

論 說 報 告

土木學會誌 第十八卷 第六號 昭和七年六月

THEORIE DER ROSTE UND IHRE ANWENDUNGEN.

ZWEITER TEIL.

DER LEITERTRÄGER.

(FORTSETZUNG)

Von Takeo Fukuda, Mitglied.

Synopsis.

Die hier veröffentlichten zwei Abschnitte sind die Fortsetzung des zweiten Teiles über das Thema "Der Leiterträger."*

Im fünften Abschnitte werden mittels der im vierten Abschnitte angegebenen Gleichungen die zweifeldrigen einfachgelagerten, beiderseits eingespannten bzw. einseitig eingespannten Leiterträger untersucht. Die zweifeldrigen, einseitig eingespannten Leiterträger können als die zweistöckigen Stockwerkrahmen mit zwei an den Flüssen eingespannten Stielen befasst werden, welche durch die in der Querrichtung wirkenden, wagerechten Kräfte belastet werden.

Im sechsten Abschnitte werden die bisherigen Betrachtungen über den Leiterträger noch für die schiefen Leiterträger erweitert, unter welchen wir solche Leiterträger verstehen, bei denen die Verbindungslinie der Auflager an jedem Ende nicht senkrecht, sondern schief zu der Trägerachse stehen; und dabei haben wir hauptsächlich die Anwendung auf schiefen Brücken im Auge.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite.
V. Abschnitt. Der zweifeldrige Leiterträger mit konstanten Koeffizienten.	156
A. Der einfache zweifeldrige Leiterträger.	156
1. Die allgemeinen Gleichungen	156
2. Eine Einzellast im Mittelknoten.	160
3. Eine Einzellast an beliebiger Stelle des Mittelquerträgers.	161
4. Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Endquerträgers.	162
5. Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Hauptträgers.	164
6. Gleichmässig verteilte Belastung.	165
7. Zahlenbeispiel	166
B. Der beiderseits eingespannte, zweifeldrige Leiterträger.	168
8. Die allgemeinen Gleichungen.	168
9. Eine Einzellast im Mittelknoten.	171
10. Eine Einzellast an beliebiger Stelle des Querträgers.	172

* Der erste bzw. der zweite Teile dieser Abhandlung "Theorie der Roste und ihre Anwendungen" erschienen in Journal of the Civil Eng. Soc., Vol. XVII, Nr. 5 und Nr. 10, 1931.

11. Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Hauptträgers.173
 12. Gleichmässig verteilte Belastung.174
 13. Zahlenbeispiel.....174
 C. Der einseitig eingespannte, zweifeldrige Leiterträger.....176
 14. Die allgemeinen Gleichungen.....170
 15. Zahlenbeispiel.....178
 VI. Abschnitt. Der schiefe Leiterträger.....183
 1. Die Grundgleichungen.....183
 2. Die Randbedingungen und die Anzahl der unbekannt Grössen und der Gleichungen.....184
 3. Die Auflösung der Unbekannten für allgemeinen Fall.....186
 4. Zahlenbeispiel. Ein schiefer Leiterträger mit fünf Querträgern.....193
 5. Der schiefe Leiterträger mit drei Querträgern.....200
 6. Zahlenbeispiel zum schiefen Leiterträger mit drei Querträgern.....204

V. ABSCHNITT.

DER ZWEIFELDRIGE LEITERTRÄGER MIT KONSTANTEN KOEFFIZIENTEN.

Wir werden in diesem Abschnitte zweifeldrige Leiterträger mit den konstanten Koeffizienten

$$\alpha = \frac{\psi}{\mu} = \frac{hEI}{lGK}, \quad \beta = \frac{\lambda}{\mu} \left(\frac{h}{l}\right)^2 = \frac{I}{J} \left(\frac{h}{l}\right)^3, \quad \gamma = \frac{\phi}{\mu} \left(\frac{h}{l}\right)^2 = \frac{EI}{GH} \left(\frac{h}{l}\right)^2,$$

$$\delta = \frac{1+\alpha}{\alpha}, \quad \varepsilon = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\lambda}{\phi}$$

untersuchen. Für die Auflösung der Probleme legen wir wie früher die im dritten Abschnitte eingeführten Zusammensetzungen (III, 13) bis (III, 16) zugrunde.

A. DER EINFACHE ZWEIFELDRIGE LEITERTRÄGER.

1. Die allgemeinen Gleichungen.

1. Die Biegemomente beider Hauptträger und die Auflagerkräfte.

a) $M_r, R_{0,0}$ und $R_{2,0}$.

Für den in Abb. 25 dargestellten, einfachen zweifeldrigen Leiterträger erhalten wir zuerst aus Gl. (IV, 1)

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{2} P_{1,0} l, & M_0 &= M_2 = 0, \\ R_{0,0} &= P_{0,0} + \frac{1}{2} P_{1,0}, & R_{2,0} &= P_{2,0} + \frac{1}{2} P_{1,0}. \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

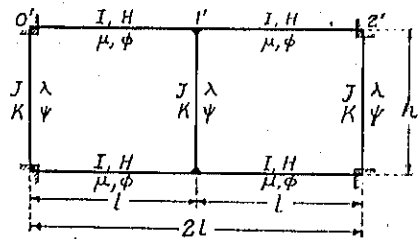


Abb. 25.

b) $\bar{M}_r, \bar{M}_r', \bar{R}_0$ und \bar{R}_2 .

Aus den im dritten Abschnitte ermittelten Gleichungen können wir nun die folgenden Gleichungen leicht gewinnen :

aus Gl. (III, 36): $(1+\alpha)(\bar{M}_0 + \bar{M}_1) - \alpha \bar{M}_1' = -\frac{2}{l}(\bar{S}_0' + \bar{S}_1'), \dots\dots\dots(a)$

und $(1+\alpha)(\bar{M}_1 + \bar{M}_2) - \alpha \bar{M}_1' = -\frac{2}{l}(\bar{S}_1' + \bar{S}_2'), \dots\dots\dots(b)$

aus Gl. (III, 43): $\bar{M}_2' - a\bar{M}_1' - b\bar{M}_1 + a\bar{M}_0 + (1+c)\bar{R}_0 l = +A_1, \dots\dots\dots(c)$

und $\bar{M}_0' - a\bar{M}_1' - b\bar{M}_1 + a\bar{M}_2 - (1+c)\bar{R}_0 l = -A_2, \dots\dots\dots(d)$

wobei nach Gl. (III, 44)

$$a = \frac{2}{\beta}(1 + 3\alpha + \beta + 3\gamma), \quad b = 1 - 6\frac{\alpha}{\beta}, \quad c = 6\frac{\gamma}{\beta},$$

$$A_1 = (1+c)\bar{P}_0 l - \bar{P}_1 l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_1' - \bar{S}_0') + \frac{12}{l}\left(\frac{l}{h}\right)^2(\bar{T}_0 - \bar{T}_1),$$

$$A_2 = (1+c)\bar{P}_0 l + (2+c)\bar{P}_1 l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_2' - \bar{S}_1') + \frac{12}{l}\left(\frac{l}{h}\right)^2(\bar{T}_1 - \bar{T}_2),$$

und aus Gl. (III, 46):

$$(1+3\alpha)(\bar{M}_2 - \bar{M}_0) + (1+6\alpha)(\bar{M}_1 - \bar{M}_1') = \frac{6}{l}(\bar{S}_0' - \bar{S}_1' + \bar{S}_1' - \bar{S}_2') \dots(e)$$

Aus den Gleichungen (a) bis (e) erhalten wir dann :

durch $\beta[(c)+(d)] - 6[(a)+(b)]$:

$$\begin{aligned} & (3\beta + 6\gamma - 4)(\bar{M}_0 + \bar{M}_2) - (3\beta + 6\gamma + 8)(\bar{M}_1 + \bar{M}_1') \\ & = -3(\beta + 2\gamma)\bar{P}_1 l + \frac{24}{l}(\bar{S}_1' + \bar{S}_1') + \frac{12\beta l}{h^2}(\bar{T}_2 - 2\bar{T}_1 + \bar{T}_0), \dots(f) \end{aligned}$$

durch $3[(a)-(b)] - (c)$: $(2+3\alpha)(\bar{M}_0 - \bar{M}_2) + \bar{M}_1' - \bar{M}_1 = \frac{6}{l}(\bar{S}_2' - \bar{S}_0'), \dots\dots\dots(g)$

und durch $\beta[(c)-(d)] + 2(c)$:

$$\bar{M}_2 - \bar{M}_1 + \bar{M}_1' - \bar{M}_0' = (2\bar{R}_0 - 2\bar{P}_0 - \bar{P}_1)l + \frac{12\beta l}{(\beta + 6\gamma)h^2}(\bar{T}_2 - \bar{T}_0) \dots(h)$$

Setzen wir nun der Kürze halber

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{3}{4}(\beta + 2\gamma), \quad A = -k\bar{P}_1 l + \frac{6}{l}(\bar{S}_1' + \bar{S}_1') + \frac{3\beta l}{h^2} \Delta^2 \bar{T}_0, \\ B &= \frac{6}{l}(\bar{S}_2' - \bar{S}_0'), \quad C = \frac{2}{l}(\bar{S}_0' + \bar{S}_1'), \quad D = \frac{2}{l}(\bar{S}_1' + \bar{S}_2'), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

so erhalten wir folgende Gleichungen für \bar{M} :

$$\left. \begin{aligned} \text{aus Gl. (f): } & (k-1)\bar{M}_0^r - (k+2)\bar{M}_1^r - (k+2)\bar{M}_1^i + (k-1)\bar{M}_2^r = A, \\ \text{„ (g): } & (2+3\alpha)\bar{M}_0^r + \bar{M}_1^r - \bar{M}_1^i - (2+3\alpha)\bar{M}_2^r = B, \\ \text{„ (a): } & -(1+\alpha)\bar{M}_0^r - (1+\alpha)\bar{M}_1^r + \alpha\bar{M}_1^i = C, \\ \text{„ (b): } & \alpha\bar{M}_1^r - (1+\alpha)\bar{M}_1^i - (1+\alpha)\bar{M}_2^r = D. \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Lösen wir diese Gleichungen nach \bar{M}_r auf, so ergeben sich

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0^r &= +k_1 A + \frac{1}{2}(1+2\alpha)k_2 B - k_1[3(k+1)C - (k-1)D - \alpha k_2 k_3(C-D)], \\ \bar{M}_2^r &= +k_1 A - \frac{1}{2}(1+2\alpha)k_2 B + k_1[(k-1)C - 3(k+1)D - \alpha k_2 k_3(C-D)], \\ \bar{M}_1^i &= -(1+\alpha)k_1 A - \frac{1}{2}(1+\alpha)k_2 B + k_1[3(k+1)C - (5k+1)D - \alpha k_2 k_4(C-D)], \\ \bar{M}_1^r &= -(1+\alpha)k_1 A + \frac{1}{2}(1+\alpha)k_2 B - k_1[(5k+1)C - 3(k+1)D - \alpha k_2 k_4(C-D)], \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{2[1+2\alpha+(2+\alpha)k]}, & k_2 &= \frac{1}{1+6\alpha+6\alpha^2}, \\ k_3 &= 2(2+3\alpha)+(11+12\alpha)k, & k_4 &= 5+6\alpha+(16+21\alpha)k. \end{aligned} \right\} \dots (2 a)$$

Die Gleichung (h) liefert dann für \bar{R}_0

$$\begin{aligned} \bar{R}_0 &= \bar{P}_0 + \frac{1}{2}\bar{P}_1 + \frac{6\beta}{(\beta+6\gamma)l^2}(\bar{T}_0 - \bar{T}_2) - \frac{1}{2l}(2+3\alpha)k_2 B \\ &+ \frac{3}{l}k_1 \left[1+2k - \frac{\alpha}{3}k_2(k_3+k_4) \right] (C-D) \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

und nach der Gleichgewichtsbedingung ergibt sich

$$\bar{R}_2 = \bar{P}_0 + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 - \bar{R}_2 \dots \dots \dots (5 a)$$

Hierauf können die eigentlichen Knotenmomente in den Hauptträgern und die Auflagerkräfte durch

$$\left. \begin{aligned} M_0^r &= -M_0^i = \frac{1}{2}\bar{M}_0^r, & M_2^r &= -M_2^i = \frac{1}{2}\bar{M}_2^r, \\ M_1^i &= \frac{1}{2}(M_1 + \bar{M}_1^i), & M_1^r &= \frac{1}{2}(M_1 - \bar{M}_1^r), & M_1^i &= \frac{1}{2}(M_1 + \bar{M}_1^i), & M_1^r &= \frac{1}{2}(M_1 - \bar{M}_1^r), \\ R_0 &= \frac{1}{2}(R_{0,0} + \bar{R}_0), & R_0^i &= \frac{1}{2}(R_{0,0} - \bar{R}_0), & R_2 &= \frac{1}{2}(R_{2,0} + \bar{R}_2), & R_2^i &= \frac{1}{2}(R_{2,0} - \bar{R}_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

leicht bestimmt werden.

2. Die Biegemomente der Querträger und die Torsionsmomente.

a) L_r und L'_r .

Für die Biegemomente in den Querträgern an den Knoten gelten

$$L_r = \frac{1}{2}(L_{r,0} + \bar{L}_r), \quad L'_r = \frac{1}{2}(L_{r,0} - \bar{L}_r) \dots \dots \dots (7)$$

Aus Gl. (III, 58) bekommen wir für $L_{r,0}$:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon L_{1,0} - (2 + \varepsilon)L_{0,0} &= + \frac{2\varepsilon}{h}(T_{1,0} - T_{0,0}), \\ \varepsilon L_{2,0} - 2(1 + \varepsilon)L_{1,0} + \varepsilon L_{0,0} &= - \frac{2\varepsilon}{h}(T_{0,0} - 2T_{1,0} + T_{2,0}), \\ - (2 + \varepsilon)L_{2,0} + \varepsilon L_{1,0} &= + \frac{2\varepsilon}{h}(T_{2,0} - T_{1,0}), \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

woraus sich ergeben:

$$\left. \begin{aligned} L_{0,0} &= \frac{2\varepsilon}{(2 + \varepsilon)(2 + 3\varepsilon)h} [\varepsilon T_{2,0} + (2 + \varepsilon)T_{1,0} - 2(1 + \varepsilon)T_{0,0}], \\ L_{1,0} &= \frac{2\varepsilon}{(2 + 3\varepsilon)h} (T_{0,0} - 2T_{1,0} + T_{2,0}), \\ L_{2,0} &= \frac{2\varepsilon}{(2 + \varepsilon)(2 + 3\varepsilon)h} [\varepsilon T_{0,0} + (2 + \varepsilon)T_{1,0} - 2(1 + \varepsilon)T_{2,0}]. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Setzen wir nun die Lösungen (4), (5) und (5a) in die sich aus Gl. (III, 40) ergebenden Ausdrücke für \bar{L}_0 , \bar{L}_1 bzw. \bar{L}_2 ein, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_0 &= - \frac{h}{2l} \left[(2 + \alpha)k_1 A - 3k_1(C + D) + \frac{1}{2} \bar{P}_1 l + \frac{6\beta l}{(\beta + 6\gamma)h^2} (\bar{T}_0 - \bar{T}_2) \right], \\ \bar{L}_1 &= + \frac{h}{l} \left[(2 + \alpha)k_1 A - 3k_1(C + D) + \frac{1}{2} \bar{P}_1 l \right], \\ \bar{L}_2 &= - \frac{h}{2l} \left[(2 + \alpha)k_1 A - 3k_1(C + D) + \frac{1}{2} \bar{P}_1 l - \frac{6\beta l}{(\beta + 6\gamma)h^2} (\bar{T}_0 - \bar{T}_2) \right]. \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

b) X_r und X'_r .

Aus Gl. (III, 61) werden die Torsionsmomente in den Hauptträgern zu:

$$X_1 = -L_0, \quad X'_1 = -L'_0, \quad X_2 = +L_2, \quad X'_2 = +L'_2 \dots \dots \dots (11)$$

c) Y_r .

Aus Gl. (III, 21) werden die Torsionsmomente in den Querträgern zu:

$$\left. \begin{aligned} Y_0 &= -M_0' = -\frac{1}{2}\bar{M}_0', & Y_2 &= +M_2' = +\frac{1}{2}\bar{M}_2', \\ Y_1 &= \frac{1}{2}(\bar{M}_1' - \bar{M}_1'') \\ &= -\frac{1}{2}(1 + \alpha)k_2B + k_1[2(1 + 2k) - \alpha k_2k_3](C - D). \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

3) Die Verschiebung der Knotenpunkte.

Es ist $z_1 = \frac{1}{2}(z_{1,0} + \bar{z}_1), \quad z_1' = \frac{1}{2}(z_{1,0} - \bar{z}_1), \quad \dots\dots\dots (13)$

wobei nach Gl. (IV, 37) bis (IV, 39 a) :

$$\left. \begin{aligned} z_{1,0} &= +\frac{\mu}{6}[P_{1,0}l^2 + 3(S_{1,0}' + S_{1,0}'')], \\ \bar{z}_1 &= +\frac{\mu l}{12}[\bar{M}_0' + 2(\bar{M}_1' + \bar{M}_1'') + \bar{M}_2'] + \frac{\mu}{2}(\bar{S}_1' + \bar{S}_1'') \\ &= -\frac{\mu k_1 l}{6}[(1 + 2\alpha)A + 3k(C + D)] + \frac{\mu}{2}(\bar{S}_1' + \bar{S}_1''). \end{aligned} \right\} \dots\dots (13 a)$$

2. Eine Einzellast im Mittelknoten.

Wirkt eine Einzellast P auf den Leiterträger im Knotenpunkt 1, wie es in **Abb. 26** dargestellt ist, so wird

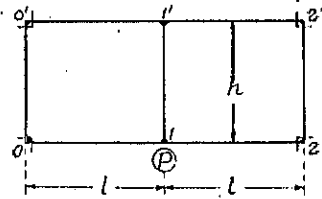


Abb. 26.

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{1,0} = \bar{P}_1 = P, \\ A &= -kPl, \quad B = C = D = 0, \end{aligned}$$

so dass sich aus Gl. (1), (4), (5) und (5 a)

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= +\frac{1}{2}Pl, \quad M_0 = M_2 = 0, \quad R_{0,0} = \bar{R}_0 = R_{2,0} = \bar{R}_2 = +\frac{1}{2}P, \\ \bar{M}_0' &= \bar{M}_2' = -kk_1Pl, \quad \bar{M}_1' = \bar{M}_1'' = +(1 + \alpha)kk_1Pl \end{aligned} \right\} (14)$$

ergeben. Damit erhalten wir aus Gl. (6) und (12) :

$$\left. \begin{aligned} M_0' &= -M_0'' = M_2' = -M_2'' = -Y_0 = Y_2 = -\frac{3}{4N}(\beta + 2\gamma)Pl, \\ M_1' &= M_1'' = +\frac{1}{4N}[4(1 + 2\alpha) + 3(3 + 2\alpha)(\beta + 2\gamma)]Pl, \\ M_1' &= M_1'' = +\frac{1}{4N}[4(1 + 2\alpha) + 3(\beta + 2\gamma)]Pl, \quad Y_1 = 0, \\ R_0 &= R_2 = +\frac{1}{2}P, \quad R_0' = R_2' = 0, \end{aligned} \right\} (15)$$

wobei

$$N = 4(1 + 2\alpha) + 3(2 + \alpha)(\beta + 2\gamma) \dots\dots\dots (16)$$

Da $L_{r,0}$ verschwinden, so ergibt sich aus Gl. (7), (10) und (11):

$$\begin{aligned} L_0 = -L_0' = -\frac{1}{2}L_1 = \frac{1}{2}L_1' = L_2 = -L_2' = -X_1 = X_1' = X_2 = -X_2' \\ = -\frac{1 + 2\alpha}{2N}Ph \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

Schliesslich durch Gl. (13) und (13 a):

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= +\frac{Pl^3}{24EIN} [8(1 + 2\alpha) + 3(5 + 4\alpha)(\beta + 2\gamma)], \\ z_1' &= +\frac{Pl^3}{24EIN} [8(1 + 2\alpha) + 9(\beta + 2\gamma)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

3. Eine Einzellast an beliebiger Stelle des Mittelquerträgers.

Greift eine Einzellast P auf den Mittelquerträger an beliebiger Stelle, z. B. im Abstände ηh vom Knotenpunkt 1, an, so ist:

$$\begin{aligned} P_1 = (1 - \eta)P, \quad P_1' = \eta P, \\ P_{1,0} = P, \quad \bar{P}_1 = (1 - 2\eta)P, \end{aligned}$$

$$T_1 = \frac{\eta}{6}(1 - \eta)(2 - \eta)Pl^2, \quad T_1' = \frac{\eta}{6}(1 - \eta)(1 + \eta)Pl^2,$$

$$T_{1,0} = \frac{\eta}{2}(1 - \eta)Pl^2, \quad \bar{T}_1 = \frac{\eta}{6}(1 - \eta)(1 - 2\eta)Pl^2,$$

und nach Gl. (2)

$$A = -k\bar{P}_1l - \frac{6\beta l}{h^2}\bar{T}_1 = -(1 - 2\eta)[k + \beta\eta(1 - \eta)]Pl,$$

$$B = C = D = 0,$$

so dass wir

$$\left. \begin{aligned} R_{0,0} = R_{2,0} = +\frac{1}{2}P, \quad \bar{R}_0 = \bar{R}_2 = +\frac{1}{2}(1 - 2\eta)P, \quad M_1 = +\frac{1}{2}Pl, \\ \bar{M}_0^r = \bar{M}_2^r = -(1 - 2\eta)[k + \beta\eta(1 - \eta)]k_1Pl, \\ \bar{M}_1^l = \bar{M}_1^r = +(1 - 2\eta)(1 + \alpha)[k + \beta\eta(1 - \eta)]k_1Pl \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

erhalten und damit ergibt sich:

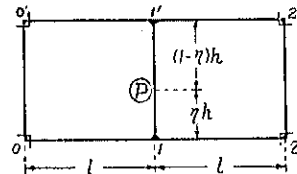


Abb. 27.

$$\left. \begin{aligned}
 R_0 = R_2 = + \frac{1}{2}(1-\eta)P, \quad R'_0 = R'_2 = + \frac{1}{2}\eta P, \quad Y_1 = 0, \\
 M'_0 = -M'_2 = M'_1 = -M'_3 = -Y_0 = Y_2 = - \frac{1}{2}(1-2\eta)[k + \beta\eta(1-\eta)]k_1 Pl, \\
 M'_1 = M'_3 = + \frac{1}{4}Pl + \frac{1}{2}(1-2\eta)(1+\alpha)[k + \beta\eta(1-\eta)]k_1 Pl, \\
 M'_1 = M'_3 = + \frac{1}{4}Pl - \frac{1}{2}(1-2\eta)(1+\alpha)[k + \beta\eta(1-\eta)]k_1 Pl.
 \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

Aus Gl. (9) und (10) folgt:

$$\left. \begin{aligned}
 L_{0,0} = - \frac{1}{2}L_{1,0} = L_{2,0} = + \frac{\varepsilon\eta(1-\eta)}{2+3\varepsilon} Ph, \\
 \bar{L}_0 = - \frac{1}{2}\bar{L}_1 = \bar{L}_2 = + \frac{1}{4}(1-2\eta)[2k_1(2+\alpha)\{k + \beta\eta(1-\eta)\} - 1]Ph.
 \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

Mit diesen Werten können L_r, L_r' und X_r, X_r' mittels Gl. (7) und (11) ermittelt werden. Das Biegemoment L_P an der Wirkungsstelle der Last wird dann durch

$$L_P = \eta(1-\eta)Ph + (1-\eta)L_1 + \eta L'_1 \dots (22)$$

bestimmt werden.

Ferner erhalten wir für die Verschiebungen der Knotenpunkte:

$$z_1 \left. \begin{aligned} z_1' \end{aligned} \right\} = + \frac{Pl^3}{12EI} [1 \pm k_1(1-2\eta)(1+2\alpha)\{k + \beta\eta(1-\eta)\}] \dots (23)$$

4 Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Endquerträgers.

Wirkt eine Einzellast P z. B. auf den linken Endquerträger im Abstände ηh vom Knotenpunkt 0, wie in **Abb. 28**, so ist:

$$\begin{aligned}
 P_0 = (1-\eta)P, \quad P'_0 = \eta P, \\
 P_{0,0} = P, \quad \bar{P}_0 = (1-2\eta)P,
 \end{aligned}$$

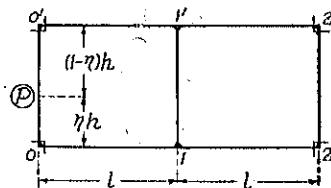


Abb. 28.

$$T_0 = \frac{\eta}{6}(1-\eta)(2-\eta)Ph^2, \quad T'_0 = \frac{\eta}{6}(1-\eta)(1+\eta)Pl^2,$$

$$T_{0,0} = \frac{\eta}{2}(1-\eta)Pl^2, \quad \bar{T}_0 = \frac{\eta}{6}(1-\eta)(1-2\eta)Pl^2,$$

und nach Gl. (2)

$$A = + \frac{1}{2}\beta\eta(1-\eta)(1-2\eta)Pl, \quad B = C = D = 0,$$

so dass wir

$$\left. \begin{aligned} R_{0,0} &= +P, \quad R_{2,0} = 0, \quad M_0 = M_1 = M_2 = 0, \\ \bar{R}_0 &= +(1-2\eta) \left[1 + \frac{\varepsilon\eta(1-\eta)}{6+\varepsilon} \right] P, \quad \bar{R}_2 = -\frac{\varepsilon\eta(1-\eta)(1-2\eta)}{6+\varepsilon} P, \\ \bar{M}_0^r &= \bar{M}_2^r = +\frac{1}{2} k_1 \beta \eta (1-\eta) (1-2\eta) Pl, \\ \bar{M}_1^r &= \bar{M}_1^l = -\frac{1}{2} k_1 \beta \eta (1-\eta) (1-2\eta) (1+\alpha) Pl \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

erhalten. Dann wird:

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{2} (R_{0,0} + \bar{R}_0), \quad R_0' = \frac{1}{2} (R_{0,0} - \bar{R}_0), \quad R_2 = -R_2' = \frac{1}{2} \bar{R}_2, \\ M_0^r &= -M_0^l = M_2^r = -M_2^l = -Y_0 = +Y_2 = +\frac{1}{2} \bar{M}_0^r, \quad Y_1 = 0, \\ M_1^r &= M_1^l = -M_1^r = -M_1^l = +\frac{1}{2} \bar{M}_1^l. \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

Aus Gl. (9) und (10) folgt

$$\left. \begin{aligned} L_{0,0} &= -\frac{2\varepsilon(1+\varepsilon)\eta(1-\eta)}{(2+\varepsilon)(2+3\varepsilon)} Ph, \quad L_{1,0} = +\frac{\varepsilon\eta(1-\eta)}{2+3\varepsilon} Ph, \\ L_{2,0} &= +\frac{\varepsilon^2\eta(1-\eta)}{(2+\varepsilon)(2+3\varepsilon)} Ph, \\ \bar{L}_0 &= -\frac{\beta}{4} \eta (1-\eta) (1-2\eta) \left[(2+\alpha)k_1 + \frac{2\varepsilon}{6+\varepsilon} \right] Ph, \\ \bar{L}_1 &= +\frac{\beta}{2} \eta (1-\eta) (1-2\eta) (2+\alpha) k_1 Ph, \\ \bar{L}_2 &= -\frac{\beta}{4} \eta (1-\eta) (1-2\eta) \left[(2+\alpha)k_1 - \frac{2\varepsilon}{6+\varepsilon} \right] Ph. \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

Mit diesen Werten können L_r, L_r' und X_r, X_r' mittels Gl. (7) und (11) ermittelt werden. Das Biegemoment L_r an der Wirkungsstelle der Einzellast wird dann durch

$$L_r = \eta(1-\eta)Ph + (1-\eta)L_0 + \eta L_0' \dots (27)$$

bestimmt werden.

Bei diesem Belastungszustand verschwindet $z_{1,0}$, so dass wir aus Gl. (13) und (13a) für die Verschiebungen der Knotenpunkte

$$z_1 = -z_1' = -\beta k_1 \eta (1-\eta) (1-2\eta) (1+2\alpha) \frac{Pl^3}{24EI} \dots (28)$$

erhalten.

5. Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Hauptträgers.

Wirkt eine Einzellast P auf einen Hauptträger wie es in **Abb. 29** dargestellt ist, so ist:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{1,0} = \bar{P}_1 = (1-\xi)P, \\ P_2 &= P_{2,0} = \bar{P}_2 = \xi P, \\ S_1^r &= S_{1,0}^r = \bar{S}_1^r = \frac{\xi}{6}(1-\xi)(2-\xi)Pl^2, \\ S_2^l &= S_{2,0}^l = \bar{S}_2^l = \frac{\xi}{6}(1-\xi)(1+\xi)Pl^2, \end{aligned}$$

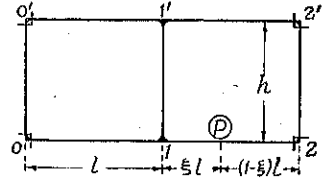


Abb. 29.

und nach Gl. (2)

$$A = -(1-\xi)[k-\xi(2-\xi)]Pl, \quad B = +\xi(1-\xi)(1+\xi)Pl, \quad C = 0, \quad D = +\xi(1-\xi)Pl.$$

Damit erhalten wir aus Gl. (1):

$$M_1 = +\frac{1}{2}(1-\xi)Pl, \quad R_{0,0} = \frac{1}{2}(1-\xi)Pl, \quad R_{2,0} = \frac{1}{2}(1+\xi)Pl \quad (29)$$

und aus Gl. (4), (5) bzw. (5a):

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0^r &= -(1-\xi) \left[(1-\xi)(k-\xi)k_1 + \xi\alpha k_1 k_2 k_3 - \frac{\xi}{2}(1+\xi)(1+2\alpha)k_2 \right] Pl, \\ \bar{M}_1^r &= +(1-\xi) \left[(1+\alpha)\{k-\xi(2-\xi)\}k_1 - \xi\{5k+1-\alpha k_2 k_4\}k_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\xi}{2}(1+\xi)(1+\alpha)k_2 \right] Pl, \\ \bar{M}_1^l &= +(1-\xi) \left[(1+\alpha)\{k-\xi(2-\xi)\}k_1 + \xi\{3(k+1)-\alpha k_2 k_4\}k_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\xi}{2}(1+\xi)(1+\alpha)k_2 \right] Pl, \\ \bar{M}_2^l &= -(1-\xi) \left[(1+3\xi)k k_1 - \xi\alpha k_1 k_2 k_3 + \xi(1+\xi)k_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\xi}{2}(1+\xi)(1+2\alpha)k_2 \right] Pl, \\ \bar{R}_0 &= P - \bar{R}_2 = +\frac{1}{2}(1-\xi)P - \xi(1-\xi) \left[\{3(2k+1)-\alpha k_2(k_3+k_4)\}k_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}(1+\xi)(2+3\alpha)k_2 \right] P. \end{aligned} \right\} \dots (29a)$$

Damit können wir M , Y und R mittels Gl. (6) und (12) ausrechnen.

Da $L_{r,0}$ verschwinden, so bekommen wir aus Gl. (7), (10) und (11):

$$L_0 = -L_0' = -\frac{1}{2}L_1 = \frac{1}{2}L_1' = L_2 = -L_2' = -X_1 = X_1' = X_2 = -X_2'$$

$$= +\frac{1}{4}(1-\xi)\left[(2+\alpha)\{k-\xi(2-\xi)\}k_1 + 3\xi k_1 - \frac{1}{2}\right]Ph \dots \dots (30)$$

Für die Verschiebungen der Knotenpunkte ergeben sich nach Gl. (13a):

$$\left. \begin{aligned} z_{1,0} &= +(1-\xi)(2+2\xi-\xi^2)\frac{Pl^3}{12EI}, \\ \bar{z}_1 &= +(1-\xi)\left[(1+2\alpha)\{k-\xi(2-\xi)\}k_1 - 3\xi k_1 + \frac{\xi}{2}(2-\xi)\right]\frac{Pl^3}{6EI}. \end{aligned} \right\} \dots (31)$$

6. Gleichmässig verteilte Belastung.

Bei gleichmässig verteilter Vollbelastung in den einzelnen Stäben mit q, q', q_0, q_1, q_2 , wie in **Abb. 30**, ergibt sich:

$$P_{0,0} = \frac{1}{2}(q+q')l + q_0h,$$

$$P_{1,0} = (q+q')l + q_1h,$$

$$P_{2,0} = \frac{1}{2}(q+q')l + q_2h,$$

$$\bar{P}_0 = \frac{1}{2}\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \frac{1}{2}(q-q')l,$$

$$S_{r,0} = +\frac{1}{24}(q+q')l^3, \quad \bar{S}_r = +\frac{1}{24}(q-q')l^3, \quad T'_{r,0} = +\frac{1}{12}q_r h^3, \quad \bar{T}_r = 0,$$

und nach Gl. (2):

$$A = -\frac{1}{2}(2k-1)(q-q')l^2, \quad B = 0, \quad C = D = +\frac{1}{6}(q-q')l^2.$$

Damit erhalten wir für die Berechnung der statischen Grössen:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= +\frac{1}{2}[(q+q')l + q_1h]l, \quad M_0 = M_2 = 0, \\ R_{0,0} &= (q+q')l + (q_0 + q_1/2)h, \\ R_{2,0} &= (q+q')l + (q_2 + q_1/2)h, \\ \bar{M}_0^i = \bar{M}_2^i &= -\frac{1}{6}k_1(1+8k)(q-q')l^2, \\ \bar{M}_1^i = \bar{M}_1^i &= +\frac{1}{6}k_1[2(2+3\alpha)k - (1+3\alpha)](q-q')l^2, \\ \bar{R}_0 = \bar{R}_2 &= +(q-q')l; \end{aligned} \right\} \dots \dots (32)$$

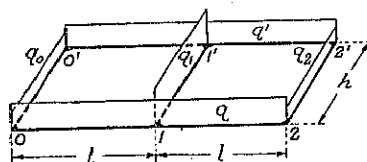


Abb. 30.

$$\left. \begin{aligned} L_{0,0} &= + \frac{\varepsilon h^2}{6(2+\varepsilon)(2+3\varepsilon)} [\varepsilon q_2 + (2+\varepsilon)q_1 - 2(1+\varepsilon)q_0], \\ L_{1,0} &= + \frac{\varepsilon h^2}{6(2+3\varepsilon)} (q_0 - 2q_1 + q_2), \\ L_{2,0} &= + \frac{\varepsilon h^2}{6(2+\varepsilon)(2+3\varepsilon)} [\varepsilon q_0 + (2+\varepsilon)q_1 - 2(1+\varepsilon)q_2], \\ \bar{L}_0 &= -\frac{1}{2}\bar{L}_1 = \bar{L}_2 = -\frac{1}{4}(2+5\varepsilon)(q-q')lh; \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

$$\left. \begin{aligned} z_{1,0} &= + \frac{\mu}{6} \left[\frac{5}{4}(q+q')l + q_1 h \right] l^2, \\ \bar{z}_1 &= + \frac{\mu}{12} h_1 (2+5\varepsilon)(q-q')l^3. \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

Daraus erkennen wir leicht, dass für den Belastungszustand

$$q = q' = q_0 = q_1 = q_2$$

alle $\bar{R}, \bar{M}, L_{r,0}, \bar{L}$ und \bar{z}_1 verschwinden und daher

$$\left. \begin{aligned} M_1^i &= M_1^r = M_1^l = M_1^r = +ql(2l+h)/4, \\ R_0 &= R_0' = R_2 = R_2' = +q(4l+3h)/4, \\ z_1 &= z_1' = +\mu ql^2(5l+2h)/24, \\ \bar{M}_0^i &= \bar{M}_0^r = \bar{M}_2^i = \bar{M}_2^r = Y_0 = Y_1 = Y_2 = 0, \\ L_r &= L_r' = X_r = X_r' = 0. \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

7. Zahlenbeispiel.

Es wird hier der in **Abb. 31** dargestellte Leiterträger aus Eisenbeton untersucht werden. Für einen konstanten Stabquerschnitt 0.4×0.6 erhalten wir bei Vernachlässigung der Eiseneinlagen

$$I = J = 0.4 \times 0.6^3 / 12 = 0.0072 \text{ m}^4,$$

$$H = K = 0.4^3 (0.6 - 0.63 \times 0.4) / 3 = 0.007424 \text{ m}^4.^1)$$

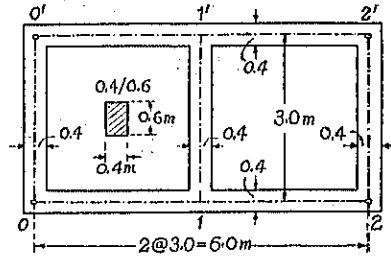


Abb. 31.

Es bestehen nun über die Grösse des Schubmodul G bei Beton und Eisenbeton verschiedene Ansichten. Nach Versuchen von C. Bach wäre E/G

1) Nach C. Bach wird $H = K = \frac{0.4^3 \times 0.6^3}{(0.4^2 + 0.6^2)(3.045 - 0.06 \times 0.6/0.4)} = 0.007478 \text{ m}^4$. C. Bach u. R. Baumann: Elastizität und Festigkeit, 9. Aufl., 1924, S. 396 u. 397. Deutscher Ausschuss f. Eisenbeton, Heft 16.

= 2.1 bis 2.3 zu setzen.¹⁾ Wir nehmen nun an, dass $E = 2\,100\,000\text{ t/m}^2$, $G = E/2.1 = 1\,000\,000\text{ t/m}^2$ und erhalten damit

$$\alpha = \gamma = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{EI}{GH} = \frac{2.1 \times 0.0072}{0.007424} = 2.037 \text{ und } \beta = \frac{I}{J} = 1.0.$$

1) Einfluss des Eigengewichts.

Wenn wir das spezifische Gewicht des Eisenbetons mit 2.4 t/cbm ansetzen, so wird

$$q = q' = q_0 = q_1 = q_2 = 2.4 \times 0.4 \times 0.6 = 0.576\text{ t/m}.$$

Damit folgt aus Gl. (35):

$$M_1' = M_1'' = M_1''' = M_1'''' = +3.888\text{ mt},$$

$$R_0 = R_0' = R_2 = R_2' = +2.924\text{ t},$$

$$z_1 = z_1' = +0.00045\text{ m} = 0.45\text{ mm}.$$

Hierbei verschwinden alle Torsionsmomente und beträgt das maximale Moment in den Querträgern

$$+\frac{1}{8} \cdot 0.576 \times 3^2 = +0.648\text{ mt}.$$

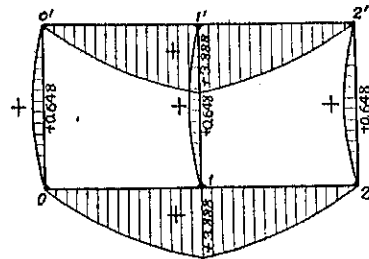


Abb. 32.

2) Eine Einzellast $P = 10\text{ t}$ im Mittelknoten 1.

Aus Gl. (16) folgt $N = (1 + 2\alpha)(10 + 3\alpha) = 81.747$.

Damit ergibt sich aus Gl. (15), (17) und (18):

$$M_0' = M_2' = -M_0'' = -M_2'' = -Y_0 = Y_2 = -1.397\text{ mt}, \quad R_0 = R_2 = +5\text{ t},$$

$$M_1' = M_1'' = +11.741\text{ mt}, \quad M_1''' = M_1'''' = +3.259\text{ mt}, \quad R_0' = R_2' = Y_1 = 0,$$

$$I_0 = -I_0' = I_2 = -I_2' = -\frac{1}{2}I_1 = \frac{1}{2}I_1' = -X_1 = X_1' = X_2 = -X_2' = -1.862\text{ mt},$$

$$z_1 = +0.00219\text{ m} = +2.19\text{ mm}, \quad z_1' = +0.00079\text{ m} = +0.79\text{ mm}.$$

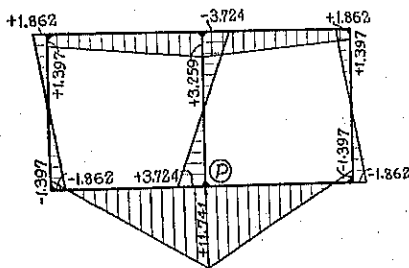


Abb. 33a. Biegemomente.

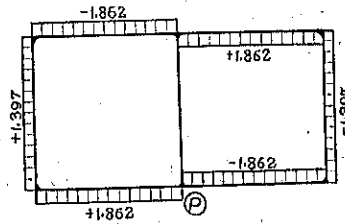


Abb. 33b. Torsionsmomente.

3) Eine Einzellast $P = 10\text{ t}$ im Viertelpunkt des Mittelquerträgers.

Mit $\gamma = 1/4$ erhalten wir aus Gl. (20) bis (23):

1) Vgl. ebenfalls die in der Fussnote auf der S. 166 angegebene Literatur.

$$\begin{aligned}
 M_0'' = M_2'' = -M_0' = -M_2' = -Y_0 = Y_2 = -0.781 \text{ mt}, \quad R_0 = R_2 = +3.75 \text{ t}, \\
 M_1'' = M_1' = +9.872 \text{ mt}, \quad M_1'' = M_1' = +5.128 \text{ mt}, \quad R_0' = R_2' = +1.25 \text{ t}, \\
 I_0 = I_2 = -\frac{1}{2} I_1 = -X_1 = X_2 = +1.330 \text{ mt}, \quad z_1 = +0.00186 \text{ m} = +1.86 \text{ mm}, \\
 I_0' = I_2' = -\frac{1}{2} I_1' = -X_1' = X_2' = +1.850 \text{ mt}, \quad z_1' = +0.00112 \text{ m} = +1.12 \text{ mm}, \\
 I_1' = \frac{3}{16} \times 10 \times 3 - \frac{1}{4} [3 \times 1.330 + 1.850] = +2.712 \text{ mt}, \quad Y_1 = 0.
 \end{aligned}$$

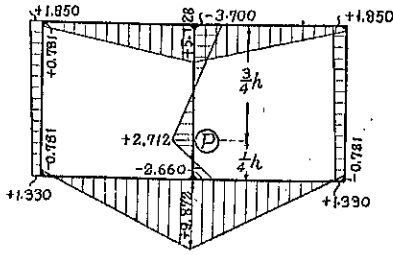


Abb. 34a. Biegemomente.

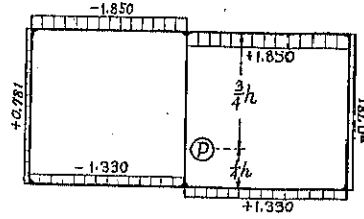


Abb. 34b. Torsionsmomente.

B. DER BEIDERSEITS EINGESPANNTE, ZWEIFELDRIGE LEITERTRÄGER.

8. Die allgemeinen Gleichungen.

- 1) Die Biegemomente beider Hauptträger und die Auflagerkräfte.

a) $M_r, R_{0,0}$ und $R_{2,0}$.

Wenn der zweifeldrige Leiterträger an beiden Enden fest eingespannt ist, wie in **Abb. 35**, so ergeben sich in diesem Falle aus Gl. (IV, 40), (IV, 41) und (IV, 43):

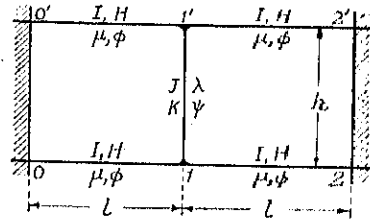


Abb. 35.

$$\left. \begin{aligned}
 M_0 &= -\frac{1}{4} P_{1,0} l - \frac{1}{2l} [4S_{0,0}'' + S_{1,0}' + S_{1,0}' - 2S_{2,0}''], \\
 M_1 &= +\frac{1}{4} P_{1,0} l - \frac{1}{2l} [S_{0,0}'' + S_{1,0}' + S_{1,0}' + S_{2,0}''], \\
 M_2 &= -\frac{1}{4} P_{1,0} l - \frac{1}{2l} [4S_{2,0}'' + S_{1,0}' + S_{1,0}' - 2S_{0,0}''];
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (36)$$

und

$$\left. \begin{aligned} R_{0,0} &= P_{0,0} + \frac{1}{2}P_{1,0} + \frac{3}{2l^2}(S_{0,0}^r - S_{2,0}^r), \\ R_{2,0} &= P_{2,0} + \frac{1}{2}P_{1,0} + \frac{3}{2l^2}(S_{2,0}^r - S_{0,0}^r). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(87)$$

b) $\bar{M}_r^i, \bar{M}_r^r, \bar{R}_0$ und \bar{R}_2 .

Wir erhalten

aus Gl. (III, 78): $\bar{M}_0^r + (1 + \alpha)\bar{M}_1^r - \alpha\bar{M}_1^i = -\frac{2}{l}(\bar{S}_1^i + \bar{S}_0^i) \dots\dots\dots(a)$

und $\bar{M}_2^i + (1 + \alpha)\bar{M}_1^i - \alpha\bar{M}_1^r = -\frac{2}{l}(\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^r), \dots\dots\dots(b)$

aus Gl. (III, 85): $(a + b - 2)\bar{M}_0^r - (a - 1)\bar{M}_1^i - b\bar{M}_1^r + \bar{M}_2^i$
 $= + A_1 - c \left[2 \left(\frac{l}{h} \right) \bar{X}_1 + \bar{R}_{0l} \right] \dots\dots\dots(c)$

und $(a + b - 2)\bar{M}_2^i - (a - 1)\bar{M}_1^r - b\bar{M}_1^i + \bar{M}_0^r$
 $= - A_2 + c \left[2 \left(\frac{l}{h} \right) \bar{X}_1 + \bar{R}_{0l} \right], \dots\dots\dots(d)$

wobei nach Gl. (III, 86):

$$a = \frac{2}{\beta}(1 + 3\alpha + \beta + 3\gamma), \quad b = 1 - 6\frac{\alpha}{\beta}, \quad c = 6\frac{\gamma}{\beta},$$

$$A_1 = + (c\bar{P}_0 - \bar{P}_1)l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_1^i - \bar{S}_0^i) - \frac{12l}{h^2}\bar{T}_1,$$

$$A_2 = + [c\bar{P}_0 + (1 + c)\bar{P}_1]l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_2^r - \bar{S}_1^r) + \frac{12l}{h^2}\bar{T}_1,$$

aus Gl. (III, 88): $\bar{M}_0^r + (1 + 6\alpha)(\bar{M}_1^r - \bar{M}_1^i) - \bar{M}_2^i = -\frac{6}{l}(\bar{S}_0^r - \bar{S}_1^r + \bar{S}_1^i - \bar{S}_2^i) \dots(e)$

Addieren wir nun die linken bzw. die rechten Seiten der Gl. (c) und (d), so ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$(k + 1)(\bar{M}_0^r - \bar{M}_1^i - \bar{M}_1^r + \bar{M}_2^i) = -k\bar{P}_1l - \frac{6}{l}(\bar{S}_0^r - \bar{S}_1^r - \bar{S}_1^i + \bar{S}_2^i) - \frac{12\beta l}{h^2}\bar{T}_1, \dots(f)$$

wobei $k = \frac{\beta}{2}(a + b - 1) - 1 = \beta + 3\gamma \dots\dots\dots(88)$

gesetzt ist. Lösen wir nun vier Gleichungen (a), (b), (e) und (f) nach \bar{M} auf, so erhalten wir mit der Abkürzung:

$$\left. \begin{aligned} A &= -k\bar{P}_1 l - \frac{6}{l}(\bar{S}_0^r - \bar{S}_1^t - \bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t) - \frac{12\beta l}{h^2} \bar{T}_1, \\ B &= +\frac{6}{l}(\bar{S}_2^t - \bar{S}_0^r), \quad C = +\frac{2}{l}(\bar{S}_0^r + \bar{S}_1^t), \quad D = +\frac{2}{l}(\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

die Lösungen :

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0^t &= +\frac{A}{4(k+1)} + \frac{1}{4(1+4\alpha)} [2(1+2\alpha)B + (1-4\alpha)C - (3+4\alpha)D], \\ \bar{M}_1^r &= -\frac{A}{4(k+1)} - \frac{1}{4(1+4\alpha)} [2B + (5+4\alpha)C - (3-4\alpha)D], \\ \bar{M}_1^t &= -\frac{A}{4(k+1)} + \frac{1}{4(1+4\alpha)} [2B + (3-4\alpha)C - (5+4\alpha)D], \\ \bar{M}_2^t &= +\frac{A}{4(k+1)} - \frac{1}{4(1+4\alpha)} [2(1+2\alpha)B + (3+4\alpha)C - (1-4\alpha)D]. \end{aligned} \right\} (40)$$

Sind \bar{M} gefunden, so ergibt sich aus Gl. (III, 94)

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_0 &= \bar{P}_0 + \frac{1}{l}(\bar{M}_1^t - \bar{M}_0^t) = \bar{P}_0 - \frac{A}{2(k+1)l} \\ &\quad - \frac{1}{2(1+4\alpha)l} [2(1+\alpha)B + 3(C-D)], \\ \bar{R}_2 &= \bar{P}_2 + \frac{1}{l}(\bar{M}_1^r - \bar{M}_2^t) = \bar{P}_2 - \frac{A}{2(k+1)l} \\ &\quad + \frac{1}{2(1+4\alpha)l} [2(1+\alpha)B + 3(C-D)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

2) Die Biegemomente im Querträger.

Es ist nach Gl. (IV, 63) bis (IV, 65):

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{2}(L_{1,0} + \bar{L}_1), \quad L_1' = \frac{1}{2}(L_{1,0} - \bar{L}_1), \\ \text{wobei} \quad L_{1,0} &= -\frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)h} T_{1,0}, \quad \bar{L}_1 = +\frac{h}{2l} \left[\frac{A}{k+1} + \bar{P}_1 l \right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

3) Die Torsionsmomente.

a) X. Aus Gl. (IV, 67) folgt sofort

$$X_{1,0} = -X_{2,0} = -\varepsilon \left[\frac{1}{2} L_{1,0} + \frac{1}{h} T_{1,0} \right] = -\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)h} T_{1,0} = +\frac{1}{2} L_{1,0} \dots\dots(43)$$

Für \bar{X}_r erhalten wir aus $\beta[(c)-(d)]+2(c)$:

$$\bar{X}_1 = -\frac{h}{4}(2\bar{R}_0 - 2\bar{P}_0 - \bar{P}_1) + \frac{h}{4(1+4\alpha)l}(M_0 - \bar{M}'_1 + \bar{M}'_1 - \bar{M}'_2).$$

Setzen wir in die rechte Seite der obigen Gleichung die Werte von (40) und (41) ein, so ergibt sich

$$\bar{X}_1 = +\frac{h}{4l}\left[\frac{A}{k+1} + \bar{P}l\right] = +\frac{1}{2}\bar{L}_1.$$

Da nach (IV, 66) $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 = +\bar{L}_1$,

so ergibt sich $\bar{X}_1 = -\bar{X}_2 = +\frac{1}{2}\bar{L}_1$ (43a)

und daher $X_1 = -X_2 = +\frac{1}{2}L_1, X'_1 = -X'_2 = +\frac{1}{2}L'_1$ (44)

b) Y_1 . Nach Gl. (III, 21):

$$Y_1 = \frac{1}{2}(\bar{M}'_1 - \bar{M}''_1) = -\frac{1}{2(1+4\alpha)}[B + 2(C-D)] \dots\dots\dots (45)$$

4) Die Verschiebungen der Knotenpunkte.

Es ist nach den in vorangehenden Abschnitten erwähnten allgemeinen Formeln:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{2}(z_{1,0} + \bar{z}_1), & z'_1 &= \frac{1}{2}(z_{1,0} - \bar{z}_1), \\ z_{1,0} &= +\frac{\mu}{24}[P_{1,0}l^2 - 6(S_{0,0}^r - S_{1,0}^l - S_{1,0}^r + S_{2,0}^l)], \\ \bar{z}_1 &= +\frac{\mu}{12}[\bar{M}_0 + 2(\bar{M}'_1 + \bar{M}''_1) + \bar{M}_2] + \frac{\mu}{2}(\bar{S}_1^l + \bar{S}_1^r) \\ &= -\frac{\mu l}{24}\left[\frac{A}{k+1} + 3(C+D)\right] + \frac{\mu}{2}(\bar{S}_1^l + \bar{S}_1^r). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

9. Eine Einzellast im Mittelknoten.

Es ist in diesem Falle (Abb. 36):

$$P_1 = P_{1,0} = \bar{P}_1 = P,$$

$$A = -kPl, \quad B = C = D = 0.$$

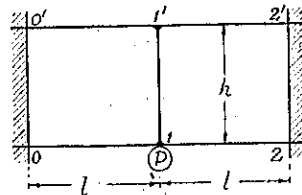


Abb. 36.

Damit ergeben sich:

$$\left. \begin{aligned}
 R_0 = R_2 = + \frac{2k+1}{4(k+1)} P, \quad R_0' = R_2' = + \frac{P}{4(k+1)}, \\
 M_0^r = -M_1^r = -M_1^l = M_2^l = - \frac{2k+1}{8(k+1)} Pl, \\
 M_0^r = -M_1^l = -M_1^r = M_2^l = - \frac{Pl}{8(k+1)}, \\
 L_1 = -L_1' = + \frac{Ph}{4(k+1)}, \quad Y_1 = 0, \\
 X_1 = -X_1' = -X_2 = X_2' = + \frac{Ph}{8(k+1)}, \\
 z_1 = + \frac{2k+1}{24(k+1)} \cdot \frac{Pl^3}{EI}, \quad z_1' = + \frac{1}{24(k+1)} \cdot \frac{Pl^3}{EI}.
 \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

10. Eine Einzellast an beliebiger Stelle des Querträgers.

Bei diesem Belastungszustand (Abb. 37) ergeben sich:

$$P_{1,0} = P, \quad \bar{P}_1 = (1-2\eta)P,$$

$$T_{1,0} = \frac{\eta}{2}(1-\eta)Ph^2,$$

$$\bar{T}_1 = \frac{\eta}{6}(1-\eta)(1-2\eta)Ph^2,$$

$$A = -(1-2\eta)[k+2\beta\eta(1-\eta)]Pl, \quad B = C = D = 0.$$

Mit diesen Werten erhalten wir:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{0,0} = R_{2,0} = + \frac{P}{2}, \quad M_0 = -M_1 = M_2 = - \frac{Pl}{4}, \\
 \bar{R}_0 = \bar{R}_2 = + \frac{1-2\eta}{2(k+1)} [k+2\beta\eta(1-\eta)]P, \quad Y_1 = 0, \\
 \bar{M}_0^r = -\bar{M}_1^l = -\bar{M}_1^r = \bar{M}_2^l = - \frac{1-2\eta}{4(k+1)} [k+2\beta\eta(1-\eta)]Pl, \\
 L_{1,0} = 2X_{1,0} = -2X_{2,0} = -\eta(1-\eta) \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} Ph, \\
 \bar{L}_1 = 2\bar{X}_1 = -2\bar{X}_2 = + \frac{1-2\eta}{2(k+1)} [1-2\beta\eta(1-\eta)]Ph, \\
 z_{1,0} = + \frac{\mu Pl^2}{24}, \quad \bar{z}_1 = + \frac{\mu Pl^2}{24(k+1)} (1-2\eta)[k+2\beta\eta(1-\eta)].
 \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

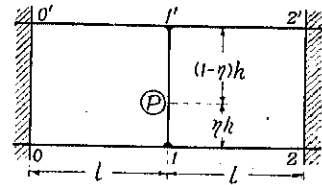


Abb. 37.

11. Eine Einzellast an beliebiger Stelle eines Hauptträgers.

Bei dem in **Abb. 38** dargestellten Belastungszustand:

$$P_{1,0} = \bar{P}_1 = (1-\xi)P, \quad P_{2,0} = \bar{P}_2 = \xi P,$$

$$S_{1,0}^r = \bar{S}_1^r = \frac{\xi}{6}(1-\xi)(2-\xi)Pl^2,$$

$$S_{2,0}^l = \bar{S}_2^l = \frac{\xi}{6}(1-\xi)(1+\xi)Pl^2,$$

$$A = -(1-\xi)[k - \xi(1-2\xi)]Pl,$$

$$B = +\xi(1-\xi^2)Pl, \quad C = 0, \quad D = +\xi(1-\xi)Pl.$$

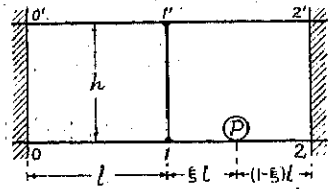


Abb. 38.

Damit erhalten wir:

$$M_0 = -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\xi)^2Pl, \quad M_1 = +\frac{1}{4}(1-\xi)^2Pl,$$

$$M_2 = -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\xi)^2Pl,$$

$$\bar{M}_0^r = -\frac{1-\xi}{4(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]Pl - \frac{\xi(1-\xi)}{4(1+4\alpha)}[3+4\alpha - 2(1+\xi)(1+2\alpha)]Pl,$$

$$\bar{M}_1^l = +\frac{1-\xi}{4(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]Pl + \frac{\xi(1-\xi)}{4(1+4\alpha)}[3-4\alpha - 2(1+\xi)]Pl,$$

$$\bar{M}_2^r = +\frac{1-\xi}{4(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]Pl - \frac{\xi(1-\xi)}{4(1+4\alpha)}[5+4\alpha - 2(1+\xi)]Pl,$$

$$\bar{M}_3^l = -\frac{1-\xi}{4(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]Pl + \frac{\xi(1-\xi)}{4(1+4\alpha)}[1-4\alpha - 2(1+\xi)(1+2\alpha)]Pl,$$

$$R_{0,0} = +\frac{1}{4}(1-\xi)^2(2+\xi)P, \quad R_{2,0} = +\frac{1}{4}(1+\xi)^2(2-\xi)P,$$

$$\bar{R}_0 = +\frac{1-\xi}{2(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]P + \frac{\xi(1-\xi)}{2(1+4\alpha)}[3-2(1+\xi)(1+\alpha)]P,$$

$$\bar{R}_2 = +\frac{1-\xi}{2(k+1)}[k - \xi(1-2\xi)]P - \frac{\xi(1-\xi)}{2(1+4\alpha)}[3-2(1+\xi)(1+\alpha)]P + \xi P,$$

$$L_1 = -L_1' = 2X_1 = -2X_1' = -2X_2 = 2X_2' = +\frac{1}{4(k+1)}(1+2\xi)(1-\xi)^2Ph,$$

$$Y_1 = -\frac{\xi^2(1-\xi)}{2(1+4\alpha)}Pl, \quad z_{1,0} = +\frac{\mu}{24}(1+2\xi)(1-\xi)^2Pl^2,$$

$$\bar{z}_1 = +\frac{\mu}{24}(1+2\xi)(1-\xi^2)\frac{k}{k+1}Pl^2.$$

(49)

12. Gleichmässig verteilte Belastung.

Bei der gleichmässig verteilten Vollbelastung (**Abb. 39**) wird

$$P_{0,0} = P_{2,0} = \frac{1}{2}(q + q')l,$$

$$P_{1,0} = (q + q')l + \frac{1}{2}q_1h,$$

$$\bar{P}_0 = \frac{1}{2}\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \frac{1}{2}(q - q')l,$$

$$S_{r,0} = +\frac{1}{24}(q + q')l^3, \quad \bar{S}_r = +\frac{1}{24}(q - q')l^3,$$

$$T_{1,0} = +\frac{1}{12}q_1h^3, \quad \bar{T}_1 = 0,$$

so dass sich

$$A = -k(q - q')l^2, \quad B = 0, \quad C = D = +\frac{1}{6}(q - q')l^2$$

ergeben. Damit erhalten wir:

$$R_{0,0} = R_{2,0} = +(q + q')l + \frac{1}{2}q_1h, \quad \bar{R}_0 = \bar{R}_2 = +\frac{2k+1}{2(k+1)}(q - q')l,$$

$$M_0 = M_2 = -\frac{1}{12}[4(q + q')l + 3q_1h]l,$$

$$M_1 = +\frac{1}{12}[2(q + q')l + 3q_1h]l,$$

$$\bar{M}_0 = \bar{M}_2 = -\frac{4k+1}{12(k+1)}(q - q')l^2, \quad \bar{M}_1 = \bar{M}_1' = +\frac{2k-1}{12(k+1)}(q - q')l^2,$$

$$L_{1,0} = -\frac{\varepsilon}{6(1+\varepsilon)}q_1h^3, \quad \bar{L}_1 = +\frac{1}{2(k+1)}(q - q')lh,$$

$$z_{1,0} = +\frac{\mu}{24}[(q + q')l + q_1h]l^2, \quad \bar{z}_1 = +\frac{\mu k}{24(k+1)}(q - q')l^3.$$

..(50)

13. Zahlenbeispiel.

Es soll der in **Abb. 31** dargestellte, zweifeldrige Leiterträger aus Eisenbeton als beiderseits eingespannten Leiterträger untersucht werden. Es ist:

$$E = 2\,100\,000 \text{ t/m}^2, \quad I = J = 0.0072 \text{ m}^4,$$

$$G = 1\,000\,000 \text{ t/m}^2, \quad H = K = 0.007424 \text{ m}^4,$$

$$\alpha = \gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 2.037, \quad \beta = 1.0.$$

1) Einfluss des Eigengewichts.

Denken wir das Eigengewicht des Trägers als gleichmässig verteilte Last von

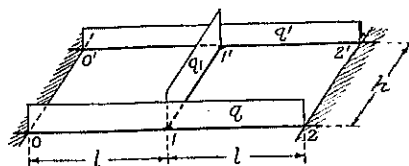


Abb. 39.

$$q = q' = q_1 = 2.4 \times 0.4 \times 0.6 = 0.576 \text{ t/m,}$$

so erhalten wir nach Gl. (50):

$$R_0 = R_0' = R_2 = R_2' = +2.16 \text{ t,}$$

$$M_0'' = M_0''' = M_2'' = M_2''' = -2.376 \text{ mt,}$$

$$M_1' = M_1'' = M_1''' = M_1'''' = +1.512 \text{ mt,}$$

$$L_1 = L_1' = -0.1422 \text{ mt,} \quad Y_1 = 0,$$

$$X_1 = -X_1' = -X_2 = X_2' = -0.0711 \text{ mt,}$$

$$z_1 = z_1' = +0.000193 \text{ m} = +0.193 \text{ mm.}$$

2) Eine Einzellast $P=10\text{t}$ im Mittelknoten.

In diesem Falle erhalten wir aus Gl. (47):

$$R_0 = R_2 = +4.792 \text{ t,} \quad R_0' = R_2' = +0.308 \text{ t,}$$

$$M_0'' = -M_1' = -M_1'' = M_2'' = -7.038 \text{ mt,}$$

$$M_0''' = -M_1'' = -M_1''' = M_2''' = -0.462 \text{ mt,}$$

$$L_1 = -L_1' = +0.924 \text{ mt,} \quad Y_1 = 0,$$

$$X_1 = -X_1' = -X_2 = X_2' = +0.462 \text{ mt,}$$

$$z_1 = +1.396 \text{ mm,} \quad z_1' = +0.092 \text{ mm.}$$

3) Eine Einzellast $P=10\text{t}$ im Viertel- punkt eines Hauptträgers.

Wirkt eine Einzellast $P=10\text{t}$ auf den Hauptträger zwischen den Knoten 1 und 2 im Abstände $0.5l$, so ergeben sich mit $\xi=0.5$ folgende Werte.

$$R_0 = +1.460 \text{ t,} \quad R_0' = +0.103 \text{ t,}$$

$$R_2 = +8.232 \text{ t,} \quad R_2' = +0.205 \text{ t,}$$

$$M_0'' = -2.619 \text{ mt,} \quad M_0''' = -0.193 \text{ mt,}$$

$$M_1'' = +1.454 \text{ mt,} \quad M_1''' = -0.184 \text{ mt,}$$

$$M_1'''' = +1.231 \text{ mt,} \quad M_1'''''' = +0.019 \text{ mt,}$$

$$M_2'' = -8.154 \text{ mt,} \quad M_2''' = -0.283 \text{ mt,}$$

$$L_1 = -L_1' = +0.462 \text{ mt,} \quad X_1 = -X_1' = -X_2 = X_2' = +0.231 \text{ mt,}$$

$$Y_1 = -0.205 \text{ mt,} \quad z_1 = +0.349 \text{ mm,} \quad z_1' = +0.023 \text{ mm.}$$

Im Querschnitte, wo die Einzellast angreift, ist das Biegemoment:

$$M_I = \frac{30}{4} + \frac{1}{2}(1.231 - 8.154) = +4.048 \text{ mt.}$$

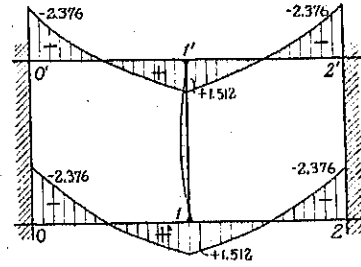


Abb. 40.

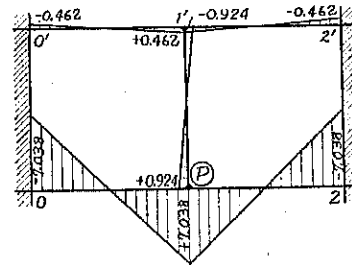


Abb. 41.

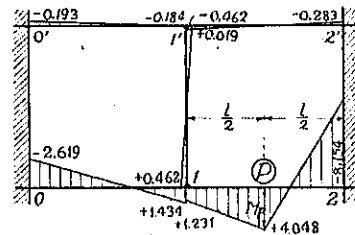


Abb. 42.

C. DER EINSEITIG EINGESPANNTE, ZWEIFELDRIGE LEITERTRÄGER.

(Der zweietagige Stockwerkrahmen mit eingespannten Pfostenfüßen bei der Belastung in der Querrichtung.)

14. Die allgemeinen Gleichungen.

1) Die Biegemomente beider Hauptträger und die Auflagerkräfte.

a) M_r und $R_{0,0}$.

Aus Gl. (IV, 71) ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= -(2P_{2,0} + P_{1,0})l, \\ M_1 &= -P_{2,0}l, \quad M_2 = 0, \\ R_{0,0} &= P_{0,0} + P_{1,0} + P_{2,0}. \end{aligned} \right\} \dots (51)$$

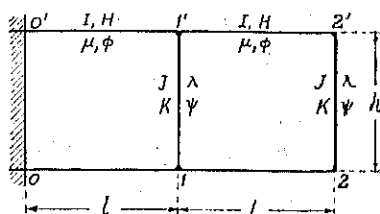


Abb. 43.

b) \bar{M}_r^i , \bar{M}_r^t und \bar{R}_0 .

Wir erhalten

aus Gl. (III, 111): $\bar{M}_0^t + (1 + \alpha)\bar{M}_1^t - \alpha\bar{M}_2^t = -\frac{2}{l}(\bar{S}_0^r + \bar{S}_1^t) \dots (52)$

und $-\alpha\bar{M}_1^t + (1 + \alpha)(\bar{M}_1^t + \bar{M}_2^t) = -\frac{2}{l}(\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t) \dots (52a)$

aus Gl. (III, 116): $(a + b - 2)\bar{M}_0^t - (a - 1)\bar{M}_1^t - b\bar{M}_2^t + \bar{M}_2^t = A_1 \dots (53)$

und $-\bar{M}_0^t + b\bar{M}_1^t + a(\bar{M}_1^t - \bar{M}_2^t) = A_2, \dots (53a)$

worin nach Gl. (III, 117):

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{2}{\beta}(1 + 3\alpha + \beta + 3\gamma), \quad b = 1 - 6\frac{\alpha}{\beta}, \quad c = 6\frac{\gamma}{\beta}, \\ A_1 &= -[c\bar{P}_2 + (1 + c)\bar{P}_1]l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_1^t - \bar{S}_0^r) - \frac{12l}{h^2}T_1, \\ A_2 &= -[(1 + c)\bar{P}_2 - \bar{P}_1]l + \frac{12}{\beta l}(\bar{S}_2^t - \bar{S}_1^r) + \frac{12l}{h^2}(T_1 - T_2). \end{aligned} \right\} \dots (54)$$

Denken wir nun die Gl. (52) und (52a) nach \bar{M}_0^t und \bar{M}_1^t aufgelöst, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0^t &= -\frac{1 + 2\alpha}{1 + \alpha}\bar{M}_1^t - \alpha\bar{M}_2^t - \frac{2}{l}\left[\bar{S}_0^r + \bar{S}_1^t + \frac{\alpha}{1 + \alpha}(\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t)\right], \\ \bar{M}_1^t &= +\frac{\alpha}{1 + \alpha}\bar{M}_1^t - \bar{M}_2^t - \frac{2}{(1 + \alpha)l}(\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t), \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

und durch Einsetzen dieser Werte in Gl. (53) und (53a) erhalten wir

$$-k_1\bar{M}_1^t + k_2\bar{M}_2^t = A, \quad k_3\bar{M}_1^t - k_4\bar{M}_2^t = B, \dots (56)$$

wobei der Abkürzung halber

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 2a + b - 3 + \frac{1}{\delta}(a + 2b - 2), & k_2 &= b + 1 - \alpha(a + b - 2), \\ k_3 &= b + 1 + \frac{1}{\delta}(a + 1), & k_4 &= 2a - \alpha, \\ A &= +A_1 + \frac{2}{l}(a + b - 2)(\bar{S}_0^r + \bar{S}_1^l) + \frac{2}{\delta l} \left(a + b - 2 - \frac{b}{\alpha} \right) (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^l), \\ B &= +A_2 - \frac{2}{l}(\bar{S}_0^r + \bar{S}_1^l) - \frac{2}{\delta l} \left(1 - \frac{a}{\alpha} \right) (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^l). \end{aligned} \right\} \dots (57)$$

Dann erhalten wir für \bar{M}_1^l und \bar{M}_2^l

$$\bar{M}_1^l = + \frac{k_4 A + k_2 B}{k_1 k_3 - k_1 k_4}, \quad \bar{M}_2^l = + \frac{k_3 A + k_1 B}{k_2 k_3 - k_1 k_4} \dots (58)$$

Sind \bar{M}_1^l und \bar{M}_2^l durch obige Gleichungen gefunden, so können wir \bar{M}_0^r und \bar{M}_1^r mittels Gl. (55) bestimmen.

Für \bar{R}_0 ergibt sich dann aus Gl. (III, 121):

$$\bar{R}_0 = \bar{P}_0 + \frac{1}{l}(\bar{M}_1^l - \bar{M}_0^r) \dots (59)$$

2) Die Biegemomente der Querträger.

Nach Gl. (III, 125) und (III, 126):

$$L_{1,0} = \frac{4\varepsilon T_{2,0} - 2\varepsilon(4 + \varepsilon)T_{1,0}}{(4 + 6\varepsilon + \varepsilon^2)h}, \quad L_{2,0} = \frac{4\varepsilon T_{1,0} - 2\varepsilon(2 + \varepsilon)T_{2,0}}{(4 + 6\varepsilon + \varepsilon^2)h}, \dots (60)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_1 &= \frac{h}{2l} [\bar{M}_2^l - \bar{M}_1^r - \bar{M}_1^l + \bar{M}_0^r] + \frac{1}{2} \bar{P}_1 h, \\ \bar{L}_2 &= \frac{h}{2l} [\bar{M}_1^r - \bar{M}_2^l] + \frac{1}{2} \bar{P}_2 h. \end{aligned} \right\} \dots (60a)$$

3) Die Torsionsmomente.

Für die Torsionsmomente in den Hauptträgern ergibt sich aus Gl. (III, 113) und Gl. (III, 123):

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= L_1 + L_2, & X_2 &= L_2, \\ X_1' &= L_1' + L_2', & X_2' &= L_2'. \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

Für die Torsionsmomente in den Querträgern ergibt sich aus Gl. (III, 21):

$$Y_1 = \frac{1}{2}(\bar{M}_1^l - \bar{M}_1^r), \quad Y_2 = \frac{1}{2} \bar{M}_2^l \dots (62)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_1' &= -0.029\,639 A + 0.014\,332 B, \\ \bar{M}_2' &= -0.003\,701 A - 0.022\,862 B, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} A &= -(8.036 \bar{P}_1 + 7.036 \bar{P}_2) l + \frac{1}{l} [6.982 \bar{S}_0' + 35.254 \bar{S}_1' + 18.230 (\bar{S}_1' + \bar{S}_2')] - \frac{12l}{h^2} \bar{T}_1, \\ B &= +(\bar{P}_1 - 8.036 \bar{P}_2) l - \frac{1}{l} [2(\bar{S}_1' + \bar{S}_2') - 2.858 \bar{S}_1' - 30.130 \bar{S}_2'] + \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_1 - \bar{T}_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64a)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0' &= -1.558 \bar{M}_1' - 1.262 \bar{M}_2' - \frac{1}{l} [2(\bar{S}_0' + \bar{S}_1') + 1.116 (\bar{S}_1' + \bar{S}_2')], \\ \bar{M}_1' &= +0.558 \bar{M}_1' - \bar{M}_2' - 0.884 \frac{1}{l} (\bar{S}_1' + \bar{S}_2'). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

Für $L_{1,0}$ und $L_{2,0}$ erhalten wir nach Gl. (60):

$$\left. \begin{aligned} L_{1,0} &= (0.3465 T_{2,0} - 0.8409 T_{1,0})/h, \\ L_{2,0} &= (0.3465 T_{1,0} - 0.4943 T_{2,0})/h. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (66)$$

Mit Hilfe der allgemeinen Gleichungen und der obigen Gleichungen (64) bis (66) wird der Rahmen für einige Belastungsfälle untersucht werden. Die Ergebnisse sind folgendes.

1) Eine Einzellast P am Kopf des rechten Pfostens (Abb. 45a und b).

Wirkt eine Einzellast P am Kopf des rechten Pfostens oder am Knoten 2, so wird

$$P_{2,0} = \bar{P}_2 = P, \quad P_{1,0} = \bar{P}_1 = P_{0,0} = \bar{P}_0 = 0$$

und alle S und T verschwinden, so dass

$$A = -7.036 Pl, \quad B = -8.036 Pl.$$

Wir erhalten dann:

$$\begin{aligned} R_0 &= +0.7518 P, & R_0' &= +0.2482 P, & M_2' &= -M_2'' = +0.1049 Pl, \\ M_0' &= -1.2051 Pl, & M_0'' &= -0.7949 Pl, & I_{11} &= -I_{11}' = -0.0681 Pl, \\ M_1' &= -0.4533 Pl, & M_1'' &= -0.5467 Pl, & I_{22} &= -I_{22}' = +0.3163 Pl, \\ M_2' &= -0.5788 Pl, & M_2'' &= -0.4212 Pl, & X_1 &= -X_1' = +0.2482 Pl, \\ Y_1 &= +0.1255 Pl, & Y_2 &= +0.1049 Pl, & X_2 &= -X_2' = +0.3163 Pl, \\ z_1 &= +0.4772 \frac{Pl^3}{EI}, & z_1' &= +0.3561 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2 &= +1.3103 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2' &= +1.0181 \frac{Pl^3}{EI} \end{aligned}$$

Aus diesen Zahlenwerten sind die folgenden Abbildungen 45a und 45b für die Biegemomente bzw. für die Torsionsmomente aufgetragen.

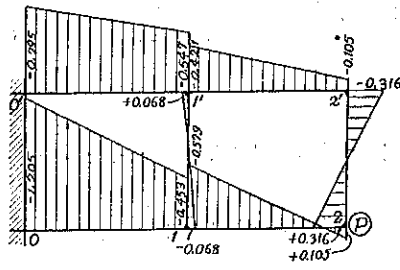


Abb. 45a. Biegemomente.

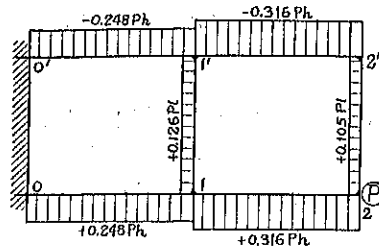


Abb. 45b. Torsionsmomente.

2) Eine Einzellast P im Mittelknoten des rechten Pfostens (Abb. 46a und b).

Es ist: $P_{1,0} = \bar{P}_1 = P, P_{2,0} = \bar{P}_2 = P_{0,0} = \bar{P}_0 = 0, A = -8,036 Pl, B = +Pl.$

Damit erhalten wir:

$$R_0 = +0,8273 P, R_0' = +0,1727 P, M_1^l = -M_1^r = +0,1263 Pl,$$

$$M_0^l = -0,7010 Pl, M_0^r = -0,2990 Ph, M_1^l = -M_1^r = +0,0670 Pl,$$

$$Y_1 = +0,0592 Pl, Y_2 = +0,0034 Pl, M_2^l = -M_2^r = +0,0034 Pl,$$

$$L_1 = -L_1' = +0,1091 Ph, L_2 = -L_2' = X_2 = -X_2' = +0,0630 Ph,$$

$$X_1 = -X_1' = +0,1727 Ph,$$

$$z_1 = +0,2127 \frac{Pl^3}{EI}, z_1' = +0,1207 \frac{Pl^3}{EI}, z_2 = +0,4771 \frac{Pl^3}{EI}, z_2' = +0,3562 \frac{Pl^3}{EI}$$

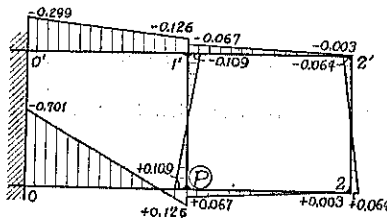


Abb. 46a. Biegemomente.

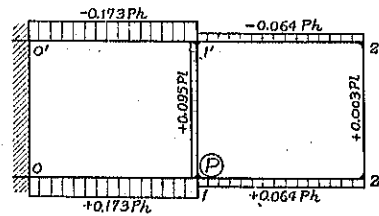


Abb. 46b. Torsionsmomente.

3) Eine Einzellast P in der Mitte der oberen Hälfte des rechten Pfostens (Abb. 47a und b).

Wirkt eine Einzellast P auf den rechten Pfosten im Mittelpunkt zwischen den Knoten 1 und 2, so ist:

$$P_{1,0} = \bar{P}_1 = \bar{P}_2 = P/2, P_{0,0} = P_0 = 0, S_{1,0}^l = \bar{S}_1^r = S_{2,0}^l = \bar{S}_2^l = +0,0625 Pl^2,$$

so dass: $A = -5,2573 Pl, B = -1,4563 Pl.$

Damit erhalten wir:

$$R_0 = +0,7756 P, R_0' = +0,2244 P, M_2^l = -M_2^r = +0,0264 Pl,$$

$$M_0^l = -0,9582 Pl, M_0^r = -0,5418 Pl, L_1 = -L_1' = +0,0447 Ph,$$

$$\begin{aligned}
 M_1^I &= -0.1825 Pl, & M_1^{II} &= -0.3175 Pl, & L_2 &= -L_2' = +0.1797 Ph, \\
 M_1^I &= -0.2940 Pl, & M_1^{II} &= -0.2060 Pl, & X_1 &= -X_1' = +0.2244 Ph, \\
 Y_1 &= +0.1115 Pl, & Y_2 &= +0.0264 Pl, & X_2 &= -X_2' = +0.1797 Ph, \\
 M_P &= +0.25 Pl + (M_1^I + M_1^{II})/2 = +0.1162 Pl, \\
 z_1 &= +0.3723 \frac{Pl^3}{EI}, & z_1' &= +0.2110 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2 &= +0.9512 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2' &= +0.7303 \frac{Pl^3}{EI}.
 \end{aligned}$$

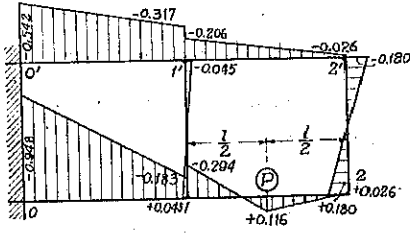


Abb. 47a. Biegemomente.

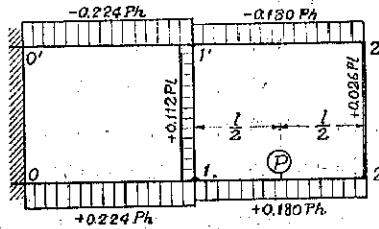


Abb. 47b. Torsionsmomente.

(4 Eine Einzellast P in der Mitte der unteren Hälfte des rechten Pfostens (Abb. 48a und b.)

Es ist in diesem Belastungsfall:

$$\begin{aligned}
 P_{0,0} &= \bar{P}_0 = P_{1,0} = \bar{P}_1 = P/2, & P_{2,0} &= \bar{P}_2 = 0, & S_{0,0}^I &= \bar{S}_0^I = S_{1,0}^I = \bar{S}_1^I = +0.0625 Pl^2, \\
 A &= -1.3783 Pl, & B &= +0.26 Pl, \\
 R_0 &= +0.9314 P, & R_0' &= +0.0686 P, & M_1^I &= -M_1^{II} = +0.0222 Pl, \\
 M_0^I &= -0.4092 Pl, & M_0^{II} &= -0.0908 Pl, & M_1^I &= -M_1^{II} = +0.0127 Pl, \\
 Y_1 &= +0.0095 Pl, & Y_2 &= -0.0004 Pl, & M_2^I &= -M_2^{II} = -0.0004 Pl, \\
 L_1 &= -L_1' = +0.0556 Ph, & & & L_2 &= -L_2' = X_2 = -X_2' = +0.0180 Ph, \\
 X_1 &= -X_1' = +0.0686 Ph, & M_P &= +0.25 Pl + (M_0^I + M_0^{II})/2 = +0.0343 Pl, \\
 z_1 &= +0.0702 \frac{Pl^3}{EI}, & z_1' &= +0.0340 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2 &= +0.1340 \frac{Pl^3}{EI}, & z_2' &= +0.0946 \frac{Pl^3}{EI}.
 \end{aligned}$$

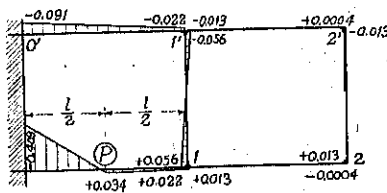


Abb. 48a. Biegemomente.

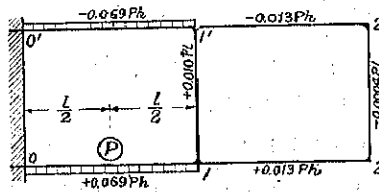


Abb. 48b. Torsionsmomente.

5) Eine Einzellast P im Viertelpunkt des oberen Riegels (Abb. 49a und b).

Wirkt eine Einzellast P auf den oberen Riegel im Viertelpunkt vom Knoten 2, so erhalten wir

$$P_2 = 0.75 P, \quad P'_2 = 0.25 P, \quad P_{2,0} = +P, \quad \bar{P}_2 = P/2,$$

$$T_{2,0} = \frac{3}{32} Ph^2, \quad \bar{T}_2 = \frac{1}{64} Ph^2, \quad A = -3.5160 Pl, \quad B = -4.2055 Pl.$$

Es ergibt sich damit:

$$R_0 = +0.6251 P, \quad R'_0 = +0.3749 P, \quad L_1 = +0.0021 Ph, \quad L'_1 = +0.0303 Ph,$$

$$M'_0 = -1.1031 Pl, \quad M''_0 = -0.8969 Pl, \quad L_2 = +0.0534 Ph, \quad L'_2 = -0.0997 Ph,$$

$$M'_1 = -0.4780 Pl, \quad M''_1 = -0.5220 Pl, \quad X_1 = +0.0555 Ph, \quad X'_1 = -0.0694 Ph,$$

$$M'_2 = -0.5423 Pl, \quad M''_2 = -0.4577 Pl, \quad X_2 = +0.0534 Ph, \quad X'_2 = -0.0997 Ph,$$

$$M'_3 = +0.0546 Pl, \quad M''_3 = -0.0546 Pl, \quad Y_1 = +0.0643 Pl, \quad Y_2 = +0.0546 Pl,$$

$$z_1 = +0.4474 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z'_1 = +0.3860 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z_2 = +1.2431 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z'_2 = +1.0902 \frac{Pl^3}{EI},$$

$$L'' = +\frac{3}{16} Ph + \frac{1}{4} (3L_2 + L'_2) = +0.2157 Ph.$$

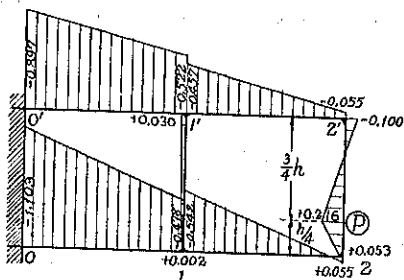


Abb. 49a. Biegemomente.

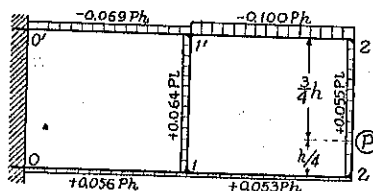


Abb. 49b. Torsionsmomente.

6) Eine Einzellast P im Viertelpunkt des unteren Riegels (Abb. 50a und b)

Wirkt eine Einzellast P auf den unteren Riegel im Viertelpunkt vom Knoten 1, so erhalten wir

$$P_1 = 0.75 P, \quad P'_1 = 0.25 P, \quad P_{1,0} = +P, \quad \bar{P}_1 = +P/2,$$

$$T_{1,0} = \frac{3}{32} Ph^2, \quad \bar{T}_1 = \frac{1}{64} Ph^2, \quad A = -4.2055 Pl, \quad B = +0.6875 Pl.$$

Es ergibt sich damit:

$$R_0 = +0.6731 P, \quad R'_0 = +0.3269 P, \quad M'_1 = -M''_1 = +0.0677 Pl,$$

$$M'_0 = -0.6054 Pl, \quad M''_0 = -0.3946 Pl, \quad M'_2 = -M''_2 = +0.0379 Pl,$$

$$Y_1 = +0.0299 Pl, \quad Y_2 = -0.0001 Pl, \quad M'_3 = -M''_3 = -0.0001 Pl,$$

$$L_1 = -0.0195 Ph, \quad L'_1 = -0.0588 Ph, \quad L_2 = +X_2 = +0.0352 Ph,$$

$$X_1 = +0.0157 Ph, \quad X'_1 = -0.0615 Ph, \quad L'_2 = +X'_2 = -0.0027 Ph,$$

$$L_P = +\frac{3}{16} Ph + \frac{1}{4} (3L_1 + L'_1) = +0.1582 Ph,$$

$$z_1 = +0.1888 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z'_1 = +0.1445 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z_2 = +0.4019 \frac{Pl^3}{EI}, \quad z'_2 = +0.3415 \frac{Pl^3}{EI}.$$

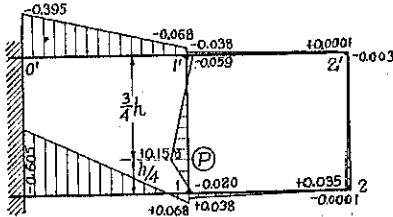


Abb. 50a. Biegemomente.

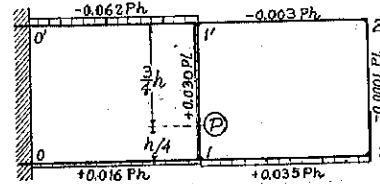


Abb. 50b. Torsionsmomente.

VI. ABSCHNITT.

DER SCHIEFE LEITERTRÄGER.

Wir werden im folgenden die bisherigen Betrachtungen über den Leiterträger noch für den Fall erweitern, wo die Verbindungslinie der Auflager an jedem Ende nicht senkrecht, sondern schief zu der Trägerachse stehen, wie es in **Abb. 51** dargestellt ist.

Wir wollen diesen Leiterträger als schiefen Leitertäger nennen und haben dabei hauptsächlich die Anwendung auf schiefen Brücken im Auge. Hierbei

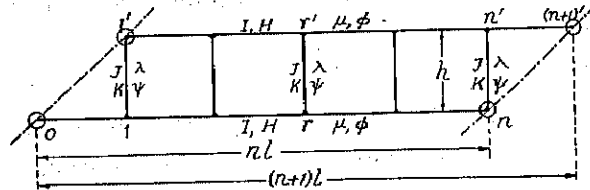


Abb. 51.

nehmen wir an, dass der Leiterträger so aufgelagert sei, dass, wie beim einfachen Leiterträger, bei senkrechter Lasten nur senkrechte Auflagerkräfte auftreten können, und dass der Leiterträger in gleichlangen Feldern geteilt sei und die Querschnitte beider Hauptträger sowie aller Querträger durchaus konstant seien.

1. Die Grundgleichungen.

Mit Benutzung der in vorigen Abschnitten zugrundegelegten Bezeichnungen

und der Gleichungen (III, 13) bis (III, 16) erhalten wir für die inneren Felder

$$\text{aus Gl. (III, 17): } M_{r+1} + 4M_r + M_{r-1} + \frac{6}{\mu l} \Delta^2 z_{r-1,0} + \frac{6}{\mu} U_{r,0} = 0, \dots (1)$$

$$\text{aus Gl. (III, 18): } \bar{M}_{r+1}^l + 2(\bar{M}_r^l + \bar{M}_r^r) + \bar{M}_{r-1}^r + \frac{6}{\mu l} \Delta^2 \bar{z}_{r-1} + \frac{6}{\mu} \bar{U}_r = 0, \dots (2)$$

$$\text{aus Gl. (III, 19): } M_{r+1} - 2M_r + M_{r-1} = -P_{r,0} l, \dots (3)$$

$$\text{aus Gl. (III, 20): } \bar{M}_{r+1}^l - \bar{M}_r^r - \bar{M}_r^l + \bar{M}_{r-1}^r - 2\frac{l}{h} \bar{L}_r = -P_r l, \dots (4)$$

$$\text{aus Gl. (III, 21): } Y_r = \frac{1}{2}(\bar{M}_r^l - \bar{M}_r^r), \dots (5)$$

$$\text{aus Gl. (III, 22): } X_{r+1,0} - X_{r,0} = -L_{r,0}, \dots (6)$$

$$\text{aus Gl. (III, 23): } \bar{X}_{r+1} - \bar{X}_r = -\bar{L}_r, \dots (7)$$

$$\text{aus Gl. (III, 24): } \psi Y_r = +\frac{1}{l} \Delta \bar{z}_{r-1} - \frac{\mu}{6} (2\bar{M}_r^l + \bar{M}_{r-1}^r) - \frac{\mu}{l} \bar{S}_r^r, \dots (8)$$

$$\text{aus Gl. (III, 24a): } \psi Y_r = +\frac{1}{l} \Delta \bar{z}_r + \frac{\mu}{6} (2\bar{M}_r^r + \bar{M}_{r+1}^l) + \frac{\mu}{l} \bar{S}_r^r, \dots (8a)$$

$$\text{aus Gl. (III, 25): } \phi X_{r,0} = -\frac{\lambda}{2} (L_{r,0} - L_{r-1,0}) - \frac{\lambda}{h} (T_{r,0} - T_{r-1,0}), \dots (9)$$

$$\text{aus Gl. (III, 26): } \phi \bar{X}_r = +\frac{2}{h} \Delta \bar{z}_{r-1} - \frac{\lambda}{6} (\bar{L}_r - \bar{L}_{r-1}) - \frac{\lambda}{h} (\bar{T}_r - \bar{T}_{r-1}), \dots (10)$$

Hierbei soll es erwähnt werden, dass die Gl. (8a) sich aus Gl. (2) und (8) herstellen lässt.

2. Die Randbedingungen und die Anzahl der unbekanntnen Grössen und der Gleichungen.

Da der Träger an den Auflagern 0, 1', n und (n+1)' frei aufliegt, so ergibt sich

$$M_0^l = M_0^r = M_1^{l'} = M_n^r = M_{n+1}^{l'} = M_{n+1}^{r'} = 0,$$

$$L_0 = L_{n+1}^{l'} = 0, \quad X_1 = X_1^{l'} = X_{n+1}^r = X_{n+1}^{r'} = 0,$$

$$Y_0 = Y_{n+1} = 0, \quad z_0 = z_1^{l'} = z_n = z_{n+1}^{l'} = 0.$$

Mit Zugrundelegung dieser Randbedingungen erhalten wir

$$\left. \begin{array}{l} \text{aus Gl. (III, 2) für } r=0: \quad M_1^l = (R_0 - P_0)l, \\ \text{aus Gl. (III, 2') für } r=n+1: \quad M_n^{r'} = (R_{n+1}^{l'} - P_{n+1}^{l'})l, \end{array} \right\} \dots (11)$$

so dass nach Gl. (III, 13)

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= +\bar{M}_1' = +M_1' = M_1^r + M_1^l = (R_0 - P_0)l, \\ M_n &= -\bar{M}_n^r = +M_n^r = M_n^l + M_n^r = (R_{n+1}' - P_{n+1}')l. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11a)$$

Damit erhalten wir ferner
aus Gl. (III, 1) für $r=1$:

$$M_2^l + 2M_1^r + 2M_1 + \frac{6}{\mu l}(z_2 - 2z_1) + \frac{6}{\mu}U_1 = 0, \dots\dots\dots (12)$$

aus Gl. (III, 1') für $r=n$:

$$M_{n-1}^r + 2M_n^{l'} + 2M_n + \frac{6}{\mu l}(z_{n-1}' - 2z_n') + \frac{6}{\mu}U_n = 0, \dots\dots\dots (12a)$$

aus Gl. (III, 2) und (III, 2') für $r=1$ und $r=n$:

$$\left. \begin{aligned} M_2 - 2M_1 &= (R_{1,0} - P_{1,0})l = (R_1' - P_{1,0})l, \\ -2M_n + M_{n-1} &= (R_{n,0} - P_{n,0})l = (R_n - P_n)l, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3a)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_2' - \bar{M}_1^r - 2\frac{l}{h}\bar{L}_1 &= +\bar{M}_1' + (\bar{R}_1 - P_1)l = +M_1 - (R_1' + P_1)l, \\ -\bar{M}_n^l + \bar{M}_{n-1}^r - 2\frac{l}{h}\bar{L}_n &= +\bar{M}_n^r + (\bar{R}_n - P_n)l = -M_n + (R_n - P_n)l, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4a)$$

aus Gl. (III, 21) für $r=1$ und $r=n$:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= (\bar{M}_1^l - \bar{M}_1^r)/2 = (M_1 - \bar{M}_1^r)/2, \\ Y_n &= (\bar{M}_n^l - \bar{M}_n^r)/2 = (\bar{M}_n^l + M_n)/2, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5a)$$

und schliesslich aus Gl. (III, 22) für $r=1$ und $r=n$:

$$X_{2,0} = -L_{1,0}, \quad X_{n,0} = +L_{n,0}, \dots\dots\dots (6a)$$

$$\bar{X}_2 = -\bar{L}_1, \quad \bar{X}_n = +\bar{L}_n. \dots\dots\dots (7a)$$

Die obigen Gleichungen (11a) bis (7a) stellen die Randbedingungen für die Grundgleichungen (1) bis (10) dar.

Mit Beachtung von den obigen Randbedingungen können wir leicht erkennen, dass die Gleichungen (1) bis (7) für den Bereich $r=2$ bis $(n-1)$, die Gleichungen (8), (9) und (10) für $r=2$ bis n und die Gleichung (8a) für $r=1$ bis $(n-1)$ gelten, so dass wir aus den Grundgleichungen und Randbedingungen insgesamt $10n-2$ Gleichung zur Verfügung stellen können.

Die unbekanntn Grössen vorliegender Aufgabe sind:

4 Auflagerkräfte,

je n $M_r, L_{r,0}, \bar{L}_r, Y_r$

und je $n-1$ $\bar{M}_r^l, \bar{M}_r^r, X_{r,0}, \bar{X}_r, z_r, z_r'$

wir haben also insgesamt $10n-2$ Unbekanntn zu bestimmen, für welche die im obigen aufgestellten ebenso vielen Gleichungen zur Verfügung stehen,

die sämtlich vom ersten Grade sind. Mit Hilfe dieser Gleichungen können wir alle Unbekannten eindeutig bestimmen.

3. Die Auflösung der Unbekannten für allgemeinen Fall.

1) Die Biegemomente beider Hauptträger und die Auflagerkräfte.

a) M_r und die Auflagerkräfte.

Wir erhalten

$$\begin{array}{l}
 \text{aus Gl. (11a):} \quad M_1 = (R_0 - P_0)l, \\
 \text{„ Gl. (3a):} \quad M_2 - 2M_1 = (R_1' - P_{1,0})l, \\
 \dots\dots\dots \\
 \text{„ Gl. (3):} \quad M_{r+1} - 2M_r + M_{r-1} = -P_{r,0}l, \\
 \dots\dots\dots \\
 \text{„ Gl. (3a):} \quad -2M_n + M_{n-1} = (R_n - P_{n,0})l, \\
 \text{„ Gl. (11a):} \quad M_n = (R_{n+1}' - P_{n+1}')l.
 \end{array} \left. \dots\dots\dots (13) \right\}$$

In den obigen simultanen $n+2$ Gleichungen sind $n+4$ Unbekannten vorhanden, es gibt daher zwei überzählige Unbekannten, als welche wir zweckmässig die Biegemomente M_1 und M_n wählen. Dann ergibt sich aus obiger Gleichungsgruppe :

$$M_r = + \frac{1}{n-1} \left[(n-r) \sum_{i=1}^{r-1} (i-1)P_{i,0}l + (r-1) \sum_{i=r}^n (n-i)P_{i,0}l + (n-r)M_1 + (r-1)M_n \right], \dots (14)$$

$$\begin{array}{l}
 R_0 = + M_1/l - P_0, \quad R_{n+1}' = + M_n/l - P_{n+1}', \\
 R_1' = + \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (n-i)P_{i,0} + \frac{1}{l}(M_n - nM_1) \right], \\
 R_n = + \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (i-1)P_{i,0} + \frac{1}{l}(M_1 - nM_n) \right].
 \end{array} \left. \dots\dots\dots (15) \right\}$$

b) \bar{M}_r' und \bar{M}_r'' .

Aus Gl. (8) und (8a) erhalten wir für $r=2$ bis n :

$$\psi(Y_r - Y_{r-1}) = -\frac{\mu}{2}(\bar{M}_r' + \bar{M}_{r-1}'') - \frac{\mu}{l}(\bar{S}_r' + \bar{S}_{r-1}'')$$

und
$$\psi(Y_r + Y_{r-1}) = +\frac{2}{l}A\bar{z}_{r-1} - \frac{\mu}{6}(\bar{M}_r' - \bar{M}_{r-1}'') - \frac{\mu}{l}(S_r' - S_{r-1}'')$$

welche durch Einsetzen der Werte von Y_r aus Gl. (5) und (5a) in

$$\delta \bar{M}_r^l - \bar{M}_{r-1}^l - \bar{M}_r^r + \delta \bar{M}_{r-1}^r = -\frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_r^l + \bar{S}_{r-1}^r) \dots\dots\dots (16)$$

und $2\Delta \bar{z}_{r-1} = +\frac{\mu l}{6} [(1+3\alpha)(\bar{M}_r^l - \bar{M}_{r-1}^l) - 3\alpha(\bar{M}_r^r - \bar{M}_{r-1}^r)] + \mu(\bar{S}_r^l - \bar{S}_{r-1}^r) \dots (17)$

übergehen. Diese Gleichungen gelten dem Bereich $r=2$ bis n , wenn man beachtet, dass:

$$\bar{M}_1^l = +M_1, \quad \bar{M}_n^r = -M_n.$$

Aus Gl. (7) und (7a) ergibt sich nun für $r=2$ bis n :

$$\bar{X}_r = -\sum_{i=1}^{r-1} \bar{L}_i + \sum_{i=r}^n \bar{L}_i \dots\dots\dots (18)$$

Setzen wir Gl. (18) in Gl. (10) ein, so folgt für $r=2$ bis n :

$$2\Delta \bar{z}_{r-1} = +\frac{\lambda h}{6} \Delta \bar{L}_{r-1} - \frac{\phi h}{2} \left[\sum_{i=1}^{r-1} \bar{L}_i - \sum_{i=r}^n \bar{L}_i \right] + \lambda \Delta \bar{T}_{r-1},$$

welche durch Einsetzen der Werte von \bar{L}_r aus Gl. (4) und (4a) und nach einigen Umformungen mit Beachtung von Gl. (14) und (15) in:

$$\left. \begin{aligned} 2\Delta \bar{z}_1 = & +\frac{h^2}{12l} \left[\lambda(\bar{M}_3^l - \bar{M}_2^r) - 2(\lambda + 3\phi)(\bar{M}_2^l - \bar{M}_1^r) + \frac{1}{n-1} \{6(n-1)\phi + (2n-1)\lambda\} M_1 \right. \\ & + \frac{1}{n-1} \{6(n-1)\phi - \lambda\} M_n + \lambda \Delta \bar{P}_1 l - 6\phi \left(P_1 + \sum_{i=2}^n P_i' \right) l \\ & \left. - \frac{\lambda}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) P_{i,0} l \right] + \lambda \Delta \bar{T}_1, \\ & \dots\dots\dots \\ 2\Delta \bar{z}_{r-1} = & +\frac{h^2}{12l} \left[\lambda(\bar{M}_{r+1}^l - \bar{M}_r^r + \bar{M}_{r-1}^l - \bar{M}_{r-2}^r) - 6(\lambda + 3\phi)(\bar{M}_r^l - \bar{M}_{r-1}^r) \right. \\ & \left. + 6\phi(M_1 + M_n) + \lambda \Delta \bar{P}_{r-1} l - 6\phi \left(\sum_{i=1}^{r-1} P_i + \sum_{i=r}^n P_i' \right) l \right] + \lambda \Delta \bar{T}_{r-1}, \\ & \dots\dots\dots \\ 2\Delta \bar{z}_{n-1} = & +\frac{h^2}{12l} \left[\lambda(\bar{M}_{n-1}^l - \bar{M}_{n-2}^r) - 2(\lambda + 3\phi)(\bar{M}_n^l - \bar{M}_{n-1}^r) + \frac{1}{n-1} \{6(n-1)\phi - \lambda\} M_1 \right. \\ & + \frac{1}{n-1} \{6(n-1)\phi + (2n-1)\lambda\} M_n + \lambda \Delta \bar{P}_{n-1} l \\ & \left. - 6\phi \left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i + P_n' \right) l - \frac{\lambda}{n-1} \sum_{i=1}^n (i-1) P_{i,0} l \right] + \lambda \Delta \bar{T}_{n-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

übergeht.

Eliminieren wir nun die $\Delta\bar{z}_{r-1}$ aus den Gleichungen (17) und (19), so bekommen wir ein einziges System der Gleichungen für \bar{M}_i^l und \bar{M}_r^r :

$$\left. \begin{aligned}
 &\bar{M}_2^l - a\bar{M}_2^l - b\bar{M}_2^l + a\bar{M}_1^r + \left(b + c + \frac{n}{n-1}\right)M_1 + \left(c - \frac{1}{n-1}\right)M_n \\
 &= + \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i)P_{i,0}l + c \left(P_1 + \sum_{i=2}^n P_i'\right)l - \Delta\bar{P}_1l \\
 &+ \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_2^l - \bar{S}_1^l) - \frac{12l}{h^2} \Delta\bar{T}_1, \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\bar{M}_{r+1}^l - a\bar{M}_r^l + b\bar{M}_{r-1}^l - b\bar{M}_r^r + a\bar{M}_{r-1}^r - \bar{M}_{r-2}^r + c(M_1 + M_n) \\
 &= + c \left(\sum_{i=1}^{r-1} P_i + \sum_{i=r}^n P_i'\right)l - \Delta\bar{P}_{r-1}l + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_r^l - \bar{S}_{r-1}^l) - \frac{12l}{h^2} \Delta\bar{T}_{r-1}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 &- a\bar{M}_n^l + b\bar{M}_{n-1}^l + a\bar{M}_{n-1}^r - \bar{M}_{n-2}^r + \left(c - \frac{1}{n-1}\right)M_1 \\
 &+ \left(b + c + \frac{n}{n-1}\right)M_n = + \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (i-1)P_{i,0}l + c \left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i + P_n'\right)l \\
 &- \Delta\bar{P}_{n-1}l + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_n^l - \bar{S}_{n-1}^l) - \frac{12l}{h^2} \Delta\bar{T}_{n-1},
 \end{aligned} \right\} (20)$$

worin, wie in vorigen Abschnitten,

$$a = \frac{2}{\beta} (1 + 3\alpha + \beta + 3\gamma), \quad b = 1 - 6\frac{\alpha}{\beta}, \quad c = 6\frac{\gamma}{\beta} \dots\dots\dots (21)$$

Nun können wir $2(n-1)$ unbekannte \bar{M}_i^l und \bar{M}_r^r durch zwei Systeme der je $n-1$ simultanen Gleichungen (16) und (20) mit zwei überzählige Unbekannten, M_1 und M_n , bestimmen. Zur Erleichterung der Auflösung leiten wir aber aus dieser Gleichungssystemen ein einziges System der $n-1$ Gleichungen in \bar{M}_i^l her, wie es im dritten Abschnitte erwähnt ist. Es ist:

$$\left. \begin{aligned}
 &\bar{M}_4^l - \left(k_1 - \frac{1}{a-b\delta}\right)\bar{M}_3^l + \left(k_0 - \frac{a+b\delta}{a-b\delta}\right)\bar{M}_2^l = C_2 + D_2, \\
 &\bar{M}_5^l - k_1\bar{M}_4^l + k_0\bar{M}_3^l - k_1\bar{M}_2^l = C_3 + D_3, \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\bar{M}_{r+2}^l - k_1\bar{M}_{r+1}^l + k_0\bar{M}_r^l - k_1\bar{M}_{r-1}^l + \bar{M}_{r-2}^l = C_r + D_r, \\
 &\dots\dots\dots \\
 &- k_1\bar{M}_n^l + k_0\bar{M}_{n-1}^l - k_1\bar{M}_{n-2}^l + \bar{M}_{n-3}^l = C_{n-1} + D_{n-1}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(k_0 - 2b - 1)\bar{M}_n^l - \left(k_1 - \frac{1}{\delta}\right)\bar{M}_{n-1}^l + \bar{M}_{n-2}^l = C_n + D_n,
 \end{aligned} \right\} (22)$$

worin die Koeffizienten :

$$k_0 = 2(a\delta + b), \quad k_1 = a + b\delta + \delta, \dots \dots \dots (23)$$

die Belastungsglieder C_r , die von äusseren Belastungen herrühren :

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= A_3 - \left(\delta - \frac{1}{a - b\delta}\right) A_2 - \left(a - \frac{b}{a - b\delta}\right) B_2 + bB_3, \\ C_r &= A_{r+1} - \delta A_r + bB_{r+1} - aB_r + B_{r-1}, \quad (r = 3 \text{ bis } n-1), \\ C_n &= -\delta A_n - \left(a - \frac{1}{\delta}\right) B_n + B_{n-1}, \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= + \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) P_{i,0} l + c \left(P_1 + \sum_{i=2}^n P_i' \right) l - \Delta \bar{P}_1 l \\ &\quad + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_2^i - \bar{S}_1^i) - \frac{12l}{h^2} \Delta \bar{T}_1, \\ A_r &= + c \left(\sum_{i=1}^{r-1} P_i + \sum_{i=r}^n P_i' \right) l - \Delta \bar{P}_{r-1} l + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_r^i - \bar{S}_{r-1}^i) \\ &\quad - \frac{12l}{h^2} \Delta \bar{T}_{r-1}, \quad (r = 3 \text{ bis } n-1), \\ A_n &= + \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (i-1) P_{i,0} l + c \left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i + P_n' \right) l - \Delta \bar{P}_{n-1} l \\ &\quad + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_n^i - \bar{S}_{n-1}^i) - \frac{12l}{h^2} \Delta \bar{T}_{n-1}, \\ B_r &= + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_r^i + \bar{S}_{r-1}^i), \quad (r = 2 \text{ bis } n), \end{aligned} \right\} \dots (24a)$$

und die Belastungsglieder D_r , die von M_1 und M_n herrühren :

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= + \left[k_1 + \frac{\delta}{n-1} - \frac{(n-1)(2b+c)+n}{(n-1)(a-b\delta)} \right] M_1 \\ &\quad + \left[\frac{c}{\alpha} - \frac{\delta}{n-1} - \frac{(n-1)c-1}{(n-1)(a-b\delta)} \right] M_n, \\ D_3 &= + \left(\frac{c}{\alpha} - 1 \right) M_1 + \frac{c}{\alpha} M_n, \\ D_r &= + \frac{c}{\alpha} (M_1 + M_n), \quad (r = 4 \text{ bis } n-2), \\ D_{n-1} &= + \left(\frac{c}{\alpha} + \frac{1}{n-1} \right) M_1 + \left(\frac{c}{\alpha} - \frac{n}{n-1} \right) M_n, \\ D_n &= + \delta \left(c - \frac{n}{n-1} \right) M_1 + \left[\delta \left(b+c + \frac{n}{n-1} \right) - \left(a - \frac{1}{\delta} \right) \right] M_n. \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

Nach der Auflösung der vorstehenden Gleichungen werden wir die Lösung in der Form

$$\bar{M}_r^t = F_r + f_r M_1 + f_r' M_n \dots \dots \dots (26)$$

erhalten, wobei F_r den von äusseren Belastungen, also von den Belastungsgliedern C_r herrührenden Faktor bedeutet und f_r bzw. f_r' zwei von äusseren Belastungen unabhängige, von den Belastungsgliedern D_r herrührende Koeffizienten vorstellen.

Sind \bar{M}_r^t gefunden, so ergibt sich aus Gl. (16) für \bar{M}_r^r :

$$\bar{M}_r^r = -\delta^r \sum_{i=r+1}^n \frac{1}{\delta^i} \left[\delta \bar{M}_i^t - \bar{M}_{i-1}^t + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_i^t + \bar{S}_{i-1}^t) \right] - \frac{M_n}{\delta^{n-r}}, \dots \dots (27)$$

woraus wir

$$\bar{M}_r^r = G_r + g_r M_1 + g_r' M_n \dots \dots \dots (28)$$

erhalten können, wenn wir unter G_r den von äusseren Belastungen abhängigen Faktor und unter g_r bzw. g_r' zwei von äusseren Belastungen unabhängige Koeffizienten verstehen.

Aus obigen Erwähnungen erkennen wir, dass wir M_r und \bar{M}_r , daher M und M' , und die Auflagerkräfte eindeutig bestimmen können, wenn wir M_1 und M_n festlegen werden.

2) Die Verschiebungen der Knotenpunkte.

Lösen wir die Gl. (1) mit den Randbedingungen

$$z_{0,0} = z_{n+1,0} = 0, \quad z_{1,0} = z_1 \quad \text{und} \quad z_{n,0} = z_n'$$

nach $z_{r,0}$ auf, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} z_{r,0} &= -\frac{r-1}{n-1} \sum_{i=2}^{n-1} (n-i) Z_{i,0} + \sum_{i=2}^r (r-i) Z_{i,0} + \frac{1}{n-1} [(n-r) z_1 + (r-1) z_n'] \\ &= -\frac{n-r}{n-1} \sum_{i=2}^{n-1} (i-1) Z_{i,0} + \sum_{i=r}^{n-1} (i-r) Z_{i,0} + \frac{1}{n-1} [(n-r) z_1 + (r-1) z_n'], \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} Z_{r,0} &= -\frac{\mu l}{6} (M_{r+1} + 4M_r + M_{r-1}) - U_{r,0} l \\ &= -\frac{\mu l^2}{n-1} \left[(n-r) \sum_{i=2}^{r-1} (i-1) P_{i,0} + (r-1) \sum_{i=r}^{n-1} (n-i) P_{i,0} - \frac{n-1}{6} P_{r,0} \right] \\ &\quad - \frac{\mu l}{n-1} [(n-r) M_1 + (r-1) M_n] - U_{r,0} l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29a)$$

gesetzt ist. Lösen wir in gleicher Weise die Gl. (2) mit den Randbedingungen

$$\bar{z}_0 = \bar{z}_{n+1} = 0, \quad \bar{z}_1 = z_1, \quad \text{und} \quad \bar{z}'_n = -z'_n.$$

nach z_r auf, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}_r &= -\frac{r-1}{n-1} \sum_{i=3}^{n-1} (n-i)\bar{Z}_i + \sum_{i=2}^r (r-i)\bar{Z}_i + \frac{1}{n-1} [(n-r)z_1 - (r-1)z'_n] \\ &= -\frac{n-r}{n-1} \sum_{i=3}^{n-1} (i-1)\bar{Z}_i + \sum_{i=r}^{n-1} (i-r)\bar{Z}_i + \frac{1}{n-1} [(n-r)z_1 - (r-1)z'_n], \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}_r &= -\frac{\mu l}{6} [\bar{M}_{r+1}^t + 2(\bar{M}_r^r + \bar{M}_r^b) + \bar{M}_{r-1}^r] - \bar{U}_r l \\ &= -\frac{\mu l}{6} [F_{r+1} + 2(G_r + F_r) + G_{r-1} + \{f_{r+1} + 2(g_r + f_r) + g_{r-1}\} M_1 \\ &\quad + \{f'_{r+1} + 2(g'_r + f'_r) + g'_{r-1}\} M_n] - \bar{U}_r l \end{aligned} \right\} \dots (30a)$$

gesetzt ist.

Aus Gl. (29) und (30) erhalten wir nun

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= \frac{1}{2} (z_{2,0} + \bar{z}_2) = -\frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=2}^{n-1} (n-i)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i) + \frac{n-2}{n-1} z_1, \\ z'_{n-1} &= \frac{1}{2} (z'_{n-1,0} - \bar{z}'_{n-1}) = -\frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=2}^{n-1} (i-1)(Z_{i,0} - \bar{Z}_i) + \frac{n-2}{n-1} z'_n. \end{aligned} \right\} \dots (31)$$

Setzen wir diese Ausdrücke in Gl. (12) und (12a) ein, so folgt

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= -\frac{1}{2n} \sum_{i=2}^{n-1} (n-i)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i) + \frac{(n-1)\mu l}{6n} (M_2^t + 2M_1^r + 2M_1) + \frac{n-1}{n} U_1 l, \\ z'_n &= -\frac{1}{2n} \sum_{i=2}^{n-1} (i-1)(Z_{i,0} - \bar{Z}_i) + \frac{(n-1)\mu l}{6n} (M_{n-1}^r + 2M_n^b + 2M_n) + \frac{n-1}{n} U_n' l. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

Daraus sehen wir leicht, dass die Knotenpunktverschiebungen ermittelt werden können, wenn die überzähligen Unbekannten, M_1 und M_n , festgelegt werden.

3) Bestimmung von M_1 und M_n .

Zur eindeutigen Bestimmung der Auflagerkräfte, der Biegemomente in beiden Hauptträgern und der Knotenpunktverschiebungen müssen wir die überzähligen Unbekannten, M_1 und M_n , festlegen.

Setzen wir zuerst die Werte von \bar{Z}_r aus Gl. (4) und (4a) in die sich aus Gl. (18) ergebende Gleichung

$$\sum_{i=1}^n \bar{L}_i = 0 \dots \dots \dots (33)$$

ein, so ergibt sich mit Beachtung von Gl. (14) und (15)

$$M_1 - M_n = + \frac{n-1}{2n} \sum_{i=1}^n P_i l + \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (n-2i+1) P_{i,0} l \dots \dots \dots (34)$$

Stellen wir nun die Gl. (17) für $r=2$ bis n auf und addieren wir die linken bzw. die rechten Seiten der so entstehenden $n-1$ Gleichungen aufeinander, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{12}{\mu l} (\bar{z}_n - \bar{z}_1) &= - \frac{12}{\mu l} (z_1 + z_n') = 3\alpha(M_1 + M_n) - (1 + 3\alpha)(\bar{M}'_1 - \bar{M}'_n) \\ &+ (1 + 6\alpha) \sum_{i=2}^{n-1} (\bar{M}'_i - \bar{M}'_i) + \frac{6}{l} \sum_{i=2}^n (\bar{S}'_i - \bar{S}'_{i-1}). \end{aligned}$$

Setzen wir in diese Gleichung die Werte von z_1 bzw. z_n' aus Gl. (32) ein, so ergibt sich die zweite Gleichung für M_1 und M_n :

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{4(n-1)}{3\alpha n} \right] (M_1 + M_n) &= + \frac{1 + 3\alpha}{3\alpha} (\bar{M}'_1 - \bar{M}'_n) + \frac{1 + 6\alpha}{3\alpha} \sum_{i=2}^{n-1} (\bar{M}'_i - \bar{M}'_i) \\ &- \frac{2(n-1)}{3\alpha n} (2\bar{M}'_1 + \bar{M}'_2 + \bar{M}'_{n-1} + 2\bar{M}'_n) - \frac{4(n-1)}{\alpha n \mu l} (U_1 + U_n') l \\ &+ \frac{2}{\alpha n \mu l} \sum_{i=2}^{n-1} [(n-1)Z_{i,0} + (n-2i+1)\bar{Z}_i] - \frac{2}{\alpha l} \sum_{i=2}^n (\bar{S}'_i - \bar{S}'_{i-1}) \dots (35) \end{aligned}$$

Setzen wir in die rechte Seite dieser Gleichung die Ausdrücke von Gl. (14), (26), (28), (29a) und (30a) ein, so wird sich eine Gleichung ergeben, welche als Unbekannten nur die überzählige Unbekannten, M_1 und M_n , enthält. Mit dieser Gleichung und der Gl. (34) können M_1 und M_n festgelegt werden, und damit können R , M , M' , z und z' mittels der im obigen angegebenen Formeln eindeutig ermittelt werden.

4) Die Biegemomente in den Querträgern und die Torsionsmomente.

a) Die Biegemomente in den Knoten der Querträger.

Aus Gl. (9) erhalten wir zuerst

$$\phi(X_{r+1,0} - X_{r,0}) = - \frac{\lambda}{2} (L_{r+1,0} - 2L_{r,0} + L_{r-1,0}) - \frac{\lambda}{h} (T_{r+1,0} - 2T_{r,0} + T_{r-1,0}),$$

woraus wir zur Ermittlung der $L_{r,0}$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon L_{2,0} - (2 + \varepsilon)L_{1,0} &= - \frac{2\varepsilon}{h} \Delta T_{1,0}, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon L_{r+1,0} - 2(1 + \varepsilon) L_{r,0} + \varepsilon L_{r-1,0} &= -\frac{2\varepsilon}{h} \Delta^2 T_{r-1,0}, \\ \dots\dots\dots \\ - (2 + \varepsilon) L_{n,0} + \varepsilon L_{n-1,0} &= +\frac{2\varepsilon}{h} \Delta T_{n-1,0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

erhalten.

Für \bar{L}_r ergibt sich aus Gl. (4) und (4a):

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_1 &= +\frac{h}{2l} (\bar{M}_2^t - \bar{M}_1^r - M_1) + \frac{h}{2} (\bar{P}_1 + R_1), \\ \bar{L}_r &= +\frac{h}{2l} (\bar{M}_{r+1}^t - \bar{M}_r^r - \bar{M}_r^t + \bar{M}_{r-1}^r) + \frac{h}{2} \bar{P}_r, \\ \bar{L}_n &= -\frac{h}{2l} (\bar{M}_n^t - \bar{M}_{n-1}^r - M_n) + \frac{h}{2} (\bar{P}_n - R_n). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

Hierbei soll es erwähnt werden, dass die $L_{r,0}$ durchweg Null sind, wenn es auf allen Querträgern keine äussere Kräfte gibt, da in diesem Falle alle $T_{r,0}$ verschwinden.

b) Torsionsmomente.

Sind $L_{r,0}$ und \bar{L}_r gefunden, so dienen zur Ermittlung der Torsionsmomente in den Hauptträgern die Gl. (6), (6a) bzw. (7) und (7a). Es ist:

$$X_{r,\varepsilon} = -\sum_{i=1}^{r-1} L_{i,0} + \sum_{i=r}^n L_{i,0}, \quad X_r = -\sum_{i=1}^{r-1} \bar{L}_i + \sum_{i=r}^n \bar{L}_i \quad \dots\dots (38)$$

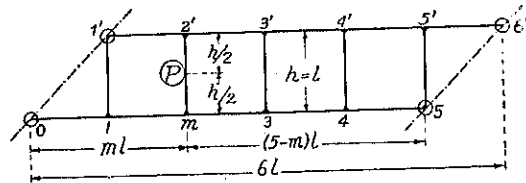
oder

$$X_r = -\sum_{i=1}^{r-1} L_i + \sum_{i=r}^n L_i, \quad X_r' = -\sum_{i=1}^{r-1} L_i' + \sum_{i=r}^n L_i' \quad \dots\dots (38a)$$

Sind \bar{M}_r^t und \bar{M}_r^r gefunden, so dienen zur Ermittlung der Torsionsmomente in den Querträgern die Gl. (5) und (5a).

4. Zahlenbeispiel. Ein schiefer Leiterträger mit fünf Querträgern.

Es soll hier der in **Abb. 52** dargestellte schiefe Leiterträger für eine Einzellast P in der Mitte des m -ten Querträgers untersucht werden. Setzen wir für die Querschnitte der Stäbe die gleichen Querschnitte wie



$P_{m,0} = P, \bar{P}_m = 0.$
Abb. 52.

bei den Zahlenbeispielen im vierten Abschnitte voraus, so entstehen :

$$l=h, \quad I=J, \quad H=K, \\ \alpha=\gamma=3.65, \quad \beta=1, \quad \delta=1.273\ 973, \quad \varepsilon=0.273\ 973.$$

1) Die Biegemomente der Hauptträger und die Auflagerkräfte.

a) M_r .

Mit der Abkürzung $M_2^* = \frac{1}{4}(3M_1 + M_5)$, $M_3^* = \frac{1}{2}(M_1 + M_5)$, $M_4^* = \frac{1}{4}(M_1 + 3M_5)$ erhalten wir aus Gl. (14):

	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
$M_2:$	M_2^*	$0.75 Pl + M_2^*$	$0.5 Pl + M_2^*$	$0.25 Pl + M_2^*$	M_2^*
$M_3:$	M_3^*	$0.50 Pl + M_3^*$	$Pl + M_3^*$	$0.50 Pl + M_3^*$	M_3^*
$M_4:$	M_4^*	$0.25 Pl + M_4^*$	$0.5 Pl + M_4^*$	$0.75 Pl + M_4^*$	M_4^*

b) \bar{M}_r^i und \bar{M}_r^r .

Da in diesem Falle nach Gl. (21) und (23)

$$a = +47.8, \quad b = -20.9, \quad c = +21.9, \quad k_0 = +79.99178, \quad k_1 = +22.44795,$$

so erhalten wir aus Gl. (22):

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_4^i - 22.34986 \bar{M}_5^i + 79.70728 \bar{M}_2^i &= C_2 + D_2, \\ \bar{M}_5^i - 22.44795 \bar{M}_4^i + 79.99178 \bar{M}_3^i - 22.44795 \bar{M}_2^i &= C_3 + D_3, \\ -22.44795 \bar{M}_5^i + 79.99178 \bar{M}_4^i - 22.44795 \bar{M}_3^i + \bar{M}_2^i &= C_4 + D_4, \\ +120.79178 \bar{M}_5^i - 21.66300 \bar{M}_4^i + \bar{M}_3^i &= C_5 + D_5. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

Lösen wir diese Gleichungen nach \bar{M}_r^i auf, so werden wir die Lösung in der Form:

$$\bar{M}_r^i = \sum_{l=2}^5 d_{rl} (C_l + D_l) \dots\dots\dots (40)$$

erhalten, wobei die Grösse d_{rl} die Einflusszahl des Belastungsgliedes $C_l + D_l$ in bezug auf \bar{M}_r^i bezeichnet und in der folgenden Tabelle 42 zusammengestellt ist.

Tabelle 42. Die Werte von d_{rl} .

	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r=2$	0.013 6908	0.004 1169	0.001 0248	0.000 1564
$r=3$	0.004 1291	0.014 8531	0.004 2997	0.000 6761
$r=4$	0.001 0298	0.004 2987	0.014 4103	0.002 6424
$r=5$	0.000 1505	0.000 6480	0.002 5488	0.008 7470

Wir berechnen nun nach Gl. (24) und (24a) und erhalten:

Tabelle 43. Die Belastungsglieder C_r .

	C_2	C_3	C_4	C_5	
$m=1$	-4.113 410	-3.0	-3.00	-19.950 000	$\times Pl$
$m=2$	-3.798 276	-3.0	-2.75	-14.268 493	$\times "$
$m=3$	-3.483 142	-3.0	-2.50	-14.586 986	$\times "$
$m=4$	-3.168 008	-3.0	-2.25	-14.905 479	$\times "$
$m=5$	-2.852 874	-3.0	-2.00	-15.223 972	$\times "$

Aus Gl. (25) erhalten wir, unabhängig von der Lage der Lasten, für D_r :

$$\begin{aligned} D_2 &= +29.017\ 024\ M_1 + 5.390\ 614\ M_5, \\ D_3 &= +5.0\ M_1 \quad + 6.0\ M_5, \\ D_4 &= +6.25\ M_1 \quad + 4.75\ M_5, \\ D_5 &= +27.581\ 507\ M_1 - 44.148\ 615\ M_5. \end{aligned}$$

Setzen wir die vorstehenden Werte in die Gl. (40) ein und bringen wir die Lösung in der Form von Gl. (26)

$$\bar{M}_r = F_r + f_r M_1 + f_r' M_5, \dots \dots \dots (41)$$

so ergeben sich für F_r , f_r und f_r' folgende Tabellen.

Tabelle 44. Die Werte von F_r .

	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
F_2	-0.073 905	-0.069 343	-0.064 863	-0.060 213	-0.055 822 $\times Pl$
F_3	-0.083 875	-0.080 702	-0.078 378	-0.076 392	-0.074 231 $\times "$
F_4	-0.097 225	-0.094 136	-0.091 054	-0.087 946	-0.084 883 $\times "$
F_5	-0.192 231	-0.194 331	-0.136 433	-0.138 534	-0.140 635 $\times "$

Tabelle 45. Die Werte von f_r und f_r' .

	f_r	f_r'
$r=2$	+0.428 540	+0.096 430
$r=3$	+0.239 601	+0.101 952
$r=4$	+0.214 521	-0.016 866
$r=5$	+0.264 792	-0.369 363

Setzen wir für \bar{M}_r' nach Gl. (23)

$$\bar{M}_r' = G_r + g_r M_1 + g_r' M_5, \dots \dots \dots (42)$$

so werden wegen der Symmetrie

$$\begin{aligned} [G_r]_m &= -[F_{n-r}]_{(0-m)}, \\ g_r &= -f'_{n-r} \text{ und } g_r' = -f_{n-r} \end{aligned}$$

und daher können die Tabellen 44 und 45 für G_r , g_r und g_r' benutzt werden.

o) M_1 und M_5 und die Knotenmomente in den Hauptträgern.

Zur Ermittlung von M_1 und M_5 erhalten wir aus Gl. (34)

$$M_1 - M_5 = +\frac{1}{5}(3-m) Pl, \dots \dots \dots (43)$$

woraus sich ergibt:

$$\left. \begin{aligned} \text{für } m=1: & \quad M_1 - M_5 = +0.4 Pl, \\ \text{'' } m=2: & \quad M_1 - M_5 = +0.2 Pl, \\ \text{'' } m=3: & \quad M_1 - M_5 = 0, \\ \text{'' } m=4: & \quad M_1 - M_5 = -0.2 Pl, \\ \text{'' } m=5: & \quad M_1 - M_5 = -0.4 Pl. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (44)$$

Die Gl. (35) wird in diesem Falle zu:

$$\begin{aligned} (16 + 15\alpha)(M_1 + M_5) &= +5(1 + 3\alpha)(\bar{M}_1' - \bar{M}_5') + 5(1 + 6\alpha) \sum_{i=2}^4 (\bar{M}_i' - \bar{M}_i') \\ &- 8(2M_1' + M_2' + M_4' + 2M_5') + \frac{8}{\mu l} \sum_{i=2}^4 Z_{i,0} + \frac{4}{\mu l} (\bar{Z}_2 - \bar{Z}_4), \dots \dots \dots (45) \end{aligned}$$

woraus sich nach Gl. (41), (42), (29a) und (30a) mit Benutzung von Tabelle 44 und 45

$$\left. \begin{aligned} \text{für } m=1 \text{ und } m=5: & M_1 + M_5 = +0.340\ 349\ Pl, \\ \text{„ } m=2 \text{ und } m=4: & M_1 + M_5 = +0.206\ 092\ Pl, \\ \text{„ } m=3: & M_1 + M_5 = +0.148\ 796\ Pl \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(46)$$

ergibt.

Lösen wir nun die Gl. (41) und (46) auf, so erhalten wir:

Tabelle 46. M_1 und M_5 .

	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
M_1	+0.370 175	+0.203 046	+0.074 398	+0.003 046	-0.029 825	$\times Pl$
M_5	-0.029 825	+0.003 046	+0.074 398	+0.203 046	+0.370 175	$\times \text{„}$

Damit ergeben sich:

Tabelle 47. M_2, M_3 und M_4 .

	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
M_2	+0.270 175	+0.903 046	+0.574 398	+0.303 046	+0.070 175	$\times Pl$
M_3	+0.170 175	+0.603 046	+1.074 398	+0.603 046	+0.170 175	$\times \text{„}$
M_4	+0.070 175	+0.303 046	+0.574 398	+0.903 046	+0.270 175	$\times \text{„}$

und nach Gl. (41) und (42):

Tabelle 48. \bar{M}_r^I und \bar{M}_r^V . (Multiplikator: Pl)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
\bar{M}_2^I	+0.081 874	+0.017 964	-0.025 806	-0.039 328	-0.032 887	$-\bar{M}_4^V$
\bar{M}_3^I	+0.011 792	-0.031 742	-0.052 957	-0.054 962	-0.043 623	$-\bar{M}_3^V$
\bar{M}_4^I	-0.017 377	-0.050 670	-0.076 364	-0.090 718	-0.097 509	$-\bar{M}_2^V$
\bar{M}_5^I	-0.022 587	-0.081 320	-0.143 945	-0.212 354	-0.284 653	$-\bar{M}_1^V$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

Aus den in vorstehenden Tabellen zusammengestellten Werten von M_r, \bar{M}_r^I und \bar{M}_r^V erhalten wir für die Biegemomente an den Knotenpunkten beider Hauptträger die in folgender Tabelle angegebenen Werte.

Tabelle 49. M_r^I, M_r^V, M_r^{II} und M_r^{IV} . (Multiplikator: Pl)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
M_1^I	+0.370 175	+0.203 046	+0.074 398	+0.003 046	-0.029 825	M_5^{IV}
M_1^V	+0.327 414	+0.207 700	+0.109 172	+0.042 183	-0.003 619	M_5^{II}
M_2^I	+0.176 023	+0.460 505	+0.274 296	+0.131 858	+0.018 644	M_4^{IV}
M_2^V	+0.183 842	+0.496 882	+0.325 381	+0.176 358	+0.043 776	M_4^{II}
M_3^I	+0.090 983	+0.285 652	+0.510 721	+0.274 042	+0.063 276	M_3^{IV}
M_3^V	+0.106 899	+0.329 004	+0.563 678	+0.317 394	+0.070 191	M_3^{II}
M_4^I	+0.026 399	+0.126 188	+0.249 017	+0.406 164	+0.086 333	M_2^{IV}
M_4^V	+0.051 531	+0.171 187	+0.300 102	+0.442 541	+0.093 888	M_2^{II}
M_5^I	-0.026 206	-0.039 137	-0.034 774	-0.004 654	+0.042 761	M_1^{IV}
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

2) Die Auflagerkräfte.

Sind M_1 und M_5 gefunden, so ergibt sich für die Auflagerkräfte :

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= +\frac{M_1}{l}, & R_1' &= +\frac{1}{4} \left[(5-m)P + \frac{1}{l} (M_5 - 5M_1) \right], \\ R_1' &= +\frac{M_5}{l}, & M_5 &= +\frac{1}{4} \left[(m-1)P + \frac{1}{l} (M_1 - 5M_5) \right], \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

woraus wir die in folgender Tabelle angegebenen Werte erhalten.

Tabelle 50. Die Auflagerkräfte (Multiplikator : P)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
R_0	+0.370 175	+0.203 046	+0.074 398	+0.003 046	-0.029 825	R_0'
R_1'	+0.529 825	+0.496 954	+0.425 602	+0.296 954	+0.129 825	R_5
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

3) Die Biegemomente in den Querträgern.

Zur Ermittlung von $L_{r,0}$ dienen die Gl. (36). Es ist :

$$\left. \begin{aligned} L_{2,0} - 8.3 L_{1,0} &= -7.3 (T_{2,0} - T_{1,0})/l, \\ L_{3,0} - 9.3 L_{2,0} + L_{1,0} &= -7.3 (T_{3,0} - 2T_{2,0} + T_{1,0})/l, \\ L_{4,0} - 9.3 L_{3,0} + L_{2,0} &= -7.3 (T_{4,0} - 2T_{3,0} + T_{2,0})/l, \\ L_{5,0} - 9.3 L_{4,0} + L_{3,0} &= -7.3 (T_{5,0} - 2T_{4,0} + T_{3,0})/l, \\ -8.3 L_{5,0} + L_{4,0} &= +7.3 (T_{5,0} - T_{4,0})/l. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

Für eine Einzellast P in der Mitte des m -ten Querträgers verschwinden alle $T_{r,0}$ in den Belastungsgliedern der obigen Gleichungen, ausgenommen für $r=m$, wo $T_{m,0} = +0.125 P l^2$ ist ; und damit erhalten wir :

Tabelle 51. $L_{r,0}$. (Multiplikator : $P l$)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
$L_{1,0}$	-0.027 200	+0.024 241	+0.002 637	+0.000 287	+0.000 035	$L_{5,0}$
$L_{2,0}$	+0.024 241	-0.048 803	+0.021 891	+0.003 385	+0.000 287	$L_{4,0}$
$L_{3,0}$	+0.002 637	+0.021 891	-0.049 056	+0.021 891	+0.002 637	$L_{3,0}$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

Aus Gl. (37) ergibt sich die folgende Tabelle für \bar{L}_r .

Tabelle 52. \bar{L}_r . (Multiplikator : $P l$)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
\bar{L}_1	-0.021 564	+0.049 759	+0.090 727	+0.086 630	+0.052 088	$-\bar{L}_5$
\bar{L}_2	+0.058 531	+0.035 965	+0.020 215	+0.007 508	-0.002 763	$-\bar{L}_4$
\bar{L}_3	+0.012 358	+0.008 414	0	-0.008 414	-0.012 358	$-\bar{L}_3$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

Daraus erhalten wir für die Biegemomente an den Anschlusspunkten der Querträger :

Tabelle 53. L_r und L_r' . (Multiplikator: Pl).

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
L_1	-0.024 382	+0.037 000	+0.046 682	+0.043 459	+0.026 061	L_5'
L_2	+0.041 386	-0.006 419	+0.021 053	+0.004 946	-0.001 238	L_4'
L_3	+0.007 498	+0.015 152	-0.024 528	+0.006 738	-0.004 861	L_3'
L_4	+0.001 525	-0.002 562	+0.000 898	-0.042 384	-0.017 145	L_2'
L_5	-0.026 027	-0.043 171	-0.044 045	-0.012 759	-0.002 818	L_1'
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

Das Biegemoment in der Mitte des m -ten Querträgers, worin die Einzellast P auf den Leiterträger wirkt, ist

$$L_r = +\frac{1}{4}Pl + \frac{1}{2}(L_m + L_m') = +\frac{1}{4}Pl + \frac{1}{2}L_{m,0},$$

woraus sich

$$\text{für } m=1 \text{ und } m=5: \quad L_r = +0.236 400 Pl,$$

$$\text{„ } m=2 \text{ und } m=4: \quad L_r = +0.225 598 Pl,$$

$$\text{„ } m=3: \quad L_r = +0.225 472 Pl$$

ergibt.

4) Die Torsionsmomente.

a) Die Torsionsmomente in beiden Hauptträgern.

Sind L_r und L_r' gefunden, so ergibt sich für X_r bzw. X_r' :

$$X_r = -\sum_{l=1}^{r-1} L_l = +\sum_{l=r}^n L_l, \quad X_r' = -\sum_{l=1}^{r-1} L_l' = +\sum_{l=r}^n L_l'.$$

Damit erhalten wir:

Tabelle 54. X_r und X_r' . (Multiplikator: Pl)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
X_2	+0.024 382	-0.037 000	-0.046 682	-0.043 459	-0.026 061	$-X_5'$
X_3	-0.017 004	-0.030 581	-0.067 735	-0.048 405	-0.024 823	$-X_4'$
X_4	-0.021 865	-0.045 733	-0.043 207	-0.055 143	-0.019 092	$-X_3'$
X_5	-0.026 027	-0.043 171	-0.044 045	-0.012 759	-0.002 818	$-X_2'$
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

b) Die Torsionsmomente in den Querträgern.

Da nach Gl. (5) und (5 a)

$$Y_r = \frac{1}{2}(\bar{M}_r^l - \bar{M}_r^r)$$

ist, so ergibt sich für die Torsionsmomente in den Querträgern:

Tabelle 55. Y_r . (Multiplikator: Pl)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
Y_1	+0.042 761	-0.004 654	-0.034 774	-0.039 137	-0.026 206	Y_5
Y_2	-0.007 818	-0.036 377	-0.051 085	-0.044 999	-0.025 132	Y_4

I_3	-0.015 916	-0.043 353	-0.052 957	-0.043 357	-0.015 916	I_3
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

5) Die Knotenpunktverschiebungen.

Aus Gl. (29 a) ergibt sich

für $r \neq m$: $Z_{r,0} = -\mu l M_r$ und für $r = m$: $Z_{m,0} = -\mu l (M_m - Pl/6)$.

Damit folgt:

Tabelle 56. $Z_{r,0}$. (Multiplikator: μPl^3)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
$Z_{2,0}$	-0.270 175	-0.736 379	-0.574 393	-0.303 046	-0.070 175
$Z_{3,0}$	-0.170 175	-0.603 046	-0.907 731	-0.603 046	-0.170 175
$Z_{4,0}$	-0.070 175	-0.303 046	-0.574 393	-0.736 379	-0.270 175

Aus Gl. (30 a) ergibt sich:

Tabelle 57. \bar{Z}_r . (Multiplikator: μPl^2)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
\bar{Z}_2	-0.109 202	-0.066 329	-0.032 010	-0.008 174	+0.008 676
\bar{Z}_3	-0.031 827	-0.014 415	0	+0.014 415	+0.031 827
\bar{Z}_4	-0.008 676	+0.008 174	+0.032 010	+0.066 329	+0.109 202

Zur Ermittlung der Knotenpunktverschiebungen ergibt sich nach Gl. (29) bis (32)

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= +\frac{2\mu l}{15}(M_2' + 2M_1' + 2M_1'') - \frac{1}{10} \sum_{i=2}^4 (5-i)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i), \\ z_2 &= -\frac{1}{8} \sum_{i=2}^4 (5-i)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i) + \frac{3}{4} z_1, \\ z_3 &= -\frac{1}{4} \sum_{i=2}^4 (5-i)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i) + \frac{1}{2}(Z_{2,0} + \bar{Z}_2) + \frac{1}{2} z_1, \\ z_4 &= -\frac{1}{8} \sum_{i=2}^4 (i-1)(Z_{i,0} + \bar{Z}_i) + \frac{1}{4} z_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

und wegen der Symmetrie

$$(z_r')_m = (z_{6-r})_{(6-m)},$$

so dass wir die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte.

Tabelle 58. z_r und z_r' . (Multiplikator: μPl^3)

m	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	
z_1	+0.309 857	+0.564 725	+0.509 637	+0.310 439	+0.055 684	z_5'
z_2	+0.477 847	+0.915 784	+0.912 368	+0.583 826	+0.119 534	z_4'
z_3	+0.396 148	+0.865 488	+1.011 892	+0.701 603	+0.162 634	z_3'
z_4	+0.219 956	+0.509 837	+0.825 533	+0.514 039	+0.118 729	z_2'
	$m=5$	$m=4$	$m=3$	$m=2$	$m=1$	m

Mittels der im obigen ermittelten Resultate sind die Biegemomenten- und Torsions-

momentenverläufe für einzelne Laststellung und die Einflusslinien der Biegungs- und Torsionsmomente, Auflagerkräfte und Knotenverschiebungen in den Abbildungen auf den Tafeln im Anhang aufgetragen.

5. Der schiefe Leiterträger mit drei Querträgern.

Es soll hier speziell der in Abb. 53 dargestellte, schiefe Leiterträger mit drei Querträger untersucht werden.

1) Die Biegemomente beider Hauptträger und die Auflagerkräfte.

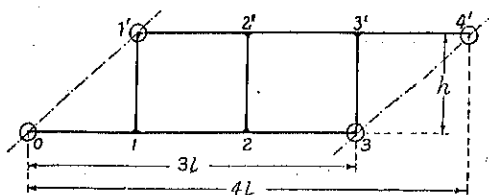


Abb. 53.

In diesem Falle erhalten wir aus Gl. (16):

$$\delta M_2^i - \bar{M}_2^r + \delta \bar{M}_1^r - M_1 = -\frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_2^i + \bar{S}_1^r), \quad (50)$$

$$\delta \bar{M}_3^i - \bar{M}_3^r + \delta \bar{M}_2^r + M_3 = -\frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_3^i + \bar{S}_2^r), \quad (50 a)$$

aus Gl. (20):

$$\begin{aligned} & \bar{M}_3^i - a \bar{M}_2^i - b \bar{M}_2^r + a \bar{M}_1^r + \left(b + c + \frac{3}{2}\right) M_1 + \left(c - \frac{1}{2}\right) M_3 \\ & = + \left[P_{1,0} + \frac{1}{2} P_{2,0} + \bar{P}_1 - \bar{P}_2 + c(P_1 + P_2' + P_3') \right] l + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_3^i - \bar{S}_1^r) - \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_2 - \bar{T}_1), \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} & -a \bar{M}_3^i + b \bar{M}_2^i + a \bar{M}_2^r - \bar{M}_1^r + \left(c - \frac{1}{2}\right) M_1 + \left(b + c + \frac{3}{2}\right) M_3 \\ & = + \left[\frac{1}{2} P_{2,0} + P_{3,0} + \bar{P}_2 - \bar{P}_3 + c(P_1 + P_2 + P_3') \right] l + \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_3^i - \bar{S}_2^r) - \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_3 - \bar{T}_2) \end{aligned} \quad (51 a)$$

und aus Gl. (34):

$$M_1 - M_3 = + \frac{1}{3} (2P_1 + P_2 - P_2' - 2P_3') l \quad (52)$$

Da nach Gl. (29 a)

$$\begin{aligned} Z_{2,0} &= -\mu l \left(M_2 - \frac{1}{6} P_{2,0} l \right) - U_{2,0} l \\ &= -\frac{\mu l}{6} \left[2P_{2,0} l + 3(M_1 + M_3) \right] - \mu (S_{2,0}^i + S_{2,0}^r) \end{aligned}$$

und

$$3 - 2i + 1 = 0 \quad \text{für } i = 2,$$

so erhalten wir nach Gl. (35):

$$(20 + 9\alpha)(M_1 + M_3) + (1 - 9\alpha)(\bar{M}_1^r - \bar{M}_3^i) + (5 + 18\alpha)(\bar{M}_2^i - \bar{M}_2^r)$$

$$= -6P_{2,0}l - \frac{6}{l} [4(S_1^r + S_1^t + S_3^r + S_3^t) + 5(S_2^t + S_2^r) - (S_2^r + S_2^t)] \dots (53)$$

Nun ergeben sich aus Gl. (50) und (50 a):

$$M_1 + M_3 - \delta(\bar{M}_1^r - \bar{M}_3^t) - (1 + \delta)(\bar{M}_2^t - \bar{M}_2^r) = + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t - \bar{S}_2^r - \bar{S}_3^t) \dots (54)$$

$$M_1 - M_3 - \delta(\bar{M}_1^r + \bar{M}_3^t) - (1 - \delta)(\bar{M}_2^t + \bar{M}_2^r) = + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t + \bar{S}_2^r + \bar{S}_3^t) \dots (55)$$

und aus Gl. (51) und (51 a):

$$(b + 2c + 1)(M_1 + M_3) + (a - 1)(\bar{M}_1^r - \bar{M}_3^t) - (a - b)(\bar{M}_2^t - \bar{M}_2^r) = + (1 + c)(2P_1 + P_{2,0} + 2P_3')l - \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_1^r - \bar{S}_2^t + \bar{S}_2^r - \bar{S}_3^t) + \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_1 - \bar{T}_3) \dots (56)$$

$$(b + 2)(M_1 - M_3) + (a + 1)(\bar{M}_1^r + \bar{M}_3^t) - (a + b)(\bar{M}_2^t + \bar{M}_2^r) = + [2P_1 - (2 + c)\bar{P}_2 - 2P_3']l - \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_1^r - \bar{S}_2^t - \bar{S}_2^r + \bar{S}_3^t) + \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_1 - 2\bar{T}_2 + \bar{T}_3) \dots (57)$$

Setzen wir nun der Kürze halber

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \bar{M}_1 - \bar{M}_3, & u_1 &= \bar{M}_1^t + \bar{M}_3^t, & u_2 &= \bar{M}_2^t + \bar{M}_2^r, \\ v_0 &= M_1 + M_3, & v_1 &= \bar{M}_1^r - \bar{M}_3^t, & v_2 &= \bar{M}_2^t - \bar{M}_2^r, \end{aligned} \right\} \dots (58)$$

und

$$\left. \begin{aligned} A &= + \frac{1}{3}(2P_1 + \bar{P}_2 - 2P_3')l, \\ B &= + [2P_1 - (2 + c)\bar{P}_2 - 2P_3']l - \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_1^r - \bar{S}_2^t - \bar{S}_2^r + \bar{S}_3^t) + \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_1 - 2\bar{T}_2 + \bar{T}_3), \\ C &= + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t + \bar{S}_2^r + \bar{S}_3^t), \\ A' &= - 6P_{2,0}l - \frac{6}{l} [4(S_1^r + S_1^t + S_3^r + S_3^t) + 5(S_2^t + S_2^r) - (S_2^r + S_2^t)], \\ B' &= + (1 + c)(2P_1 + P_{2,0} + 2P_3')l - \frac{12}{\beta l} (\bar{S}_1^r - \bar{S}_2^t + \bar{S}_2^r - \bar{S}_3^t) + \frac{12l}{h^2} (\bar{T}_1 - \bar{T}_3), \\ C' &= + \frac{2}{\alpha l} (\bar{S}_1^r + \bar{S}_2^t - \bar{S}_2^r - \bar{S}_3^t), \end{aligned} \right\} \dots (59)$$

so erhalten wir zur Ermittlung der sechs Unbekannten $M_1, M_3, \bar{M}_1^r, \bar{M}_2^t, \bar{M}_2^r$ und \bar{M}_3^t zwei voneinander unabhängige Systeme der je drei simultanen Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= A, \\ (b + 2)u_0 + (a + 1)u_1 - (a + b)u_2 &= B, \\ u_0 - \delta u_1 + (1 - \delta)u_2 &= C, \end{aligned} \right\} \dots (60)$$

und

$$\left. \begin{aligned} (20 + 9\alpha)v_0 + (1 - 9\alpha)v_1 + (5 + 18\alpha)v_2 &= A', \\ (b + 2c + 1)v_0 + (a - 1)v_1 - (a - b)v_2 &= B', \\ v_0 - \delta v_1 - (1 + \delta)v_2 &= C'. \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

Sind u und v aus vorstehenden Gleichungssystem aufgelöst, was aber ohne besondere Schwierigkeiten erfolgen wird, so ergibt sich nach Gl. (III, 15) und Gl. (14):

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{2}(u_0 + v_0), & \bar{M}_1^i &= \frac{1}{2}(u_1 + v_1), & \bar{M}_2^i &= \frac{1}{2}(u_2 + v_2), \\ M_3 &= \frac{1}{2}(v_0 - u_0), & \bar{M}_3^i &= \frac{1}{2}(u_1 - v_1), & \bar{M}^r &= \frac{1}{2}(u_2 - v_2), \\ M_2 &= \frac{1}{2}(P_{2,0}l + M_1 + M_3) = \frac{1}{2}(P_{2,0}l + v_0), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

und

$$\left. \begin{aligned} M_1^i &= M_1 = \frac{1}{2}(u_0 + v_0), & M_3^r &= M_3 = \frac{1}{2}(v_0 - u_0), \\ M_1^r &= \frac{1}{4}(u_0 + u_1 + v_0 + v_1), & M_1^i &= \frac{1}{4}(u_0 - u_1 + v_0 - v_1), \\ M_2^i &= \frac{1}{4}(P_{2,0}l + v_0 + u_2 + v_2), & M_2^r &= \frac{1}{4}(P_{2,0}l + v_0 - u_2 - v_2), \\ M_3^i &= \frac{1}{4}(P_{2,0}l + v_0 + u_2 - v_2), & M_3^r &= \frac{1}{4}(P_{2,0}l + v_0 - u_2 + v_2), \\ M_3^i &= \frac{1}{4}(v_0 - u_0 - v_1 + u_1), & M_3^r &= \frac{1}{4}(v_0 - u_0 + v_1 - u_1). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (63)$$

Wenn M_1 und M_3 ermittelt werden, so ergibt sich für die Auflagerkräfte:

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= +\frac{M_1}{l} + P_0, & R_1' &= +\frac{M_3}{l} + P_1', \\ R_1' &= \frac{1}{2} \left[2P_{1,0} + P_{2,0} + \frac{1}{l}(M_3 - 3M_1) \right], \\ R_3 &= \frac{1}{2} \left[P_{2,0} + 2P_{3,0} + \frac{1}{l}(M_1 - 3M_3) \right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

2) Die Biegemomente der Querträger und die Torsionsmomente.

Aus Gl. (36) ergibt sich in diesem Falle:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon L_{2,0} - (3 + \varepsilon)L_{1,0} &= -\frac{2\varepsilon}{h}(T_{2,0} - T_{1,0}), \\ \varepsilon L_{2,0} - 2(1 + \varepsilon)L_{2,0} + \varepsilon L_{1,0} &= -\frac{2\varepsilon}{h}(T_{3,0} - 2T_{2,0} + T_{1,0}), \\ - (2 + \varepsilon)L_{3,0} + \varepsilon L_{2,0} &= +\frac{2\varepsilon}{h}(T_{3,0} - T_{2,0}), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

wodurch wir

$$\left. \begin{aligned} L_{1,0} &= +\frac{2\varepsilon}{(2 + \varepsilon)(2 + 3\varepsilon)h} [\varepsilon T_{3,0} + (2 + \varepsilon)T_{2,0} - 2(1 + \varepsilon)T_{1,0}] \\ L_{2,0} &= +\frac{2\varepsilon}{(2 + 3\varepsilon)h} [T_{1,0} - 2T_{2,0} + T_{3,0}], \\ L_{3,0} &= +\frac{2\varepsilon}{(2 + \varepsilon)(2 + 3\varepsilon)h} [\varepsilon T_{1,0} + (2 + \varepsilon)T_{2,0} - 2(1 + \varepsilon)T_{3,0}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (66)$$

erhalten. Für \bar{L}_r ergibt sich nach Gl. (37)

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_1 &= -\frac{h}{4l}(u_0 + u_1 - u_2 + v_0 + v_1 - v_2) + \frac{1}{2}(R_1' + P_1)h, \\ \bar{L}_2 &= +\frac{h}{2l}(u_1 - u_2) + \frac{1}{2}P_2h, \\ \bar{L}_3 &= -\frac{h}{4l}(u_0 + u_1 - u_2 - v_0 - v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(R_3 - P_3)h. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (67)$$

Sind $L_{r,0}$ und \bar{L}_r festgelegt, so ergibt sich für die Biegemomente an den Enden der Querträger

$$L_r = \frac{1}{2}(L_{r,0} + \bar{L}_r), \quad L_r' = \frac{1}{2}(L_{r,0} - \bar{L}_r), \quad \dots\dots\dots (68)$$

und nach Ermittlung von L_r und L_r' können die Torsionsmomente in beiden Hauptträgern durch die folgende Gl. (69) bestimmt werden.

$$X_2 = -L_1, \quad X_2' = -L_1', \quad X_3 = +L_3, \quad X_3' = +L_3' \quad \dots\dots\dots (69)$$

Zur Ermittlung der Torsionsmomente in den Querträgern dienen die Gl. (5) und (5a), welche in diesem Falle in

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= \frac{1}{2}(\bar{M}_1^t - \bar{M}_1^r) = \frac{1}{4}(u_0 + v_0 - u_1 - v_1), \\ Y_2 &= \frac{1}{2}(\bar{M}_2^t - \bar{M}_2^r) = \frac{1}{2}v_2, \\ Y_3 &= \frac{1}{2}(\bar{M}_3^t - \bar{M}_3^r) = \frac{1}{4}(u_1 - v_1 - u_0 + v_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

übergehen.

3) Die Verschiebungen der Knotenpunkte.

Da nach Gl. (29a) und (30a)

$$\begin{aligned} Z_{2,0} + \bar{Z}_2 &= -\frac{\mu l}{3}(M_1^r + 2M_2^t + 2M_3^r + M_3^t) - 2U_2l, \\ Z_{2,0} - \bar{Z}_2 &= -\frac{\mu l}{3}(M_1^r' + 2M_2^v + 2M_3^r' + M_3^v) - 2U_2'l, \end{aligned}$$

so erhalten wir aus Gl. (31) und (32) für die Verschiebungen der Knotenpunkte

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= +\frac{\mu l}{18}(4M_1^t + 5M_1^r + 4M_2^t + 2M_2^r + M_3^t) + \frac{l}{3}(2U_1 + U_2), \\ z_2 &= +\frac{\mu l}{18}(2M_1^t + 4M_1^r + 5M_2^t + 4M_2^r + 2M_3^t) + \frac{l}{3}(U_1 + 2U_2), \\ z_2' &= +\frac{\mu l}{18}(2M_1^r' + 4M_2^v + 5M_3^r' + 4M_3^v + 2M_3^r') + \frac{l}{3}(2U_2' + U_3'), \\ z_3' &= +\frac{\mu l}{18}(M_1^r' + 2M_2^v + 4M_2^v' + 5M_3^v + 4M_3^v') + \frac{l}{3}(U_2' + 2U_3'). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$

6. Zahlenbeispiel zum schiefen Leiterträger mit drei Querträgern.

Im folgenden soll der in **Abb. 54** dargestellte, schiefe Leiterträger mit drei Querträgern aus Eisenbeton nach den im vorhergehenden Paragraphen ermittelten Formeln berechnet werden.

Mit Vernachlässigung der Eiseneinlagen erhalten wir für die Trägheitsmomente und Drillungswiderstände beider Hauptträger bzw. aller Querträger :

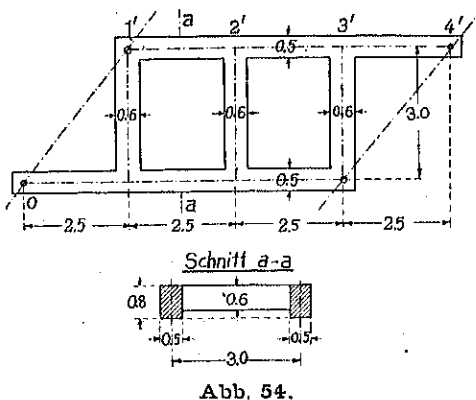


Abb. 54.

$$I = \frac{0.5 \times 0.8^3}{12} = 0.02133 \text{ m}^4, \quad H = \frac{0.5^3}{3} (0.8 - 0.63 \times 0.5) = 0.02021 \text{ m}^4,$$

$$J = \frac{0.6^4}{12} = 0.01080 \text{ m}^4, \quad K = 0.1426 \times 0.6^4 = 0.01848 \text{ m}^4,$$

Mit $l=2.5 \text{ m}$, $h=3.0 \text{ m}$ und $E/G=2.1$ ergeben sich :

$$\alpha = 3.463, \quad \beta = 3.417, \quad \gamma = 3.192, \quad \delta = 1.289, \quad \epsilon = 1.070,$$

und nach Gl. (21) :

$$a = +14.242, \quad b = -5.081, \quad c = +5.605.$$

Mit diesen Werten werden die Gl. (60) bzw. (61) zu :

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= A, \\ -3.081 u_0 + 15.242 u_1 - 11.161 u_2 &= B, \\ u_0 - 1.289 u_1 - 0.289 u_2 &= C, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

$$\left. \begin{aligned} 49.967 v_0 - 28.967 v_1 + 64.934 v_2 &= A', \\ 7.129 v_0 + 13.242 v_1 - 19.323 v_2 &= B', \\ v_0 - 1.289 v_1 - 2.289 v_2 &= C'. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

Lösen wir diese Systeme der Gleichungen einzeln auf, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= +A, \\ u_1 &= +0.641304 A + 0.015379 B - 0.593942 C, \\ u_2 &= +0.599795 A - 0.068595 B - 0.811115 C, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= +0.013374 A' + 0.036334 B' + 0.072831 C', \\ v_1 &= +0.000728 A' + 0.043431 B' - 0.345989 C', \\ v_2 &= +0.005433 A' - 0.008584 B' - 0.210281 C'. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (75)$$

Die Formeln (66) für $L_{r,0}$ werden mit $\varepsilon=1.070$ zu:

$$\left. \begin{aligned} L_{1,0} &= -0.55391 T_{1,0} + 0.41075 T_{2,0} + 0.14316 T_{3,0}, \\ L_{2,0} &= +0.41075 (T_{1,0} - 2T_{2,0} + T_{3,0}), \\ L_{3,0} &= +0.14316 T_{1,0} + 0.41075 T_{2,0} - 0.55391 T_{3,0}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (76)$$

Mit Zugrundelegung der obigen Erwähnungen sollen einige Belastungsfälle untersucht werden.

1) Einflüsse des Eigengewichts.

Wenn wir das spezifische Gewicht des Eisenbetons mit 2.4 t/cbm ansetzen, so erhalten wir für beide Hauptträger eine gleichmässig verteilte Last von

$$2.4 \times 0.5 \times 0.8 = 0.960 \text{ t/m.}$$

und für alle Querträger

$$2.4 \times 0.6^2 = 0.864 \text{ t/m.}$$

Damit ergeben sich:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 = P'_2 = P'_3 &= +3.696 \text{ t}, & P'_1 = P_3 &= +2.496 \text{ t}, & P_0 = P'_1 &= +1.200 \text{ t}, \\ P_{1,0} = P_{3,0} &= +0.192 \text{ t}, & P_{2,0} &= +7.392 \text{ t}, & \bar{P}_1 = -\bar{P}_3 &= +1.200 \text{ t}, & \bar{P}_2 = 0, \\ S'_1 = S'_2 = S'_3 &= S''_1 = S''_2 = S''_3 = S'_1 = S'_2 = S'_3 = S''_1 = S''_2 = S''_3 &= +\frac{1}{24} \cdot 0.96 \times 2.5^2 &= +0.625 \text{ m}^2\text{t}, \\ T_1 = T_2 = T_3 = T'_1 &= T'_2 = T'_3 &= +\frac{1}{24} \cdot 0.864 \times 3.0^2 &= +0.972 \text{ m}^2\text{t}, \\ S''_{1,0} = S''_{2,0} = S''_{3,0} &= S''_{1,0} = S''_{2,0} = S''_{3,0} &= +1.250 \text{ m}^2\text{t}, & \bar{S}_1 = \bar{S}_2 = \bar{S}_3 &= \bar{S}'_1 = \bar{S}'_2 = \bar{S}'_3 = 0, \\ T_{1,0} = T_{2,0} = T_{3,0} &= +1.944 \text{ m}^2\text{t}, & \bar{T}_1 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3 &= 0, \end{aligned}$$

so dass wir aus Gl. (59)

$$A = B = C = C' = 0, \quad A' = -146.880 \text{ mt}, \quad B' = +366.1812 \text{ mt}$$

erhalten und damit aus Gl. (74) bzw. (75):

$$u_0 = u_1 = u_2 = 0,$$

$$v_0 = +11.3405 \text{ mt}, \quad v_1 = +15.79669 \text{ mt}, \quad v_2 = -3.94130 \text{ mt}.$$

Damit ergeben sich aus Gl. (63) und (70) für die Knotenmomente beider Hauptträger und die Torsionsmomente in Querträgern:

$$M'_1 = M'_3 = +5.6702 \text{ mt}, \quad M'_1 = M'_3 = +6.7843 \text{ mt}, \quad M'_2 = M'_2 = +7.3938 \text{ mt},$$

$$M''_2 = M''_2 = +9.3644 \text{ mt}, \quad M''_3 = M''_1 = Y_1 = Y_3 = -1.1141 \text{ mt}, \quad Y_2 = -1.9707 \text{ mt}.$$

Aus Gl. (64) ergeben sich die Auflagerkräfte:

$$R_0 = R'_1 = +3.468 \text{ t}, \quad R_3 = R'_1 = +7.620 \text{ t}.$$

Da $T_{1,0} = T_{2,0} = T_{3,0}$, so verschwinden alle $L_{r,0}$; wir erhalten dann nach Gl. (67) und (68) für die Biegemomente an den Anschlusspunkten der Querträger und die Torsionsmomente in beiden Hauptträgern:

$$I_{A1} = -I_{A1}' = -L_3 = L_3' = -X_2 = X_2' = -X_3 = X_3' = +3.1350 \text{ mt},$$

$$L_2 = L_2' = 0.$$

Die Verschiebungen der Knotenpunkte werden nach Gl. (71) zu:

$$z_1 = z_3' = +0.8742 \text{ mm}, \quad z_2 = z_2' = +0.9276 \text{ mm}.$$

Aus den im obigen ermittelten Werten sind die Biegungs- und Torsionsmomentenflächen in Abb. 55 aufgetragen.

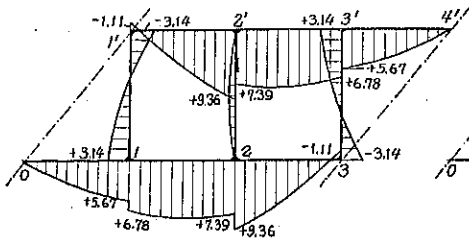


Abb. 55a. Biegemomente.

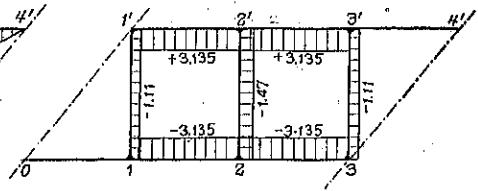


Abb. 55b. Torsionsmomente.

2) Eine Einzellast P im Knoten 1.

Wirkt eine Einzellast P auf den Leiterträger im Knoten 1, so wird

$$P_1 = P_{1,0} = \bar{P}_1 = +P$$

und verschwinden alle S und T , so dass sich

$$A = +\frac{2}{3}Pl, B = +2Pl, B' = +2(1+c)Pl = +13.210Pl \quad A' = C = C' = 0.$$

Damit erhalten wir aus Gl. (74) bzw. (75)

$$\begin{aligned} w_0 &= +0.666\ 667\ Pl, & w_1 &= +0.458\ 294\ Pl, & w_2 &= +0.262\ 673\ Pl, \\ v_0 &= +0.479\ 645\ Pl, & v_1 &= +0.573\ 833\ Pl, & v_2 &= -0.113\ 449\ Pl. \end{aligned}$$

Wir erhalten dann:

$$\begin{aligned} M_1^I &= +0.57316\ Pl, & M_1^{II} = Y_1 &= +0.02867\ Pl, & R_0 &= +0.57316\ P, \\ M_1^R &= +0.54449\ Pl, & M_2^I &= +0.08260\ Pl, & R_1^I &= +0.09351\ P, \\ M_2^I &= +0.15722\ Pl, & M_2^{II} &= +0.02583\ Pl, & R_2 &= +0.42084\ P, \\ M_2^R &= +0.21394\ Pl, & M_3^I &= -0.01799\ Pl, & R_3^I &= -0.09351\ P, \\ M_3^I = Y_3 &= -0.07552\ Pl, & M_3^{II} &= -0.09351\ Pl, & Y_2 &= -0.05672\ Pl, \end{aligned}$$

$$L_1 = -L_1' = -X_2 = X_2' = +0.01979\ Ph = +0.02375\ Pl,$$

$$L_2 = -L_2' = \quad \quad \quad +0.04891\ Ph = +0.05869\ Pl,$$

$$L_3 = -L_3' = X_3 = -X_3' = -0.06370\ Ph = -0.08244\ Pl,$$

$$z_1 = +0.38313\ \mu Pl^2, \quad z_2' = +0.01434\ \mu Pl^2,$$

$$z_2 = +0.26751\ \mu Pl^2, \quad z_3' = -0.00966\ \mu Pl^2.$$

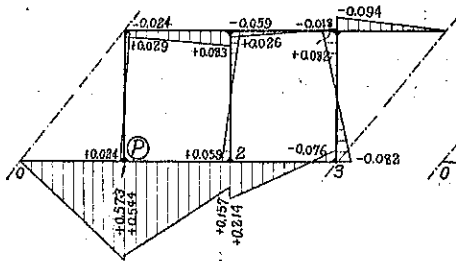


Abb 56a. Biegemomente.

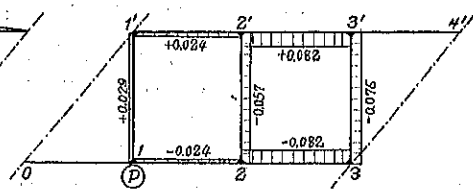


Abb. 56b. Torsionsmomente

3) Eine Einzellast P im Knoten 2.

In diesem Falle:

$$P_2 = P_{2,0} = \bar{P}_2 = +P, \quad S = T = 0,$$

$$A = +\frac{Pl}{3}, \quad B = -7.605 Pl, \quad A' = -6 Pl, \quad B' = +6.605 Pl, \quad C = C' = 0.$$

Damit ergeben sich:

$$u_0 = +0.333 \ 333 Pl, \quad u_1 = +0.096 \ 811 Pl, \quad u_2 = +0.721 \ 597 Pl,$$

$$v_0 = +0.159 \ 742 Pl, \quad v_1 = +0.282 \ 494 Pl, \quad v_2 = -0.089 \ 302 Pl.$$

Wir erhalten dann:

$$M_1^I = +0.24654 Pl, \quad M_1^V = +0.21810 Pl, \quad M_2^I = +0.44801 Pl, \quad M_2^V = +0.40266 Pl,$$

$$M_3^I = -0.08982 Pl, \quad M_3^V = +0.02844 Pl, \quad M_3^V = +0.13186 Pl, \quad M_3^V = +0.08721 Pl,$$

$$M_3^V = +0.00302 Pl, \quad M_3^V = -0.08680 Pl;$$

$$R_0 = +0.24654 P, \quad R_1 = +0.08680 P, \quad R_3 = +0.75346 P, \quad R_3' = -0.08680 P;$$

$$Y_1 = +0.01412 Pl, \quad Y_2 = -0.04466 Pl, \quad Y_3 = -0.04491 Pl;$$

$$L_1 = -L_1' = -X_2 = X_2' = +0.01402 Ph = +0.01682 Pl,$$

$$L_2 = -L_2' = +0.09380 Ph = +0.11256 Pl,$$

$$L_3 = -L_3' = X_3 = -X_3' = -0.10782 Ph = -0.12938 Pl;$$

$$z_1 = +0.26460 \mu Pl^2, \quad z_2' = +0.04771 \mu Pl^2,$$

$$z_2 = +0.29980 \mu Pl^2, \quad z_3' = +0.01716 \mu Pl^2,$$

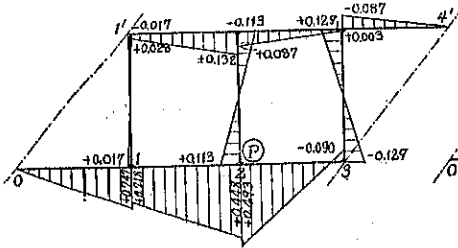


Abb. 57a. Biegemomente.

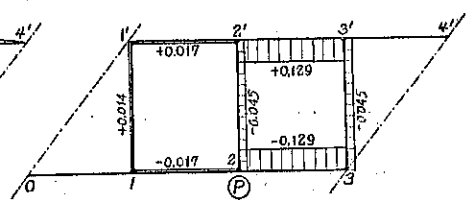


Abb. 57b. Torsionsmomente.

4) Eine Einzellast P in der Mitte des linken Endquerträgers.

$$\text{Es ist: } P_1 = P_1' = \frac{P}{2}, \quad P_{1,0} = +P, \quad \bar{P}_1 = 0, \quad T_{1,0} = +\frac{Ph^2}{8}, \quad \bar{T}_1 = 0,$$

$$A = +\frac{Pl}{3}, \quad B = +Pl, \quad B' = +6.605 Pl, \quad A' = C = C' = 0,$$

so dass:

$$u_0 = +0.333 \ 333 Pl, \quad u_1 = +0.229 \ 147 Pl, \quad u_2 = +0.131 \ 337 Pl,$$

$$v_0 = +0.239 \ 823 Pl, \quad v_1 = +0.236 \ 687 Pl, \quad v_2 = -0.056 \ 725 Pl.$$

Damit erhalten wir:

$$M_1^I = +0.28658 Pl, \quad M_1^V = +0.27224 Pl, \quad M_2^I = +0.07861 Pl, \quad M_2^V = +0.10697 Pl,$$

$$M_3^I = -0.03776 Pl, \quad M_3^V = +0.01454 Pl, \quad M_3^V = +0.04230 Pl, \quad M_3^V = +0.01294 Pl,$$

$$\begin{aligned}
 M_3'' &= -0.00890 Pl, & M_3''' &= -0.04675 Pl; \\
 R_0 &= +0.28658 P, & R_1' &= +0.54675 P, & R_2 &= +0.21343 P, & R_4' &= -0.04675 P; \\
 Y_1 &= +0.01434 Pl, & Y_2 &= -0.02836 Pl, & Y_3 &= -0.03776 Pl.
 \end{aligned}$$

Aus Gl. (76) bzw. (67) sich

$$\begin{aligned}
 L_{1,0} &= -0.06924 Ph, & L_{2,0} &= +0.05134 Ph, & L_{3,0} &= +0.01790 Ph, \\
 \bar{L}_1 &= +0.01979 Ph, & \bar{L}_2 &= +0.04891 Ph, & \bar{L}_3 &= -0.06870 Ph
 \end{aligned}$$

ergeben, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= -X_2 = -0.02472 Ph = -0.02966 Pl, & L_1' &= -X_2' = -0.04452 Ph = -0.05342 Pl, \\
 L_2 &= +0.05012 Ph = +0.06014 Pl, & L_2' &= +0.00122 Ph = +0.00146 Pl, \\
 L_3 &= +X_3 = -0.02540 Ph = -0.03048 Pl, & L_3' &= +X_3' = +0.04330 Ph = +0.05196 Pl.
 \end{aligned}$$

Das Biegemoment in der Mitte des linken Endquerträgers ist dann:

$$L_P = \frac{1}{4} Ph + \frac{1}{2} L_{1,0} = +0.21538 Ph = +0.25864 Pl.$$

Die Knotenpunktverschiebungen ergeben sich aus Gl. (71) zu:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= +0.16657 \mu Pl^2, & z_2' &= +0.00717 \mu Pl^2, \\
 z_2 &= +0.13376 \mu Pl^2, & z_3' &= -0.00483 \mu Pl^2.
 \end{aligned}$$

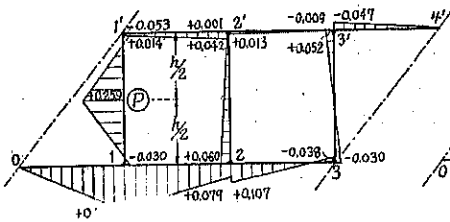


Abb. 58a. Biegemomente.

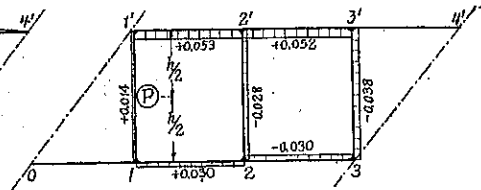


Abb. 58b. Torsionsmomente.

5) Eine Einzellast P in der Mitte des Mittelquerträgers.

$$\text{Es ist: } P_2 = P_2' = \frac{P}{2}, \quad P_{2,0} = +P, \quad \bar{P}_2 = 0, \quad T_{2,0} = +\frac{Ph^2}{8}, \quad \bar{T}_2 = 0,$$

$$A = B = C = C' = 0, \quad A' = -6Pl, \quad B' = +6.605 Pl,$$

so dass:

$$u_0 = u_1 = u_2 = 0, \quad v_0 = +0.159742 Pl, \quad v_1 = +0.282494 Pl, \quad v_2 = -0.089302 Pl.$$

Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 M_1^I &= M_3^I = +0.07987 Pl, & M_1^{II} &= M_3^{II} = +0.11056 Pl, & M_2^I &= M_2^{II} = +0.26761 Pl, \\
 M_2^I &= M_2^{II} = +0.31226 Pl, & M_3^I &= M_3^{II} = Y_1 = Y_3 = -0.03069 Pl, & Y_2 &= -0.04466 Pl, \\
 R_0 &= R_4' = +0.07987 P, & R_2 &= R_1' = +0.42013 P, \\
 z_1 &= z_3' = +0.14092 \mu Pl^2, & z_2 &= z_2' = +0.17376 \mu Pl^2.
 \end{aligned}$$

Da nach Gl. (76) bzw. (67):

$$\begin{aligned}
 L_{1,0} &= +L_{2,0} = +0.05134 Ph, & L_{2,0} &= -0.10268 Ph, \\
 \bar{L}_1 &= -\bar{L}_3 = +0.06720 Ph, & \bar{L}_2 &= 0,
 \end{aligned}$$

so erhalten wir:

$$L_1 = L_3' = -X_2 = X_3' = +0.05927 Ph = +0.07112 Pl,$$

$$L_1' = L_3 = -X_2' = X_3 = -0.00793 Ph = -0.00051 Pl,$$

$$L_2 = L_2' = -0.05134 Ph = -0.06161 Pl.$$

Das Biegemoment in der Mitte des Mittelquerträgers :

$$L_P = +\frac{Ph}{4} + \frac{1}{2} L_{2,0} = +0.19866 Ph = +0.23839 Pl.$$

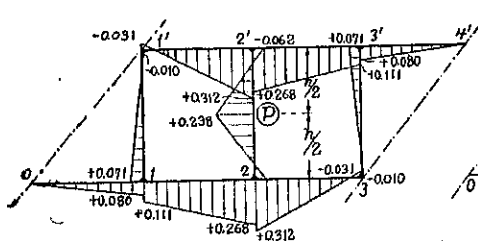


Abb. 59a. Biegemomente.

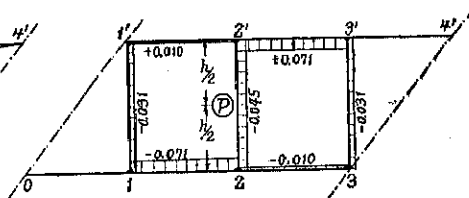
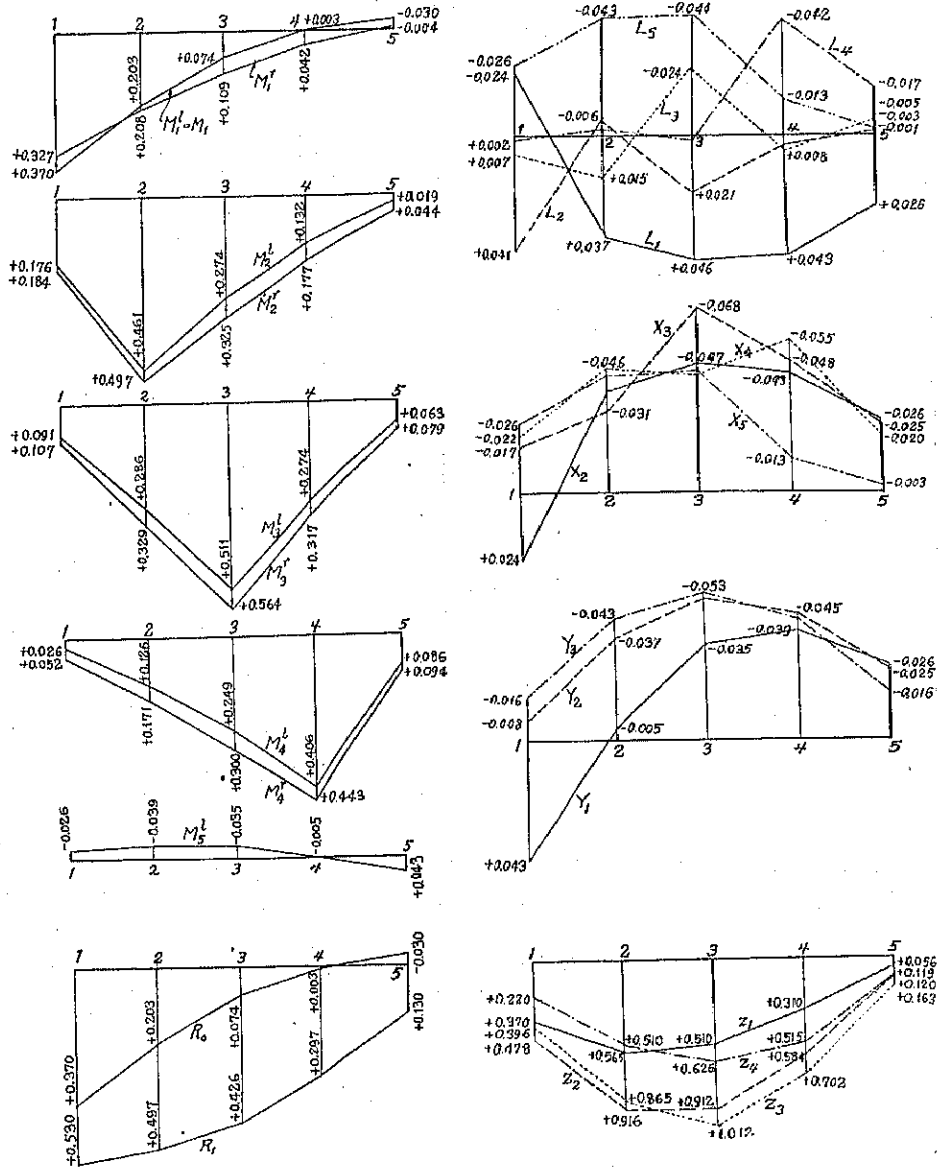


Abb. 59b. Torsionsmomente.

Druckfehlerberichtigung zum vierten Abschnitt.

In der Gleichung (32) auf der Seite 125 lies $\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)$ statt $\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)$.

Tafel VII. Beispiel zum schiefen Leiterträger, Einflusslinien.



Tafel VIII. Beispiel zum schiefen Leiterträger. Momentenverläufe.

Biegemomente.

Torsionsmomente.

