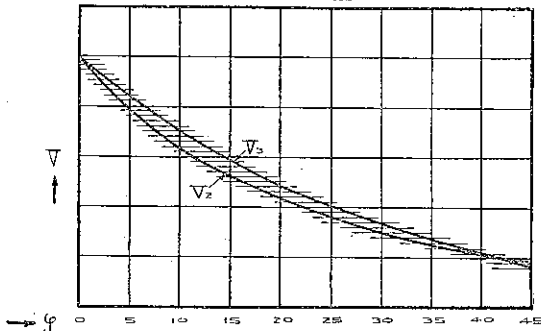
(13) 式及 (14) 式に種々の φ の値を代入すれば第三表を得、但し $V_3 = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$ とす。

第 三 表

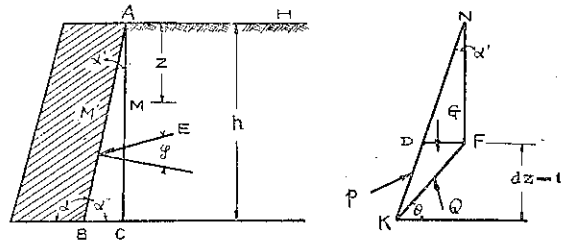
φ	θ_0	V_3	$V_2 \cos \varphi$	$V_3/V_2 \cos \varphi$
0	0	1.000	1.000	1.000
5	47°-30'	0.839	0.767	1.094
10	50 - 0	0.704	0.625	1.126
15	52 - 30	0.588	0.500	1.176
20	55 - 0	0.490	0.400	1.225
25	57 - 30	0.406	0.322	1.261
30	60 - 0	0.333	0.257	1.296
35	62 - 30	0.271	0.204	1.329
40	65 - 0	0.217	0.161	1.348
45	67 - 30	0.171	0.125	1.368

第三表にて明かなるが如く、 $\varphi' = 0$ の場合の土壓の大きさと $\varphi = \varphi'$ なりとせる場合の土壓の水平分力 $V_2 \cos \varphi$ なる大きさととの差が、 $V_2 \cos \varphi$ に對する割合は殆んど見逃がし得べき程度に少ないもの有り、雖も又他方に於ては 30% 以上に達するものあるを注意すべきなり。

第 五 圖



第 六 圖



3. $\alpha > 90^\circ$ なる場合の土壓の大きさ

(9) 式により

$$p = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi)}$$

然るに G は $\triangle DFN$ の土の三角形の重量に相當す。即ち

$$G = \gamma \overline{DF} \overline{FN} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \gamma (\cot \theta + \cot \alpha)^2 (dz)^2 \tan \alpha'$$

$$\therefore p = \frac{1}{2} \gamma (\cot \theta + \cot \alpha)^2 (dz)^2 \tan \alpha' \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi)} \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma \tan \alpha' (dz)^2 \left\{ (\cot \theta + \cot \alpha)^2 \frac{\cos(\theta - \varphi) \sin(\theta + \psi) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\theta + \psi)}{\sin^2(\theta + \psi)} - 2(\cot \theta + \cot \alpha) \operatorname{cosec}^2 \theta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi)} \right\} = 0,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \gamma \tan \alpha' (dz)^2 (\cot \theta + \cot \alpha) \left\{ (\cot \theta + \cot \alpha) \sin(\alpha - \varphi) - 2 \sin(\theta + \psi) \sin(\theta - \varphi) \right\} = 0, \dots \dots \dots (16)$$

$$\therefore \cot \theta + \cot \alpha = 0,$$

とすれば

$$\theta = \alpha - 90^\circ = \alpha'$$

是 φ に無關係に θ が定數となり不合理なり。次に

$$(\cot \theta + \cot \alpha) \sin(\alpha - \varphi) = 2 \sin(\theta + \psi) \sin(\theta - \varphi) \dots \dots \dots (17)$$

即ち (17) 式より θ_0 を求め得。

$\varphi = 30^\circ, \alpha = 100^\circ$ として左右兩邊を計算し第七圖に示すが如く左右兩邊の兩曲線の交點により圖式に θ_0 を求め得。即ち

$$\theta_0 = 49^\circ - 30'$$

故に

$$E = \frac{1}{2} \times 1.6 \times 100 \times 5.671(0.854 - 0.176) \times \frac{0.334}{1.000} = 10506 \text{ 磅},$$

但し $\alpha = 100^\circ$ なる故第五章 3 の修正を施せば,

$$E = 11.606 \text{ 噸}$$

となる。

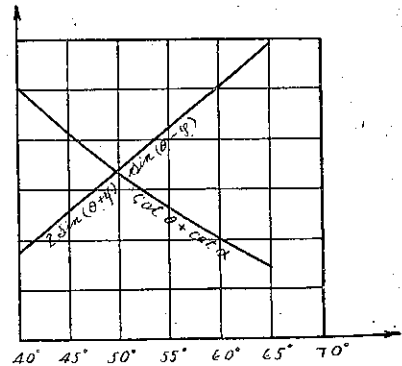
之を土楔論によりて (2) 式より計算すれば

$$E = 17.690 \text{ 噸}$$

となり、本論の約 1.524 倍となる。

z_0 は共に $2/3 h$ なる事明かなり。

第 七 圖



第 四 章 q の算定法

地表面水平にして荷重なき場合に於ては地表面下 z なる深さに於ける垂直壓力の強さ q は常に γz にて表はさる。

然れ共然らざる場合に於ては即ち荷重ある場合又は地表面が水平ならざる場合の q は種々の變化を生ずべし。

本章に於ては専ら q の算出法を論ぜんとす。

1. 水平地表面上に等布荷重ある場合

第八圖に於けるが如く HH なる水平地表面上に單位面積當り p_0 なる等布荷重が面積 a 上に働き、その周邊の長さを c とすれば周邊 c 上には一様に F_z なる摩擦力が働きて $a p_0$ に對抗せんとし、その差は垂直力となりて下方より働く反力と平衡を保つべし。

任意の深さ z なる水平面に於て厚さ dz なる土層につきて考ふるに垂直力を p_z 、水平力を p_x 、周邊に於ける摩擦力を F_z とすれば次の關係を生ずべし。但し土壤自身の重量は考へざるものとす。

$$da p_z + c F_z dz = 0 \dots\dots\dots (18)$$

然るに摩擦係数を f 、摩擦角を φ 、最大土壓を與ふべき傾斜角を θ_0 とすれば (7) 式により

$$p = p dz \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

今 $dz=1$ とし p_z を q に代入すれば

$$p_x = p \cos \varphi = p_z \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi = \phi p_z \dots\dots\dots (19)$$

但し

$$\phi = \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi$$

又

$$F_z = f p_x = f \phi p_z = n p_z \dots\dots\dots (20)$$

但し

$$n = f \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi$$

(18) 式中に (19) 及 (20) 式を代入すれば

$$a dp_z = -c n p_z dz \dots\dots\dots (21)$$

$$\therefore \frac{dp_z}{p_z} = -\frac{c}{a} n dz$$

$$\therefore \log p_z = -\frac{c}{a} n z + C$$

$z=0$ とせば

$$p_z = p_0$$

故に

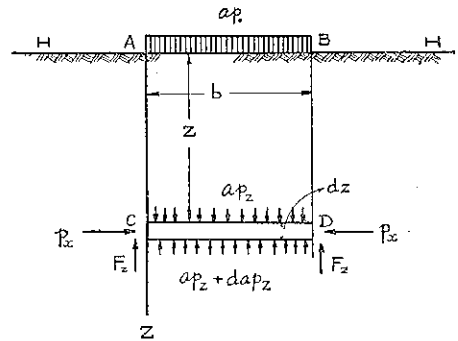
$$C = \log p_0$$

$$\therefore \log \frac{p_z}{p_0} = -\frac{c}{a} n z$$

$$\therefore p_z = p_0 e^{-\frac{c}{a} n z} \dots\dots\dots (22)$$

今 c/a の値を吟味すれば、

第 八 圖



1) 圓の半径 r とし $a=\pi r^2, c=2\pi r$ とせば

$$k = \frac{c}{a} n = \frac{2}{r} n$$

2) $b \times l$ なる矩形なる時は $a=bl, c=2(b+l)$

$$\therefore k = \frac{c}{a} n = \frac{2(b+l)}{bl} n,$$

3) 上式中 $l=\infty$ とし第八圖の紙面に垂直なる方向には單位長さだけ考ふるときは

$$k = \frac{c}{a} n = \frac{2}{b} n, \dots\dots\dots (23)$$

3) の場合が擁壁計算には最も普通に起る場合なり。

本論に於ては特別の場合の外は常に c/a は $2/b$ なりとして計算するものとす。

今 φ の種々なる値によりて ϕ, n, ϕ^2 を計算すれば第四表の如し。

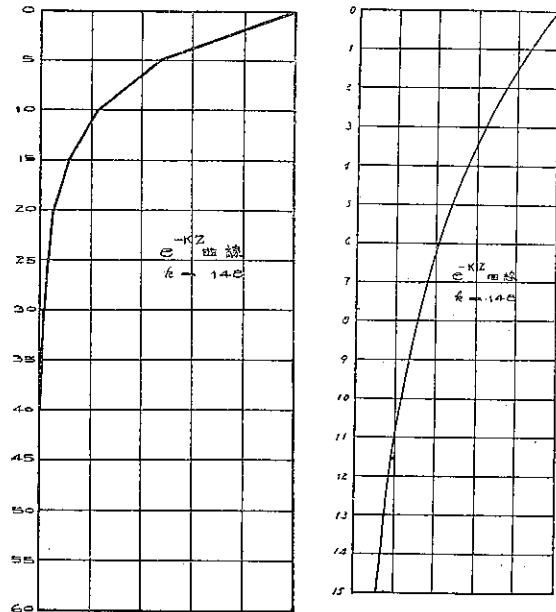
第 四 表

φ	f	ϕ	n	ϕ^2
0	0.000	1.000	0.000	1.000
5	0.086	0.786	0.068	0.618
10	0.176	0.625	0.110	0.391
15	0.268	0.500	0.134	0.250
20	0.364	0.400	0.146	0.160
25	0.466	0.322	0.150	0.104
30	0.577	0.257	0.148	0.066
35	0.700	0.204	0.143	0.042
40	0.839	0.161	0.135	0.026
45	1.000	0.125	0.125	0.016

第 五 表

z	$e^{-0.148z}$
0	1.000
1	0.862
2	0.744
3	0.641
4	0.553
5	0.477
6	0.411
7	0.355
8	0.306
9	0.264
10	0.228
15	0.109
20	0.052
30	0.012
40	0.003
50	0.001

第 九 圖



今 $\varphi=30^\circ$, $b=2m$ とすれば 3 及第四表により

$$k = n = 0.148$$

となる。故に

$$p_z = p_0 e^{-0.148z}$$

上式中の z を變化すれば各地表面より z なる深さに於ける p_z を求め得。

$e^{-0.148z}$ を表示すれば第五表の如く之を圖示すれば第九圖を得。

2. 水平地表面に於て荷重が直線的變化をなす場合

第十圖に於けるが如く HH なる水平地表面上に A 點に於て p_1 , B 點に於て p_2 なるが如き直線的變化をなす荷重ありて紙面に垂直なる方向には其斷面不變にして無限に廣がれるものとし、此處には其單位長さを取りて考ふるものとす。今荷重の傾斜を β , 任意の點 C の A 點よりの水平距離を x とすれば

$$p_c = p_1 + x \tan \beta,$$

任意の深さ z に於ては

$$p_{cz} = (p_1 + x \tan \beta) e^{-\frac{z}{b}nz} \dots\dots\dots (24)$$

となること明かなり。今 $p_1=0$ とすれば、

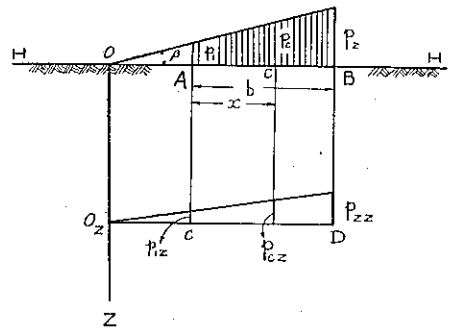
$$p_{cz} = x \tan \beta e^{-\frac{z}{b}nz} \dots\dots\dots (25)$$

而して z なる深さに於ける p_{cz} の傾斜は

$$\tan \beta e^{-\frac{z}{b}nz}$$

となる。

第 十 圖



第 五 章 土 壓 に 及 ぼ す 荷 重 の 影 響

1. 地表面水平にして等布荷重ある場合

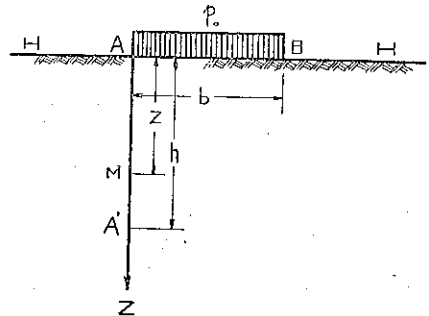
HH なる水平地表面上に AB なる等布荷重ある場合 M 點に於ける垂直面に及ぼす土壓の大きさは荷重による土壓と土壤自身によるものとの合計なり。即ち

$$p_M = (\gamma z + p_0 e^{-kz}) dz \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots\dots (27)$$

となる。今 A 點より h なる深さに至る垂直面に及ぼす土壓の大きさを E とし、荷重のみによる土壓を E_p とすれば

$$E_p = \int_0^h p_0 e^{-kz} dz \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} = \left(-\frac{p_0}{k} e^{-kz} + C \right) \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

第 十 一 圖



上式中 $z=0$ とすれば $E_p=0$ となる。故に

$$C = \frac{p_0}{k}$$

$$\therefore E_p = \frac{p_0}{k} (1 - e^{-kh}) \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (28)$$

$k = \frac{\gamma}{b} n$ とすれば

$$E_p = \frac{b}{2n} p_0 \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{b} nh}\right) \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (29)$$

今 $b = \infty$ とすれば (29) 式により

$$p_z = p_0$$

$$E_p = p_0 h \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (30)$$

次に総土壓 E の大きさは

$$E = \left\{ \frac{1}{2} \gamma h^2 + \frac{b}{2n} p_0 \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{b} nh}\right) \right\} \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (31)$$

又 $b = \infty$ の場合は

$$E = \left(\frac{1}{2} \gamma h^2 + p_0 h \right) \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (32)$$

即ち (32) 式は土楔論に於けるものと一致す。

今土壓を受くる面 ON' が A 点と x なる水平距離にあるとき M' 点に於ける土壓を見るに

$$p = \left\{ p_0 e^{-\frac{\gamma}{b} nx} \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi - x f \gamma \right\} \frac{1}{\cos \varphi} + \gamma z \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (33)$$

又 ON' 上の総土壓は

$$E = \left\{ \frac{b}{2n} p_0 \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{b} nh}\right) \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi - x f \gamma h \right\} \frac{1}{\cos \varphi} + \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \dots (34)$$

即ち AN 間の土壓が NN' 間の摩擦に打ち勝ちたる時初めて ON' 上に土壓を及ぼすことになる。今 p_0 の影響が M' に及ぶべき最大限の x の値を x_0 とすれば

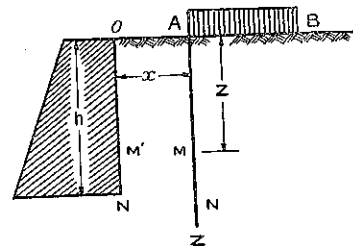
$$x_0 = \frac{p_0 e^{-\frac{\gamma}{b} nh} \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi}{f \gamma} \dots (35)$$

而して (34) 式中の x の値は必ず

$$x \geq x_0$$

なる場合のみを意味するものなり。

第十二圖



(35) 式中 $\varphi = 30^\circ$, $b = 2$ 米, $p_0 = 5$ 吨/米³ とすれば

$$x_0 = \frac{5}{0.577 \times 1.6} e^{-0.148z} = 0.899 e^{-0.148z},$$

今 z の値を種々に取れば x_0 の値は第六表の如し。

第 六 表

z (米)	$e^{-0.148z}$	x_0 (米)	z (米)	$e^{-0.148z}$	x_0 (米)
0	1.000	0.899	6	0.411	0.369
1	0.862	0.775	7	0.355	0.319
2	0.744	0.669	8	0.306	0.275
3	0.641	0.576	9	0.264	0.237
4	0.553	0.497	10	0.228	0.205
5	0.477	0.429			

次で $b = \infty$ とすれば (35) 式は

$$x_0 = \frac{p_0}{f\gamma} \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos\varphi \dots\dots\dots (36)$$

となる。故に $\varphi = 30^\circ$, $p_0 = 5$ 吨/米³ とすれば z には無關係に x_0 は定數となる。即ち

$$x_0 = 0.899 \text{ 米} \doteq 0.9 \text{ 米}$$

即ち p_0 及 φ が上記の値なるときは共に x_0 は 0.9 米を越えず。

2. 等布荷重による土壓の働點

地表面より土壓分布圖の重心點迄の距離を z とすれば、

$$\bar{z} = \frac{\int z p dz}{\int p dz} = \frac{\int z e^{-\frac{2}{b}nz} dz}{\int e^{-\frac{2}{b}nz} dz}$$

然るに

$$\int e^{-\frac{2}{b}nz} dz = -\frac{1}{\frac{2}{b}n} e^{-\frac{2}{b}nz} + C_1$$

$z=0$ とすれば上の積分は零となる。

$$\therefore C_1 = -\frac{1}{\frac{2}{b}n}$$

又

$$\int z e^{-\frac{2}{b}nz} dz = -\frac{\left(1 + \frac{2}{b}nz\right) e^{-\frac{2}{b}nz}}{\left(\frac{2}{b}n\right)^2} + C_2$$

前と同様にして

$$C_2 = \frac{1}{\left(\frac{2}{b}n\right)^2}$$

故に

$$\bar{z} = \frac{1 - \left(1 + \frac{2}{b}nz\right)e^{-\frac{2}{b}nz}}{\frac{2}{b}n(1 - e^{-\frac{2}{b}nz})} \dots\dots(38)$$

故に土自身の土壓を E_y とし地表面より働點迄の垂直距離は $2/3 h$ なる故 E の働點の垂直距離を z_0 とすれば

$$z_0 = \frac{1}{E} \left\{ \frac{2}{3} h E_y \gamma + \bar{z} E_p \right\} \dots\dots(39)$$

今 $\varphi = 30^\circ, b = 2$ 米なるときの z を計算すれば第七表の如し。

第 七 表

z (米)	$\frac{1}{n}(1 - e^{-nz})$	\bar{z} (米)	z (米)	$\frac{1}{n}(1 - e^{-nz})$	\bar{z} (米)
0	0.000	0.000	6	3.933	2.575
1	0.930	0.500	7	4.359	2.916
2	1.731	0.947	8	4.689	3.226
3	2.423	1.396	9	4.973	3.533
4	3.019	1.818	10	5.219	3.816
5	3.533	2.208	20	6.407	3.671

$p_0 = 5$ 吨/米², $h = 10$ 米, $\gamma = 1.6$ 吨/米³ とすれば

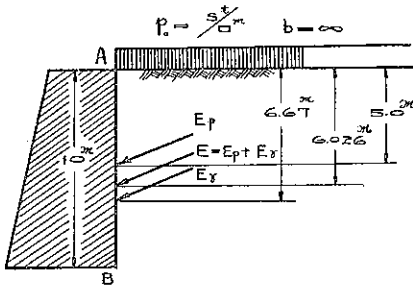
$$E_1 = 31.510 \text{ 吨}, \quad z_0 = 5.966 \text{ 米},$$

又 $b = \infty$ とせば

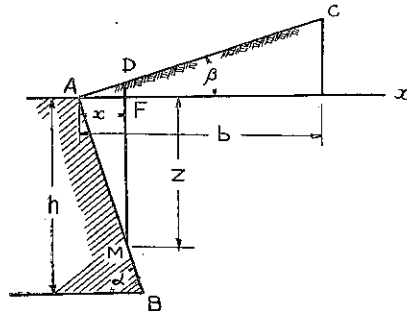
$$z_0 = 6.026 \text{ 米}, \quad E_2 = 38.610 \text{ 吨},$$

即ち土楔論に於ては本論に於ける $b = \infty$ の場合に一致す。之を圖示すれば第十四圖の如し。

第 十 四 圖



第 十 五 圖



3. 地表面傾斜せる場合

第十五圖に於けるが如く地表面を AC としその水平線 Ax との傾斜角を β とすれば, Ax 線以上の部分は地表面水平なる時 AC なる荷重を有する場合と見做すことが出来る。故に Ax 面より任意の深さ z なる點に於け

る p_z は (25) 式により

$$p_{z(M)} = \gamma \tan \beta e^{-\frac{2}{b}nz} x,$$

然るに

$$x = z \cot \alpha$$

$$\therefore p_{z(M)} = \gamma z \cot \alpha \tan \beta e^{-\frac{2}{b}nz} \dots \dots \dots (40)$$

故に M 點に於ける荷重のみによる土壓の大きさは

$$p_\beta = \gamma z \cot \alpha \tan \beta e^{-\frac{2}{b}nz} (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \dots \dots \dots (41)$$

故に AB 面に働く荷重の爲の土壓 E_β は

$$E_\beta = \int_0^h p_\beta dz$$

$$= \gamma \cot \alpha \tan \beta (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \left[\frac{1}{\left(\frac{2n}{b}\right)^2} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{2}{b}nh\right) e^{-\frac{2}{b}nh} \right\} \right] \dots \dots \dots (42)$$

故に總土壓は

$$E = \left[\frac{1}{2} \gamma h^2 + \gamma \cot \alpha \tan \beta \frac{b^2}{4n^2} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{2}{b}nh\right) e^{-\frac{2}{b}nh} \right\} \right] (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \dots \dots \dots (43)$$

次に $b = \infty$ なる場合は

$$p_\beta = \gamma z \cot \alpha \tan \beta (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \dots \dots \dots (44)$$

$$E_\beta = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \alpha \tan \beta (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)}$$

$$\therefore E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \{1 + \cot \alpha \tan \beta\} (\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)} \dots \dots \dots (45)$$

又

$$z_0 = \frac{2}{3}h$$

なること明かなり。

今 $\varphi = 30^\circ, \alpha = 75^\circ, \beta = 30^\circ, h = 10$ 米とし $\varphi' = \varphi$ とせば (11) 式により

$$\theta_0 = 58^\circ - 14'$$

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \{1 + \cot 75^\circ \tan 30^\circ\} (\cot 58^\circ 14' + \cot 75^\circ) \frac{\sin 28^\circ 14'}{\sin 73^\circ 14'}$$

$$= 80 \times (1 + 0.268 \times 0.577) (0.619 + 0.268) \times \frac{0.473}{0.957} = 40.320 \text{ 噸}$$

土楔論によれば

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{cosec}(\alpha - \varphi) \operatorname{cosec}^2 \alpha \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin^2(\alpha + \varphi)}{\sin 2\varphi \sin(\varphi - \beta)}} \right\}^2$$

$$= 80 \times \operatorname{cosec} 45^\circ \operatorname{cosec}^2 75^\circ \sin 105^\circ = 80 \times 1.414 \times 1.035^2 \times 0.966 = 113.007 \text{ 噸}$$

故に

$$\frac{E(\text{土楔論})}{E(\text{本論})} = \frac{113.007}{40.320} = 2.803$$

即ち本論によれば土楔論によるものゝ約 1/3 となる。

$\alpha = 90^\circ$ なる場合には (40) 式により

$$p_{z(z)} = 0,$$

故に $\alpha = 90^\circ, \beta = 0$ の場合と一致す。

$$\therefore E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

$\varphi = 30^\circ, h = 10$ 米とせば

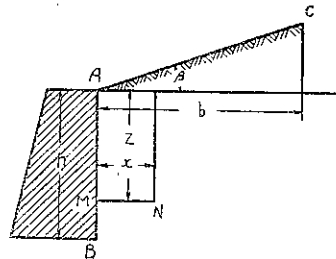
$$E = 23.760 \text{ 吨}, \quad z_0 = \frac{2}{3} h \text{ 米},$$

然るに土楔論に於ては (2) 式中 $\alpha = 90^\circ, \varphi' = \varphi = \beta = 30^\circ$ と置けば

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cos 30^\circ = 69.280 \text{ 吨},$$

となり, Rankine の土壓論と一致す。即ち土楔論は本論の約 3 倍に相當す。

第 十 六 圖



第十六圖の如く AB 面より x なる距離にありて深さ z なる點 N が AB 面上 M 點に及ぼす土壓の大きさを p' とせば

$$p' = x \tan \beta e^{-\frac{2}{b}nz} \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} - x f \gamma \frac{1}{\cos \varphi} \dots \dots \dots (46)$$

然るに $p' = 0$ なる爲には

$$\tan \beta = \frac{f \gamma}{\cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi} e^{+\frac{2}{b}nz} \dots \dots \dots (47)$$

今 $b = \infty, \varphi = 30^\circ$ とすれば (但 $\gamma = 1.6$ 吨/米³)

$$\tan \beta = \frac{0.577 \times 1.6}{0.297 \times 0.866} = 3.591$$

故に $\beta = 74^\circ - 27'$

即ち β が $74^\circ - 27'$ 以下なる時は N は M に對して土壓を及ぼすことなし。

上の關係を第三章 3 $\alpha > 90^\circ$ なる場合の土壓の計算に應用すれば (46) 式中

$$x = \cot \beta dz, \quad b = \infty, \quad \beta = \alpha'$$

とすべきなり。故に

$$\begin{aligned} p' &= dz \cot \alpha' \left(\tan \alpha' \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} - f \gamma \frac{1}{\cos \varphi} \right) \\ &= dz \left(0.297 - \frac{1.6 \times 0.577 \times 1.76}{0.866} \right) = 0.110 dz \end{aligned}$$

故に土壓の全影響は p' を h の高さに積分したるものなり。計算例に於ては $h = 10$ 米なれば E の値を修正すべき量は 1.1 吨なり。故に

$$E = 10.506 + 1.100 = 11.606 \text{ 吨},$$

となる (第三章 3 参照)。

第 六 章 α の 變 化 が 土 壓 に 及 ぼ す 影 響

一般に α の 變 化 に 依 つ て 土 壓 に 變 化 を 及 ぼ す こ と は 明 か で 是 である。(10) 式によれば

$$p = q(\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)}$$

この p の 値 を 最 大 な ら し む べ き θ を θ_0 と す れ ば 最 大 土 壓 の 大 さ は

$$p = q(\cot \theta_0 + \cot \alpha) \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\sin(\theta_0 + \psi)}$$

となる。但しこの場合 α は定数と見做される。故に α の 變 化 に よ る p の 最 大 値 を 求 め る に θ_0 は 又 α の 函 數 であるから直接 p の 最 大 な る べ き α 及 θ_0 を 求 む る こ と は 困 難 である。

今 φ が 既 知 な る 時 は α の 種 々 な る 値 に つ き θ_0 を 求 め 然 後 に p を 算 出 し、こ の p の 内 p の 最 大 な る 時 の α を 求 め 得 べ し。

AB 面 に 働 く 最 大 土 壓 を p と し

$$p = qV,$$

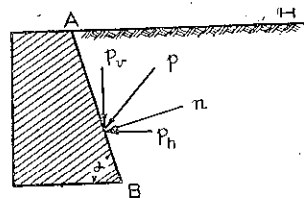
にて表はし、此水平、垂直兩分力を p_h, p_v とし

$$p_h = qV_h, \quad p_v = qV_v$$

とす。之等の値を α の 種 々 な る 値 に つ い て 計 算 す れ ば 各 の 値 を 最 大 な ら し む べ き α の 値 を 求 め 得 べ し。

例へば $\varphi = 30^\circ$ な る 時 の V, V_h, V_v を 計 算 す れ ば 第 八 表 の 如 し。但し H は $H = V_h - fV_v$ な り。之壁底の摩擦係數 f が 土 の 所 れ と 等 し き 場 合 壁 に 及 ぼ す 水 平 力 を 示 す も の な り。

第 十 七 圖



α	V	V_h	V_v	H
30	3.375	0.000	3.375	-1.947
35	1.843	0.160	1.836	-0.859
40	1.393	0.243	1.372	-0.550
45	1.119	0.290	1.081	-0.334
50	0.925	0.316	0.870	-0.186
55	0.781	0.330	0.708	-0.097
60	0.667	0.334	0.578	0.000
65	0.571	0.328	0.468	0.058
70	0.502	0.323	0.385	0.101
75	0.436	0.308	0.308	0.130
80	0.385	0.295	0.248	0.152
85	0.338	0.277	0.194	0.165
90	0.297	0.257	0.148	0.173

即ち第 八 表 に 依 れ ば $\varphi = 30^\circ$ な る 時 は α が 小 な る 程 V は 大 に し て 大 な る 程 小 な り。 V_v も 又 同 様 な り。然るに V_h は α が 60° な る 時 に 最 大 に し て α が 60° よ り も 大 な る 場 合 も 小 な る 場 合 も 共 に 其 値 は 減 少 せ る を 知 る。

次 で H は α が 90° な る 時 即 ち 壁 背 面 が 垂 直 な る 時 に 最 大 である。 $\alpha < 90^\circ$ な る 時 は 總 土 壓 が 如 何 に 大 であ つ

でも底面の摩擦力によつて減殺せられ、60° 以下にては滑動の心配はない。

第七章 土 壓 の 働 面

土壓の働面とは土壓計算に當り最大土壓が働くものと考へられる面を稱するものにして著者の發意によるものである。

第十八圖 (a) に於ては土壓の働面は AB 面なることは直ちに首肯せらるゝも、(b) に於ては AB を働面とすべきか或は他に適當なる面の存在するかは直ちに明言し難し。

今擁壁の滑動力を見るに $\varphi = 30^\circ$ なる時は第八表にて明かなるが如く α が 90° なる時に最大なり。今任意の傾斜角をなす面 AB に働く H と垂直面 FB に

働く H' が FB, AB 間の土の摩擦力だけ減衰せる滑動力の係數 H' とを比較せんとす。FB 面上任意の深さ z に於ける M 點に於ける H が AB 面上の M' 點に於て H' なりとせば

$$H' = H - f \cot \alpha (h - z) \dots (48)$$

$\varphi = 30^\circ, f = \tan \varphi$ とすれば (但し $h - z = 1$ 米)

$$H' = 0.172 - 0.577 \tan \alpha \dots (49)$$

(49) 式中 α を種々に變化して H' を算出すれば第九表を得。 H' の値を H と比較するに至て

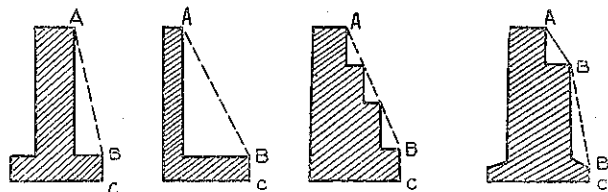
$$H > H'$$

なる事を知る。即ち擁壁の滑動に對しては常に FB 面に於て計算するよりも AB 面に於て計算する方合理的なり。この AB 面を働面と名づくるものなり。

第九 表

α	H'	H
60	-0.405	0.000
70	-0.192	0.101
80	-0.005	0.152
90	-0.172	0.172

第十九 圖



上述の理由に依り著者は第十九圖に於ける

が如き擁壁の計算に當りては常に ABC (或は ABB'C) を働面とすることを合法的なりと思惟す。

第八章 φ' に就て

φ' は壁背面と土壤間の最大摩擦角にして常に $\varphi' \leq \varphi$ なることは明かである。然しながら本論に於ては前章に述べたるが如く第十八圖 (a) に於ける AB 部分及 (b) に於ける BC 部分或は第十九圖に於ける BC なる部分に於てのみ φ' の値が問題となるもので兩圖中の階段状部分たる AB 或は ABB' なる部分には土壤自身の摩擦角なる φ を用ふべきは明かなり。

φ' の値は Möller 氏は $1/2 \sim 2/3 \varphi$ とし Müller Breslau 氏の如きは小規模なる實驗に基き $1/2 \sim 3/4 \varphi$ なる結果を與へて居る。又 Coulomb, Brony 氏等は結果の安全なる爲 $\varphi' = 0$ と置くことを奨めて居る。

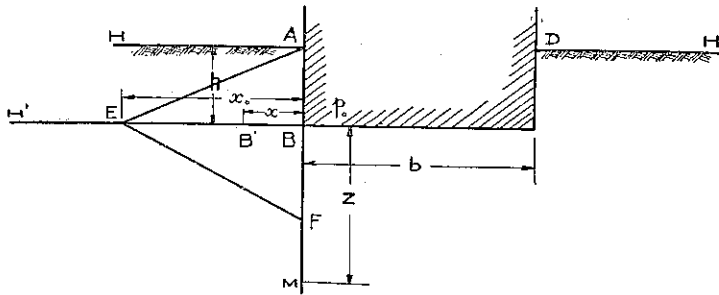
然しながらコンクリート擁壁或は其他の擁壁に於ても土壤との接觸面を極めて粗雑に仕上げ或は階段又は凹凸

を施す事に依つて $\varphi' = \varphi$ となし得べきなり。故に著者は φ' の如き不安定なる數字を使用することを避け信頼し得る數字を使用して計算を進め得る様構造物の設計或は施行に留意すべきことを希望するものである。

第 九 章 土 の 支 持 力

第二十圖に於て ABCD を或る基礎構造物, BC を其底面とし, BC 面に一樣に p_0 なる垂直壓力が働くものとす。

第 二 十 圖



BC 面より z なる深さに於ける垂直力 p_z は

$$p_z = \gamma z + p_0 e^{-\frac{2}{b}nz}$$

又水平分力 p_x は (土壓の)

$$p_x = \left(\gamma z + p_0 e^{-\frac{2}{b}nz} \right) \cot \theta^0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi = \left(\gamma z + p_0 e^{-\frac{2}{b}nz} \right) \phi \dots \dots \dots (50)$$

今 p_x の爲に上方に向つて働く最大土壓の大きさを p_z' とすれば

$$p_z' = p_x \cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi = \left(\gamma z + p_0 e^{-\frac{2}{b}nz} \right) \phi^2 \dots \dots \dots (51)$$

となる。この p_z' が \overline{AM} なる土の重量に依つて支持せらるゝものである。

p_z' は z が大となるに従ひ $p_0 e^{-\frac{2}{b}nz}$ なる項は小となるも γz は z に比例して増大し、その増加率は ϕ^2 の割合なるに反し \overline{AM} の重量は $\gamma(h+z)$ なる故 z の増加に依り ϕ^2 に比し其増加率は非常に大なり。故に z が増加する程、安全率は大となる。故に $z=0$ に於て最も安全率小なり。(51) 式中 $z=0$ とせば

$$p_z' = \phi^2 p_0 \dots \dots \dots (52)$$

故に \overline{AB} が安全なる爲には \overline{AB} の重量が p_z' よりも大ならざるべからず。即ち

$$\gamma h \geq \phi^2 p_0$$

$$\therefore h \geq \frac{1}{\gamma} \phi^2 p_0 \dots \dots \dots (53)$$

又 B 點より外方に x なる水平距離に在る點 B' に於ては

$$p_z'(w) = \phi (\phi p_0 - x f \gamma) \dots \dots \dots (54)$$

$$\therefore h \geq \frac{\phi}{\gamma} (\phi p_0 - x f \gamma) \dots \dots \dots (55)$$

今 p_z' が零となるべき x を x_0 とせば

$$x_0 = \frac{1}{f \gamma} \phi p_0 \dots\dots\dots (56)$$

故に p_0 に依つて必要なる土の被覆は $\triangle ABE$ にして $H'E$ は BC と同一平面内にあるも支障なし。然しなから實際の場合には AH なる地表面なること多き故 AB に於て支持力が充分なれば可なり。

例へば $\varphi = 30^\circ, p_0 = 50$ 吨/米², $\gamma = 1.6$ 吨/米³ とせば

$$h = \frac{1}{\gamma} \phi^2 p_0 = \frac{1}{1.6} \times 0.066 \times 50 = 2.063 \text{ 米}$$

然るに Rankine 氏はこの値に次の如き公式を與へて居る。

$$h \cong \frac{p_0}{\gamma} \left(\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^2 = \frac{50}{1.6} \left(\frac{1 - 0.500}{1 + 0.500} \right)^2 = 3.472 \text{ 米}$$

即ち Rankine 氏の値は本論の

$$3.472 \div 2.063 = 1.683$$

約 1.7 倍 となる。

第 十 章 受 働 土 壓

1. 受 働 土 壓

一般に土楔論に於ては地表面 HH 中の或る平面 AB 上に水平力 P が働く時は或る斜面 BC に沿ふて滑動が起る, 其際 P の値が最小なるものを受働土壓と呼ぶ。勿論 P なる水平力の分布に就ては考慮されて居らぬ。

今 HH を水平地表面とし AB を垂直面なりとせば P, G, Q 3 力の力の三角形により

$$P = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \theta \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \varphi)} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \theta \tan(\theta + \varphi) \dots\dots\dots (57)$$

故に

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \left\{ \frac{\cot \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\tan(\theta + \varphi)}{\sin^2(\theta + \varphi)} \right\} = 0,$$

$$\therefore \sin 2(\theta + \varphi) = \sin 2\theta$$

$$\therefore \theta = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}$$

之を (57) 式 = 代入し

$$P = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \dots\dots\dots (59)$$

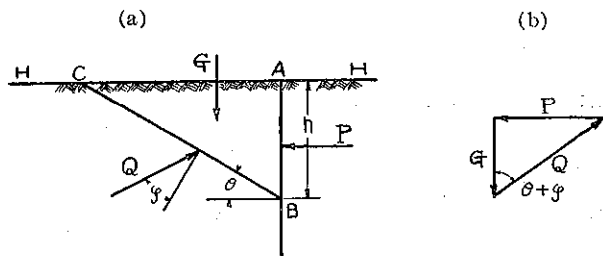
之土楔論に於ける受働土壓の大きさである。

然るに本論に於ける受働土壓とは土の支持力の章に於て述べたる主意により之を説明すれば (51) 式により

$$\gamma z = p' z = \phi p_x,$$

$$\therefore p_x = \frac{1}{\phi} \gamma z,$$

第 二 十 一 圖



即ち p_x を所要の深さ h の間に積分したるものなり。之を P_x とすれば

$$P_x = \int_0^h p_x dz = \frac{1}{\phi} \frac{1}{2} \gamma h^2 = \frac{\frac{1}{2} \gamma h^2}{\cot \theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)} \cos \varphi} \dots \dots \dots (60)$$

今

$$\tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = \alpha, \quad \frac{1}{\phi} = \beta,$$

として φ の種々の値につきて α, β を計算すれば第十表を得。 β は常に α よりも大なり。

第 十 表

φ	α	β	β/α
0	1.000	1.000	1.000
5	1.190	1.272	1.069
10	1.445	1.600	1.107
15	1.698	2.000	1.178
20	2.039	2.500	1.226
25	2.465	3.105	1.260
30	3.000	3.891	1.297
35	3.690	4.902	1.328
40	4.601	6.211	1.350
45	5.827	8.000	1.373

2. 受働土壓の滑動面に就て

既に土の支持力に於て明かに述べたるが如く水平壓力を受くる面に於て安定なりとは p_x なる水平力が與ふる最大上向壓力 p_z' よりもその點の γz が大なりと言ふことである。この點に於ては p_x の爲に滑動が行はれないことを意味する。以上の事實を次の如く説明することが出来る。

任意の斜面 ac 面上垂直力 g 及水平面と φ なる傾斜をなせる p なる力が働く時 ac 面に垂直なる力と之に平行なる力とに分解して ac の單位長さに對する大きを計算し之を n と t にて表せば次の形となる。

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{1}{\text{cosec} \theta} \{ p \sin(\theta + \varphi) + g \cos \theta \} \\ t &= \frac{1}{\text{cosec} \theta} \{ p \cos(\theta + \varphi) - g \sin \theta \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (61)$$

又 ac 面上の剪斷力を τ とすれば

$$\tau = t - f n,$$

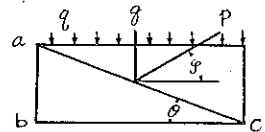
然るに $ab=1$ とすれば、

$$g = q \cot \theta,$$

となる、之を上式に代入して τ を計算す。

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{\text{cosec} \theta} \left[p \cos(\theta + \varphi) - q \cot \theta \sin \theta - f \{ p \sin(\theta + \varphi) + q \cot \theta \cos \theta \} \right] \\ &= \sin \theta \left[p (\cos \theta \cos \varphi - \sin \theta \sin \varphi) - q \cot \theta \sin \theta - f \{ p (\sin \theta \cos \varphi + \cos \theta \sin \varphi) + q \cot \theta \cos \theta \} \right] \end{aligned}$$

第 二 十 二 圖



$$= \sin\theta \cos\theta \{ p \cos\varphi - f p \sin\varphi - q \} - \sin^2\theta \{ p \sin\varphi + f p \cos\varphi \} - f q \cos^2\theta \dots \dots \dots (62)$$

τ の最大なる爲の θ を求むる爲 $d\tau/d\theta=0$ と置く、

$$\frac{d\tau}{d\theta} = \{ p(\cos\varphi - f \sin\varphi - q) \} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) - 2 \sin\theta \cos\theta \{ p(\sin\varphi + f \cos\varphi) - f q \} = 0,$$

$$\therefore \tan^2\theta + 2 \tan\theta \frac{2 p \sin\varphi - f q}{p(\cos\varphi - f \sin\varphi) - q} - 1 = 0,$$

今 $r/q = \varepsilon$ とすれば

$$\tan^2\theta + 2 \tan\theta \frac{2 \varepsilon \sin\varphi - f}{\varepsilon(\cos\varphi - f \sin\varphi) - 1} - 1 = 0,$$

$\varphi = 30^\circ$ とし ε の種々の値に就き θ を求め (62) 式により τ を算出すれば第十一表を得。

第 十 一 表

ε	θ	τ/q	ε	θ	τ/q
1	67°-30'	-1.085	5	11°-32'	-0.384
2	3 - 5	-0.575	6	12 - 11	-0.310
3	8 - 39	-0.522	8	13 - 0	-0.159
4	10 - 39	-0.437	10	13 - 20	-0.007

今第十二圖の如き場合を想像すれば B 點下に於ける土壓の最大なるものは

$$p = p_0 \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}$$

なり。又 B 點に於て p_0 に對し或は p に對して安全なるべき AB の重量即ち q の大きさは (52) 式により

$$q \geq \phi^2 p_0$$

故に B 點に於ける ε の値は

$$\varepsilon_B = \frac{p}{q} = \frac{p_0 \cot\theta_0 \frac{\sin(\theta_0 - \varphi)}{\cos(\theta_0 - 2\varphi)}}{\phi^2 p_0} = \frac{1}{\phi \cos\varphi} \dots \dots \dots (64)$$

今 $\varphi = 30^\circ$ とすれば

$$\varepsilon_B = \frac{1}{0.257 \times 0.866} = 4.484$$

故に第十一表に於て明かなる如く $\varphi = 30^\circ$ なる時は ε が 10 以下に於ては τ は常に負號を有し左方に滑動することなし。然るに p_0 なる壓力が働きて安全なる爲には ε_B は常に 4.484 よりも小なり。故に滑動の虞なし。

同様の事柄が φ の種々の値に對しても言はれる。 $\varphi = 18^\circ$ とせば

$$\varepsilon_B = 2.404$$

然るに ε が 3 以下なる時 τ は常に負號を有す。

第 十 一 章 結 論

本論は總發にて既に述べたるが如く一部の論者には既に古典土壓論として取扱はれて居る土楔論を基礎として其論法を改良し理論としては暫く措き實際論として使用價値を高からしめん事を希へるものである。

土楔論に於ては常に擁壁背面に於ける土の三角形を想像し、これが楔の働きをなして土壓を生ぜしむるものと假定せるに反し、本論に於ては之を極微小部分に極限して滑動面が直線なりとの假定の爲に起るべき誤差を除き得たり。是土楔論と本論との分るゝ所にして最も重要なる點である。之が爲土の支持力並に受働土壓に就て土

楔論よりも簡明に説明をなすを得たり。

最近 Terzaghi 氏は新土壓理論の開拓に進出し其述ぶる所は極めて理論的ではあるが尙學界の定論として受け入れらるゝ迄には相當の研究を要する點を存し、又 Boussinesq 氏以來幾多の論文在りと雖も未だ實際論として用ひらるゝに至らず、尙古典土壓論たるランキン氏或はクーロン氏土壓論が最も一般性を以て實際問題に應用されて居る現状である。

本論が多少なりとも土楔論よりも使用價值あるものとして實際家に迎へらるゝならば著者の喜びは之より大なるはないのである。幸に大方諸賢の御批判を希ふものである。

擧筆するに當り特に御指導に預りたる 京都帝國大學教授理學博士野滿隆治氏の 御好意に對し深甚の謝意を表すものである。 (終り)