討　　議

第十八卷第十一號　昭和七年十一月

VERSUCHE ZUR BESTIMMUNG DER GLEICHFÖRMIG FLIESSENDEN BEWEGUNG DES WASSERS UND HERLEITUNG EINER ALLGEMEINEN GESCHWINDIGKEITSFORMEL FÜR NATÜRLICHE WASSERLÄUFE.

（第十八卷第五號所載）

准員　工學士　安　藝　皎　一

土木學會誌第十八卷第五號記載澤口外氏の自然水路に於ける一般流速公式に關する御研究に就ては極めて興味を持つて閲讀することを得た。筆者は此處に著者に對してその詳細なる實驗，その處理及それからの周到な準備に據く流速公式の誘導に關し充分なる敬意を表すると共に右に關し聊か筆者の常に考ふる所を述べ，御教示を仰がんとす。

筆者の結論に導くため本文に著者の説かれたる處を引用し，或はそれと重複する所あるも，誌ふ便宜のため許されよ。

流速公式の發展は旣に著者がその始めに述べて居られる通り Brahms の理論から始つて具體的の形をとる樣になつたもので，右の理論から de Chèzy によつて次の有名な公式が示された。

$$v=C\sqrt{RJ} \quad \cdots\cdots(1)$$

此處に　v：平均流速

R：動水半徑

J：水面勾配

C：　常數

之は 1775 年のことで，此形式は引續き流速公式の王座を占めて來て居る。其後歐洲諸國の學者によつて此 C の値に就て種々研究が進められて來たが，殆んど之と同時に新大陸亞米利加では Mississippi 河での有名な Humphrey と Abott との實測の結果から同氏等の名を冠する公式が發表された。之は水面の摩擦抵抗をも考へた極めて複雜な形式を持つて居て實用には一寸困難であるが，之を簡單にすると

$$v=5\sim5.7\sqrt{R}\sqrt[4]{J}$$

となるのである。

一般に流速公式は最も簡單な形式をとつて，而も如何なる狀況の水路にも單に 1 個の式であらはし得る樣にとの目的で發展してきたものであり，極めて狹い筆者の知れる限りでもその數は 40 個に達して居る。

大體に於て之等の形式の發展は實測の結果から $\sqrt{RJ}$ を基本として Cを求め，之に如何なる形式を與へやうかと進んで來たものと，更に又一方

$$v=aR^bJ^c \quad \cdots\cdots(2)$$

の形式をとつて，b, c の指數を適當に定め，可及的に a は粗度のみの係數で示さうと試みられて來たのとの二つ

に分けることが出來る。

此 (1) 式の形式は

$$f(v)=\gamma RJ$$

此處に γ は水の單位重量とする。

即ち水路周邊の摩擦抵抗と水の流下する力とが平衡を保つものであるとの考へから $f(v)=av^2$ と假定したことに根據を置くもので，(2) 式に於ては更にかく定めた方が實測の結果 a の變化する範圍が少になり都合よい他に後年になつて理論上からも Dr. Ing. Krey によつて Reynold の Ähnlichkeitsgesetz を用ひることによつて

$$v=c\sqrt{RJ}$$

$$c=E(vR\rho)^n$$

から

$$v=\beta^{\frac{1}{1-n}}\rho^{\frac{1}{1-n}}R^{\frac{0.5+n}{1-n}}J^{\frac{0.5}{1-n}}$$

$$=aR^bJ^c$$

と云ふことが發表されて居る。

第二の形式の內係數 a に RJ の項を含んで居らぬものは流速公式の運用上非常な利益を齎らした。然しながら實測の結果は b, c 共に粗度の影響を幾分受けて居り，流水の狀況によつて異るのであつて，ある公式では之等をも粗度により區分したものがあるが，かゝるものは實用に困難であり，一般には之れがために b, c は粗度には無關係に置き，a に就て種々に考慮して居る。

de Chézy の形式を持つものには J. A, Eitelwein, Courters, Darcy & Bazin, Ganguillet & Kutter, M. Knauf, H. Bazin, C. Heßle 等の公式があり，(2) 式による形式のものには Humphrey & Abott の形式から誘導された Ph. Gauckler, K. R. Bornemann, G. Hagen, G. Lavale, R. Manning, William & Hazen 等の諸公式あり，此種の近代的のものには Lindboe, Barnes, M. Matakiewicz 更に進めるものとしては R. Winkel の發表せるものあり，濟江氏の公式は此發展せるものである。

(1) 式による C の値は水路周邊の粗度，水深，水面勾配に左右される。而も之は水路の大小形狀に支配され，一般には粗度の增加と共に減少するが，水深，水面勾配ではその增加にともなひ時には增加し或は減少する。此形式の最も代表的なものは H. Bazin の公式であつて，多くの實測例の內最も信頼するに足る氏の實驗の結果から C を求め，之が如何なる形式を有するかを檢當して，かく定めたものである。之等形式の公式はそれを誘導した理論的根據は比較的單純であるが，使用に簡單な爲に廣く行はれて居る。

第二の形式に屬するものは C が RJ に左右さるゝことから逃れやうと試みられたものであつて，既に述べた如くかくすると a の變化する範圍は極めて狹められ，又近くなつては此事實は理論的にも認められて來て居る。之等の內 a から RJ の關係を除いた R. Manning の公式等はその應用上に極めて役立つて居る。然し實用上の取扱はかなり困難であつて，ことに Barne, Lindboe の如く b, c の指數をもこまかく粗度の函數としたものは實用上は殆んど役立たぬであらう。M. Matakiewicz, R. Winkel では指數 b, c を適當に定めることにより，係數 a は粗度とは無關係になり，Matakiewicz によれば c を J の函數とし，Winkel では a を J の函數として，之で充分實用に供し得るとした。濟江氏の公式は Winkel と同一の根據の上に立ち，同一な形式を有するものである。著者は小さな實驗水路での實測の結果から此形式を證明して居られる。

此處に流速公式を二つの形式に分つたけれど，之等とても殆んど總て同一起源より出たもので，唯便宜上第一形式としては $\sqrt{RJ}$ を基本として C の値を如何なる方法かにて求めたるものとし，第二形式では R, J の指數を適當に定め，係數 a を可及的に簡單に表はし得る樣努めたものをとつた。

詳細は實測の結果によると水路の狀況により C はかなりに不規則な値をとり，又 a, b, c とても同樣な事情の下にある。著者が求められた試驗水路での結果はコンクリート，砂の各斷面に於ては比較的整然とした結果を得て居られるが此兩者の間には判然とした區別を見ることが出來る。無條件に河底粗度，ひいては水面勾配，又は形狀に著しい差異を見る一般自然河川に水路の狀況，形狀を無視した1個の式を以て充分表現し得るや否や。

著者の取扱はれた117個の實測値の内著者の公式によるものには誤差20%以上に及ぶもの11個あり，同例に於て Winkel 公式によるもの15個にして，Kutter に於ては10個なり。其平均値に對する誤差の平均は百分率にて 31.27%，30.98%，30.69%の順となる。

而も Kutter によるものは此場合，總ての水路，大は Mississippi から小は實驗水路にわたり，水面勾配 0.0119 から 0.000017 に及ぶ水路で同一粗度係數をとり，かくしても誤差の狀況は上述の如き結果を示してゐる。

最初に自然水路の平均流速公式から河底粗度の狀態を取除いたのは R. Siedek である。然し此處では此公式は水面幅，水深の關係で之を3種類に分ち，平均深，水面幅，水面勾配の函數であらはした。之に引續いてその複雜さを除き發展して來たのが J. Hermanek の 1903 年に發表したものである。

之等の公式は形式上は前二者に分類せられるであらうがその發展の經過はやゝ異つて居り，之等に於ては數學的形式の美しさを放棄して實用的の形をとつたもので，Forchheimer[1] は Hermanek の公式に就いて，之は不同なる自然水路に對して流速を數學的に一般化するのにかなりに成功してゐる樣に思はれ，その簡單さと共に此式の特長をなしてゐると云ふてゐる。此流れを汲むものに V. Kudielka がある。V. Kudielka[2]は Prof. Schaffernak の指導の下に Mur, Enns, Inns, Salzach, Donau 等の諸川での實測の結果から次の樣な結論を導いた。氏は一つの流速公式の形式を案ずるには同一河川の同一地點に於ける種々の實測値から求めねばならぬと考へ，實測の結果から先づ $\sqrt{RJ}$ を基本として C_1 の値を求め，之を檢當して

$$v = C_1\sqrt{RJ}$$

$$C_1 = C_2\sqrt{RJ}$$

の關係あることを認め

$$v = (C_2\sqrt{RJ})\sqrt{RJ} = C_2 RJ$$

$$\fallingdotseq C_2 JH$$

の形式をとつたのである。

實測の結果に就て見れば C_1 はかなり廣い範圍に變化するが C_2 の變化する範圍は狹く，又類似の水面勾配の場合には之等の値は水深に關し前者は曲線であるに反し，後者は大體直線に近かつた。そして異つた水面勾配の際の之等の直線は殆んど平行してゐることを知つた。

此 C_2 は如何なる形式をとるかと云ふに同一河川の同一位置に於ける實測の結果から見ると類似の水面勾配を有する一群の値は直線をなし

$$C_2 = G - 0.1\,T$$

であらはされる。此 T 水深で，G はは水面勾配による値，米單位で示し，水面勾配は ‰ をとる。

此 G と J との關係を求むると

$$G=\frac{\alpha}{(1+J)^{\beta}}$$

$$\therefore\quad C_2=\frac{\alpha}{(1+J)^{\beta}}-0.1\,T$$

此處に α は河底粗度に關係し，β は水面勾配と河底粗度に關する値である。

此の一例として Dr. A. Strickler の Donau 河 Wien に於ける實測例に就いて見ると

$$C_2=\frac{6}{(1+J)^{3.5}}-0.07T$$

となり，之は又次の樣にも表し得た。

$$2.4^{m}<T<3.2^{m}\qquad C_2=2.4-0.373T$$

$$3.2^{m}<T<6.3^{m}\qquad C_2=1.71-0.163T$$

$$6.3^{m}<T<8.7^{m}\qquad C_2=0.9-0.035T$$

此公式の特に留意する點としては，之は同時に流水の Schleppkraft をも示して居ることである。V. Kudielka はその平均流速公式の内から水路周邊の粗度に關する項及流水の狀態を除くことに出來なかつた。其處で氏は自然水路の平均流速公式は一般に上述の形式で示し得ることを說いて，代表的な數個の河川に就て係數を求め，之によつて考ふる水路の場合に適要する法を取つたのである。

今 Dr. A. Strickler の Donau 河 Wien に於ける實測例から各種の公式による流速と實測流速とを比較すると**第一表及第二表**の結果が得られる。

第　一　表　　1897 年 Wien, Donau 河に於ける測定流速

觀測 月	觀測 日	測定 水面勾配 J(‰)	測定 平均深 T(m)	測定 平均流速 v_m(m/sec)	v_m(m/sec) Kudielka(1) による算定	v_m(m/sec) Kudielka(2) による算定
10	XI 1897	0.430	2.46	1.59	1.63	1.60
3	XI 〃	0.452	2.64	1.67	1.72	1.69
19	X 〃	0.477	3.07	1.81	1.93	1.84
30	IV 〃	0.508	3.58	2.01	2.14	2.05
1	V 〃	0.518	3.70	2.14	2.20	2.14
16	VI 〃	0.551	4.52	2.41	2.43	2.42
30	VI 〃	0.557	4.70	2.51	2.49	2.48
4	VI 〃	0.561	4.91	2.51	2.53	2.51
14-16	IV 〃	0.563	4.95	2.45	2.54	2.52
28	V 〃	0.570	5.34	2.52	2.61	2.58
18	V 〃	0.588	5.68	2.65	2.64	2.62
7	VIII 〃	0.592	5.91	2.46	2.67	2.64
6	VIII 〃	0.602	7.11	2.74	2.80	2.79
5	VIII 〃	0.590	8.08	2.89	2.95	2.94
2	VIII 〃	0.583	8.48	3.01	3.02	2.98
3	VIII 〃	0.580	8.68	2.97	3.04	3.00

(1) $C_2=\frac{6}{(1+J)^{3.5}}-0.07T$

(2) $2.4^{m}<T<3.2^{m}$ ……………… $C_2=2.4-0.373T$
$3.2^{m}<T<6.3^{m}$ ……………… $C_2=1.70-0.163T$
$6.3^{m}<T<8.7^{m}$ ……………… $C_2=0.9-0.035T$

觀測 月	日	v_m (m/sec) Hermanek による算定	v_m (m/sec) Gang-Kutter による算定 (3)	v_m (m/sec) Matakiewicz による算定	v_m (m/sec) Mizoe による算定
10	XI 1897	1.39	1.52	1.40	1.51
3	XI 〃	1.50	1.64	1.48	1.61
10	X 〃	1.72	1.84	1.665	1.84
30	IV 〃	1.99	2.14	1.90	2.10
1	V 〃	2.08	2.21	1.98	2.20
16	VI 〃	2.47	2.57	2.27	2.57
30	VI 〃	2.58	2.67	2.33	2.68
4	VI 〃	2.63	2.73	2.38	2.75
14-16	IV 〃	2.67	2.74	2.40	2.77
23	V 〃	2.84	2.88	2.53	2.95
18	V 〃	3.02	3.02	2.67	3.11
7	VIII 〃	3.13	3.09	2.73	3.21
6	VIII 〃	3.50	3.54	3.00	3.68
5	VIII 〃	3.74	—	3.20	3.99
2	VIII 〃	3.82	—	3.24	4.10
3	VIII 〃	3.85	—	3.27	4.16

(3) $n=0.261$... と假定す

第 二 表　　測定流速と計算流速との誤差比較表

測定 平均流速 v_m(m/sec)	Kudielka (1) v_m-v_1	Kudielka (2) (m/sec) v_m-v_2	Hermanek (m/sec) v_m-v_3	Matakiewicz (m/sec) v_m-v_4	Ganguillet-Kutter (m/sec) v_m-v_5	Mizoe (m/sec) v_m-v_6
1.59	−0.04	−0.01	+0.20	−0.07	+0.19	−0.08
1.67	−0.05	−0.02	+0.17	+0.03	+0.19	−0.06
1.81	−0.12	−0.03	+0.09	−0.03	+0.145	+0.03
2.01	−0.13	−0.04	+0.02	−0.13	+0.11	−0.09
2.14	−0.06	0.00	+0.06	−0.07	+0.16	−0.06
2.44	+0.01	+0.02	−0.03	−0.13	+0.17	−0.13
2.51	+0.02	+0.03	−0.07	−0.16	+0.18	−0.17
2.51	−0.02	−0.00	−0.12	−0.22	+0.13	−0.24
2.45	−0.09	−0.07	−0.22	−0.20	+0.05	−0.32
2.52	−0.09	−0.06	−0.32	−0.36	−0.01	−0.43
2.65	+0.01	+0.03	−0.37	−0.37	−0.02	−0.46
2.46	−0.21	−0.15	−0.67	−0.63	−0.27	−0.75
2.70	−0.01	−0.00	−0.71	−0.75	−0.21	−0.89
2.80	−0.06	−0.05	−0.85	—	−0.31	−1.10
3.01	−0.01	−0.03	−0.81	—	−0.23	−1.09
2.97	−0.07	−0.03	−0.88	—	−0.30	−1.19

今 Boussinesq[1] によれば uniform steady flow は次の様に現はされる。

$$v_m = \left(\frac{1}{\sqrt{B}} + \frac{K}{3}\right)\sqrt{J\,h}$$

此處に B は水路周邊の粗度できまる値であり, K は粗度には無關係で流水にのみよる値である。

筆者が本誌第十八卷第一號記載の拙論「浮子特に竿浮子による觀測流速の更正係數に就て」で述べて置いた様に turbulential coefficient ε が深さに關し直線に變化するものと J. Koženy に從つて考ふると

$$v_m = \frac{\left[1+\alpha K\frac{\sqrt{B}}{3}-\alpha a K\frac{\sqrt{B}}{2}+\left(a^2K\frac{\sqrt{B}}{2}-K\frac{\sqrt{B}}{4}\right)h\right]}{\sqrt{B}}\sqrt{Jh}$$

となる。

此處に K, B は前同樣で, α は h より大きな常數, a は最大流速の位置を示して居る。

Donau 河 Franz-Joseph Brücke に於ける實測[1] の結果から,

$$v = C\sqrt{HJ}$$

として C を求め, 之と H との關係を見ると, C の値は水位の低い場合はその上昇と共に幾分直線に增加するが, 或る程度に達すると次第にその增加率を減じ, しばらくは殆んど常數となり, その後は又大略直線に減少する現象を得た。此事實は他の實測の場合にも形こそ異れ, 同様な現象は見られるのである。

上述せる如く Boussinesq によれば C は河底の粗度による常數で, 筆者の求めた式によると水位によつて直線に變化し, 水位の上昇に從つて增加する。而も之は河底の粗度と水路の狀況によることを知る。然し turbulential coefficient ε は河底で最も大で, 高くなるにつれて少となり, 又表面近くなつて幾分增加するものと考へ得られるから若し之が拋物線で變化するものと推定すれば, 平均流速は

$$v_m = f(h, h^2)\sqrt{hJ}$$

で表はされるであらう。

一般に水深の大きな, 流れの緩な水路では C の水位による變化は少で幾分水位の大なる時には減少する傾があり, 又淺い水路での場合は直線に增加してゐる。以上述べた所の現象は此理論と大體一致してゐると考へられるであらう。

筆者の示した式を基本として誘導した垂直流速曲線は筆者の實測範圍內ではかなりに實測値に近かつた。唯河底附近の流速が幾分違ふ傾があるが之は turbulential coefficient ε の推定によるものであつて, 大體に於ては近似値を示し得ると認められるであらう。かくすれば彼上の流速公式の形式も或ひは近からんか。

筆者は如何なる形狀の水路にも廣く一般的に適用し得らるゝと云ふ公式はかなりの誤差を含むものと考へる。如何なる場合にも單一形式の公式で示さうとする試は大膽すぎないか。たとへ粗度の係數を入れても單一形式をとることには幾分の不安を含む。雜然として集めた多くの材料からの計算によつて求めた係數らしさは數學上は立派な形式を持つて居ても實用に供することから言ふては幾分の躊躇する所がなからうか。眞實の關係を知らうと思ふには類似の條件の下に就て檢當し, 之等の間の關係を探求せねばならぬ。

自然水路で流速公式を用ふるのは流量, 水位の推定に使用される。一水系での使用にあたつては吾々はことに比較的の正しさを要求する。此要求に基く條件を具へた公式が必要なのである。此一例は前揭の表によつてもその一端を伺ふことが出來やう。

筆者は寧ろ Hermanek, Kudiolka の如く簡單にして單純な形式を持ち, 水路の狀態によつて之を區分する形式を推さう。而も此事實は理論的にも證明することが出來るのである。そして小さな人工水路では之は最も信頼し得る基礎に立つ Bazin の公式が適切である様に考へられる。

平衡狀態に近い自然水路では水面勾配と水路周邊の粗度とは相互にある定つた關係を持つて居るから實用にあ

たつては流速公式は水面幅と水面勾配で之を適當に區分し，$\sqrt{Jh}$ を基本として C に關して叙上の理論から求めた形式を縦とし，信頼するに足る實測値を横として組立て得られ樣と考へられる。自然水路の水面勾配の測定は甚だ困難なもので，而も著者も實驗水路で遭遇して居られる樣に尚更自然水路では uniform flow は得られない。それ故に水面勾配に關しては餘りに複雑な形式をとつても その效果は少ないであらう。河底に於て不安定な水面勾配をとる場合には水深に異状な變動を來して居る。之等の事實を考へても 以上の形式で滿足な結果が得られるのではなからうか。

筆者は後日之等に關し更に卑見を述ぶる機會を待つものである。

1) Ph. Forchheimer; Hydraulik.

2) V. Kudielka; Grundlagen zur Bestimmung der mittleren Querschnittsgeschwindigkeit in naturlichen Flußläufen. 1925.

3) Ph. Forchheimer; Hydraulik.

4) Jos. Koženy; Die Wesserführung der Flüsse mit besonderer Berücksichtigung der turbulenten Strömung. 1920. S. 30.

5) V. Kudielka; Grundlagen zur Bestimmung der mittlerer Querschnittsgeschwindigkeit in naturlichen Flußläufen. 1925. S. 6.