

論 說 報 告

第十八卷 第十一號 昭和七年十一月

軌 條 標 準 長 に 就 て の 調 査

會 員 工 學 士 堀 越 一 三

准 員 工 學 士 星 野 陽 一

Investigation on the Standard Length of Rail

By Ichizo Horikoshi, C.E., Member and

Yoichi Hoshino, C.E., Assoc. Member.

内 容 梗 概

軌條継目は車輛の平滑なる走行を害し、多大の保守費を必要とする。従つて出来るだけ継目の数を減じ、軌條長を適當にして車輛振動に及ぼす影響を軽減し、或は其構造を強固にして此缺點を除かなければならない。

本文は現在我國の軌道、車輛、運轉状態に照して如何なる長さの軌條が最も適當であるかを論じたものである。

序 言

軌條の標準の長さは色々の方面から研究して決定さるべきものである。軌條継目から来る色々の不都合を少くする爲に軌道上構は種々改良せられた。特に継目部分の補強と軌條の長さの増大とに對して大なる努力が拂はれつつある。軌條の長さは近年著しく増大せられた。軌條の標準長増大の目的は継目衝撃の数を減じ、走行列車の快適度を増し、軌道及車輛の保守費を減ずると共に其安全度を増すことにある。

適當なる長尺軌條を敷設した軌道がよく上述の目的に沿ふのは明かであるが、軌條の長さを増大するに就ては此外に軌條製作工場の設備及軌條輸送の點を考慮しなければならぬ。在來標準とされた短尺軌條も之を銲接して軌條長は増大することが出来るが尙ほ銲接部に弱點が露ることは避け難いから、所要の長尺軌條を其儘延長して輸送することが望ましいのである。既に 1926 年頃から歐洲大陸に於ては 25-30 米軌條が製作され度軌鐵道によつて其儘輸送されつつあるのである。爾來長尺軌條の使用は次第に普及し現在ドイツ國有鐵道に就て見るも、30 米軌條を敷設した軌道の延長は 3000 軒、60 米軌條を敷設した軌道の延長は 52 軒以上に及び、90-321 米の軌條を敷設した箇所は 30 に達して居るのである。

我國に於ける標準軌條長も 9 米より 10 米更に 12 米迄延伸された。更に此軌條長を増大し、出来るだけ列車の走行を平滑にし、軌道及車輛の疲労破損を少くするには如何なる軌條長を採用すべきか。現在の列車速度及車輛の構造を考慮して之を決定することにする。

1. 車輛の振動實測の際に見られる軌條長の影響

(1) 測定 其一

車輛が走行する時に生ずる振動と走行速度との關係を實驗調査した報告は甚だ多い。

昭和 2 年 9 月 15-28 日に亘り東海道本線沼津・濱松間に於て特別の試験箇所を設定し、種々のボギー客車に

就て調査した報告⁽¹⁾を次に示す。

上下動

第一圖は此試験に於て各ボギー車の上下動振幅と速度との関係をハラド式振動計で調査した結果である。

各車輛共に速度が増すに従つて振幅は大になるけれども、70~75 軒/時の速度に於て特に著しき増加を示してゐる。此附近の速度に於て、軌條繼目の衝撃によつて生ずる強制振動の周期が車輛の上下動固有振動周期に近づき共鳴を生ずる爲である。試験したボギー車の固有振動周期は第二圖から判る様に 0.5 秒内外であるから、速度 70~75

軒/時に於て強制振動の周期が 0.5 秒になる様な繼目間隔を求めるに、速度 V 軒/時で T 秒間に l 米通過するとすれば

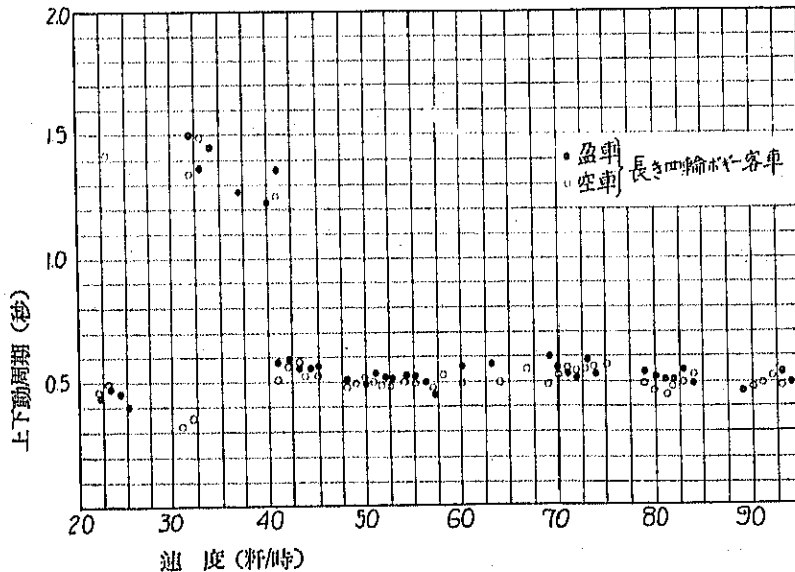
$$l = \frac{1}{3.6} VT$$

$$T = 0.5, \quad V = 70, \quad l = \frac{1}{3.6} \times 70 \times 0.5 = 9.7$$

$$T = 0.5, \quad V = 75, \quad l = \frac{1}{3.6} \times 75 \times 0.5 = 10.4$$

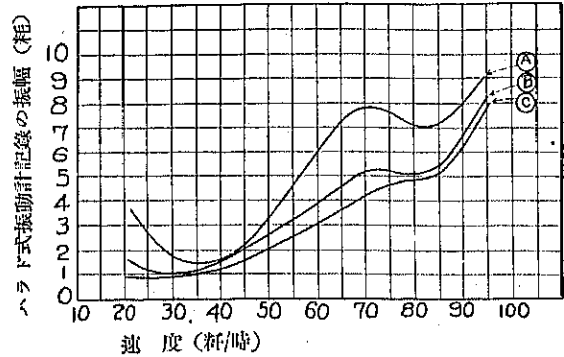
となる。敷設してある軌條の長さは 10 米であつたから l は軌條の長さに一致する。

第二圖 長さ四輪ボギー車の上下動周期と速度との関係



第一圖 各種車輛上下動振幅と速度との関係

- ① 四輪ボギー車
- ② 長さ四輪ボギー車
- ③ 六輪ボギー車



(1) 鐵道省業務研究資料 17 卷 4 號 (昭和 4 年 4 月 20 日)

第二圖は上下動振動周期を大森式振動計によつて測定した結果である。之によると 0.5 秒内外の周期は速度に無関係であるから車輛の固有振動周期であることが判る。速度 30~40 軒/時の場合には此外に 1.25~1.5 秒の周期の振動が現はれる。之は多く不規則なる振動の起る場合に起つた。

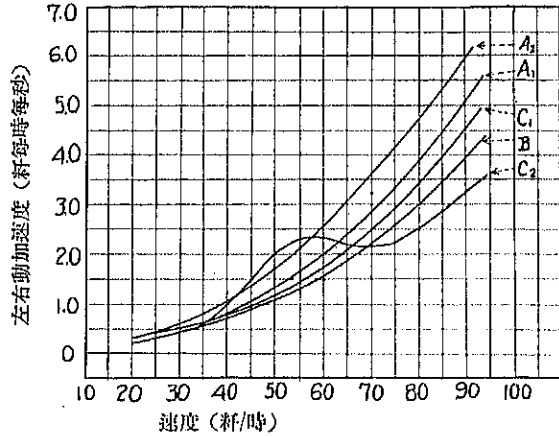
左右動

ウインベリス加速度計を以て車輛の加速度を測定した結果を第三圖に示した。速度の増加するに従つて左右動加速度は急に増加する。六輪ボギー荷物車にあつては 55 軒/時内外の時に特に大なる加速度を示した。

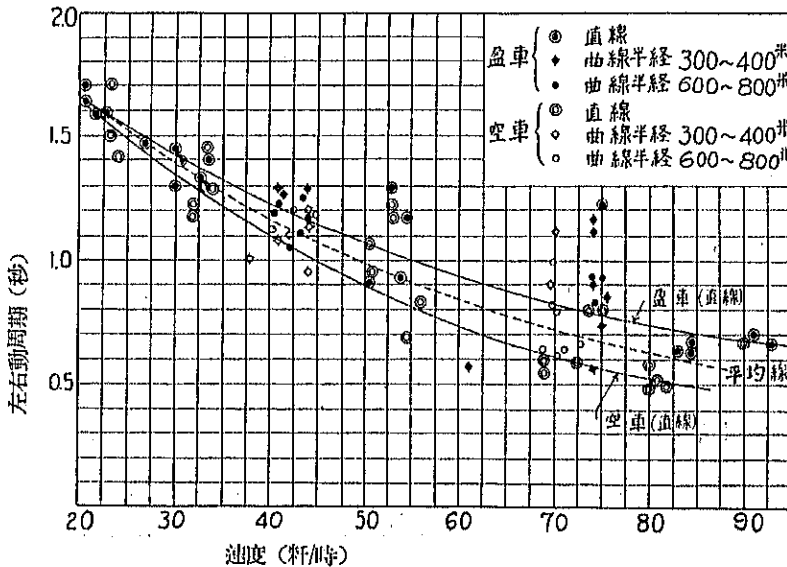
第四圖は左右動周期と速度との關係を示したものである。速度が慢すに従つて周期は小になる。車體の左右動は主にボギー臺車の強制による振動である。而して藪車の左右振動には、軌道の左右不整によるもの、外輪踏面の勾配によるもの、或はボルスター・ハンガーによるものがある。従つて此左右動周期は車體の左右動固有振動周期(ボルスター・ハンガー等によるもので一定の値を持つ)と軌道の左右不整、外輪踏面の勾配による周期(速度に反比例する)との中間

第三圖 各種車輦左右動加速度と速度との關係

(A)四輪ボギー客車(A₁)四輪ボギー荷物車(B)長き四輪ボギー客車
(C)六輪ボギー客車(C₁)六輪ボギー荷物車



第四圖 四輪ボギー荷物車の左右動周期と速度との關係



にあるべきである。六輪ボギー客車の固有振動周期は 0.7 秒内外である。55 軒/時の時 0.7 秒間に通過する距離は

$$\frac{1}{3.6} \times 55 \times 0.7 = 10.4 \text{ 米}$$

であつて之は個々軌條の長さに相當する値を示した。

(2) 測定 其二

昭和5年11月東京附近の電車線（京濱線、横須賀線、山手線、中央線）に於て電車の振動を測定した結果の二三を次に示す。

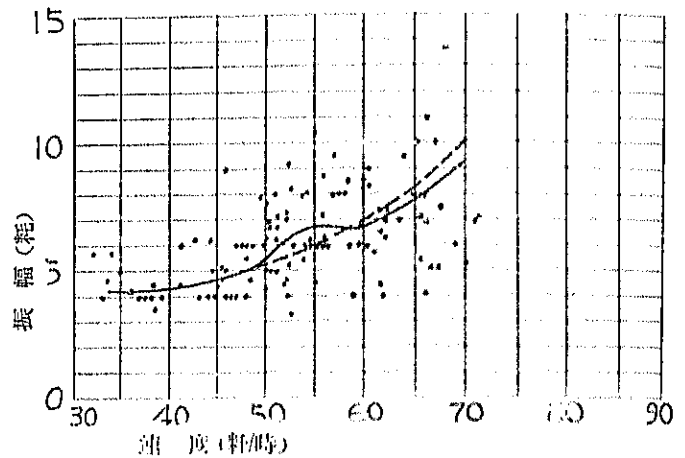
第五圖は京濱線で大森式振動計を用ひて測定した上下動平均振幅である。

第六圖は同じく横須賀線に於ける上下動平均振幅と走行速度との關係を示したものである。約55~60軒/時の時に振幅は比較的大となる。此平均振幅は全線に亘り各1軒内に起る主なる振動數個を取り、之を平均したるものである。

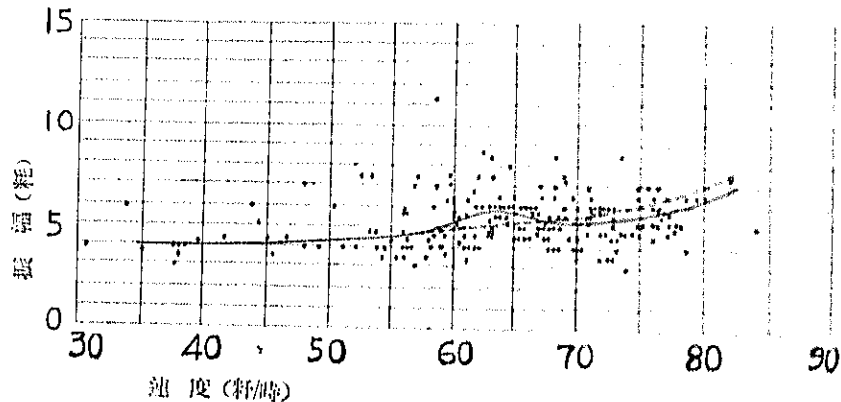
第七圖は京濱線でウインベリス加速度計を用ひて測定した左右動平均加速度である。

京濱電車線には主に長さ10米、横

第五圖 上下動平均振幅（京濱線に於て測定）



第六圖 上下動平均振幅（横須賀線に於て測定）



須賀線には主に長さ13米の50軒軌條が敷設されてゐた。此様な軌道で軌條長が車輛上下動に及ぼす影響は相當認められるが左右動に對する影響は全く認められない。

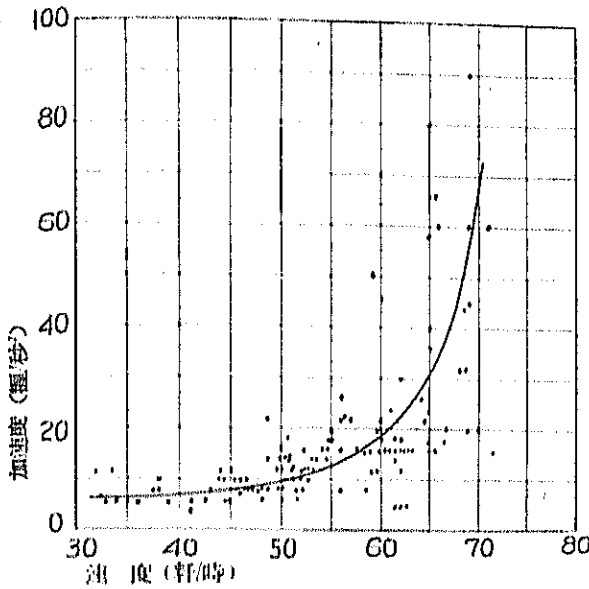
尚第八圖は此實驗に用ひた附隨電車の枕ばね（鈎ばね）及鈎合ばね（卷ばね）の撓み曲線を實測したものである。此車輛の上下動固有周期は實測の結果約0.55秒であつた。又左右動周期は速度70軒/時近くで約0.75秒で、速度の小となるに従つて次第に大となつた。

2. 車輛の振動

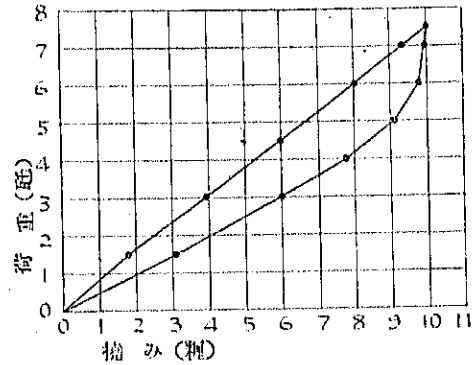
(1) 軌道と車輛の振動

車輛振動の乘客貨物に影響を及ぼす主なるものは上下動、ピッチング及ローリングである。ピッチングは普通上下動の一部として感ぜられる。従つて前節に於ては上下動を以て單純上下動とピッチングを併合した物を、左右

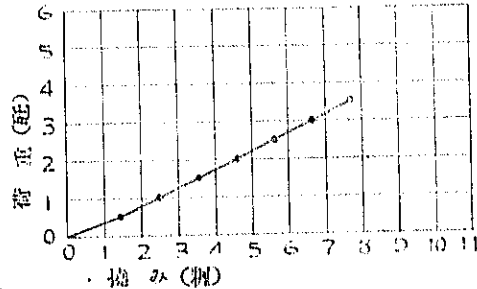
第七圖 左右動平均加速度(京濱線に於て測定)



第八圖 電車(附隨車)のばねの撓み曲線
枕ばね(鋼ばね)



釣合ばね(巻ばね)



動を以て單純左右動にローリングの影響を合したものを示した。

上下動は軌道面高低の量に比例するが、ばねの固有振動周期と車輛が連続した軌道面高低を通過する周期とが一致する時に甚しく振幅を増大することがある。然し實際は連続する高低は一樣ではなく又ばねには摩擦があるから振動は之に抑制せられて無限に其振幅を増大することはなく、或程度以上には甚しくならないのが普通である。

撓み小なるばねを有する車輛はばねの固有振動周期小の軌道面の部分的高低の影響を受け又は連続した車輛が次々に繼目を通ずる爲に大なる振動を生ずることがあるが、撓み大なるばねを有し固有振動周期の大なる車輛では軌條一本一本に就ての高低によつて振動が支配されることが多い。

軌道面上を走行する車輛に最も普遍的に最も大なる衝撃を與へ振動の原因を作るものは軌條繼目である。既に1800年代の中頃 Resdenbacher は、車輛の固有振動周期と此繼目衝撃周期とが一致して共鳴を生ずる場合の危険に就て述べて一般の注意を喚起した。次で今より30~50年前 Vicaire, Naudal 等々に就て種々調査研究を進めた。然し具體的に此調査を利用して適當なる軌條標準長を定め車輛振動の軽減、從つて軌道車輛の健全に資した例は無いのである。

如何なる場合にも上下動振幅が或値以上に増大せず車輛が安定を保つ爲には少くとも軌道的高低 h とばねの摩擦係数 f 及靜止撓み u (ばね上にかかる靜荷重によるばねの撓み) の間に或る關係がなければならぬ。軌道に普通見られる様な曲線形高低がある場合には其關係は

$$h \leq f u$$

である。(1) h が之に反する時には車輛振動は、ばねの固有振動周期と車輛の受ける衝撃周期の一致する時即ち共鳴

(2) Murié: Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer.

の時に無限大となる。

車輛内で受ける不快感覺は衝動に比例する。此衝動を小にする爲には n を大にし f を小にした方がよい。然し斯くの如くすると振動の減衰が少くなるから振動は蓄積されて次第に大となり易く特に共鳴の危険は多くなる。

車輛の構造によつて振動の様式は種々である。四輪車に比してボギー車はボギー車の爲に軌道の局部的高低の影響を受けること比較的少く全體から見ても振動は小である。軸距小なる時にはピッチングの際の動揺角が大となる。オーバーハングした四輪車の端では此爲に特に上下動が大になる。従つて比較的高速度を以て走行する車輛の軸距は大でなければならない。高速度運転にボギー車が適する所以である。

左右動は車輛の蛇行動と軌條の左右不整の爲に生ずる。即ち左右動を分析すれば蛇行動による車輛全體としての左右動とローリングの一部及びねじり部分の單純左右動となる。相互式繼目を用ふる場合にはローリング及單純左右動は著しくなり上下動の場合と同様の考察を爲す必要があるが、我國に於ける様に相對式繼目を用ふる場合には軌條の左右不整は規則的ではないから共鳴等の現はれることも少い。

蛇行動周期 τ_s (秒) は

$$\begin{array}{ll} \text{車輪の半徑を } R \text{ (m)}, & \text{兩個軌條中心間隔を } 2r \text{ (m)} \\ \text{外輪踏面の勾配を } 1/n, & \text{走行速度を } V \text{ (km/h)} \end{array}$$

とするに概略

$$\tau_s = 0.226 \frac{1}{V} \sqrt{nrR}$$

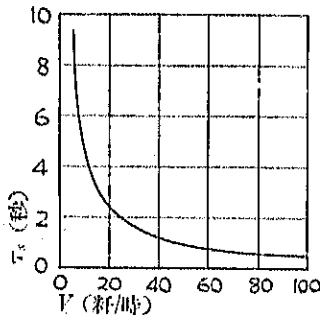
である。客貨車の場合に

$$n=20, \quad r=51, \quad R=43$$

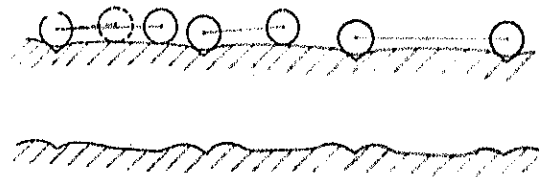
として τ_s と V との關係を計算すると第九圖の様になる。此周期は速度 30~40 km/h でローリングの周期と一致する。左右動の測定値が此速度の附近で比較的大であることのあるのは此爲であると考へられる(第九圖参照)。

上述した様に軌道面の高低特に現在我國で用ひられてゐる様な軌道では軌條繼目による高低によつて車輛振動

第九圖



第十圖



が支配されることが多い。従つて軌條長を適當に選定し可憐振動を軽減し車輛及軌道の安定を一層増進することは難事ではない。一方又 Jurenák や Batielo 等の主張りの様に、軌條継目の原因で車輪が繼目部に與へる衝撃にあるとすれば軌條長を増大することにより 繼目衝撃の數を減じ軌條一本に對する軌條支承體の抵抗を増すこ

(3) Jurenák: Über die Schienenwanderung. (Organ f. d. P. d. E., 1 Mai, 1929)
Batielo: La longueur des rails, facteur de stabilité des voies ferrées. (Le Génie Civil, 2. Avril, 1932)

とになるのであるから、軌道保守上厄介なる軌條前進の煩を少くすることが出来る。

(2) 車輛軸距或はボギー中心間隔

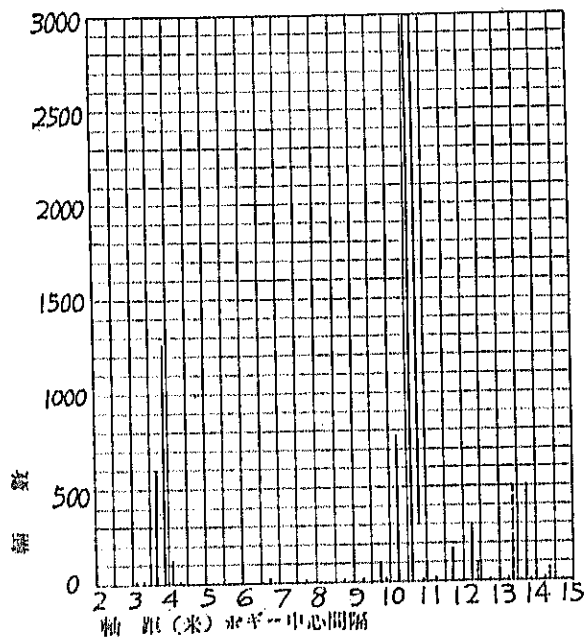
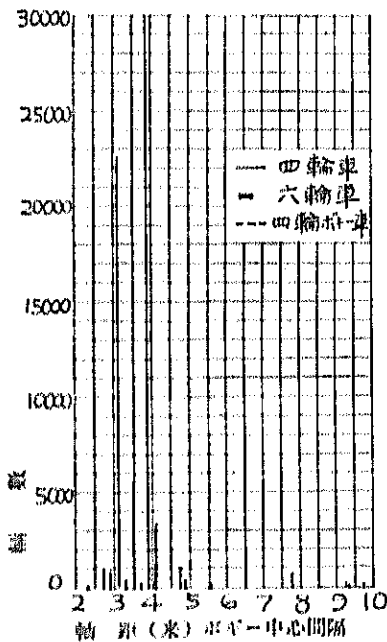
軌道の車輪走行面は平滑ではなく不平がある。特に繼目部分の低下することが普通である。Coillard, Flamache, Hubert 等の實驗的研究は特に此點を數量的に明にして居る。我國の軌道に就て實驗した結果も數量的には異なるが大體の傾向は同様である。但し時によると此繼目部分が逆に昂上してゐることもある。軌條頗而小で繼目附近の軌道強度比較的大で過大の道床掘削を爲した場所等に多く認められる(第十圖参照)。

我國の軌道を實測した結果から見ると、可なり良好に保守されてゐる軌道でも繼目部の低下は車輪荷重を受けた場合 3~5 耗は必ずある。従つて斯かる軌道上を車輪が走行する時に、第十圖に示す様に車輛軸距と軌條長の關係は車輛振動の様式或はその大小を支配する一要素になり得るのである。

第十一圖

(1) 貨車

(2) 客車 (四輪車(ボギー中心間隔) 六輪車(ボギー中心間隔) 四輪車(ボギー中心間隔))



現在の客貨車の軸距、ボギー車にあつてはボギー中心間隔と車輛數との關係を示すと第十一圖の様になる。即ち貨車にあつては軸距約 3.0 米の四輪車、客車にあつてはボギー中心間隔約 10.6 米のボギー車が最も多い。然しボギー衝裂車にはボギー中心間隔約 13.8 米のものも可なり多く又將來多かるべしと考へられる。

軌條長と車輛軸距又はボギー中心間隔との一致は常に避くべきである。例へば軌條長がボギー中心間隔に等しい時には車輛上下動に單純上下動のみからなり、單純上下動周期と繼目衝擊周期が一致する時に車輛は大なる振動を受けることになる。然るに軌條長がボギー中心間隔と異なる場合には車輛上下動は單純上下動とピッチングからなり兩者其固有振動周期を異にするから、其一致が繼目衝擊と共鳴しても他は共鳴せず結局に於て前の場合の様な甚大なる車輛振動を生じない。

(3) 運 轉 速 度

機關車の運轉速度には色々の方面から制限が附せられる。機關車構造による許容速度を計算する例として T.V. で定めたものを掲げると次の様になる。(4)

一般構造と許容速度

火室位置	氣筒位置	走り装置及先従軸			最高許容回轉數/分	記 事
		先 軸	連結動軸數	従 軸		
少くとも一軸が火室の後部又は下部にあり	外側のみ又は外側 2 及内側 1	ボギー臺車又は同等のものあり	1,2,3	有無に關せず	320	
			4		260	
			5		240	
		上記以外のものあり	1,2,3		280	
			4		260	
			5		240	
	内側のみ又は内外各 2 にしてクランクが 180° を爲せるもの	なし	1,2,3	260		
			4,5	200		
			ボギー臺車又は同等のものあり	360		
		上記以外のものあり	1,2,3	380		
			4,5	310		
			なし	280		
火室突出す	位置に關せず	あり	2,3	240		
		なし	2,3	220		
		有無に關せず	4,5	180		
	位置に關せず	位置に關せず			200	

之によつて我國の蒸氣機關車の最高許容速度を計算すると次の表の様になる。

蒸氣機關車の構造（車輪配置）に依る制限速度（浬/時）

機關車形式	制限速度	機關車形式	制限速度	機關車形式	制限速度	機關車形式	制限速度
10	55	1800	60	5000	92	8850	90
60	60	1850	60	6000	92	8900	90
230	60	1900	60	6350	92	9040	52
500	71	1960	60	6400	92	9050	52
600	71	2120	61	6700	96	9200	60
700	71	2400	61	6750	96	9500	60

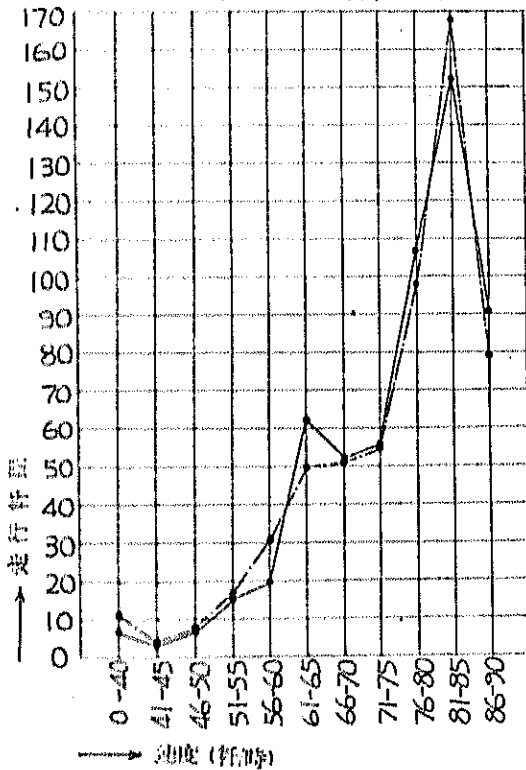
(4) Technische Vereinbarungen f. Bau- u. Betriebsrichtungen d. Haupt- u. Nebenbahnen. (1908-11-3/5, Amsterdam)

870	74	2500	61	6700	96	9550	61
900	74	2700	61	7200	56	9580	61
950	80	2800	66	7270	56	9600	61
960	84	2900	66	7300	56	9750	47
1000	92	3050	64	7350	56	9800	47
1060	92	3060	64	7500	66	9850	47
1070	92	3070	64	7550	66	1310	84
1150	92	3100	64	7800	66	1350	96
1630	39	3170	66	7850	66	C10	80
1670	46	3200	66	7950	64	C50	84
1700	62	3300	67	8100	64	C51	105
1720	46	3400	71	8500	72	C52	96
1730	46	4100	47	8550	72	C53	105
1740	52	4110	47	8620	96	D50	68
1750	55	5500	84	8700	96		
1760	52	5700	83	8800	96		

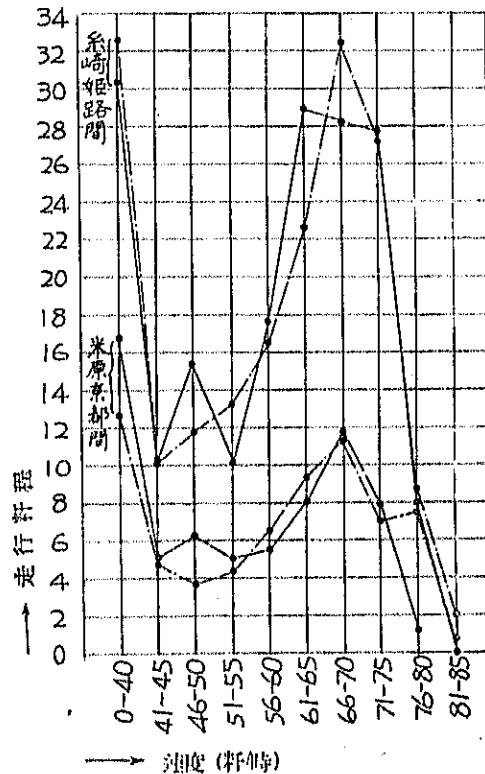
實際の列車運転速度を東海道本線特急燕に就て見るに、第十二圖(1)の示す様に80~85 軒/時の速度を以て走

第十二圖

(1) 東海道本線特急運轉速度(東京・大阪間 568 軒)
(上り列車—— 下り列車——)



(2) 東海道本線山陽本線區間列車運轉速度
(糸崎・姫路間 177軒京都・米原間 68 軒)
(上り列車—— 下り列車——)



行する區間の延長最も大で、75~80 軒/時 又は 85~90 軒/時或は之以上の速度を以て走行する區間の延長之に次ぐ。而して車輛振動は速度の高まるに従つて急激に増加するものであり且つ又速度が大なる程次に受ける衝撃迄に現れる振動減衰の小なることを考へれば、斯くの如き列車に對しては大體 85 軒/時 前後の速度を標準として車輛振動を軽減する様に諸般の調査を爲すのを適當とする。

東海道本線に於ける各駅停車の區間列車の走行速度を見るに第十二圖 (2) の如く 65~70 軒/時の速度を以て運轉する區間の延長最も大で、速度 80~85 軒/時又は 70~75 軒/時を以て運轉する區間の延長之に次ぐ。従つて斯かる場合には大略速度 70 軒/時が標準になる。

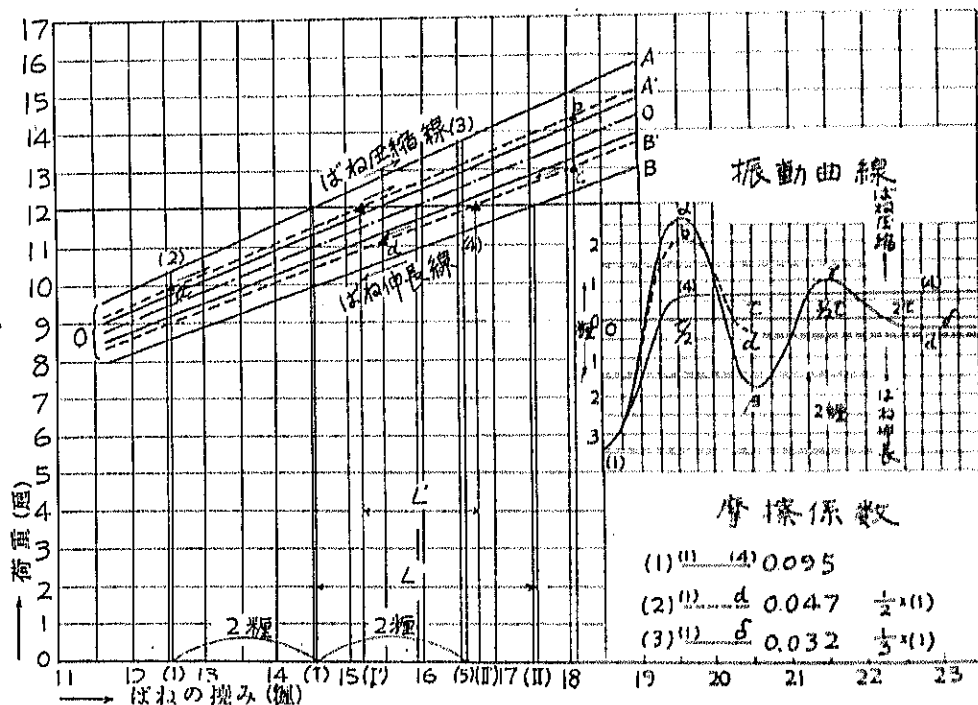
此外の各線に於ける速度を見るに甲線級の東北本線及高崎線に於ける旅客列車は 80~90 軒/時、乙線級の房總線、兩毛線に於ける旅客列車は 70~85 軒/時の速度を以て走行する區間の延長が最も大である。丙線級の八高線、水郡線に就て見るに、50~55 軒/時の速度を示す區間が比較的多いけれども、60~70 軒/時の速度を以て走行する區間の延長も亦可なり大である。

貨物列車の速度は何れも 65 軒/時以下である。電車は 50~55 軒/時の速度の區間比較的多く 60~75 軒/時の速度を以て走行する區間の延長も亦大である。

(4) 車輛振動の減衰

車輛に衝撃が加はり振動が生じてもばねの摩擦の爲に此振動は間もなく消滅する。乗客貨物の受ける衝動を緩和する爲にはばねの静し攪み a を大にすべきであるが斯くすれば摩擦係數 f は小になり易い。 f が餘りに小であれば振動の減衰すること少く、軌道面高低による衝撃を繰返し受けるに従つて振動は次第に大となる。特に共鳴

第 十 三 圖



の時に甚しく大となる。

車輛振動の減衰状態を知る爲に一例として第八圖に掲げた様な附隨車を取つて考へる。此車輛のボギー装置にかゝるばね上重量を 12 噸とし、此附近のばねの荷重對撓み曲線を 第十三圖に示した。靜止的にはばねの摩擦係数は $f=0.005$ である。

斯かる性質のばねを有する車輛の振動減衰状態を Marié の圖式法によつて研究して見る。⁽⁵⁾

$f=0.005$ の場合のばね壓縮線は OA でばね伸張線は OB である。此場合荷重 12 噸は (I)-(II) 間の任意位置に於て停止することが出来る。今車輛が衝撃を受け (I) の位置から 2 種だけばねの撓みを小にし振動を開始したとすれば、ばねにかゝる荷重の變化及ばねの撓みの關係は (1)-(2)-(3)-(4) となり (4) に至つてばねの反撥力は荷重に及ぼす振動は停止する。従つて振動曲線は τ を振動周期とすると圖の (1)-(4)-(4) となる。夫故斯かる摩擦係数を有するばねを装置した車輛が衝撃を受ける場合には振動記録の上には単一の山形突起を出すのみであつて、 $\tau/3$ 以内に他の衝撃が加はらなければ各衝撃による振動相互間の干渉は全然ない。摩擦の大なる鋼ばねのみを有する車輛は走行中に受ける衝撃によつても斯くの如き記録を示す。

ばねの摩擦係数は車輛走行中に於て著しく減少する。Herdner は實驗によつて走行中の摩擦係数は靜止中の摩擦係数の $1/2$ 或は大以下になることを確めた。 f はばねにかゝる荷重の大小に餘り關係せずばねによつて夫々定數に近い。此 f はばねの各狼狽間の摩擦係數 φ に大體比例するのであるが、新しい油氣のないばねで靜的に $\varphi=0.8$ であつても激甚なる振動を興へると φ は殆んど零になる。然し實際車輛に裝置されたばねは斯くの如き激甚なる振動を受けることはないから φ の減少も之より少く、機關車のばねの様に油の塗布されてゐるものでは $\varphi=0.2$ 、一般の車輛では $\varphi=0.3\sim 0.4$ になる。 f の減少も亦大體此割合によること明かである。

$$\text{従つて今} \quad f = \frac{1}{2} \times 0.005 = 0.0025$$

とするとばね壓縮線は OA', ばね伸張線は OB' となりばねの撓みと荷重の關係は (1)-a-b-c-d となり d に至つて停止する。此場合の振動曲線は (1)-b-d-d の様になる。従つて此場合は周期 τ 以内に於て他の衝撃が加はれば振動相互間の干渉が生じ、甚だしくはないが共鳴作用も現はれる。斯かる衝撃が無數に繰返されると振動は相當大になり得る。

$$\text{更に摩擦係數を小にし} \quad f = \frac{1}{3} \times 0.005 = 0.0017$$

とすれば振動曲線は (1)-a-b-c-d の様になり 2τ 以内に加はる衝撃による振動は何れも互に干渉し共鳴作用も甚しく生ずることが出来る。

現在見られる車輛特に客車に於ては Herdner の實驗した様に大略 $f=0.017$ 或は大以下の摩擦係數を示すものが多いと考へられる。實際に車輛振動を測定するに、車輛の固有振動周期が繼目によつて興へられる衝撃周期に等しくなる様な速度で実行すると振幅の増加を來す。然し此増加も $f=0.032$ とした時の様に甚だしくはない。而も尙共鳴の影響として相當の振幅増加を來し且つ f が尙小なる車輛もあり得るのであるから共鳴防止の方策を講ずる必要は依然としてあるのである。

(5) Marié: Traité de stabilité du matériel des chemins de fer.

Marié: Limites de flexibilité des ressorts et limites de vitesse de matériel des chemins de fer.

Marié の著書、前掲 (2)。

(B) 車輛の固有振動周期

我國に於ける代表的車輛の固有振動周期を Marié の導いた下記の諸式によつて計算する。

(a) 上下動

$$\tau_u = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}}$$

但し a : ばねの静止撓み

g : 重力加速度

機關車では各軸によつて a の値が違ふから平均撓みとして

$$a = \frac{P_1 + P_2 + \dots}{1/a_1 + 1/a_2 + \dots}$$

但し a_1, a_2, \dots : 各ばねの單位荷重による撓み、

P_1, P_2, \dots : 各ばねにかゝる荷重

とすれば一般に

$$a = \frac{12P^0}{(2n+n'-1)l^2 E}$$

但し n : 羽根の全數

n' : 親羽根の數

l : ばねの有効徑用の半分で、 $2l$ を徑用、 $2a$ を胴縮の幅とし、 k は定數で 0.2 とすれば

$$l = (l - ka)$$

b : 羽根の幅

t : 羽根の厚

E : 材料の彈性係數

である。(4)

(b) ピッチング

$$\tau_p = 2\pi \sqrt{\frac{a}{b} \frac{a}{g}}$$

但し a : 振動中心(車軸中心を通る平面上、前後端車軸の中央)を通り軌條に直角な水平軸を周りのばね上部分の回轉半徑

b : 兩端車軸又はギヤ中心間の距離

(c) ローリング

$$\tau_r = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g} \frac{\sigma^2 + n^2}{m^2 - an}}$$

但し σ : 車輛ばね上部分の重心を通る縦軸に就ての回轉半徑

n : 振動中心(軸受上面)からばね上部分の重心迄の高さ

$2m$: 左右ばねの間隔

客車では銀ばね(枕ばね)と軸ばね(釣合ばね)とで m の値を異にする。計算には m として兩者の平均を取

つた。

代表的車輛として客車(スハ 3260 形), 貨車(ワム 21000 形), 機關車(C 51 形)を取り τ_u, τ_p, τ_r を計算すると次表の様になる。

車輛の固有振動周期

		上下動	ビッチング	ローリング
		(τ_u)	(τ_p)	(τ_r)
		秒	秒	秒
客車(スハ 3260 形)	空	0.65	0.57	1.23
	盈	0.74	0.65	1.43
	平均	0.70	0.61	1.33
貨車(ワム 21000 形)	空	0.99	0.90	0.44
	盈	0.50	0.52	0.99
	平均	0.49	0.41	0.72
機關車(C 51 形)		0.41	—	1.35

他の數種の車輛に就て τ_u 及 τ_p を求めた例を掲げると次の様になる。

六輪ボギー車 (スイネ 10026 形)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{上下動周期 } \tau_u=0.75 \text{ 秒} \\ \text{ビッチング周期 } \tau_p=0.61 \text{ 秒} \end{array} \right.$
六輪ボギー車 (チイ 9235 形)	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_u=0.70 \text{ 秒} \\ \tau_p=0.61 \text{ 秒} \end{array} \right.$
四輪ボギー車 (ホハン 17051 形)	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_u=0.60 \text{ 秒} \\ \tau_p=0.61 \text{ 秒} \end{array} \right.$
四輪客車 (ハ 1001 形)	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_u=0.5 \text{ 秒} \\ \tau_p=0.6 \text{ 秒} \end{array} \right.$
15 吨積有蓋貨車(ワム 2324 形)	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_u=0.25 \text{ 秒 (空), } 0.4 \text{ 秒 (盈)} \\ \tau_p=0.3 \text{ 秒 (空), } 0.5 \text{ 秒 (盈)} \end{array} \right.$

(6) 共鳴を生ずる速度

前項に述べた代表的各車輛が 9 米, 10 米及 12 米の軌條を敷設した軌道上を通過するに際して各軌條繼目によつて連續衝撃が加へられるものとする時, 車輛の固有振動周期と衝撃周期が一致し共鳴が生ずる限界速度 V_c を求めて見る。一般に

- V_c : 限界速度 (軒/時)
- l : 軌條長 (米)
- τ : 固有振動周期 (秒)

とすると

$$V_c = 3.0 \frac{l}{\tau}$$

である。

限界速度 V_c の値 (軒/時)

但し〔 〕内にある速度は 2 周期に1回衝撃が加はるものとした場合の限界速度

客 車

		軌條長(米)	9	10	12
上 下 動	{	空 車	50	55	60
		盈 車	44	49	58
ピッチング	{	空 車	57	63	76 (38)
		盈 車	50	55	67 (33)
ローリング	{	空 車	26	29	35
		盈 車	23	25	30

貨 車

上 下 動	{	空 車	112 (56)	124 (62)	149 (74)
		盈 車	65 (33)	72 (36)	86 (43)
ピッチング	{	空 車	108 (54)	120 (60)	144 (72)
		盈 車	62 (31)	69 (34)	83 (42)
ローリング	{	空 車	74 (37)	82 (41)	98 (49)
		盈 車	33	36	44

機 関 車

上 下 動	—	79 (39)	88 (44)	105 (53)
ローリング	—	24	27	32

實際に於ては飯ばねには大なる摩擦があるから客車を除いては〔 〕内にある限界速度で共鳴作用が現はれることは殆んど無い。

機関車にあつては連続する各車軸が繼目上を通過する際受ける衝撃と固有振動周期が一致し振動が大になることがある。今各車軸の軸中心距離を 2 米とすれば $V_c=18$ 軒/時、軸中心距離を 1.6 米とすれば $V_c=14$ 軒/時となる。

上表の限界速度 V_c と第十二圖の速度行程曲線を對照するに、東海道本線に於ける様な高速度列車の實際運行速度は寧ろ V_c よりも大なるものが多い。 V_c に一致する如き運行速度を以て走行する軒程は之より僅かである。又貨車の實際運行速度は到底 V_c に及ばない。機関車は其最高速度に於て稍 V_c に近づく。

3. 共鳴の理論と其應用

走行車輛の動搖の一大原因は軌條繼目が車輪に及ぼす衝撃にあると見ることが出来る。車輛は夫々固有の振動周期を持つて居り、軌條繼目が之に對して速度及軌條長によつて定まる一定の周期を以て衝撃を加へるから此爲に生ずる車輛の振動は、車輛の固有振動と軌條繼目の與ふる衝撃周期との關係如何によつて或は共鳴を起して振幅が大となり或は反共鳴となつて連続的衝撃に對しても振幅が小さく保たれる事となる。繼目の反覆的衝撃によつて生ずる車輛の振動を出来るだけ小にするには車輛の固有振動周期、列車の速度及軌條長を適當に選んで目的を達することが出来る。

以下固有振動周期 τ を有する車輛に連続的衝撃が加はる場合、結果として生ずる車輛の振幅を求めて見る。

(1) 繰返し衝撃による振動

A. 基本式

車輛が1回の衝撃を受けて生ずる振動を減衰正弦振動

$$y = e^{-\beta t} a \sin 2\pi t \dots\dots\dots (1)$$

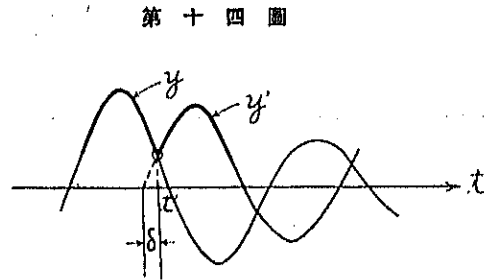
- 但し $e^{-\beta t}$: 減衰係数
- a : 振幅恒数
- t : 車輛固有振動周期を單位とした時間⁽⁷⁾

とする。

車輛が y なる振動を爲してゐる時任意の時刻 t' に衝撃を加へらるれば、この衝撃によつて或る速度 v が附加せられ此點の速度は

$$V = (v)_{t=t'} + v, \text{ 但し } v = \frac{dy}{dt}$$

となる。速度が v かつ、 V に變じた爲に振動 y は、變位が $(y)_{t=t'}$ の時速度が V である様な新な振動 y' となる。此新振動 y' は $t=t'$ から出現するが y の振動原點は t' ではなくて t' から δ だけずれてゐる (第十四圖参照)。



第十四圖

新振動 y' の振動周期は y と等しく、其振幅恒数 a' は減衰正弦振動の變位と速度との關係式

$$a' = \frac{1}{e^{-\beta t'}} \sqrt{v'^2 + (1/2\pi)^2 (v + \beta y)^2} \dots\dots\dots (2)^{(8)}$$

から求まる。

衝撃による附加速度 v は、静止車輛が1回の衝撃を受けて起す振動 (初振動) を

$$y_0 = e^{-\beta t} a_0 \sin 2\pi t$$

とすれば

$$v = (v_0)_{t=t'} = [e^{-\beta t} a_0 (2\pi \cos 2\pi t - \beta \sin 2\pi t)]_{t=0} = 2\pi a_0$$

故に $V = (v)_{t=t'} + 2\pi a_0 \dots\dots\dots (3)$

但し a_0 : 初振動振幅恒数

以下同じ大きさの衝撃が一定周期 n を以て繰返し加へらるゝ場合結果として生ずる振動の振幅を求めて見る。

第十五圖に示す様に、任意の振動 y_n が其振動原點 O_n から

$$x = n + \delta_n$$

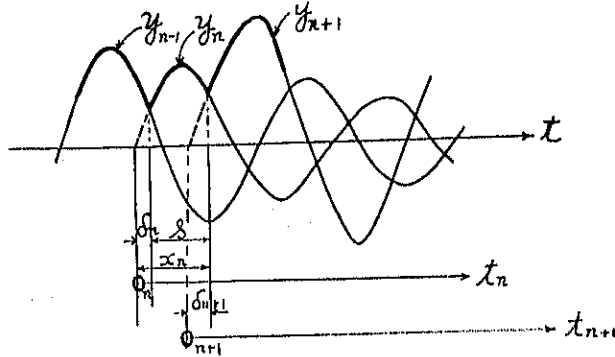
なる時刻に衝撃を受ければ其點の速度は(3)式から

(7) 以下時間は凡て車輛固有振動周期を單位とする。

(8) (1) 式を微分して $v = e^{-\beta t} 2\pi a_0 \cos 2\pi t - \beta e^{-\beta t} a_0 \sin 2\pi t = e^{-\beta t} 2\pi a_0 \sqrt{1 - \sin^2 2\pi t} - \beta y$
 $= e^{-\beta t} 2\pi a_0 \sqrt{1 - (y/a_0 e^{-\beta t})^2} - \beta y$

之から (2) 式を得る。

第十五圖



$$\begin{aligned}
 V_n &= (v_n)_{t=x_n+2\pi\alpha_0} \\
 &= e^{-\beta x_n} (2\pi a_n \cos 2\pi x_n - \beta a_n \sin 2\pi x_n) + 2\pi\alpha_0 \\
 &= e^{-\beta x_n} 2\pi a_n \cos 2\pi x_n - \beta y_n + 2\pi\alpha_0
 \end{aligned}$$

此値を(2)式に入れて、新なる振動 y_{n+1} の振幅恒数は

$$a_{n+1} = (1/e^{-\beta\delta_{n+1}}) \sqrt{e^{-2\beta x_n} a_n^2 \sin^2 2\pi x_n + (1/2\pi)^2 (e^{-\beta x_n} 2\pi a_n \cos 2\pi x_n + 2\pi\alpha_0)^2}$$

即ち、
$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = e^{-\beta(x_n - \delta_{n+1})} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right)^2 e^{2\beta x_n} + 2 \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right) e^{\beta x_n} \cos 2\pi x_n} \dots (4)$$

但し

$$2\pi = s + \delta_n, \quad s: \text{衝撃周期}$$

α_0 : 最初の衝撃によつて生ずる振動の振幅恒数

a_n : $(n+1)$ 回の繰返し衝撃の結果生じた振動の振幅恒数

δ_{n+1} の値は、連続兩振動間の條件

$$\left. \begin{aligned}
 (y_n)_{t=x_n} &= (y_{n+1})_{t=\delta_{n+1}} \\
 V_n &= (v_{n+1})_{t=\delta_{n+1}}
 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

から

$$e^{-\beta(x_n - \delta_{n+1})} = \frac{a_{n+1} \sin 2\pi \delta_{n+1}}{a_n \sin 2\pi x_n}$$

之を(4)式に入れて

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+1} \sin 2\pi \delta_{n+1}}{a_n \sin 2\pi x_n} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right)^2 e^{2\beta x_n} + 2 \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right) e^{\beta x_n} \cos 2\pi x_n}$$

故に

$$\delta_{n+1} = \frac{1}{2\pi} \sin^{-1} \left[\frac{\sin 2\pi x_n}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right)^2 e^{2\beta x_n} + 2 \left(\frac{\alpha_0}{a_n}\right) e^{\beta x_n} \cos 2\pi x_n}} \right] \dots (6)$$

但し初振動に於ては振動原點と振動の出發點は一致するから

$$\delta_0 = 0 \dots (6a)$$

(6)式及(4)式で $n=0, 1, 2, 3, \dots$ と置いて周期 s を以て任意回数繰返し衝撃を受けた場合の振幅を順次に求めることが出来る。

振幅恒数と其振動の最大振幅との關係は、最大振幅を A とすれば

$$A_n = (y_n)_{t=1/n} = a_n e^{-\beta}$$

新測何れの振動も振動周期及 β 共に互に相等しいから

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{A_{n+1}}{A_n} \dots \dots \dots (7)$$

(4) 式を更に適當な形に整理すの、條件 (5) 式から

$$\sin 2\pi \delta_{n+1} = e^{-\beta(s+\delta_n-\delta_{n+1})} \frac{a_n}{a_{n+1}} \sin 2\pi s + \delta_n$$

及

$$\cos 2\pi \delta_{n+1} = e^{-\beta(s+\delta_n-\delta_{n+1})} \frac{a_n}{a_{n+1}} \left\{ \frac{a_0}{a_n} e^{\beta(s+\delta_n)} + \cos 2\pi s + \delta_n \right\}$$

此關係を用ひて

$$\begin{aligned} \cos 2\pi \delta_n &= \cos 2\pi s + \delta_n \\ &= \cos 2\pi s \cos 2\pi \delta_n - \sin 2\pi s \sin 2\pi \delta_n \\ &= \cos 2\pi s e^{-\beta(s+\delta_{n-1}-\delta_n)} \frac{a_{n-1}}{a_n} \left\{ \frac{a_0}{a_{n-1}} e^{\beta(s+\delta_{n-1})} + \cos 2\pi s + \delta_{n-1} \right\} \\ &\quad - \sin 2\pi s e^{-\beta(s+\delta_{n-1}-\delta_n)} \frac{a_{n-1}}{a_n} \sin 2\pi s + \delta_{n-1} \\ &= \frac{a_0}{a_n} e^{\beta \delta_n} \cos 2\pi s \\ &\quad + \frac{a_{n-1}}{a_n} e^{-\beta(s+\delta_{n-1}-\delta_n)} \cos 2\pi s + \delta_{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\pi s + \delta_{n-1} &= \cos 2\pi s \cos 2\pi \delta_{n-1} - \sin 2\pi s \sin 2\pi \delta_{n-1} \\ &= \cos 2\pi s e^{-\beta(s+\delta_{n-2}-\delta_{n-1})} \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} \left\{ \frac{a_0}{a_{n-2}} e^{\beta(s+\delta_{n-2})} + \cos 2\pi s + \delta_{n-2} \right\} \\ &\quad - \sin 2\pi s e^{-\beta(s+\delta_{n-2}-\delta_{n-1})} \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} \sin 2\pi s + \delta_{n-2} \\ &= \frac{a_0}{a_{n-1}} e^{\beta \delta_{n-1}} \cos 2\pi s \\ &\quad + \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} e^{-\beta(s+\delta_{n-2}-\delta_{n-1})} \cos 2\pi s + \delta_{n-2} \end{aligned}$$

以下同様にして結局

$$\begin{aligned} \cos 2\pi \delta_n &= \frac{a_0}{a_n} e^{-\beta(-\delta_n)} \cos 2\pi s \\ &\quad + \frac{a_0}{a_n} e^{-\beta(s-\delta_n)} \cos 2\pi s \\ &\quad + \frac{a_0}{a_n} e^{-\beta(2s-\delta_n)} \cos 2\pi s \\ &\quad + \dots \dots \dots \\ &\quad + \frac{a_0}{a_n} e^{-\beta(n+1s-\delta_n)} \cos 2\pi(n+1)s + \delta_{n-n} \end{aligned}$$

而して $\delta_{n-n} = \delta_0 = 0$

故に
$$\cos 2\pi c_n = \frac{a_0}{a_n} \sum_{r=1}^{n+1} e^{-\beta(r-1)s - \delta_n} \cos 2\pi r s \dots\dots\dots (8)$$

従つて (4) 式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= e^{-\beta(s+\delta_n-\delta_{n+1})} \sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^2 \left\{ e^{2\beta(s+\delta_n)} + 2\sigma_n \right\}} \\ \sigma_n &= \sum_{r=1}^{n+1} e^{-\beta(rs-2s+\delta_n)} \cos 2\pi r s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

今特別の場合として減衰のない振動を考へれば

この場合 $\beta=0$

であるから (9) 式から

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^2 (1 + 2\sigma_n)} \\ \sigma_n &= \sum_{r=1}^{n+1} \cos 2\pi r s \\ &= \sigma_{n-1} + \cos 2\pi(n+1)s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

第十六圖は (10) 式を圖示したものである。衝撃周期とその衝撃が n 回連続して加へられた場合に生ずる振動の振幅との關係を示す。

$$s = 0, 1, 2, \dots\dots\dots \times \tau$$

の場合即ち衝撃周期と振動周期とが一致した時は振幅は衝撃回数に比例して増大する。之が共鳴の場合である。

$$s = 0.5, 1.5, 2.5, \dots\dots\dots \times \tau$$

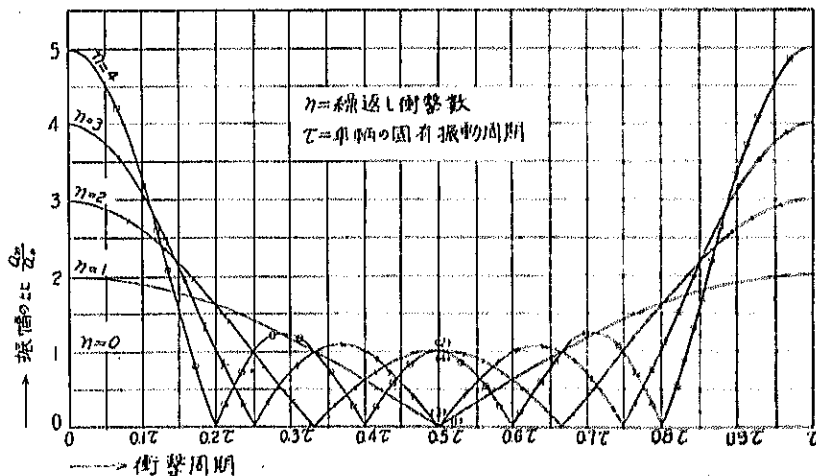
の場合には振幅は第一回衝撃で 0, 第二回で 1, 第三回で再び 0, ... となる。之が反共鳴の場合である。

數回の連続衝撃に對しては $s = 0.5, 1.5, \dots \times \tau$ なる所謂反共鳴點よりも寧ろ

$$s = 0.375\tau \text{ 又は } 0.075\tau$$

附近で平均の振幅は小となるのを知る。

第 十 六 圖



第十七圖は同じく (10) 式から求めた振動エネルギーの、
 衝撃一回目から n 回目までの平均値を示したものである。
 考へる衝撃回数に對して之の最小なる點が亦も振動が小さ
 であると見てよい。

鐵道車輛の振動では減衰は可成り苦しいから上の結果を
 直接採用する事は出来ないが、大體の振幅増減の傾向を察
 知するのには (10) 式も亦有用である。

B. 略 算

通常の場合には下の條件が満足される。

$$\delta \ll \pi$$

故に

$$\pi + \delta \approx \pi$$

と置けば (4) 式は

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = e^{-\beta\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^2 e^{2\beta\pi} + 2\left(\frac{a_0}{a_n}\right) e^{\beta\pi} \cos 2\pi n} \dots \dots \dots (11)$$

又 (10) 式によると

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= e^{-\beta\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^2 \{e^{2\beta\pi} + 2\sigma_n'\}} \\ \sigma_n' &= \sum_{r=1}^{n+1} e^{-\beta\pi(r-1)} \cos 2\pi r n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

又 (8) 式によると

$$\frac{a_n}{a_0} = \frac{1}{\cos 2\pi n} \sum_{r=1}^{n+1} e^{-\beta\pi(r-1)} \cos 2\pi r n, \dots \dots \dots (13)$$

但し $a_n \neq 0$
 $\cos 2\pi n \neq 0$

(13) 式によれば任意回数衝撃が加へられた場合の振幅 (初振動振幅に對する比) を直接求めることが出来る。
 (13) 式を見るに \sum の各項は急激に收斂し最初の數項以下は省略し得る様になつて了ふ。即ち相當回数以上衝
 撃が加へられたも振幅は最早變化しない (略一定の値を保つ) に至ることを示す。此相當回数衝撃を受けて振幅が一
 定値に達した振動を結果振動と名付ける。

結果振動の振幅を求めるのに、(13) 式で $n = \infty$ とおき

$$\frac{a_{\infty}}{a_0} = 1 + \frac{1}{\cos 2\pi n} \left[e^{-\beta\pi} \cos 2\pi 2n + e^{-2\beta\pi} \cos 2\pi 3n + \dots + e^{-m\pi} \cos 2\pi(m+1)n \right], \dots \dots \dots (14)$$

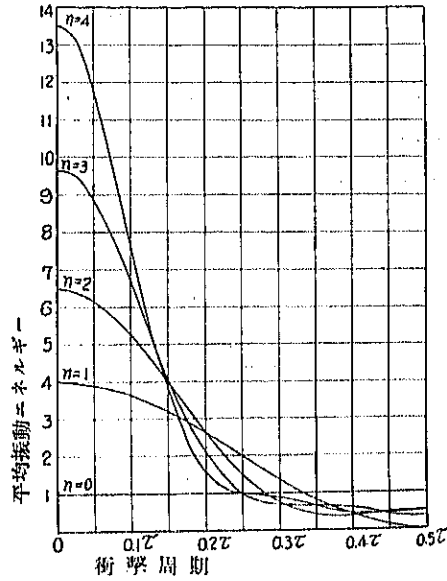
但し $\cos 2\pi n \neq 0$

m の値は β の値に従つて實用上適當に定められる。通常の場合 $m = 5 \sim 6$ 位で充分精密な結果を得る。

平均 振 幅

(14) 式は周期 n を以て衝撃が連続的に加へられた場合の結果振動の振幅恒數を示すのであるが、結果振動の振

第 十 七 圖



(2) 鐵道車輛の振動

A. 軌條繼目衝突による振動

鐵道車輛の振動の減衰は相當著しく衝突の連続回数も大であるから、軌條繼目衝突による振動は既述の結果振動を爲してゐると見られる。故に(14)式及(15)式から車輛振動の振幅と繼目衝突周期 s との關係を求めることが出来る。

此計算の爲に今鐵道車輛の振動の代表的減衰係數として 2. (4) の $f=0.047\sim 0.032$ に應じ (第十三圖参照) $\beta=1$ を用ふる。(10)

此振動は次の様なものである。

車輛振動減衰 ($\beta=1$)

時 間	振 幅
0	1.00
$0.5 \times$ 振動周期 τ	0.61
1.0 "	0.37
1.5 "	0.23
2.0 "	0.14
2.5 "	0.08
3.0 "	0.05

今(14)式を用ひて軌條繼目の連続衝突による結果振動の振幅恒數を種々の s について求めるに(14)式は $s \ll \pi$ なる假定の下に導かれたものであつて(6)式によつて

$$s \gg 0, \sin 2\pi s \approx 0$$

の場合には上の假定は充分満足される。故に(14)式の計算には上の條件を満足する範圍

即ち $s = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, \dots (\times \tau)$

の附近の s だけを用ひ、其中間點は圖上で求める。 $s = 0.5$ 附近の値は稍不信頼の處があるが事實上現はれる

s (軌條繼目周期/車輛固有振動周期) はもつと大なる値を取るから實用上此計算で差支へない。

上記 s の値を用ひた計算値は次の様になる。

結果振動の振幅恒數 (初振動に對する比) $\beta=1$

s	u_{∞} u_0	s	u_{∞} u_0	s	u_{∞} u_0
$0.45 \times \tau$	0.80	$1.45 \times \tau$	0.83	$2.45 \times \tau$	0.93
0.50 "	0.69	1.50 "	0.82	2.50 "	0.92
0.55 "	0.65	1.55 "	0.81	2.55 "	0.93
0.65 "	1.44	1.95 "	1.13	2.95 "	1.04
1.00 "	1.57	2.00 "	1.15	3.00 "	1.05
1.05 "	1.30	2.05 "	1.12	3.05 "	1.04

之を圖示すると第十九圖になる。

同圖によると第一次共鳴 ($s=1 \times \tau$) の場合結果振動の振幅恒數は初振動振幅恒數の 1.58 倍となる。第一次

(11) 此値はカーゴ客車の振動に相當し貨車、機關車の減衰は更に大である。車輛の共鳴の問題を考ふるに減衰が大なる程安全であるから、最も危険なものとしてこの値を採用する。

反共鳴 ($s=0.4 \times \tau$) では 0.60 である。之が $\beta=1$ なる減衰振動の場合の共鳴及反共鳴である。

結果振動の共鳴點及反共鳴點は實用上、減衰なき振動體に唯1回の衝撃が加はつた場合と同様に

共鳴點 = $0, 1.0, 2.0, \dots \times \tau$

反共鳴點 = $0.5(0.4), 1.5, 2.5, \dots \times \tau$

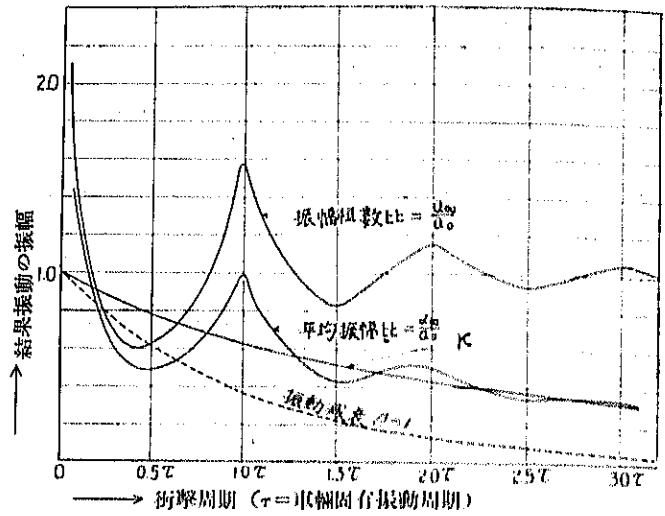
と爲すことが出来る

衝撃周期が車輛振動周期の3倍以上 ($n > 3$) ともなれば結果振動の振幅は衝撃周期によつて餘り異ならず、如何なる衝撃周期の時も常に初振動振幅 (唯1回の衝撃が加はる場合) に近い値を示す。即ち

$(\alpha_{\infty}/\alpha_0 \doteq 1)$

故に共鳴として考ふべきは第一次共鳴 ($s=1$) 及第一次、第二次の反共鳴 ($n=0.5, 1.5$) だけである。(10) 共鳴及反共鳴の位置、振幅を表示すれば次の様になる。

第十九圖 結果振動の振動 ($\beta=1$ の場合)



結果振動の共鳴及反共鳴 ($\beta=1$)

共鳴	位置 (s)	振幅比 $(\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0})$	反共鳴	位置 (n)	振幅比 $(\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0})$
一次	$1.0 \times \tau$	1.58	一次	$0.5 \times \tau$ (0.4)	0.60
二次	2.0 "	1.15	二次	1.5 "	0.82
三次	3.0 "	1.05	三次	2.5 "	0.92

次に結果振動の平均振幅と衝撃周期との關係を求めると、(15) 式から各種の n につき k を求め之を既に求めた振幅恒数に乗じて平均振幅を得る。

結果振動の平均振幅比 $(\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0})$ 及 k ($\beta=1$)

s	k	$\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0}$	s	k	$\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0}$	n	k	$\frac{\alpha_{\infty}}{\alpha_0}$
$0.45 \times \tau$	0.80	0.48	$1.45 \times \tau$	0.52	0.430	$2.45 \times \tau$	0.37	0.340
0.50 "	5.78	0.49	1.50 "	0.51	0.420	2.50 "	0.36	0.330
0.55 "	0.76	0.50	1.55 "	0.50	0.430	2.55 "	0.36	0.335
0.95 "	0.64	0.92	1.95 "	0.44	0.500	2.95 "	0.32	0.320
1.00 "	0.63	0.80	2.00 "	0.43	0.495	3.00 "	0.31	0.325
1.05 "	0.61	0.85	2.05 "	0.42	0.470	3.05 "	0.31	0.320

(10) 之は客車 ($\beta=1$) についての結論であつて、機關車、貨車では振動減衰はもつ共鳴から二次三次共鳴の影響は更に微小である。

上表の $\kappa, \frac{a_{\infty}}{a_0}$ の値を第十九圖に示した。

κ は換言すれば唯 1 回衝撃を受けた場合の時間 s の間の平均振幅比である。

$$(\kappa)_{s=1}$$

B. 車輛の上下振動と軌條繼目衝撃による振動との關係

軌條の繼目衝撃が最も大きな影響を與へるのは車輛の上下振動であるが、之も其振動の全部が繼目衝撃によるのではなく他に色々の原因がある。軌條の繼目衝撃が全上下振動の幾割を受持つてゐるかを決定する爲に、實測による上下動共鳴振動の振幅増加率と上述の純粹に繼目衝撃による振動の共鳴振幅の増加率とを比較して見る。

各種ボギー車に於て求めた實測上下動記録は第一圖に示した様で、特定の測定區域で軌條繼目以外車輛振動を惹起する様な缺陷が殆んど無かつた爲次の様な結果を示した。

車輛の實測上下動共鳴振幅

	共鳴の影響を除いた時の振幅 (箱)	共鳴振幅 (箱)	増加率	備考
A	4.2	6.8	1.62	軌道状態良好
	5.0	7.8	1.56	
(B)	3.3	5.2	1.58	
(C)	3.3	4.7	1.42	
平均			1.55	

之によると實測共鳴振幅増加は理論値と殆んど一致し、軌道状態が良好な場合には車輛の上下振動は殆んど完全に軌條繼目のみによつて發生することを知る。

普通の軌道では軌條繼目以外の色々の原因が加はつて車輛の上下動を發生せしめる。此一例として第五圖及第六圖の京濱電車線及横須賀線に於けるものを求めると

共鳴の影響を除いた時の振幅 (箱)	共鳴振幅 (箱)	増加率	備考
5.5	6.75	1.23	軌道状態普通

此増加率は全振動の何パーセントが理論的共鳴振動を爲した結果であるかを求めて見る。今上下振動の $a \times 100\%$ が純粹に軌條の繼目衝撃によつて生ずるものとし此繼目衝撃による共鳴振幅増加率を d とすると、全振幅増加率 d' は

$$d = d_0 r + (1-r)$$

$$\Rightarrow 1 + (d_0 - 1)r \dots \dots \dots (17)$$

$d = 1.23$ とすれば

$$r = 0.4$$

即ち全上下振動の 40% が軌條繼目の衝撃によつて生ずる (即ち既述の如き共鳴現象を生ずる) ものである事が判る。

軌道状態が普通の場合の車輛の上下動の共鳴及反共鳴振幅は、上の結果を用ひ先に計算した a_{∞}/a_0 の値から次表の如くに求めることが出来る。

上の諸数値を用ひ (18) 式から共鳴及反共鳴を生ずる軌條長を求めると次表の様になる。

車輛上下動に共鳴及反共鳴を起す軌條長

	速度 (新/時)	軌 條 長 (米)			振動に影響を及ぼさない軌條長(米)
		一次共鳴	二次反共鳴	(二次共鳴)	
客 車 $\tau_u = 0.7$ $\{\tau_p = 0.0\}$	85	10.5 [14.4]		(38.0) [28.8]	$s = 2.5 \sim$ 41.3~ [30.0~]
	70	13.6 [11.0]	24.8 [21.0]	(27.2) [23.7]	34.0~ [20.6~]
機 關 車 $\tau_u = 0.1$	85	9.5	14.2	(18.0)	23.0~
	70	7.8	11.7	(15.0)	19.5~
	65	7.3	10.8	(14.5)	18.0~
貨 車 空 $\tau_u = 0.3$ $\tau_p = 0.5$	65	5.4	8.1	(10.8)	13.5~
		6.0	13.5	(18.0)	22.0~

[] 内はピッチングに對するもの。

此計算結果から次の結論が導かれる。

(i) 現在の軌條長 10 米及 12 米は各種の車輛に第一次共鳴を生ずる機会が多い。

(ii) 共鳴又は反共鳴軌條長は各車輛、各速度に對して、殆んど實現し得る軌條長の全範圍を被ひ何れに對しても有利である軌條長を選ぶことは困難である。結局最も賢明なる方法は軌條長を何れの車輛にも共鳴を生じない程度に充分長くする事である。

(iii) 軌條長を 17 米以上に取れば如何なる車輛に對しても第一次共鳴は起らない。即ち之以上の軌條長では共鳴の間値は餘り重要ではなくなる。

更に軌條長 20 米以上では機關車、貨車に對しては共鳴の處がなくなり振幅は初振幅を共確保つことになる。

(iv) 客車に對しても振幅に影響のない軌條長 (41 米以上) を今置に採用することは稍困難であるから、客車に對して最も有利なる軌條長を取ることとする。

之は單純上下動に對しては

甲、乙線では 25 米

丙線では 20 米

ピッチングに對しては

甲、乙線では 22 米

丙線では 18 米

である。

甲、乙線に於ける 22 米は上下動に對しては第一次共鳴點と第二次反共鳴點の中央、25 米はピッチングに對しては第二次反共鳴點と第二次共鳴點の中央にあり明かに 25 米の方が有利である。

丙線に於ける 18 米と 20 米も全く同様の關係にあり 20 米の方が有利である。

(v) 結局客車上下振動に最も有利な軌條長として甲、乙線には 25 米、丙線には 20 米を採用することとすれば、軌條長 20 米は機關車の 85 軒/時に對して二次共鳴を生ずるが、丙線に於て 85 軒/時の速度はなく又共鳴を生じて二次共鳴であつて其振幅増加は僅か（初振幅の 0% 増以下）であるから差支へない。而して他の車輛に對しては何れも三次共鳴點以上であつて振幅増加は起らない。

(vi) 以上により軌條長は

	甲、乙線では	25 米
	丙線では	20 米
又は	甲、乙線では	40 米以上
	丙線では	35 米以上

と爲すのが最も適當である。

25 米軌條の車輛振幅

今 25 米軌條を採用した場合 12 米軌條の場合に比し車輛振幅に幾何の増減を生ずるかを見る爲に各車輛につき普通用ひられる速度の範圍での平均を求めると次の様になる。

25 米軌條の車輛上下動振幅 (12 米軌條からの増減) $\beta=1$

	固有振動 周期(秒)	速度(軒/時)	25 米軌條の振幅増減(%)			
			最大振幅		平均振幅	
客 車	$\begin{cases} \tau_n=0.7 \\ \tau_p=0.6 \end{cases}$	75~90	-14	(-6)	-36	(-14)
			-21	(-8)	-41	(-10)
機 關 車 ⁽¹²⁾	$\tau_n=0.4$	60~90	+0	(+2)	-40	(-10)
貨 車 ⁽¹²⁾	$\begin{cases} \tau_n \\ \tau_p \end{cases} = 0.3 \sim 0.5$	50~70	0	(0)	-50	(-20)

但し()内は軌條縦目衝撃による振動を全振動の 40% とした時の振幅増減

即ち、25 米軌條は通常の車輛、運轉速度の範圍では 12 米軌條に比して振動を約 17% 減少すると見る事が出来る。

(12) この値は $\beta=1$ として計算されたものであつて機關車、貨車の振動の減衰はもつと大であるから、25 米軌條の平均振幅減少はこの値以上に大であると見られる。