

論 說 報 告

第十八卷第十號 昭和七年十月

沈 降 速 度 の 理 論 及 實 験

會 員 工 學 博 士 鶴 見 一 之

Settling Velocity—Theory and Experiments

By Kazuyuki Tsurumi, Dr. Eng., Member.

内 容 梗 概

先づ沈澱の理論を述べ、従来用ひられたる球状粒子の水中にて沈澱する終極速度を求むる式は Stokes 及 Newton の法則に依れるが、之等二法則の間に於て相當廣範圍に渉る球状粒子に對しては、終極速度を求むるに適する式は未だ發表され居らず、單に Allen の實驗式が公にされたるものあるも、之さへ完全のものに非ず。著者は其未研究に残されありたる部分に對し Wieselsborger の示したる曲線を基として理論式を誘導し、其式の正しきことを、諸種の比重の粒子に對して實驗に依りて證明し、尙ほ其應用として、不規則なる形態を有する砂粒の、静水及流水中にて沈降する速度を實驗に依りて檢し、理論式と之を比較せり。

目 次

第一章	理 論	頁
第二章	實 験	1
第三章	砂粒に對する實驗	14
		26

第 一 章 理 論

1. 總 論

粘流體中に固體又は氣泡が運動する法則に就ては、従来餘り多くの研究あるを聞かず。然るに吾人は沈澱物が水中に於て沈降する速度を知るは多くの實際問題に於て遭遇する所にして、之を知る必要に迫まれ居れり。之を文獻に徴するに、本問題に對する研究者は G. G. Stokes を以て祖とし、同氏の法則として知らるゝ有名な式は 1845 年に Transaction Cambridge Philosophical Society, Vol. 8. に掲げられたるを始とし、次で 1901 年に Mathematical & Physical Research Papers に發表されたるものなり。

其後 H. S. Allen は Philosophical Magazine 1900 に於て、砂粒は 15°C にては限界直徑たる d_k が 0.17 mm にて、夫以下にては Stokes の法則が成立し、夫以上の粒子には他の法則が成立すべしとて、Allen は自身にて求めたる式を興ふ。即ち次の如し、

$$v = \frac{1}{4} \left[\frac{\rho_1 - \rho}{\rho} g \right]^{1/2} \left(\frac{1}{v} \right)^{1/3} \left(d - \frac{2}{5} d_k \right) \dots \dots \dots (1)$$

式中

 v = 沈降速度 (cm/sec) ρ_1 = 砂の 1 c.c. の重量 (gr) ρ = 水の同上 d = 砂粒の直徑 (cm)

d_k = 限界直径 (cm)
 ν = 水の動的粘度係数 (cm²/sec)

次で, H. D. Arnold は Philosophical Magazine 1911 に於て, 限界直径を求める式として次の式を與へたり。

$$d_k = k \sqrt[3]{\frac{36\mu^2}{(\rho_1 - \rho_2) \rho_2 g}} \dots \dots \dots (2)$$

式中 ρ_1 : 沈降體の密度 (gr/cm³)
 ρ_2 : 水の同上
 g : 重力に依る加速度 (cm/sec²)
 μ : 水の粘度係数 (gr/cm.sec)
 k : 常 數

Arnold の原著論文中には, k の値に就ては特に與へられざるが, K. Kasai が Scientific Papers of the Institute of Physical & Chemical Research No. 242 に於て Über die Bestimmung der Teilchengröße pulverförmiger Substanzen なる題下に記されたる所に依れば $k=0.6$ と爲さる。今吾人を行ひたる實驗と比較する爲, 水温を 25°C とし, $\rho_2=0.9998$ gr, $\rho_1=2.64$ gr, $k=0.6$ とすれば (2) 式より

$$d_k = 0.008 \text{ cm}$$

を得。

又 $k=1.0$ とすれば $d_k=0.013$ cm

となる。

Kasai 氏の $k=0.6$ となされたる根拠に不審あるも, 若し $k=1.0$ とすれば $d_k=0.13$ mm となり, Allen の與へたる 0.17 mm に近似し, 又吾人の實驗にては略々 $d_k=0.145$ mm となることは後に示すが如くなるを以て k は略々 1.0 とすを得るものゝ如し。以上記述したる所に依りて見れば, Stokes の法則を應用し得る最大限は, 石英砂にては, 大約 0.15 mm にて, 粒が之より大なる場合に對しては, 沈降の際に生ずる抵抗が, 如何なる法則に従ふやに就ては, Arnold は毫も之を示さざりき。

又 Allen は前記の如く d_k より大なる粒子に就ては (1) 式を用ふべしとの事を示せるも, 此式が粒子の稍々大きくなりたる場合までも, 相當範圍に使用し得べきや否やに就ては明示せざりき。

然るに粒子が大となる時には v が d^2 に正比例することは沈降抵抗が v に正比例する法則, 即ち所謂 Newton の抵抗法則が, 成立する場合の當然の結果なるが故に, 第二の限界徑 d_{k_2} の如きものから, 存せざるべからざるは, 理論的に推斷し得る所なり。

一般に G なる重量を有する物體が, $\frac{dv}{dt}$ なる加速度を以て, 沈降する時には次式が成立す。

$$\frac{G}{g} \frac{dv}{dt} = G \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1} \right) - W$$

式中 γ_1 : 沈降物體の比重
 γ : 水の比重
 W : 沈降の際受くる抵抗力

而して終極速度に達する時には $\frac{dv}{dt} = 0$ となるが故に

$$G\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right) = W$$

球狀粒子にて直径を d とすれば

$$G = kd^3$$

又 $W = kv^2 d^3 \nu^{-2}$

なる一般の表し方をなし得るが故に、之を前式に入れば次式を得。

$$v = kd^2 \frac{1-y}{x} \frac{z}{\nu^{-2}}$$

是終極速度を求むる基本式なり。

今 $x=2, y=2, z=0$ とすれば

$$v = kd^2 \dots \dots \dots (3)$$

次に $x=1, y=1, z=1$ とすれば

$$v = kd^2 \nu^{-1} \dots \dots \dots (4)$$

(4) 式は更に一定の温度の水にては ν が不変となるを以て

$$v = kd^2 \dots \dots \dots (4a)$$

となる。

粒子が小となる時には (4) 式 又は (4a) 式が成立し、稍々大となる時は (3) 式が成立す。

而して此二つの場合が、急激に一より、他に變化するとは考へられず。何となれば、 W なる抵抗の値に就ては種々の研究者に依つて論ぜられ、諸種の關係が見出されありて、必ずしも (3) 式 及 (4) 式を得るが如き場合のみに限らず。一般に言へば次式にて表はさるゝものとなすを得。

$$W = kv^2 d^3 \nu^{21} \dots \dots \dots (5)$$

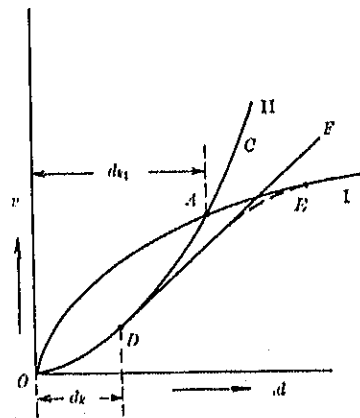
式中 x_1, y_1, z_1 の變化する範圍は次の如し。

$$x_1 = 1 \sim 2, \quad y_1 = 1 \sim 2, \quad z_1 = 0 \sim 1$$

更に圖式的に之を論ずれば、第一圖に於て曲線 I は (3) 式を示し、曲線 II は (4) 式を示す。 d_k は第一限界徑を示し、此 d_k 以下の粒徑に對して Stokes の法則は成立し、是以上の粒徑に對しては成立せず。而して Allen の式は d_k 以上の粒子に對して成立する式なるを以て、第一圖の D 點より始まりて其式の示すが如く、 d の増すに従ひて v は直線的に増加するを示す。 DF 直線を以て之を表はすこととす。

第一圖

然るに I の曲線は粒子の稍々大なる場合に成立すべきものなるが故に DF なる直線と I の曲線との交點を界として Allen の (1) 式は、其交點の示す直径以下 d_k に至る迄の間にだけ應用すべき性質のものなるか或は此直線から I の曲線まで變移する點線を以て示したる transition curve にて變化し、其限界が明確ならざるかの二つの場合を考へ得べし。兎も角も I なる曲線に移る間に異りたる法則に支配さるゝこととなるべきを以て、變態曲點を想像するを得べきは推知に難からず即ち何處にか第二限界徑が存するものと考へらるべきなり。



既記の如く、Allen は此第二限界徑の事は甚も記する所なかりし故に著者は實驗に依りて之を見出し得べきや否やを検し、更に進んで I なる曲線と II なる曲線との間に別箇の式を考ふることが合理的ならば之を發見し、實驗に依りて式式の正否を検し、加ふるに第二限界徑の決定をなさんとせり。

2. 平板の抵抗と球狀體の抵抗

平板面に対する運動抵抗に就ては、從來實驗に依りて求められたる法則多しと雖も、球面の受くる運動抵抗に就ては特に行はれたるを聞かず。

然れども平板面に対する法則は球面に對して應用し得ることを先づ證明し、吾人の理論的推斷をなす前提となさん。

第二圖に於て、平板 AB が鉛直に v なる速度を以て落下する際に受くる抵抗を考ふるに、一般に φ なる傾角を以て AB が其儘落つるものとす。

先づ平板面に垂直なる抵抗の値を求めんとす。P を鉛直の方向の抵抗とすれば

$$P' = P \sin \varphi$$

而して P は速度 v の或乘數に依りて變ずるものと考へられ、且、抵抗を受くる面積に正比例するが故に

$$P = kfv^m \dots \dots \dots (1)$$

を得。式中 f は抵抗を受くる面積にして、 k は常數なり。

仍つて $P' = k \sin \varphi f v^m$

若しも f の代りに df なる微小面積を考へたる時に於ける P' を dP' とすれば

$$dP' = k \sin \varphi v^m df$$

次に第三圖の如き圓錐面の受くる運動抵抗を考へん。

平面圖にて見る oa_1a_2O の如く、中心 O に於て $d\beta$ を挟む所の小なる三角形の面積を df とし此處に受くる抵抗を求めんに、此三角形は鉛直の方向に對しては φ なる傾斜をなすが故に三角形の壓力の中心に於ての力の分解を考ふるに次の如くなるべし。

$$dP' = dP' \sin \varphi$$

然るに

$$dP' = k \sin \varphi v^m df$$

又小三角形の面積は次の如し。

$$df = \frac{1}{2} r d\beta h$$

$$\therefore dP' = k \sin^2 \varphi \frac{r^2 h}{2} v^m d\beta$$

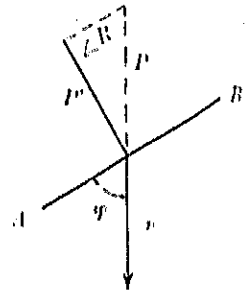
又 $\sin \varphi = \frac{r}{h}$ なるを以て

$$dP = \frac{k \sin \varphi r^2}{2} v^m d\beta$$

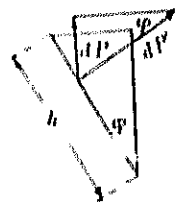
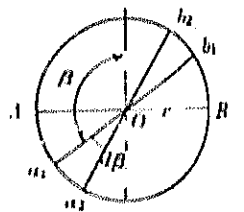
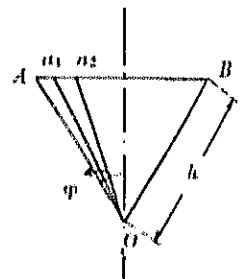
而して全抵抗は之を P とすれば

$$P = \int dP = \frac{k \sin \varphi r^2 v^m}{2} \int_0^{2\pi} d\beta = k \sin \varphi \pi r^2 v^m$$

第二圖



第三圖



然るに πr^2 は水平面への此圓錐の投影面積なり之を F とすれば

$$P = k \sin \varphi F v^n$$

を得。更に進んで球面に及ぼす抵抗を考へん。

球體が鉛直に落下する際第四圖に示すが如く、直徑 AB の下側の半球に、微小距離を距てたる二水平面を考ふ。而して此二平面にて球を切りたる間に挟まれたる微小水平帶を考ふることとす。

此處に働く抵抗 dP を求め之を半球面に合計すれば全抵抗を得。今前に考へたるが如く、圓錐 $a_1 b_1 C$ に働く抵抗を P とし、圓錐 abC に働く夫を $P+dP$ とすれば

$$P+dP = k \sin \varphi \pi (\rho+d\rho)^2 v^n$$

$$P = k \sin \varphi \pi \rho^2 v^n$$

なるが故に、従つて

$$dP = k \sin \varphi \pi 2\rho d\rho$$

帶狀部面積は $a_1 a b_1 b$ と $a a_1 b b_1$ とは少しく異なるべけれど、高さの差を極めて小とせば大差なしと見做し得るに依りて、 dP は $a_1 a a_2 b_1$ の球面小帶狀部の抵抗となすを得。

又

$$\rho = r \cos \varphi$$

なるが故に

$$d\rho = -r \sin \varphi d\varphi$$

仍つて

$$\begin{aligned} dP &= 2\pi k v^n r \cos \varphi (-r \sin \varphi) d\varphi \sin \varphi \\ &= -2\pi k v^n r^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi \end{aligned}$$

全抵抗を W とすれば

$$W = \int dP = -2\pi k v^n r^2 \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{2}{3} k v^n \pi r^3 \dots \dots \dots (7)$$

本式の結果を見るに半径 r の圓形平板が鉛直に落下する際の抵抗の正に $2/3$ に當るのみにて、其他の抵抗が r に對する關係に至りては異なる所なきを得べし。

3. 沈降粒子の水力抵抗に就て

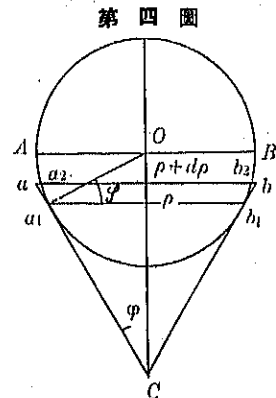
水中に沈降する粒子の有すべき終極速度を求むるには、粒子が水中にて終極速度に達したる時の運動に對する抵抗が、如何なる法則に依りて支配さるゝやに歸着する問題にして、流體内にて運動する物體の受くる抵抗に就ては混濁流狀 (turbulent flow) の場合には從來幾多の學者に依りて研究されたるも、現今に於ては未だ確説とすべきものなく、極めて一般に準據する法則として信ぜらるゝものは次の形の式にて示さるゝものなり。

$$\left. \begin{aligned} W &= k\gamma F \frac{v^3}{g} \\ W &= k_1 \gamma F \frac{v^3}{2g} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

又は

式中

- W : 抵抗力
- γ : 流體の單位容積の重量
- F : 抵抗を受くる平面積



v : 運動の速度
 g : 重力に依る加速度

而して k 或は k_1 は物體の形、大小、流體の粘度等に依りて變ずる數にして dimension を有せず。(8) 式中の k と k_1 とは單に前者は後者の 2 倍の値を有すると言ふに過ぎず。故に本論に於ては何れを用ふるも可なれどもの方を用ふることをせり。

更に k は次の形にて表はさる

$$k = C f(R) \dots\dots\dots (9)$$

C は單なる數にて、 R は Reynolds 數を表はし、 $f(R)$ は R の或る函數なることを示す。

故に今 $f(R)$ と C とを知れば (8) 式の W を求むるを得べく、終極速度を得るには物體の自重たる

$$G = (\gamma_1 - \gamma)V$$

が W に等しくなれる時なり。式中 V は物體の容積を示す故に球狀粒子に於ては

$$V = \frac{\pi d^3}{6}$$

又
$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$

なり。 d は粒子の直径を表はす。

故に之等の關係を用ふる時には v は次式の如くなるべし。

$$v = \left[\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right]^{1/2} \left(\frac{1}{f(R)} \right)^{1/2} d^{1/2} \dots\dots\dots (10)$$

而して $f(R)$ なる函數が明かにさるれば上式に依りて v を求め得ることとなる。

上式は更に一定の γ_1, γ に対しては C が不變ならば次の形に變ずるを得べし。

$$v = K \left[\frac{g}{f(R)} \right]^{1/2} d^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

K は單なる數なり。

Aachen 大學教授 Dr. Th. v. Kármán は平板に就て實驗をなしたる結果混濁状態に於ては次式の示す關係ありとなせり。 $f(R) = R^{-0.2}$ 而して $R = \frac{vd}{\nu}$ なるが故に

即ち
$$\left. \begin{aligned} W &\propto \left(\frac{1}{R} \right)^{0.2} \\ W &\propto \left(\frac{\nu}{vd} \right)^{0.2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

前節に於て證明せるが如く、此關係は球狀粒子に對しても成立する關係なるが故に (12) 式の關係を (11) 式に入れば

$$v = K_{(K)} \nu^{-0.111} d^{0.667} \dots\dots\dots (13)$$

* Zeitschrift für angewandte Mathematik u. Mechanik, 1921.
 Handbuch der Physik, Bd. VII. S. 145.
 理學博士佐々木達次郎著 航空物理學 55 頁

を得。

式中 $K(k)$ は $\left[\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right]^{0.555}$ にして單なる數に非ず、*C.G.S* 單位にては、 $\text{cm}^{0.555} \text{sec}^{-1.111}$ の dimension を有す。

又 Dr. H. Blasius (は Dr. Gohers が行ひたる平板に對する實驗の結果より Göttingen 大學 Prof. Dr. Prandtl の限界層説 (Grenzschichttheorie) に従つて、*R* の最大値が 80 000 迄ならば

$$W_{\infty} \left(\frac{v}{vd} \right)^{0.180} \dots \dots \dots (14)^*$$

にて表はし得ることを示せるを以て、前と同様の計算を行へば次式を得。

$$v = K(m) v^{-0.075} d^{0.01} \dots \dots \dots (15)$$

式中 $K(m) = \left[\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right]^{0.550} \dots \dots \dots (15 \text{ c})$

又 $W_{\infty} \left(\frac{v}{vd} \right)^{0.5}$ とすれば、同様の手續に依りて次式を得。

$$v = K(A) v^{-0.50} d \dots \dots \dots (16)$$

$$K(A) = \left[\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right]^{0.67}$$

而して H. S. Allen の與へたる實驗式は、既記 (1) 式を變形すれば

$$v = K(A)' v^{-0.33} (d - 0.4d_k) \dots \dots \dots (10a)$$

となるが故に、*d* は $0.4d_k$ の補正をなし、 $K(A)$ は $K(A)'$ となりたるのみにて、抵抗法則は

$$W_{\infty} \left(\frac{v}{vd} \right)^{0.5} \dots \dots \dots (17)$$

に依りたるものと同様になる。Allen は全く實驗の結果よりのみ (10a) 式を得たるものなるが故に (17) 式の抵抗法則式を Allen の與へたるものとなすは、適當に非ずとも思はるれども、本論に於ては假りに Allen の抵抗法則と名付くることとす。

上記の如き表はし方をなせる場合の $K(m)$ 及 $K(A)$ の dimension は次の如し。

$$K(m) \text{ は } \text{cm}^{0.555} \text{sec}^{-1.07}$$

$$K(A) \text{ は } \text{cm}^{0.667} \text{sec}^{-1.33}$$

又 $K(k)$, $K(m)$, $K(A)$ の中には $\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma}$ の變ずるに従つて、夫々 $\left(\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} \right)^{0.555}$, $\left(\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} \right)^{0.555}$, $\left(\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} \right)^{0.667}$ に依りて變化すべきを示すものなり。

然るに Newton の抵抗法則に従ふものとすれば、*v* は *v* には全く無關係にして $\left(\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} \right)^{0.5}$ にて變化する點に於て Allen, Kármán, Blasius の法則を用ふる場合と異なるべし。

以上の如き諸種の式を得たるものゝ内何れが實驗の結果に合致するやを認めんが爲、次の實驗を行へり。

1. 球の比重の變ずる爲、如何様に沈降速度が變化して如何なる法則に従ふべきや。
2. 同一の球が温度の異なる場合の水中にて如何様に沈降速度に變化ありや、即ち水の動的粘度係數 ν の如何なる指數にて變ずるや。

4. 一般的考察

終極速度 *v* を求むる式は、一般には (10) 式又は (11) 式にて與へらる。而して (9) 式の $k = CR^n$ なる一般

* Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft. 131. 1913

の形を (10) 式及 (11) 式に代入して、 v の式を作れば

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{\frac{1}{2}} R^{\frac{n}{2}} d^{\frac{1}{2}}$$

即ち

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{\frac{1}{2+n}} R^{\frac{n}{2+n}} d^{\frac{1-n}{2+n}} \dots \dots \dots (17)$$

今 n に -1.0 乃至 0 の種々の値を與ふる時は、次表を得。

n	$\frac{1}{2+n}$	$\frac{n}{2+n}$	$\frac{1-n}{2+n}$	
-1.0	1.0	-1.0	2.0	S
-0.5	$+0.667$	-0.333	1.0	A
-0.42	0.633	-0.207	0.9	
-0.332	0.600	-0.200	0.8	
-0.236	0.566	-0.134	0.7	
-0.200	0.555	-0.111	0.667	K
-0.136	0.535	-0.073	0.610	B
-0.125	0.533	-0.067	0.600	
0	0.500	0	0.500	N

前表中 S, A, K, B, N と記したるは、夫々 Stokes, Allen, Kármán, Blushus, Newton の抵抗法則が當てぬる場合を示す。

故に之等の抵抗法則を用ひたる時の v の値は次の如くなるべし。

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{1.0} R^{-1.0} d^2 \dots \dots \dots S \dots \dots \dots (18)$$

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.667} R^{-0.333} d \dots \dots \dots A \dots \dots \dots (19)$$

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.555} R^{-0.111} d^{0.667} \dots \dots \dots K \dots \dots \dots (20)$$

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.535} R^{-0.073} d^{0.610} \dots \dots \dots B \dots \dots \dots (21)$$

$$v = \left(\frac{2}{3C} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.5} R^0 d^{0.5} \dots \dots \dots N \dots \dots \dots (22)$$

今上記の式を次の一般式の形にまとめて考へん。

$$v = a^x R^y d^z \dots \dots \dots (23)$$

指数 x, y, z の値は前記の如く、 n の値に依りて變ずるものなるが、之を圖式的に見出す爲に第五圖を作成せり。本圖を見れば、其使用法は直に了解し得らるべけれど、一例をとりて説明すれば d の指數が 0.667 なる K と記せる點より垂直線を引き二斜線に出會ひたる點より、一は右方に於て x の値 0.555 なるを知り、一は左方に於て -0.111 を讀む時は則ち次式を用ふることを示すものなり。

$$v = a^{0.555} R^{-0.111} d^{0.667} \dots \dots \dots (24)$$

本式は Kármán の抵抗法則を用ひたる場合の式なり。

別に前記 (0) 式の如く k は R の函數なるが、之が如何なる關係にありやを知る爲に C. Wieselsberger が Physikalische Zeitschrift 1922. に與へたる曲線を檢せん。同氏は $\log k$ と $\log R$ との關係を球狀粒子に就て與へ

たるものを、第六圖の如く書き直したり。本曲線は甚だ不規則なる形を呈し、式を以て之を示すことは頗る困難ならんが $R=10000$ 即ち $\log R=4$ 以下に對しては後説の如く拋物線形をなす。而して其曲線の切線の勾配は即ち R^n の n の値を示す。尚曲線の代りに之に近似したる、數多の直線を以てすることを得れば、甚だ便ならんと考へ次の如くなせり。

R の小なる部分に對して、本曲線は殆んど直線と考へらるべく AB の直線は水平軸に對して 45° の傾斜をなす。此場合には $n=-1$ なり。依つて前表により Stokes の抵抗法則が成立するを示す。

次に BC 線を水平軸に對し約 $26^\circ30'$ の勾配を有する様に、換言すれば $\lg 26^\circ30' = 0.5$ の傾斜をなして引きたりして BC 間の曲線を此直線にて代用せしめ、 AB 間の曲線を直線 AB にて代用せしむることとす。同様に CS の直線は $\lg 11^\circ20' = 0.2$ の勾配に引きて、 CS 間の曲線を代用せしむ、 S_1 は本曲線の最低點を示す。 R 點の R は約 4.5、 C 點の R は約 300、 S 點の R は約 3200、 S_1 點の R は約 5050 なり。

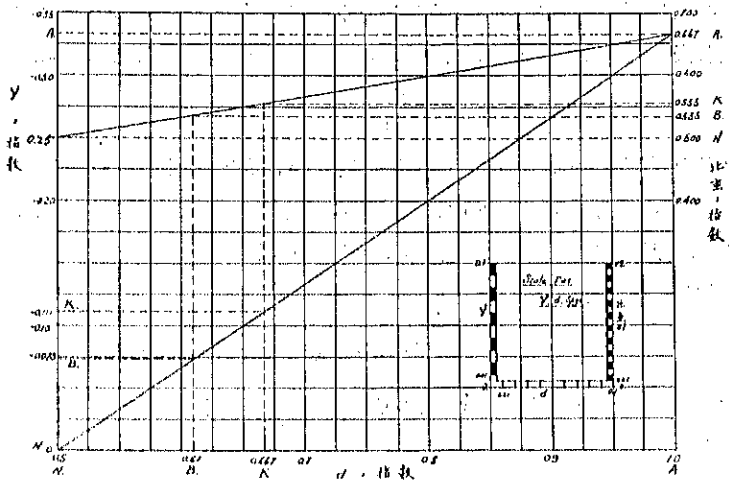
とが $R^{-0.5}$ に正比例するは、前記 Allen の法則の成り立つ例にして $R^{-0.2}$ に比例するは Kármán の法則が成立する時なり。又 R^n に比例するは Newton の法則が成立する時なり。

之に依りて見れば	$R < 4.0$	ならば	Stokes,
	$R = 4.5$ 乃至 360	ならば	Allen,
	$R = 360$ 乃至 3200	ならば	Kármán,
	$R = 3200$ 乃至 10000	ならば	Newton

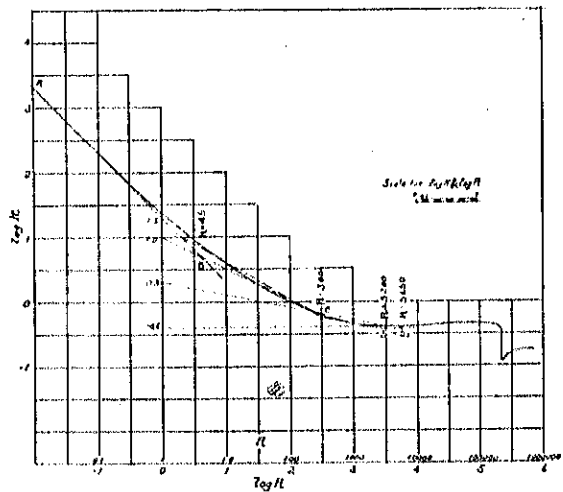
の法則を應用し得ることを第六圖より推斷し得。上記に於て Blasius の法則を除きたるは、Kármán の場合と殆んど近似するが故にして、Kármán に依るか Blasius に依るかは、何れにても大差なからんと思はるゝが故なり。後に實驗の結果を得るに明かに兩者に對して其差異の顯著ならざるを知る。

5. Wieselsberger 曲線を用ふる著者の方法

第五圖



第六圖



C. Wieselsberger の與へたる $\log k$ と $\log R$ との關係を示す曲線は、 R が大となる時には、甚だ不規則なる形を示し、之を一式にて表現することは困難ならんも $\log R=4.0$ 即ち、 $R=10,000$ 附近以下の場合に於ては、曲線を代表する式を求め得べきにより、 $\log k$ と $\log R$ との關係を示す式を得ば

$$n = \frac{d(\log k)}{d(\log R)}$$

の値を、任意の與へられたる R より求め得べく、從つて前掲の方法に依りて沈降速度を算出するを得べし。

今 $y = \log k$, $x = \log R$ として $x=0, y=0$ の點を原點として、本曲線の式を求むる爲 X, Y 軸を丁度 20° 回轉して、原點を移して本曲線が拋物線に近似するを以て OX, OY 軸に關する原點を通る拋物線とすれば、式の變化に依りて次式を得。

$$y = 27.78 - 2.75x - \sqrt{695.19 - 100.08x - 0.002x^2} \dots\dots\dots (25)$$

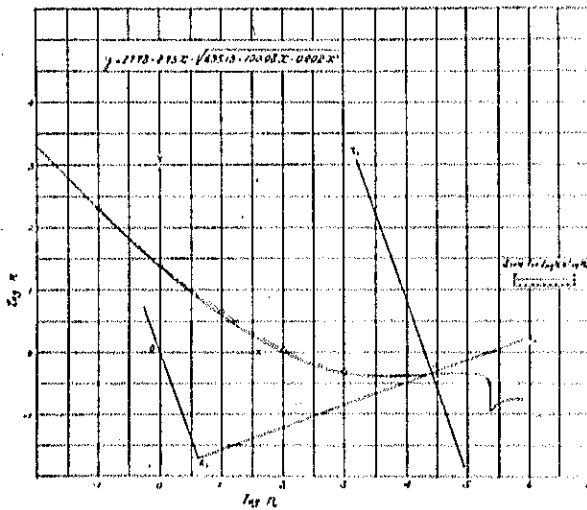
本式を用ひて曲線を引けるものは、第七圖に示せるが如く、殆んど Wieselsberger 曲線と一致するを見る。

故に

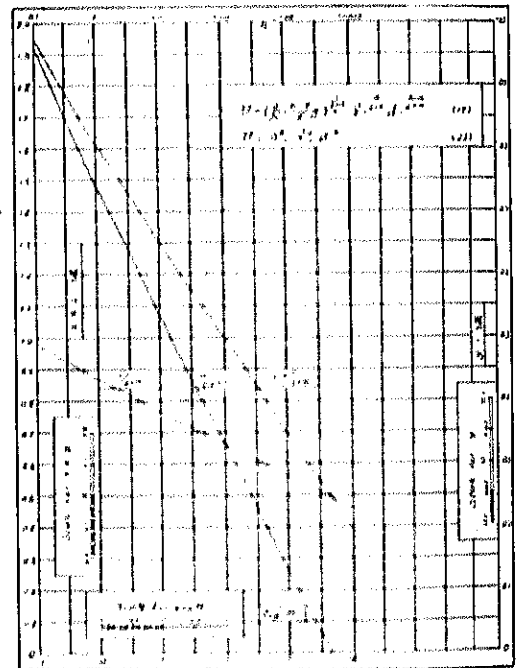
$$n = \frac{dy}{dx} = \frac{50.04 + 0.002x}{\sqrt{695.19 - 100.08x - 0.002x^2}} - 2.75 \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式の x に種々の値を入るゝ時は之に對應する n の値を得、即ち次の如し。

第七圖



第八圖



(26) 式の指數

R	$\log R = x$	n	x	y	n	
0.1	-1	-0.98	S_1	1.94	-0.981	0.980
1	0	-0.85		1.61	-0.742	0.871
10	1	-0.70		1.31	-0.538	0.769

100	2	-0.50	A ₁	1.00	-0.333	0.667
1 000	3	-0.23	K ₁	0.695	-0.130	0.565
4 000	3.6	-0.02	N ₁	0.565	-0.010	0.505
5 630	3.75	+0.04		0.470	+0.020	0.490
10 000	4	+0.160		0.389	+0.074	0.463

前表中 S₁, A₁, K₁, N₁ と附記せるは夫々 Stokes, Allen, Kármán, Newton の抵抗法則の適用に近似せる場合なるを示せるものなり。上記の内 R=1 000 の附近は Allen 式の正しき値を與ふ。

第八圖は、上述の如くにして R の種々の値に對して、求めたる (23) 式の指數 α, β, γ を圖表に示したるものなり。斯くして R の値に依りて α, β, γ を求め得たりとするも (17) 式の C の値を知るを得ざれば v を算出するを得ず。然るに C は Wieselsberger 曲線より、R を與へなば、曲線への切線を其 R に對して求め圖上より測りたる値を基として、算出し得べきも其値は後述する所に依りて知るを得べきが如く、甚しく變化するが故に實用上誤差を生ずるの虞大なり。

仍つて予は次の簡便法を探れり。

前節にて曲線を代用する 4 直線を用ひ、第六圖 AB 直線が $\log R=0$ の縦線と交る所の $\log k$ の値を讀むとき、其値 +1.3 を得、此値は則ち $\log C$ の値なるを以て、之より C を求め得べし、其理由は次の如し。

$$k = CR^m$$

となせるが故に

$$\log k = \log C + m \log R$$

然るに $\log R=0$ に對しては $\log k = \log C$ なるを知り得、斯くして圖上より 4 直線に對して次の値を得。

AB 直線	$\log C = 1.3$	$C = 20$
BC "	$\log C = +1.0$	$C = 10$
CS "	$\log C = +0.3$	$C = 2$
SS ₁ "	$\log C = -0.4$	$C = 0.4$

然るに第六圖の Wieselsberger 曲線は既掲 (8) 式の第二の式を用ひたる場合に該當するものにして、本論にては、(8) 式の第一の式を用ふることとせるは既に記したる所の如きが故に、上表中の C の丁度 1/2 の値が、本論の C の値に當るものなり。依つて本論に於ては次の 4 式が R の値の異なるに従つて、用ひらるべきを示すものなり。(18),(19),(20),(22) 式中に今求めたる C の値を入れて次式を得

$$R < 4.5 \quad v = \left(\frac{1}{15} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right) \nu^{-1.0} d^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$R = 4.5 \sim 300 \quad v = \left(\frac{2}{15} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.667} \nu^{-0.333} d \dots\dots\dots (28)$$

$$R = 300 \sim 3200 \quad v = \left(\frac{2}{9} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.555} \nu^{-0.111} d^{1.667} \dots\dots\dots (29)$$

$$10000 > R > 3200 \quad v = \left(\frac{10}{9} \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} g \right)^{0.5} d^{0.5} \dots\dots\dots (30)$$

今 $\gamma_1 = 2.04$, $\gamma = 1.0$, $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, $\nu = 0.00897 \text{ cm}^2/\text{sec}$ (25°C に於ける水の動的粘度係數) として (27) 乃至 (30) 式を計算する時は次の (4) 式を得。

$$R < 4.5 \quad v = 1.104 d^2 \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{aligned}
 R=4.5\sim 300 & \quad v=171.5 d \dots\dots\dots(32) \\
 R=300\sim 3200 & \quad v=81.4 d^{0.697} \dots\dots\dots(33) \\
 10000 > R > 3200 & \quad v=73.2 d^{0.5} \dots\dots\dots(34)
 \end{aligned}$$

(31),(32),(33),(34) の 4 式は、石英球狀粒子の 25°C の温度を有する静水中に沈降する際に於て達する終極速度を與ふるものなり。

6. 任意の比重を有する球狀粒子が温度の異なる静水中を沈降する場合の補正

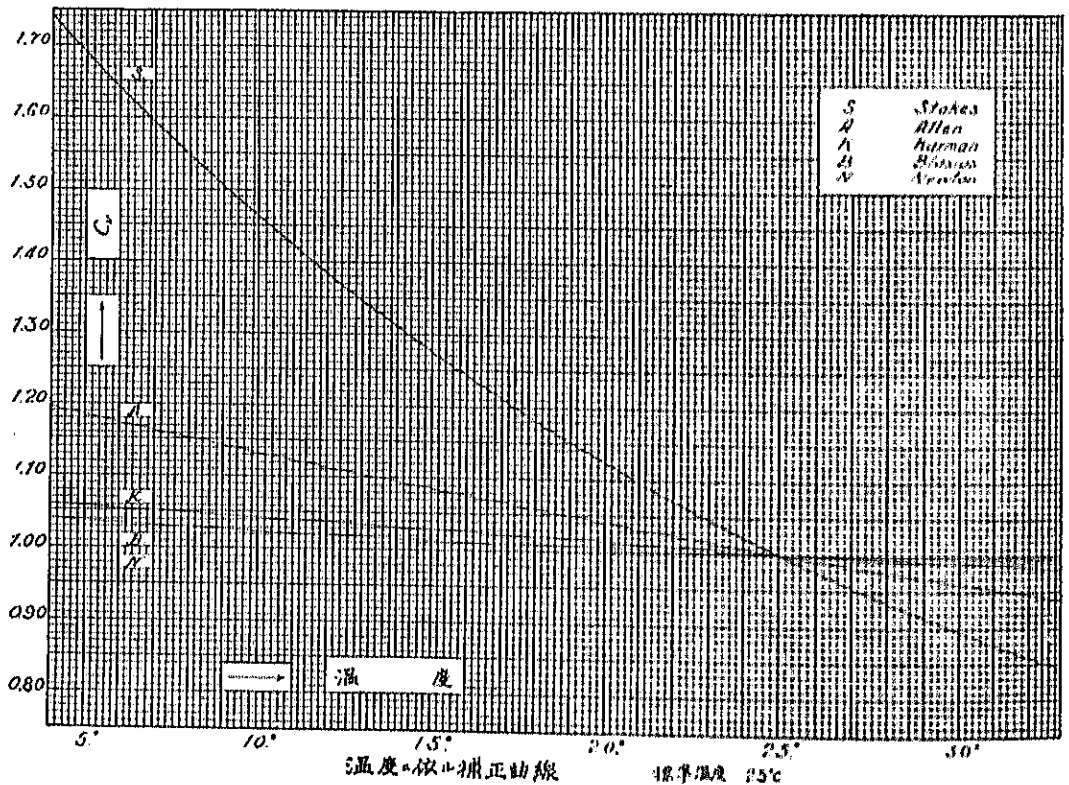
前掲の四つの場合に於て、比重のみ異なる場合には v は如何なる關係に依りて變化するやは (27) 式乃至 (30) 式を見れば直ちに次の如き補正をなすべきを知り得べし。任意の比重を γ_2 とすれば

$$\left. \begin{aligned}
 R < 4.5 & \quad C_{10} = \frac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_1 - \gamma} \\
 R = 4.5 \sim 300 & \quad C_{10} = \left(\frac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{0.697} \\
 R = 300 \sim 3200 & \quad C_{10} = \left(\frac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{0.555} \\
 R < 3200 & \quad C_{10} = \left(\frac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{0.5}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

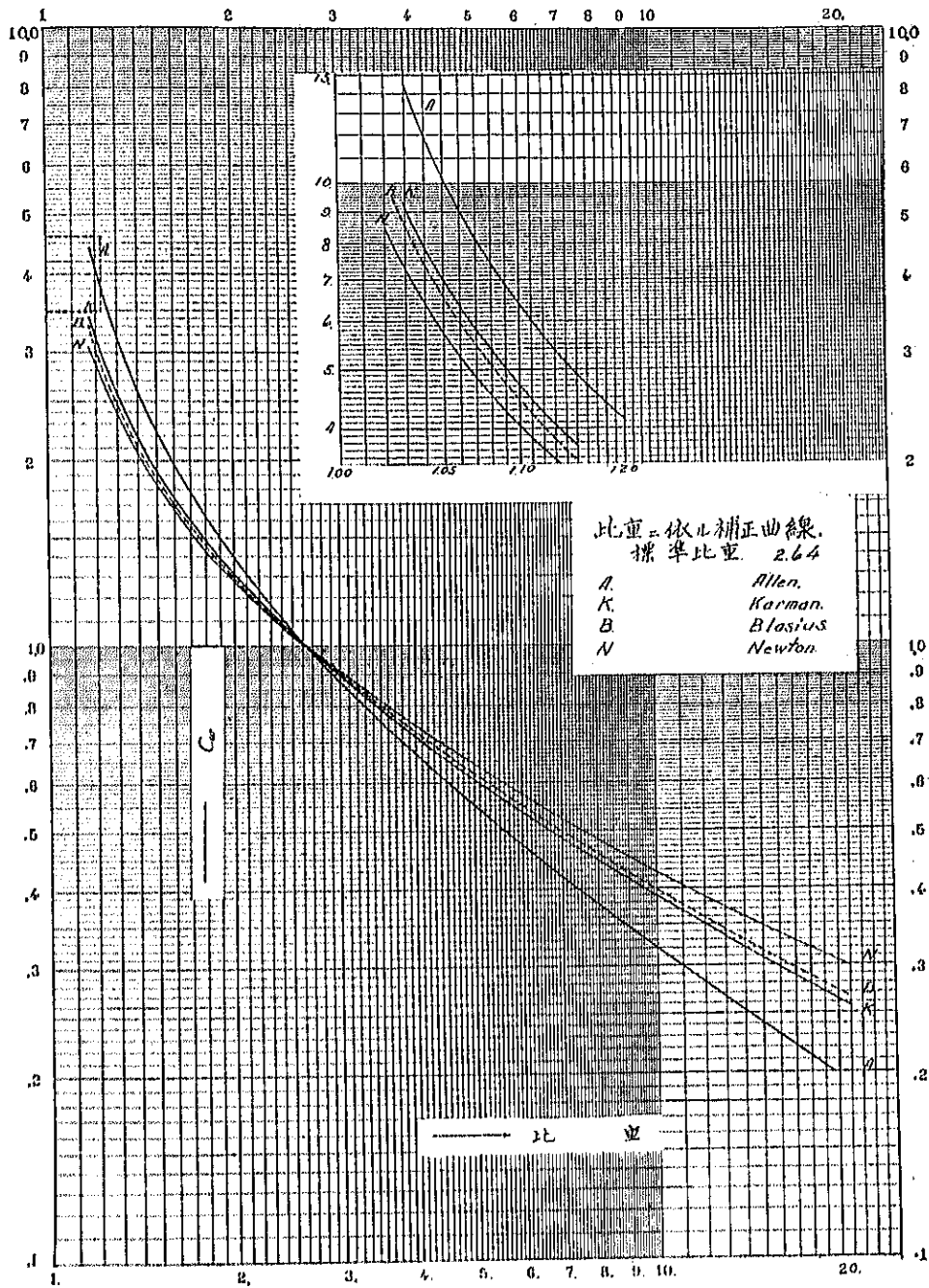
C_m は比重に対する補正係数なり (35) 式の C_{10} の値は第十圖に之を示せり。

次に水温が 25°C と異なる場合には比重の場合と同様に考へ C_w なる補正係数を次の式にて求め更に圖式的に C_w

第九圖



第十圖



を求むるため第九圖を作製せり。

$$\left. \begin{array}{ll} R < 4.5 & C_v = v_0/v_t \\ R = 4.5 \sim 300 & C_v = (v_0/v_t)^{0.833} \\ R = 300 \sim 3200 & C_v = (v_0/v_t)^{0.111} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

v_0 : 25°C に於ける水の動的粘度係數

v_t : 任意の溫度 $t^\circ\text{C}$ に於ける動的粘度係數

第二章 實 驗

1. 實驗の方法

(1) 第一次實驗

昭和5年6月中旬より、同年10月中旬に亙る、4箇月間に於て行ひたるものなり。實驗に用ひたる砂はセメント検査の際使用する標準砂なり。標準砂を清水にて洗ひたる後乾燥し Tyler 社製標準篩を用ひて篩別せり。其砂を擴大鏡にて檢し透明にして丸味を帯びたるものを撰別し、實驗試料に供せり。此の如くにして得たる砂粒は直徑 0.4~1.3 mm なるが夫より小なる粒徑のものを得る爲に、標準砂を乳鉢にて搗り碎き之を清水にて洗滌、乾燥、篩別して稍々同徑のものを擴大鏡下にて撰別し實驗試料となせり。然れども、此方法にて得たる粒子は前記の如く標準砂中より撰びたる試料に比し球形に近きものを得るに困難なり、第十一圖の寫眞は試料の大き形状を知る爲に撮影せるものなり。寫眞中に同心圓が見ゆるは目盛を示し、一目盛は 0.1 mm なり。

粒徑の決定方法には諸法あるも本實驗には比較的正確なる方法なりと信ずる所の Allen Hazen の方法に依れり。

今參考の爲、粒徑決定法の重なるものを記せば次の如し (本記事は前記笠井氏の論文より、轉載せるものなり)。

(a) G. Martin 擴大鏡下にて成るべく球狀のものを撰び、其大きを測る。

(b) A. Guttman 擴大鏡下にて見たる面積を f とし、直徑を d とすれば

$$d = \sqrt{f}$$

(c) Ashley & Emley 擴大鏡にて、測れる長さ l 、幅 b を得たりとし、次式を用ふ。

$$d = \sqrt{bl}$$

(d) Perrot & Kinney 上記 l, b の外に更に厚さ h を測り、次式を用ふ。

$$d = \frac{1}{3}(l+b+h)$$

(e) Pearson & Slight 兩氏は Stokes 氏の式を用ひて沈降速度を測り、之より d を求む。

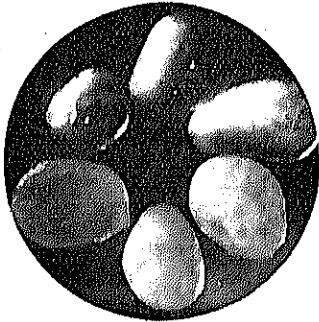
此方法は本論と密接の關係を有するものなるが本論の結論としては、極めて小なる粒子に對してのみ適用し得べき性質のものなり。

(f) 藤井光藏氏 面積 f と、厚さ h とを測り、次式を用ふ。

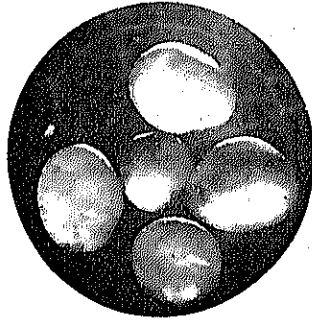
$$d = \sqrt[3]{fh}$$

(g) 笠井康一氏 l, b, h を測り、之等の値を有する楕圓體と考ふ。

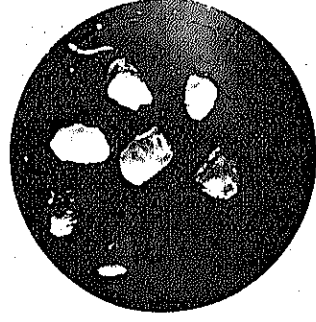
第 十 一 圖



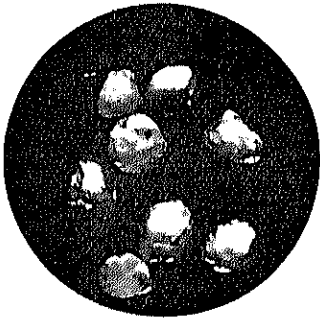
10~20 mesh



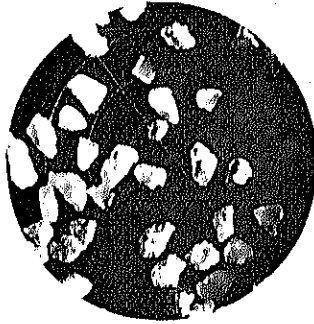
20~30 mesh



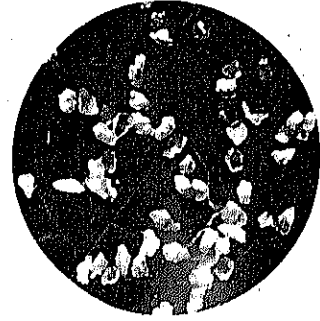
40~50 mesh



30~40 mesh



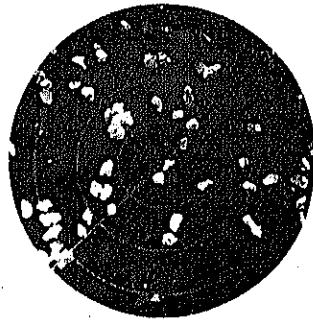
50~80 mesh



80~100 mesh



100~150 mesh



150~200 mesh

(b) Allen Hazen 粒子を秤量し之を w mg とし砂の比量を 2.64 とし想像的の球を考へて次式に依る、

$$d = 0.9 \sqrt[3]{w}$$

茲に d は mm を單位とす。

以上の方法は何れも任意の便法と稱すべきものなるが、Allen Hazen の方法が最も信頼し得るものと考へ、此方法に據りて d を定めたり。之れ石質一定にして球状に近き形のものを選びて用ひたればなり。又本實驗に用ひたる比重は、Hazan の式を應用するに適すること次の測定に依りて之を知るを得べし。

比重測定 測定容量 25 c.c. の比重瓶に水を充たし、感度 0.1 mg の化學用天秤に依り 0.1 mg 迄を精密に讀み取り其重量を W とし、次に乾燥したる標準砂を採りて秤量し、之を W' とす、更に其標準砂を瓶に容れ、良く振りて氣泡を全くなくしたる後秤量し其重量を W'' とす。以上の値を基として次式に依り比重を算出すれば、

$$\delta = \frac{W''}{W + W' - W''}$$

其測定結果は次の如し。

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
測定値	2.647	2.681	2.620	2.653	2.634	2.643	2.631	2.641	2.620	2.631	2.640

以上の如くなるを以て 2.64 を標準砂の比重となす。

仍て Hazen の與へたる式を其儘使用して d を求めたり。

第十二圖は實驗用に供したる諸器具の寫眞なり。

圖中 a は化學用天秤にして、前記の如く其感度は 0.1 mg 迄を讀むを得。

b は之に水を満たし、砂粒を靜かに水面に於いて放ち粒子が沈降する時間を測定する裝置にして、半徑 5 cm、高さ 1.4 m を有する硝子筒なり。而して筒の頂面より約 10 cm の下に一水平線を刻し、之を零とし更に 500 mm 及 1000 mm の水平線を刻す。頂面より 10 cm の餘裕をとれるは、粒子が沈降し始めてより一定の終極速度を得る迄に要する沈降距離以上充分に餘裕を有せしめたるものなり。

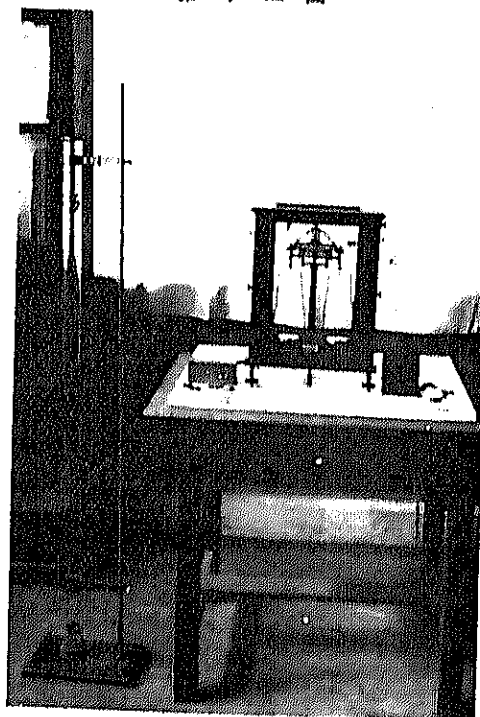
又水温は水の精度に關係を有すること大なるを以て寒暖計を水中に懸垂し測温をなせり、之に用ひたる寒暖計は、0.1°C 迄を讀み取り得るものなり。

c は秒測時計にして、0.1 秒迄讀み取り得るものを用ひたり。

d は Zeiss 社製擴大鏡にして測定用に供する爲、目盛を施したるガラス板を備ふ、此器に依りて 0.1 mm 迄粒子の大きさを精測するを得。

實驗方法 粒子の撰定方法を異にしたる爲、之を二に別ちて記述するを便とす。

第十二圖



(イ) 粒子の直径 0.3 mm 乃至 1.2 mm の砂粒に対する實驗

前に記述したる如く上記の範囲内にある砂は標準砂中より撰び出すを得るが故に、擴大鏡下に於て長さ及幅を測り、其差の小なるものを撰び其形狀を見取圖として、畫き取り Hazen の式を應用する爲に w を秤量し d を定めたり。

沈降せんとする砂粒は先づ水を容れたる皿内に入れて充分に水を以て濕らし、氣泡が附着し居らざる様に、之を振りたる後、一粒づゝ沈降せしめ其 1 m 間を通過する時間を測定せり。

水温は各 10~20 回毎に讀み取りて測定帳に記録せり。

(ロ) 0.3 mm 以下の砂粒に対する實驗

此場合には一粒の砂の重量小にして秤量し難きに依り、擴大鏡下に於て比較的大きの均等なるものを 50~100 粒撰び之を一括して秤量することに依り、一粒の平均重量を得らる λ を以て Hazen 氏の式に依りて d を算出し、前と同様の方法に依りて 1 m 間の沈降時間を測れり。

第一次沈降速度測定の結果に補正を加へたる 25°C に於ける沈降速度を一粒毎に記録せる表は繁に失するを以て之を省略せるが之等の値は圖表に記入して後に示すこととせり。

(2) 第二次實驗

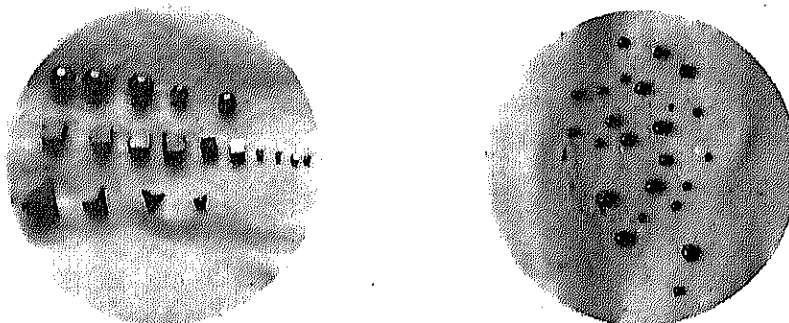
本實驗は昭和 5 年 11 月下旬より、昭和 6 年 2 月中旬に至る間に行ひたるものにして供試體はアルミニウム及ハンダにて造れり。之れ砂粒にては大粒の球狀體を得難はざるが故に、純アルミニウムの棒を切斷して職工に磨かしめたり。又ハンダの粒子を得るには Allen 教授が Rose Metal の球を造れる方法に則り、ハンダ片を熔解し流狀の儘小孔より滴下して、直ちに重油を入れたる器中に落とし込み表面張力作用に依りて自ら球狀を呈するものであるが故に、一々粒を擴大鏡下に於て檢し完全なる球狀に近きもののみを撰び之を用ひたり。粒の形狀を知るに便ずる爲第十三圖の寫眞を以て示せり。

アルミニウム及ハンダは既掲の方法に依りて比重を測定せるに、次の値を得たり。

アルミニウム	2.72
ハンダ	9.17

以上は 5 回の測定の平均値なり。

第 十 三 圖



アルミニウム球

ハンダ球

アルミニウム球の寫眞中、球體の外に立方體及正四面體を示せるは正しき之等の形を呈する粒子に對し球粒の沈降速度と何程の差あるやを知らんが爲、作りたる粒にして球體粒子と共に實驗をなしたり。

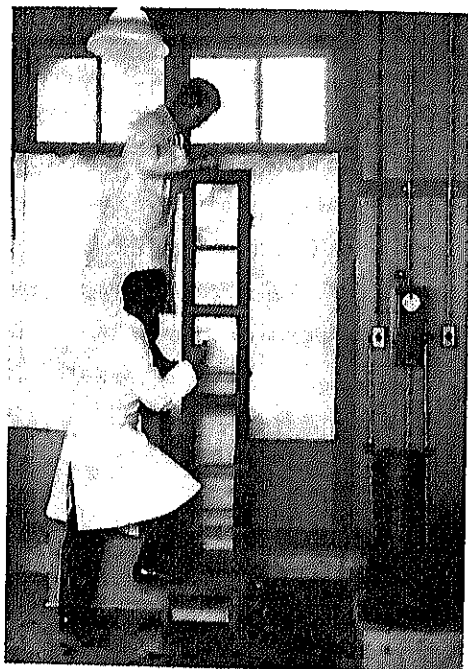
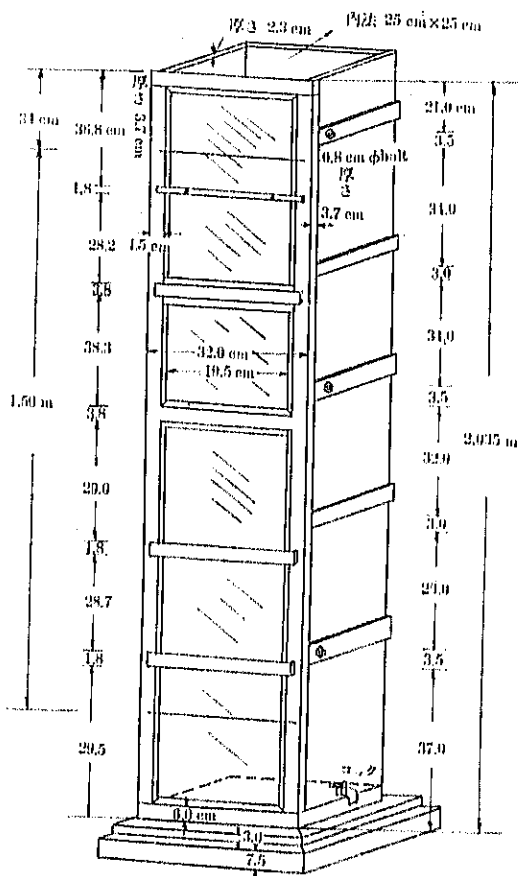
粒子を沈降すべき水槽は第一次實驗に用ひたるものには比重大なる粒子には不適當なるを以て第十四圖に示すか如き大なるものに變更せり。同水槽は内法 25 cm × 25 cm の角形断面を有する木箱にして、前面だけ厚き硝子板を用ひたり。實驗用粒子と水槽の大きさとの關係は周壁の影響が沈降速度に及ぼさる如く、充分大なる断面を撰びたるものにして、周壁の影響を考ふる式としては Ladenburg, Lorenz 及 Faxen の式を參照せり。

實驗に際しては水槽の頂面迄満水し水面より約 30 cm の下に等線を刻し全沈降高は 1.5 m となし底の影響をも避くる爲、1.5 m の線の下より底まで約 40 cm を残して一線を劃せり。

槽底には眞鍮の金網を張れる皿狀の器を置き、沈澱せる供試體を之に受け水面上に引き揚ぐる様にせり。

第十四圖は上記試驗水槽を示し、併せて實驗作業中の狀況を示せる寫眞なり。沈降時間は前回と同様にストップ・ウォッチに依る。而して供試體は 10~20 回沈降せしめ平均値を得ることゝしたり。

第十四圖



本實驗に於ては球狀粒子の外に立方體及正四面體粒子を沈降せしめ、之等の粒子は之と同重量を有する該浮球を考へ直徑を定め、他の球狀粒子の實驗と比較することゝし、以て形狀に依る影響を知らんとせり。

(3) 第三次實驗

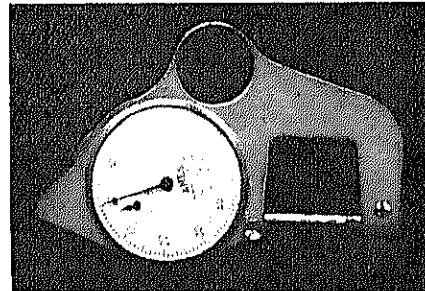
本實驗は概ね、昭和 0 年 4 月乃至 8 月に亘る期間に行ひたるものにして砂粒にて球狀のものを得る事は、粒

が大なるに従つて益々困難なるを以て、人工的に球體と見做し得る程度に諸種の材料を以て試體を造れり、即ち次の如し。

(イ) 硝子球 硝子球の大粒のもの、即ち直径 3 mm 以上の粒子は、硝子職工に依り巧に造られたる球を用ふ。而して此種の粒は全部透明硝子なりしも粒が大なる故に水中に沈降するも明かに識別し得、然るに小粒子にては觀測に幾分困難を感ずるを以て、着色硝子を用ふこととせり、此供試體を製作するには次の方法に依れり。

先づ着色硝子の杯を取りてガス焔にて熱して之を引き伸ばし細き線狀になし、更に之を適宜の長さに折り、其小片を木炭の上に載せガス・バーナーの強き火焔を此小片に吹き付け之を熔かし火勢を弱けたるときは、直ちに其表面張力作用の爲に、正しき球狀粒子を得。其形態は第十六圖の寫眞に示せるが如く殆んど完全の球に近し、斯くして得たる球の直径は、第十五圖に示したる Anus Micrometer に依りて精測するを得、之に依りて最小 0.1 mm 迄を測り得。

第十五圖



(ロ) ニッケル球 之は市販のものを共備用ひたり、化學用として、純ニッケルの諸種の大きさのものあり一々重量を測り、比重を精測して計算に依りて直径を求む。

(ハ) 燒粘土球 金属の大粒のものは比重大にして沈降速度大なるを以て前掲の装置にては時間の測定に甚だ困難なり、仍て大粒のものは比重の小なる材料を用ひざるべからず。其一つとして粘土を燒きて球を造れり。粘土は土管製造に用ふる仙臺市坭焼工場より土塊を買ひ受け、適量の水分を混じて能く揉ねたる後、手工に依りて球狀の種々の大きさのものを造り、次で之を乾燥し小なる電気爐中に入れて燒き、殆んど赤熱に達したる際爐中に少量の食鹽を投じ釉藥を施したるも、後に至りて檢せるに釉藥を受けし面が充分に行き渡らず、冷却して歪曲するもの等ありたるが其内球狀に近きものを撰びて實驗に用ひたり。上述の如く釉藥を施したる面が塗からざるを以て、吸水量比較的多きを免れず、依つて充分に水を吸はしめて重量を測り其濡れる球の比重を測りたり。實驗に用ひたる燒粘土球は直径 0.25 cm ~ 2.1 cm なり、其形状は第十六圖に示せるが如し。

(ニ) アスファルト球 アスファルトの比重は、水に近きが故に手工に依り球を造れり。實驗に供したる大きさは 0.17 cm ~ 2.0 cm なり、其形状は第十六圖に示せるが如し。

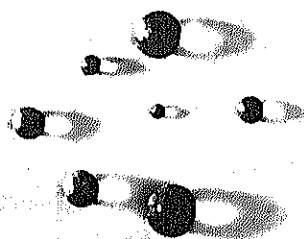
(ホ) 琥珀球 Allen 教授は輕き球の例として琥珀球を用ひたる實驗を示せるを以て、之に倣ひ寶石職工をして琥珀球を作成せしめて之を實驗に用ひたり。其直径は 0.203 cm ~ 0.451 cm なり。而して其形状は第十六圖に示せるが如し。

2. 實驗結果の表記及補正

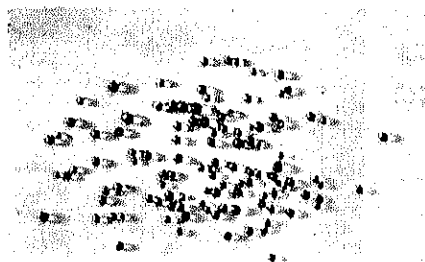
實測の結果は一々測定帳に記入し、之を表記したり(表は之を省略す)。而してすべて水の標準温度を 25°C となせるが故に、實測値に補正を加ふるの必要あり。測直に標準砂に對しては $(\rho_0/\rho)^{0.233}$ を乘ず、第十七圖に表記したる値は番號の順に各種の大きさの粒を實驗に供したるものなり。A, B, C, …… は小粒子を多數一緒に沈降せしめたるものを示す、同圖に二直線を併せ示せるは、Allen の式及前掲の著者の式なり。

次に砂以外の諸種の供試體の實測値に對する補正は、既記の如く Reynolds 數を標準として、Allen, Kármán,

第十六圖



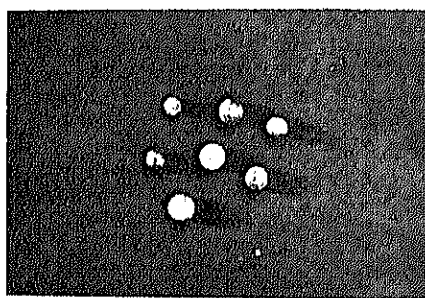
透明ガラス球



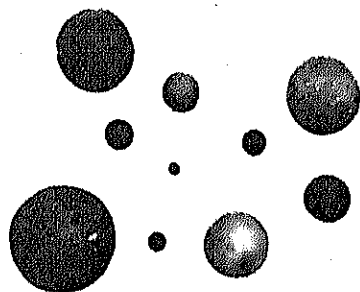
青色ガラス球



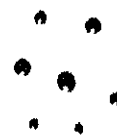
褐色ガラス球



琥珀球

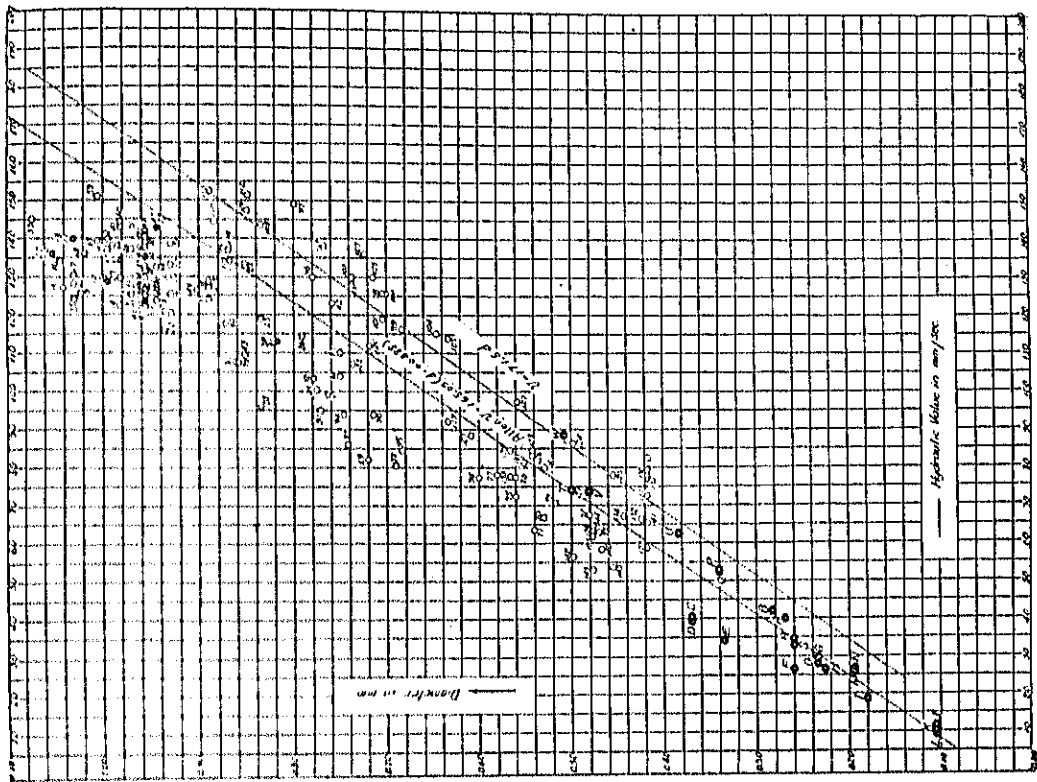


焼粘土球

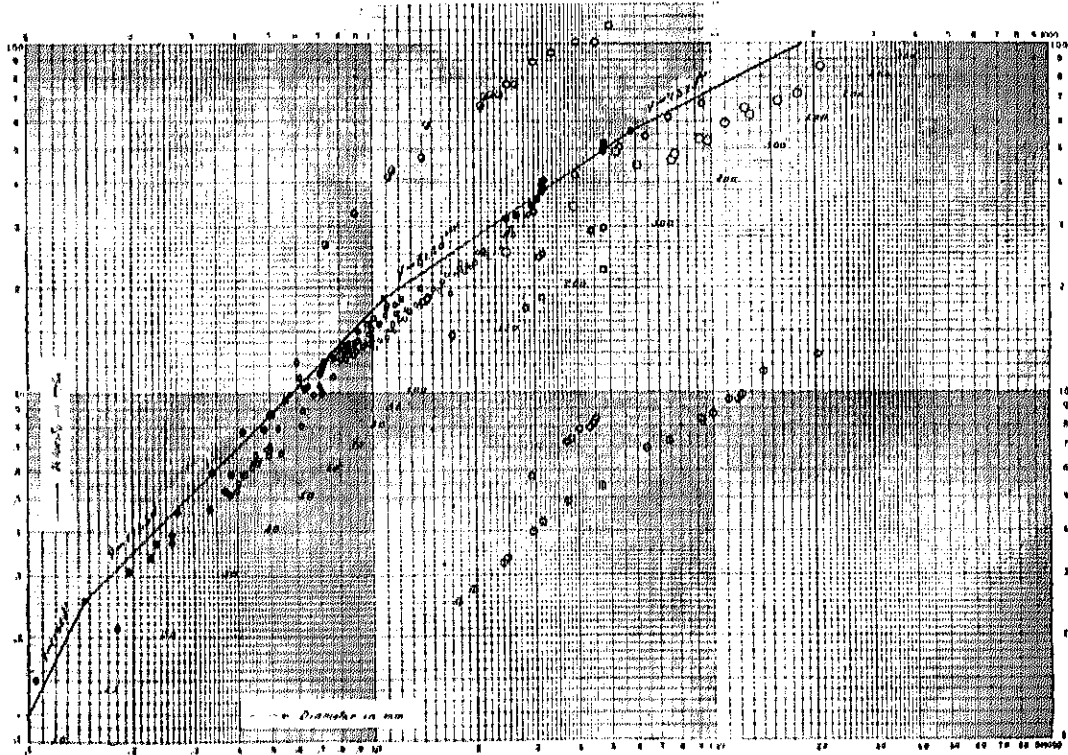


アスファルト球

第十七圖



第十八圖



又同圖は同様の實驗を行ひたる諸家の實驗範圍と、著者の行ひたる夫とを掲記し、比較對照するに便せり。

第十七圖は第十八圖に示したる實測の儘の沈降速度に補正を、著者の方法に依りて施したる結果を圖示せるものなり。同圖中の折曲線は殆んど補正諸點を包む如く走るを見る、又同圖に於ける折曲線は 25°C に對するもの外、5°C に於ける夫を示す。二直線の交點は即ち所謂限界徑と稱すべき直徑を與ふる點なり。仍て限界徑は溫度に依りて變化するものなることを知るべし。即ち次の如し。

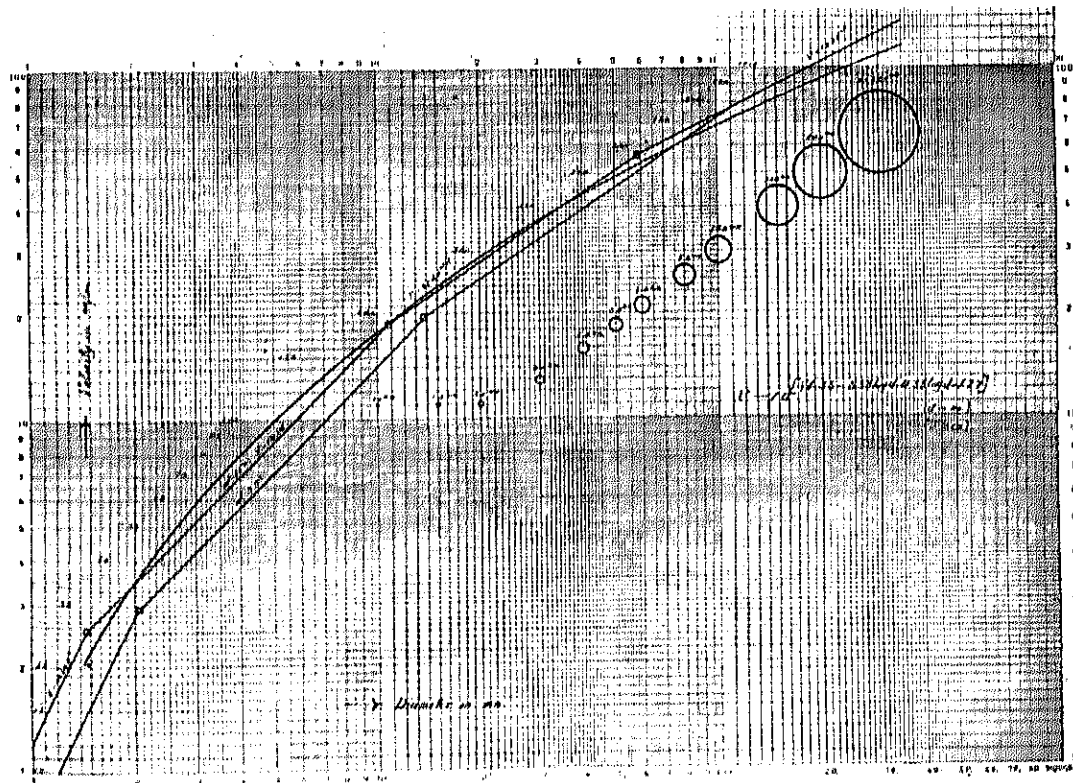
	25°C	5°C
第一限界徑	0.0148cm	0.0208cm
第二限界徑	0.108cm	0.137cm
第三限界徑	0.58cm	1.10cm

第二十圖に依つて吾人は明かに之を見得るが如く、Stokes, Allen 及 Newton の法則が成立するとして著者の示せる結果とを對照するに Allen と Newton との法則の當て嵌まる中間に Kármán の法則の當て嵌まる場合を考ふる方、至當なるべしと信ずるものなり。

著者の示せる折曲基本曲線は前に既に記述せるが如く Wieselsberger 曲線を代表せしむる部分的の直線より得たるものにて、適に本折曲線より平滑なる曲線を描きなば諸研究者が與へたる部分的の直線にて代表する抵抗法則を互に漸次的に變移するものとなるの理なり。故に著者は更に上記折曲直線に近似する平滑曲線を求め之を示す式を作れり。即ち次の如し。

$$v = 10^{[70.97 + 5.58 \log_{10} d - 0.35 \log_{10} d - 1.27]} \dots \dots \dots (37)$$

第二十一圖



第二十一圖は折曲直線と共に (37) 式に依りて、算出せる v と d との關係を圖示せるものなり。圖に依りて見るを得るが如く、折曲直線によるも、平滑曲線によるも大なる差異あるを見ずして直徑は、0.15mm~3mm に渉る石英球粒が 25°C の水中を沈降する終極速度を求め得べく尙ほ石英と異なる比重及 25°C 以外の水温の場合には別に第九圖及第十圖を用ひて、終極速度を求め得べし。

以上はすべて球狀粒子に對して論ぜる結果なるが形態の異なる粒子に就ては其形に對する影響を考慮せざるべからず。仍て供試體の數は少なけれどもアルミニウムを以て立方體と正四面體とを作製し、之を實驗せるものを、第十八圖及第二十圖中に記入せり。圖に於て明かなるが如く、正四面體は立方體に比して、沈降速度は小なり。殊に立方體にして回轉せず一面を水平にしたる儘沈降するものは、球狀粒子と殆んど異らざる速度を以て沈降するを見る。

1929 年に Wien 大學教授 J. Kozony は沈降速度を計算する新式を發表されたり。即ち次の如し。

$$v = \sqrt{\left(\frac{24\nu}{d}\right)^2 + 2.66gd\left(\frac{\gamma_1}{\gamma} - 1\right)} - \frac{24\nu}{d} \dots\dots\dots (38)$$

式中 v は cm/sec, d は cm を單位とし、すべて C.G.S. 單位を以て示さる。本式は如何にして誘導されたるかは明かならずと雖も v に對する二次式を解きたる形なり。多分著者の行ひたるが如き圖上より求められたる式ならんが、試に著者の式と共に Kozony 教授の式の示す曲線を第二十一圖に示し比較に便せり。圖に於て見るが如く實驗範圍内にては著者の式の方、實驗値に幾分近寄り居る事を知り得べし。

4. H. S. Allen 教授の實驗との比較

H. S. Allen 教授は既掲の如く (1) 式を發表せる際の實驗は既記の文獻に示されたり。此結果と著者の得たる曲線と如何程合致するやを知らんが爲、第二十圖に就て之を檢せん。同圖を見るに粒子の小なる時は、Allen の式に依る v は著者の實驗結果より小なる v を與へ、大粒となるに従つて甚しく大なる v を與ふ。仍て同教授の原著論文にある琥珀球の實驗結果を基として著者の指數公式に依りて換算し、 v が幾許の値になるやを求めたるに、著者の式に依る曲線に近寄りざるが故に著者は Allen 教授に倣ひ寶石職工に琥珀球を作らしめ自ら實驗を行ひ、次で著者の方法に従て補正を行ひたるものは第二十圖中に示さる、琥珀球の實驗値なり。之に依りて見るときは Allen の實驗は同氏の式によく符合し、著者の實驗と符合せず。其理由は明かならざるものあり。著者は自らの實驗に就ては更に正確を期せんが爲に數回之を檢したるも、其誤謬にあらざるを知り得たり。且つ琥珀に比して比重の一層小なるアスファルト球に就ても實驗をなしたる結果、他種の球と同様に著者の式に殆んど合致するを知り實驗に對して相當深き信念を有するものなり。

又 Allen 教授は鋼球に對して實驗されたる結果を示されたり。其實測結果は同氏の式を用ひて計算せるものと符合せず。今 Allen の與へたる實驗表にある鋼球の $d=7.92\text{mm}$, 水温 10.8°C, 比重 7.73 なる數を基として計算をなさん。(1) 式にて v を求むるときは $v=200\text{cm/sec}$ となる。然るに實測値として與へられたる v は 133.2 cm/sec なり。其差甚しく大なり。其斯かる結果を招來せる理由は何に依るやといふに Allen の (1) 式を斯かる場合に應用し得ざるものなりと稱すべきなり。之に反して實測されたる $v=133.2\text{cm/sec}$ を用ひて著者の方法に従て、補正を施す時には第二十圖に見る如く、正しく著者の曲線上の一點なるを示す。其他の鋼球も同様に折曲線上に位するを見得べし。

次に著者の指數公式 (32) 式と (31) 式との限界は Stokes と Allen との抵抗法則の限界點を示すべく (31) 式は前記の如く實驗とは別に Wieselsbenger 曲線より求めたるものなり。

而して Stokes の式として一般に知らるる式は次の如し。

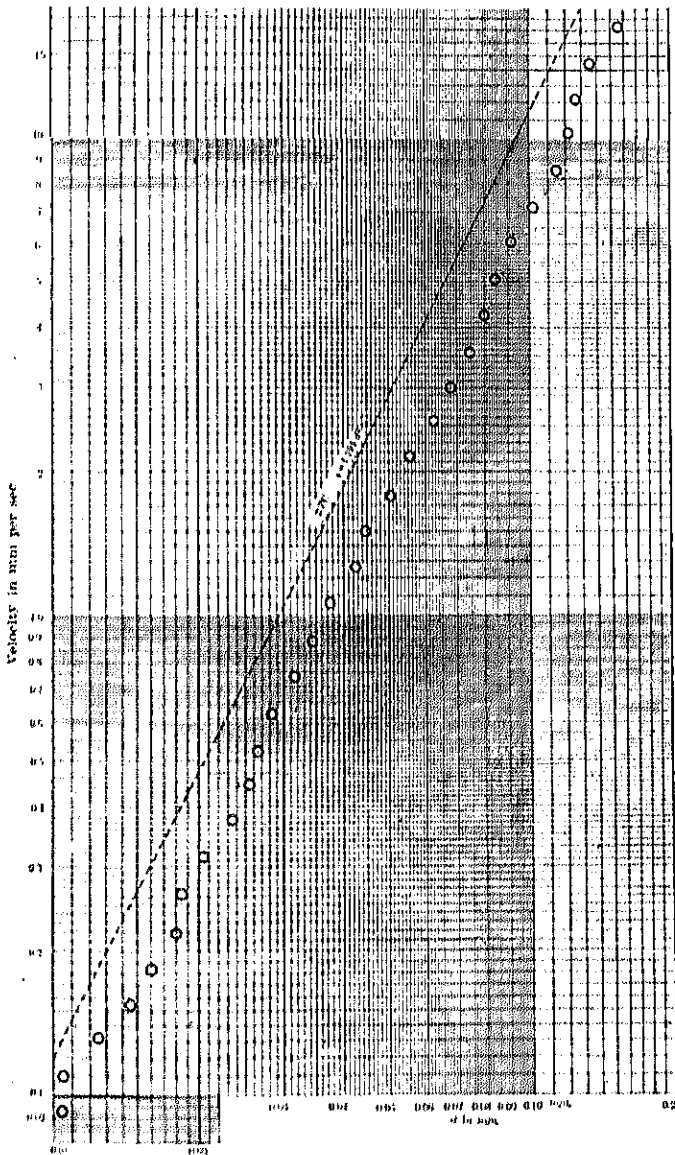
$$v = \frac{1}{18} g \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} \frac{d^2}{\nu} \dots \dots \dots (30a)$$

上式中に於ける本論の常数は

$$\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} = 1.64, \quad \nu = 0.00897 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

なるを以て之を用ふるときは

第二十二圖



$$v = 995.4 d^2 \dots \dots \dots (30)$$

之を (31) 式と比するに d^2 の係数は (31) 式にては 1104 にて (30) 式にては 995.4 なるが故に、茲に疑を挿む餘地あるが如しと雖も元來 Stokes 公式は (30a) 式に k なる或係数を乘すべき性質のものにして k は次の値なり。

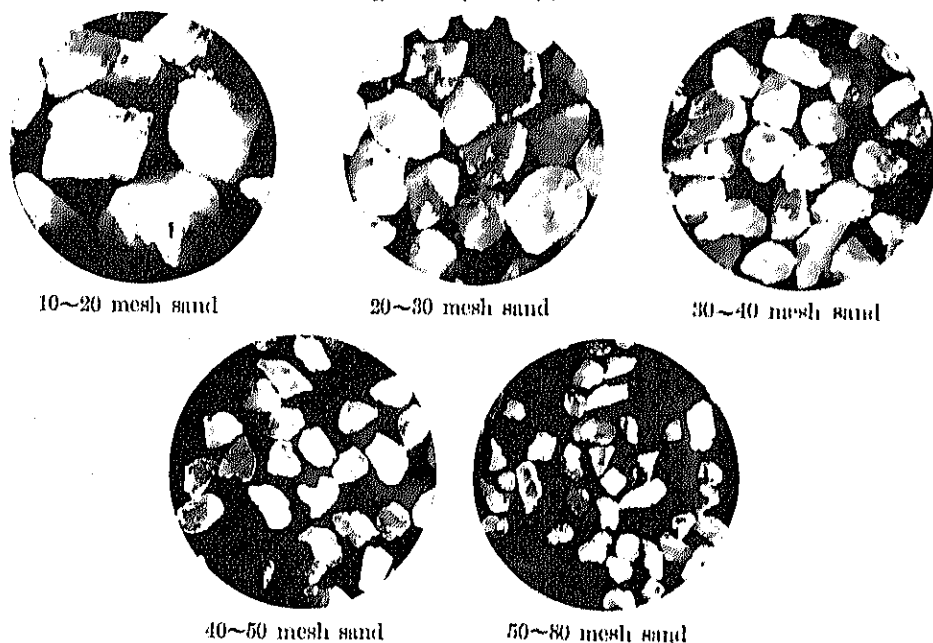
$$k = \frac{\beta r + 3\nu/g}{\beta r + 2\nu/g} = \frac{\beta + \frac{0\nu}{gd}}{\beta + \frac{4\nu}{gd}} \dots \dots \dots (40)$$

式中 r は球の半径、 β は摩擦に對する係數にて $\beta=0$ より $\beta=\infty$ まで變化すべきものとなさる。而して普通 $\beta=\infty$ となされて $k=1.0$ となるが故に一般に知らるる Stokes の式を得るも、 $\beta=0$ なる極限の場合には $k=1.5$ となる。従つて $v = 1403 d^2$ を得べし、故に d^2 の係数は 995.4 より 1403 迄の間の數をとり得ることを示すものなり。依つて (31) 式にて 1104 なる數を得るも取て怪しむに足らざるなり。

第二十二圖は Richards 著 Ore dressing (1925) 中に微細粒子の實驗結果の表を描けられたるものを記入したるが實驗されたるは石英砂にして水の溫度明かならざれど、(31) 式の示す直線よりも下側にありて、大約 5°C に近き水中にての實

驗に近似す。又此粒子が正しき球狀を有せしや否やも明かならず。故に (31) 式の線の下側に位置する位置にあるは當然なり。而して各點を連結する直線の勾配は (31) 式の示す直線と平行するの故に、Wieselsberger 曲線より完全に Stokes 法則が成立するものなることの例として茲に掲出し、以て著者の實驗が斯かる微粒に及びし得ざりし補充となしたり。之を要するに微粒より大は直徑 20m 餘に及ぶ範圍に於ては、Wieselsberger 曲線の示す抵抗法則は沈降速度を計算するに準據し得べきものなることを知るを得べし。

第二十三圖



第三章 砂粒に對する實驗

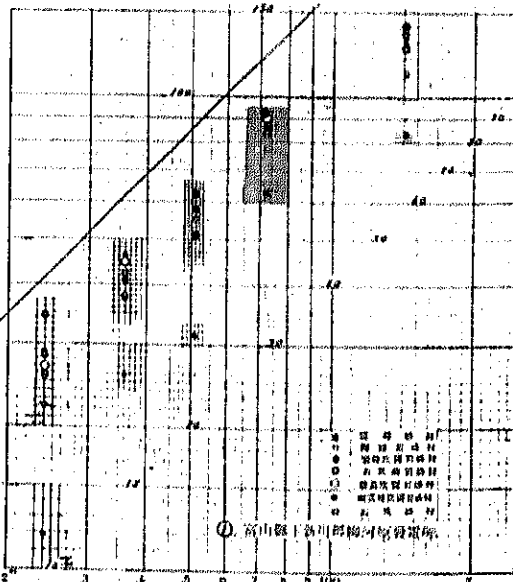
1. 靜水中に砂粒の沈降する速度の實驗

實驗に供したる砂は諸處の水力發電所用水路の沈砂池に、實際沈澱したるものを採集したるものにして、砂の集收に關しては仙臺逓信局技手櫻田武次郎氏の盡力を得たるものなり、此機會に於て同氏に謝意を表す。

砂の産地は次の如し。

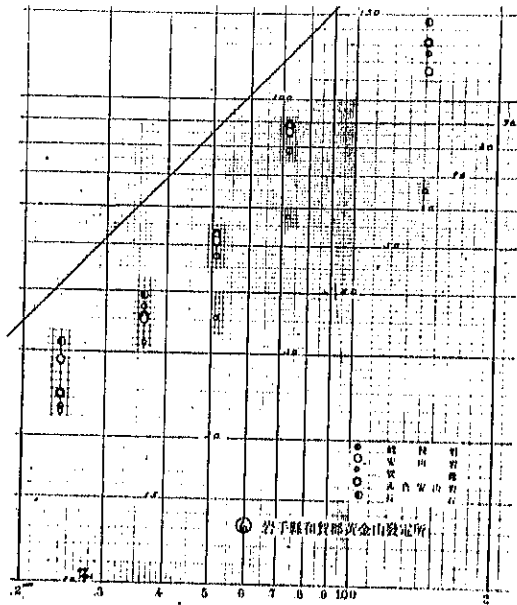
- (1) 黒部川砂 富山縣下新川郡 柳河原發電所
- (2) 關川砂 新潟縣中頸城郡 關川發電所
- (3) 館山砂 山形縣南置賜郡 館山發電所
- (4) 島海川砂 秋田縣山利郡 島海川第一發電所
- (5) 高瀬川砂 福島縣双葉郡 高瀬川發電所
- (6) 黄金山砂 岩手縣和賀郡 黄金山發電所
- (7) 碓石川砂 宮城縣名取郡 碓石發電所
- (8) 刈田砂 宮城縣刈田郡 刈田發電所
- (9) 上杉澤第一號砂 青森縣東津輕郡 上杉澤發電所
- (10) 上杉澤第四號砂 同 上 第四號沈砂池

第二十四圖 (其一)

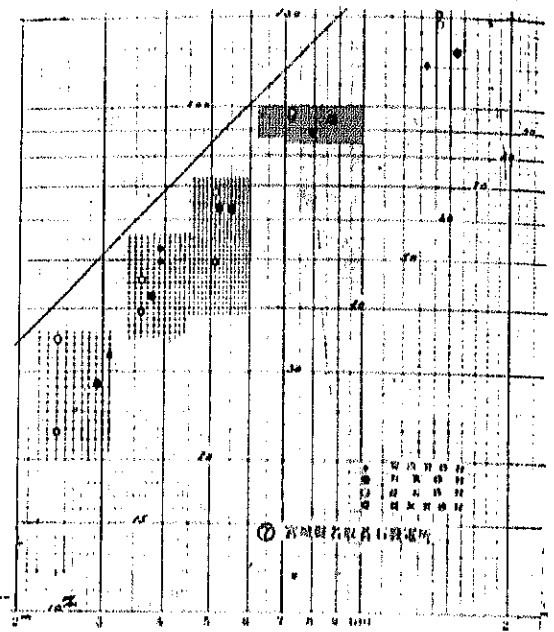


第二十四圖

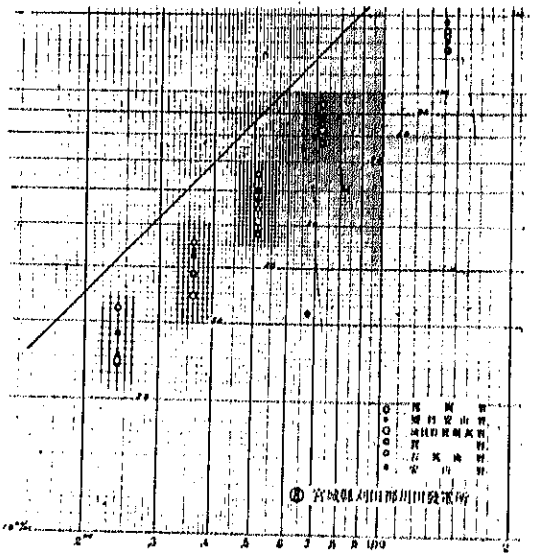
(其六)



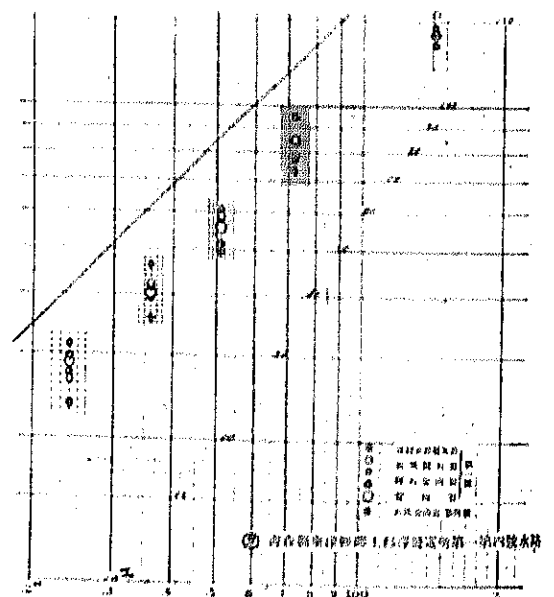
(其七)



(其八)



(其九)



各産地毎に砂を洗滌、乾燥、篩別して器械的分析表を作り、其産地を異にするに従て、砂を組成する石質を異にし其形状も異れり。故に各産地に對し篩別したるものを別々に整理し、更に各番號の砂より石質の異なるものを拾ひ出して之を整理したり。然るに稍々大粒のものにありては一粒づゝ石質の異なるものを選び出すことは比較的容易なるも、小粒のものにありては斯くの如くするは容易ならず、仍つて次の如き方法に依れり。同一石質の大粒子を多く取りて乳鉢内にて碎き、能く水洗、乾燥し、篩別して各石質毎に區分整頓したり、之れ微粒子は大粒子の磨滅、風化等に依り崩れたるものなれば、大粒子と同一石質の微粒子が小粒の砂を構成するものなればなり。唯自然に微粒化したるものと人工的に破碎せるものとは稜角、形状に於て差異ある事の免れざるは止むを得ず。

斯くの如くにして得たる各石質各番號の砂に就て沈降速度を測定したり勿論之に先立ちて石質毎に比重を測定せり。又各篩番號の砂は諸石質の粒子の混合物なるが、之を其儘一括して比重を測りたり。之に依れば大粒の砂よりも小粒の砂は比重大なり。而して微粒になる程石英の比重 2.65 に近寄るを見る。之れ砂が自然に風化されて河流に依りて運ばれ、終には最も分解し難き石英砂が殘留して河底に存し、流水の爲に搬送されて、沈砂池内に堆積したる徑路を説明するものなり。

静水中に於ける沈降速度の實驗作業は既述の設備と方法に依る故に特に記述せず。

上述せる方法に依りて分別したる粒子を一々沈降せしめたる沈降速度を測り、既述の方法に依り補正を加へ表記し、更に圖表を作れり。第二十四圖之なり。

同圖には著者の式にて得たる球狀粒子の沈降速度の曲線を記入したり。之に依りて見るに、砂粒の如き不規則の形状を有するものは球狀粒子に比し、沈降速度の小なるは認め得べきが、其變化の状況は正に著者の折曲線の一部に殆んど平行することが顯著なる事實なるを知り得べし。

次に同篩番號に屬する大小異種石質の粒子に對しては極めて少量づゝをとりて、一時に沈降せしめ最大最小の沈降速度を測定し、同時に其種の平均速度を測りたり。又同一篩番號の粒子の大きさを決定するに、良法なかりし故に篩圖を以て標準とし、最大最小の平均値を用ふることにせり。

尚ほ同圖に於て注意すべきは蠟母片の沈降速度なり。蠟母は平板狀をなして存し、篩別して定めたる大きさは他の同種篩番號に屬する砂粒と異らざるも、厚さが小なるが故に他種の石質の同篩番號の砂粒に比して重量は小なるを免れず、且つ平板の受くる抵抗は球狀のものに比し大なるべく、沈降に際し其周圍に生ずる渦は非常に不規則となり抵抗大なるを以て沈降速度は蠟母片にては、著しく小なるを見る、加之其値は甚だ不同なり。是蠟母片の厚さが等しからざるも其一寸をなすものなり。

由來不規則なる形態を有する粒子が、球體粒子に比し、沈降速度の減少することは理の當然なるが故に、諸研究家が既に其然るを示したるが、就中 Rittinger は其著 *Lehrbuch der Aufbereitungskunde* (1867) に次の如く掲げたりと言ふ。

同氏は理論的沈降速度として、次式を與ふ。

$$v = 4.43 \sqrt{(\delta - 1) r}$$

單位は C.G.S. にて δ は比重なり。

而して若し形態が球狀を呈すれば本式にて示す r に 0.02, 細長き時は 0.54, 扁平なる時は 0.435 を乘ずべしと。本式を見れば、正に Newton の抵抗法則に従ふ場合の式にして、第二十五圖に示すが如く、所謂理論式夫自體

*J. Finkey :—Die Wissenschaftlichen Grundlagen der nassen Erzaufbereitung, 1924.

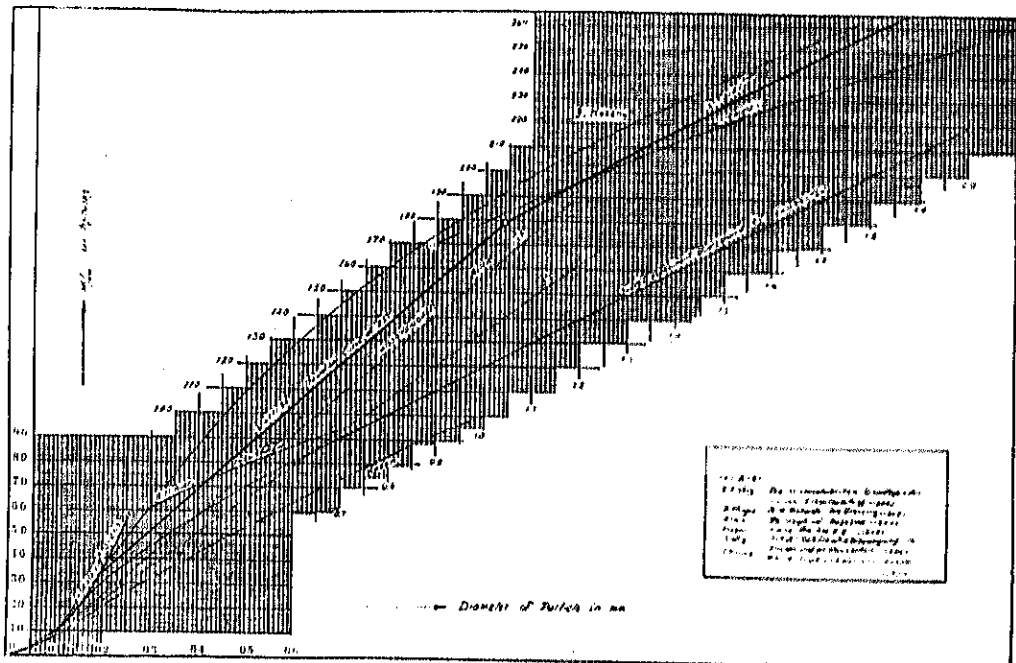
が著しく本實驗の示したる結果と遠ざかりて、比較するにも當らざる觀ありと雖、若し著者の式を以て Rittinger の所謂理論式とすれば、形態の異なる場合に於ける v の係數たる 0.03, 0.54 又は 0.435 を夫々球狀に近き粒子、細長きもの又は扁平なるものゝ場合に用ふることを得たらんには如何なる結果となるやを試に比較照合したるに第二十六圖に示すが如き結果を得たり。大略實驗値の諸點を通過する直線と見做し得るは偶然の如き感あるも必ずしも然らざるものとも考へらる、之 Rittinger が之等の係數を得るまでには、實驗か又は經驗より求めたるものと想像さるればなり、殊に Richards が其著 Trans. Am. Inst. Mining Engineers 1907 に於て與へたる係數は理論的速度は球狀粒子の夫の 1.48 倍即ち後者は前者の 0.68 倍、扁平粒子は 0.58 倍なりとなせり。之を球狀に近き粒子及扁平粒子と見做し、著者の式より得たる v を理論的の値とすれば略砂粒に對し測定したる著者の實驗結果と近似するを見る。

上記の Rittinger 及 Richards の與へたる係數は理論的に求めたるに非ずして甚だ漠たる感あれど、實用的には球狀粒子の v より形態を異にするに従つて、係數を乗ずることに依り沈降速度を求むるには便なるべし。

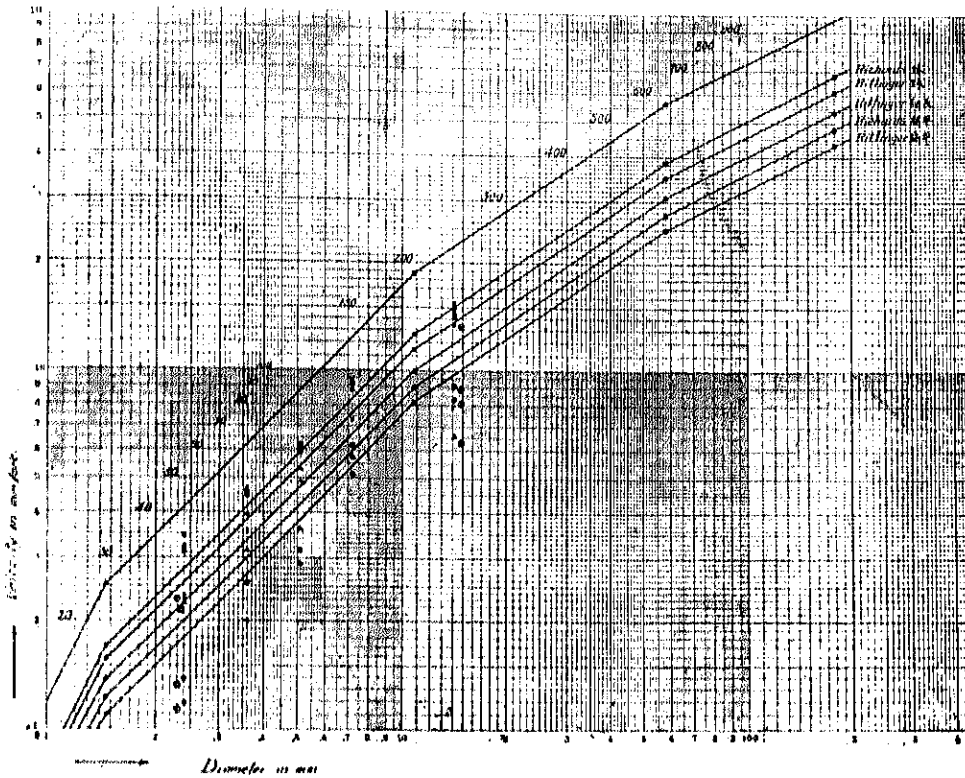
終りに本論文の研究をなすに當り著者の涉獵せる文獻中、沈降速度を求むる式又は表を與へたるもの數多あるを以て、著者の式と之等諸家の研究とを比較せん爲に第二十五圖を作れり、而して同圖には之等の曲線の出所をも明かにせり。

同圖中 (1) 及 (2) の曲線は曾て著者が土木學會誌第十卷第二號に於て發表せる“砂礫の運動”中に例示せるものなり、又⊙印の諸點は實驗に供したる黒部川砂のみを一實驗例として記入せるものなり。砂粒の大きとしては 1.5mm 以上に及ぶもの少きを以て大粒のものに對しての實驗曲線なし。同圖中 Kozony, Allen 兩教授の曲線と著者の曲線は正しき球狀粒子に對するものなるを以て Sudy, Hazen 等の砂に付ての實驗値と比すれば遙に大なる v を有するを知る。

第二十五圖



第二十六圖



2. 流水中に於ける砂粒の沈降する速度の實驗

或水路に於て規則正しく殆んど平行したる流れをなす場合、若し此水に砂の如き沈澱物が混ぜられたる時には水と共に砂が水平方向に送らるゝと同時に自重に依りて沈降するが故に一粒の砂の徑路は拋物線形曲線を描きて遂に水底に達するを見る。此際の沈降速度と静水中に於ける沈降速度とは、若しも理想的に水が水平速度のみを有し上下左右の流速を有せざる時には相等しきものたるべきなり。然れども如何なる規則正しき水流にありても水平流速のみに非ざるが故に此二つの場合の沈降速度は近似的の値を有すべきものなるが、如何程まで一致するやを小なる矩形樋内にて實驗せり。

實驗に用ひたる砂は既掲發電用水路中の沈砂池より採集せるものなり。各管地を異にする毎に篩番號順に別ち各砂種に就て樋内の沈降速度を求むることとせり。

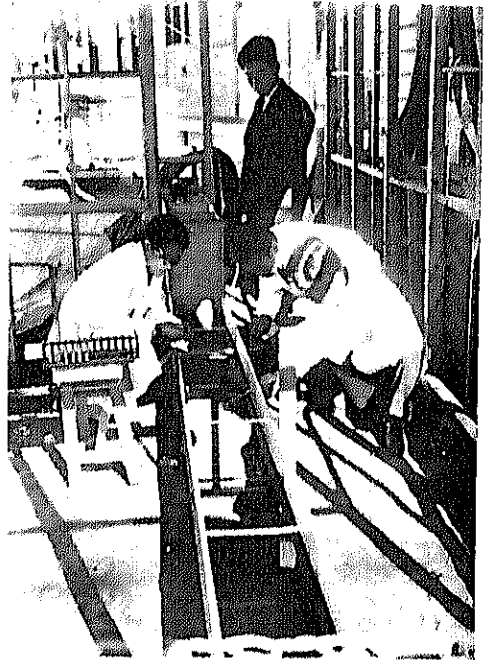
樋は亜鉛板を以て矩形断面に造り流水の波動を消滅せしむる様に注意して、静波板を用ひ一定の流速を繼續する様に水を數回別に貯溜するを得せしめたり。其詳細は第二十七圖に示すが如し。

流速の測定は本實驗に於て極めて大切なる所なるが、小水路にて周壁の影響を受くる爲、流速が全断面を通じて均等なることは期待し得ざる所なれば、最も周壁の影響を受けざる中央の流軸に沿ふたる流速を浮子に依りて測定することとせり。浮子は第二十七圖に示すが如きコルク栓の周りにゴムを被ひたる小片にして、其比重が氷と殆んど等しくなる様に被覆ゴムの厚さを加減して水上に浮べて數回檢した後、丁度幸ふじて浮く程度になし之を用ひたり。而して其流速は樋の中央部に 1 m の長さを正しく設定し、其始終兩端間を流軸に沿ふて流るゝ様に水流が規則正しくなる迄、浮子に依りて檢したる後に非ざれば砂を水流に加へざることとせり。

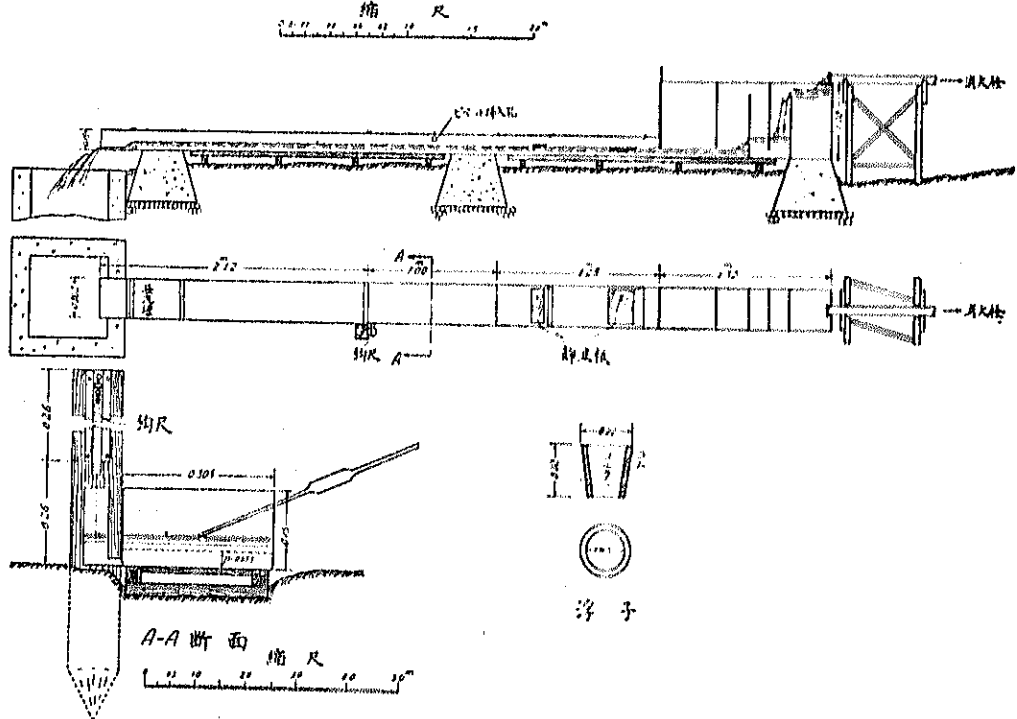
又別に樋の末端に堰を設け水を溢流せしめ Bazin の堰の公式に依りて計算に必要な値を測りて流量を計算せり。此堰公式に依る流量は樋を流るゝ一横断面の全流量にて、流水断面積を測りて断面平均流速を求め、浮子に依る流速と比較對照せり。之等二流速の内浮子に依る流速は常に平均断面流速より大なるは當然の事にして、流速測定の正否を検する手段に、堰公式に依り流速を求めたるに過ぎざれど、流速の大なる場合には其差少なく流速の小なる時には其差大なるは實驗結果を示せる第二十八圖の圖表を見れば之を知り得べし。

水流に加ふる砂は豫め水に浸し、空氣の泡が砂粒に附着することなき様にシベットを以て適量の水と共に吸ひ取りて第二十七圖に見得る様に樋の側方の孔より一定の傾斜を保ちてシベットの端が丁度水面に觸るゝ様にして、樋幅の中央即ち浮子を以て流速を測れる軸上に極めて徐々に水流に加ふることゝせり。此際餘りに急激に砂を落すときは、大小の砂粒混合衝突又は附着して混亂し、且つ落下する際の初速の影響を受けて實驗結果が不齊になるべきに依り、充分注意して水流に砂粒を加ふるの要あり。

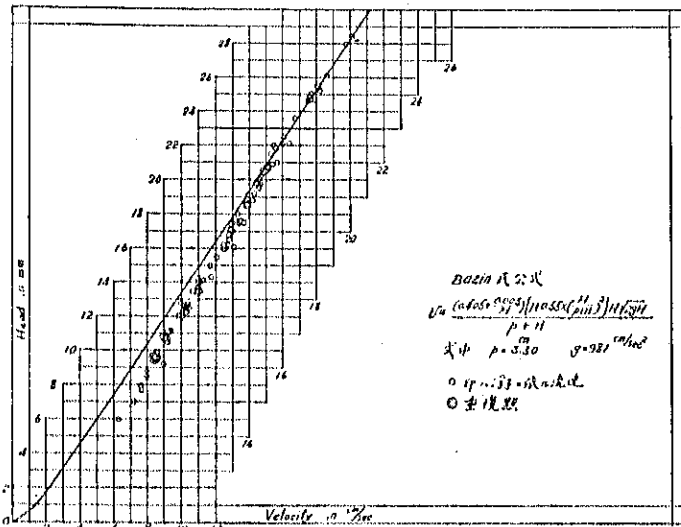
第二十七圖



實驗樋略圖



第二十八圖



又一時に多量の砂を加ふる時は沈澱堆積したる砂のため水深小なる桶底を更に高め流速の變化を來す處あり。且つ時間を要すること永きに從て沈堆せる砂粒が再び桶底にて運動を始むるものを生ずれば、砂粒一回分の量は、1~1.5c.c. 位にて實驗せり。故に砂を流し込みたる後は時を移さず桶の上流にある辨を閉ぢたり。斯くすることに依りて、1度沈降を終りたる後に流れが止むに至る。水深は一回毎に測定し之を記入し置きたり。

次に桶底には砂を加ふる 断面を基點として下流に目盛りを精確に施して、沈降する迄の流下距離を決定することとせり。最初の數回の間、沈降するものなき爲、砂粒の大きに從て判斷して何處から沈澱せる砂を探るやを決めたり。



以上の如くにして堆積せる砂堆の状を見るに大體攔斷形は次の如くなるを知る。砂種により幾分づゝ其傾斜は異なるも上流側は急勾配にして下流側は緩勾配をなし、上流の方に近く最高部が生ず。而して此部に於て堆砂量が最も多く有するが故に之を明かにする爲、表に特記することとせり(表は省略)。又此砂堆を前記の如く基點よりの距離に應じて或一定の距離、例へば 6~7cm ならば此二線間の堆砂量を全部ビベットにて吸ひ取りて各距離毎に別々に區分して皿内に取り、次で此皿内の砂を静水中にて沈降せしめ一種毎に最大、最小及大部分の砂が降りて沈降するものゝ三つの沈降速度を測りて表記せり。大多數の粒子の群りて沈降する値を定むるには、觀測者の認定に不齊あるを許さぬが故に豫め練習をなして一定の觀測者に依りて測定をなすこととせり。

砂の比重は石質の異なるものゝ混合せる儘篩番號の一種毎に測定せるものなり。其測定法は特異の方法ならざるが故に省略す。

水深の測定は本實驗に於て大切な一事項なり、總べて鈎尺即ちフック・ゲージに依れり、其尺度の精度は 0.1mm 迄なり。

實驗は各種の砂に就て二つの異なる水深の場合に行ひ、以て一實驗のみの觀測の誤差を検することとせり。

3. 實驗結果の吟味

流速は浮子に依りて正しく軸の方向に沿ひて流れたるものだけ取りて、10 回の値を平均せり。故に流軸に於ける流速は

$$V = \frac{100}{t_f} \text{ cm/sec}$$

として定む。t_f は 1m 間を浮子の流るゝに要せし 10 回の測定平均時間なり。水深を d cm にて表はし、l を沈降する迄に流れたる距離とす、單位は cm なり、v は沈降速度 cm/sec とすれば次式を得。

$$v = \frac{Vd}{t}$$

本式を用ひ算出せる v の値を表記し、流水中の沈降速度とし、其時の水温をも記入したり。

仍つて流下距離の遠きものは小粒にして且つ軽き性質のものにて、之に反するものは大粒にて重き性質のものなりと、大體に於て判断するを得べし。但し特殊の形狀を呈するもの又は特殊の事情の下にて、大粒子に附着して小粒のものが一緒に沈降するが如き場合もあり、又大粒のものにて他粒に衝突されて遠くまで送らるゝものもあり、されど規則正しき流路に於て注意深く行はれたる實驗には其不規則なる例外は極めて少なし。實測せる沈降速度は、總べて比重を 2.64 及水温 25°C に於ける沈降速度に補正換算せり。之等の値は前に行ひたる静水中に於ける沈降速度と比較せんが爲なり。

補正速度を各産地別各篩番號別に表記して、比較するに便せるものは第一表となり。

第一表 各地産砂の流水中に於ける沈降速度 (毎秒速)

		温度 25°C 比重 2.64				
種別 及 記號	篩別大き(mesh)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-80
	篩目直徑 (mm)	2.00-0.84	0.84-0.50	0.50-0.42	0.42-0.30	0.30-0.18
	平均直徑 (mm)	1.42	0.72	0.51	0.36	0.24
1.	黒部川砂	16.0-10.0 ^o	10.0-7.3	8.1-5.0 ^o	6.1-4.0	4.3-2.9 ^o
2.	關川砂	16.4-10.0	11.3-7.6	7.9-5.3	6.0-3.7 ^o	4.1-2.3
3.	備山砂	16.3-10.1	11.1-7.0 ^o	8.1-4.9	5.8-3.7	4.2-2.4
4.	島海川砂	16.5-10.1	11.0-7.7	8.3-5.5	6.2-4.0	4.2-2.4
5.	高瀬川砂	16.3-10.0	11.6-7.6	8.3-5.5	6.3-4.0	4.2-2.5
6.	黄金山砂	16.7-10.6	11.3-7.5	8.3-5.1	6.3-4.3	4.2-2.3
7.	碓石川砂	^o 17.3-10.0	^o 11.7-7.2	8.0-5.2	6.2-4.0	4.3-2.6 ^o
8.	刈田砂	16.0-11.0	11.5-7.6	8.0-5.5	5.9-4.1	4.3-2.4
9.	上杉澤第一號砂	16.3-10.8	11.4-7.2	8.2-5.2	6.1-3.7	4.2-2.4
10.	上杉澤第四號砂	16.4-10.6	11.1-7.4	8.2-5.2	^o 6.4-4.0	4.3-2.3
平均		16.51-10.41	11.29-7.41	8.14-5.24	6.13-3.95	4.29-2.39
		13.46	9.35	6.69	5.04	3.31

表中に○印を附したるは同種の大きさの砂の沈降速度を比較して最大及最小の値を明かにせるものなり。本表の最下の横列に示したる數字は、縦の數字の平均を先づ求め更に其平均値の平均を計算せるものを—の下に記したるが、此値は其篩別種の平均の大きさの粒に対する沈降速度と考へ得べしとの意味にて求めたる値なり。即ち10-20 mesh の大きさの砂には、平均直徑 1.42mm にて其の粒徑の石英砂が 25°C に於ける沈降速度は 13.46cm/sec なるを示し、0.72mm の粒の直徑を有する砂には 9.35cm/sec なるを示すが如し。

更に二篩別種の界目に—の上に記したる平均値を示す數字あり、之は丁度其界目にある大きさの粒が有する上記の沈降速度を示すならんとの意味にて算出せるものなり。例へば 10-20 mesh 種の最小速度は其次の 20-30 mesh 種の最大速度となるべき筈ならんが、不規則なる形狀或は實驗の誤差に依りて、之が一致せずと雖も之を平均したる値は即ち 0.84mm の粒徑に対する沈降速度と考ふるを得べしとの意味に於て算出し、更に第一表の結果を第二十九圖に示したり。第一表中に○印を附したる速度を夫々の粒徑に相當する部に記入したり。而して各篩別種の平均速度と境界の大きさの平均速度とを同時に示し、且つ著者の式に依る曲線と對照することとせり。本圖を見るに

最大の速度を連結する線及最小速度、平均速度の定等は殆んど著者の曲線に平行するを知るべし。茲に注意を要すべき一理は、Allen の抵抗法則と Kármán の抵抗法則とが密て接する界の所謂第二限界點を區劃として、曲線の勾配が砂に對しても變化すべき状態を得べきが、不幸にして砂には斯かる大なる粒徑のものを得られず、仍て實驗範圍内に止めたり。又實驗に用ひたる桶も規模小にして到底大なる粒子ありとするも實驗を行ふを得ず。Allen, Hazen の如きも砂粒としては 1.0mm の程度迄實驗せるに過ぎず、著者の實驗にては砂に就ては 2.0mm を限度とせり。併し 3mm の粒子の ρ が小に失するが如く見ゆる理由は、最大篩目を通過したる砂粒が少くして之より小なる篩目に漸く留まるが如き大きさの粒が比較的に多かりし爲なるべしと考へらる。

以上は篩目の大きさの平均値に對する流水中の沈降速度に就て記述したるものなるが、更に此沈澱せる砂を静水中に於て沈降せしめたる値を第二表に掲げたり。之より第三十圖を作れり。此表は静水中に於て各篩番號を代表する粒子から、大多數沈降する速度を測定せるものにして、産地を異にする 6 種の砂に就て諸種の條件の下にて行はれたる結果を、石英砂、標準温度に換算し此速度を平均したるものを表記及圖示せるものなり。之を流水中に於ける平均速度の表及圖と比較するに、殆んど合致したる結果を得たることは第一表と第二表、第二十九圖と第三十圖とを對照比較すれば明瞭に之を知り得べく、流水中に渦流を生ぜずして均齊の水平滑軸流のみの場合に於ては、流水中に於ても静水中に於ても同様の沈降速度を有するものなることを示すものにして、理の正に當然なる所なり。終

第二表 各地産砂の静水中に於ける沈降速度 (毎秒厘)

		温度 25°C 比重 2.65					
種別及記號		篩別大小 (mesh)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-80
		平均直徑 (mm)	1.42	0.72	0.51	0.36	0.24
1.	黑部川砂		12.19	7.83	6.09	4.40	2.70
2.	關川砂		13.18	9.11	6.04	4.50	2.84
3.	館山砂		14.11	8.92	5.85	4.41	2.17
4.	鳥海川砂		13.80	8.82	6.15	4.54	3.09
5.	高瀬川砂		13.60	8.97	6.09	4.47	3.00
6.	黄金山砂		13.13	9.14	6.06	4.55	2.90
平均			13.35	8.80	6.20	4.48	2.95

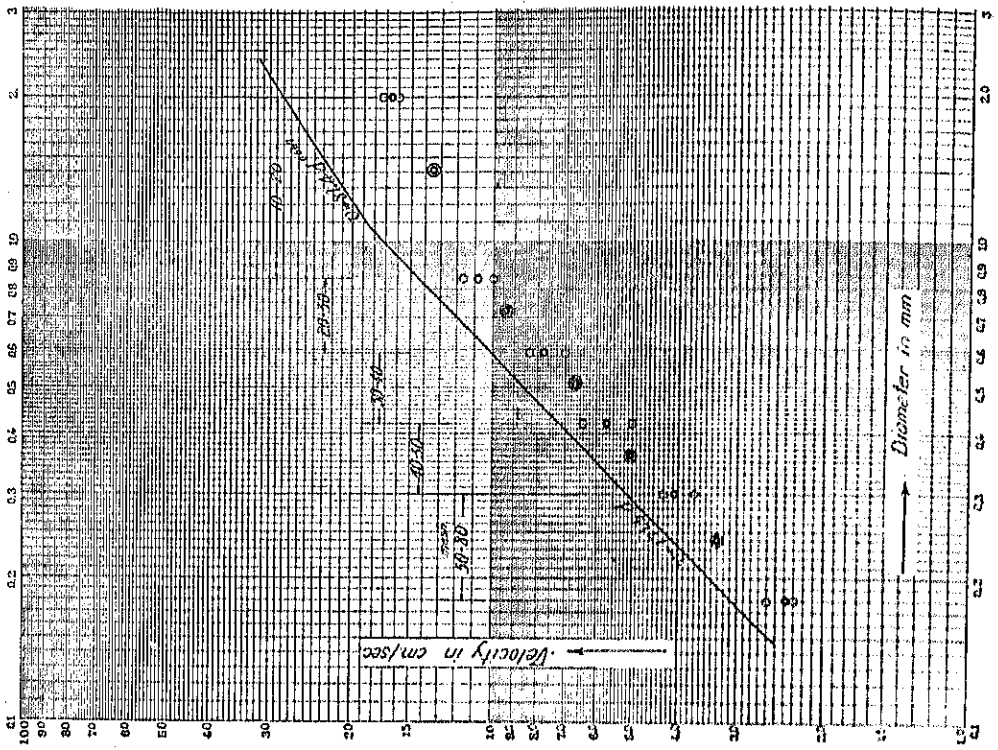
りに第二表中の○印を附したるは同種に屬する砂の沈降速度の最大、最小の値を示せるものなり。尙ほ茲に附記すべきは、砂の産地に依りて同種の篩番號に屬する大きにても、非常に有孔質にして輕きものも含まれあり、斯くの如き砂は流水中に於ての沈澱實驗の際は遠く運搬されて沈澱することなく、又母の如き薄片も同様なり。故に本實驗に於ては有孔質のものに就ては充分に水を吸收せしめたるものを用ひたり。本實驗中甚石川砂には凝灰岩の粒子を含むもの多く石英砂の如く實驗の容易ならざるものありたり。

感 謝

本研究をなすに當り東京帝國大學教授工學博士物部長穗氏の有益なる指導を仰ぎたるを深く感謝し、之と共に實驗計算製圖等に於て、仙臺高等工業學校助教授今野彦貞君、同佐藤興夫君及森富男君の熱心なる援助協力を謝するものなり。

(終)

第二十九圖



第三十圖

