

# 論 說 報 告

土木學會誌 第十七卷第六號 昭和六年六月

## 水源としての地下水の利用に就て

會員 吉 田 彌 七

On the Utilization of Ground Water as Sources of Water

By Yashichi Yoshida, Member.

### 内 容 梗 概

本論は種々なる目的の水源としての地下水の利用を論じたるもので大體三編よりなる。本編に於ては地下水の流れを論ずるに必要な理論を明かにするために砂、砂利其の他の粗鬆なる材料の通水性に就て述べたるものなり。

### 緒 言

大正9年7月より同12月に亘つて著者は本會々員現横浜市水道局長堀江勝巳氏が當時熊本市水道局長たりし頃その依頼により熊本市水道水源たる八景之水谷水源井の設計實驗に従事した。當時地下水の水道水源として利用さるゝもの至つて稀で僅かに二、三の先輩の指導により實施の機運を漸く開拓せる程度の有様であつた。斯くの如く地下水が敬遠されし所以のものはその水量、水質の調査が地表水に比して困難なるがため果して我國の如く實例に乏しき土地に於て成功するか否か危ぶまれたからであらう。然しながら地下水の利用に關しては獨逸、伊太利、米國等に於ては以前から研究され、その結果理論並に實地に亘りて相當に發達して居る。故に著者は充分なる調査研究の下に實施さへすれば我國に於ても地下水は充分水道水源として利用し得べきものであることを信じて疑はなかつた。よつて著者は熊本市水道水源井の設計に當りては充分理論の研鑽を積み且つその理論が果して實際と一致するか否かを數箇月に亘りて實驗によりて照査したが著者の想像せし如く地下水と雖も地表水同様精密に數學的に解決し得ることを確め得た。本論は上水道、灌漑及び工業用水の水源としての地下水の利用に關することであつて第一編に於て地下水の流れを論ずるに必要な理論を明にするため砂、砂利其の他地下水に關係深き材料の通水性に就て著者の意のある處を述べ、第二編に於ては地下水利用の方法としての各種の集水井並に渠に就てその理論及び實際問題に論及し、第三編に於て地下水の概念を述べたい。尙本論文は土木建築の基礎工事、農業土木工事の設計施工、堰堤下の揚力或は漏水、土堰堤の浸潤、源水の濾過等の研究に當つても相當參考資料として役立つであらう。或は一旦緩急の際には軍事上見逃せない問題でもあらう。本論文中に掲げたる圖面の調製及び原稿の複寫には主として白木源藏君が當られた。著者は茲に感謝の意を表する。尙本論は相當長篇なるを以つて數回に亘りて發表する考である。その點會員諸彦の御諒察を乞ふ次第である。

## 第一編 粗鬆なる岩石中の流れ

### 第一章 概 論

地下水を利用するに當つて湧泉の場合の外は集水井又は埋渠によらなくてはならぬ。この問題を取扱ふに當つて先づ研究すべき問題は地下水流に關する理論である。茲に於て著者は含水層をなす各種岩石に就てその通水性を吟味した。元來水流の状態は之れを大別して stream line flow と turbulent flow との二つに分つのである。然らば地下水の flow は之れ等の何れに屬すべきかと言ふに、歐米の先進の多くは含水層中の流れは stream line flow と看做して計算して居るが獨逸特に O. Smreker 博士一派は turbulent flow として取扱つて居る。斯くの如く地下水流が何れであるかさへ各家によつてその考へを異にして居る。故に先づ第一に著者は此の點に關しては理論實際の兩方面より觀察して最後の斷定を下さんと試みた。尙本論に於ては最近濾過池等に用ひられる cemented gravel の通水性に就ても觸れ且つ附録の意味で粘土質材料中の流れに就て論じ尙緩急濾過の理論を杜撰ながら示して置いた。

## 第二章 砂又は砂混り砂利層中の流れ

### 第一節 概 論

#### 1. 流れに關する基本公式

砂又は砂混り砂利中の流れは stream line flow であると考へることが出来る。即ち砂粒の小なるものにありては間隔 (pore space) は甚だ小にして、且つ流れも左まで大ならざる時は砂粒間隔の間の流れは机上に於ても stream line flow であると考へることが出来る。

1856 年 Darcy 氏は實驗の結果次の關係あることを知つた。即ち

$$v = k \frac{h}{l} \dots \dots \dots (1)$$

茲に

- $v$ : 土砂の斷面積と同一なる斷面積に割當てたる流れの速度
- $k$ : transmission constant 即ち Darcy's constant 即ち  $\frac{h}{l} = 1$  と假想せる場合の  $v$  にして假りに比速度と稱す
- $h$ :  $l$  だけの距離を流るゝに要するゝ水頭
- $l$ : 流線 (stream line) の長さ

故に  $h/l$  は水面勾配の sine なるも普通は tangent と考へて差支へない。普通  $J$  を以て之れを表す。

即ち (1) 式より明なる如く地下水の流れの速度は動水勾配に正比例する。

其の後 1892 年 A. Hazen 氏は濾過池に就て實驗をなし 0.10~3.00mm なる有效徑の砂に就て 10°C なる標準温度の場合には次の關係が成立することを主張した。即ち

$$v = cd^2 \frac{h}{l} \dots \dots \dots (2)$$

而して

$$k = cd^2 \dots \dots \dots (3)$$

- $c$ : 常 數
- $d$ : 砂粒の有効徑, mm.

即ち Hazen 氏の實驗によつて砂中の流れは全く capillary flow なることが證明されて居る。勿論特別なる場合には砂中の流れと雖 turbulent flow となり、従つて上述の關係は成立しない。著者は更に  $v$  と  $h/l$  との關係に就て Slichter, Ehrenberger, Stearns 氏等の關係を示さう。

## 2. 研究資料

### (1) Slichter 氏の研究

C. S. Slichter 氏は U. S. G. S. Water Supply & Irrigation Paper 140, Field Test of Underground Waters なる論文中 vertical tank の實驗に於て流量と動水勾配との關係を試験せるに直線の關係あるを知つた。即ち Darcy 氏の法則の正しい事を證明して居る。

### (2) N. D. Stearns 氏の研究

Stearns 氏は U. S. Geological Survey Water Supply Paper 506 に於て Minezer 博士の Permeability tester を用ひ流量と動水勾配との關係を求めたるに完全に近い直線關係を得た。實驗に用ひたる砂は Fort-Caswell, N. C. の産で粒度 0~2 mm, Hazen 氏の有效徑は 0.14 mm 均等係數は 1.9 である。

### (3) Piefke 氏及び King-Luedecke 氏の研究

文献 Prinz:—Hydrologie, 1923.

Dr.-Ing. W. Sichart:—Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen, 1928.

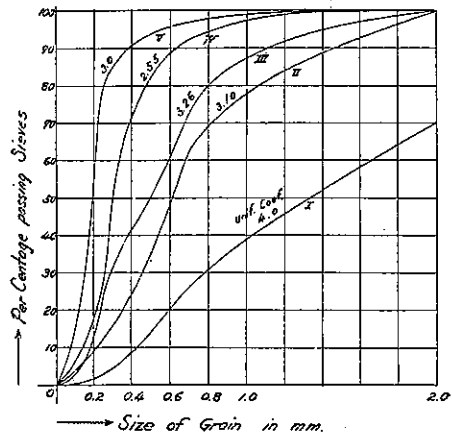
Piefke 氏は第一圖に示す様な砂に就て砂中の流れの速度と動水勾配との關係を吟味し第二圖を得た。圖から明かな様に流速と動水勾配とが正比例するのは自ら限度があるものである。第三圖は King 及び Luedecke 兩氏の實驗の結果である。

### (4) R. Ehrenberger 氏の研究

文献 Z. der Öst. Ing.—und Arch. V. Heft 9/10 1928, R. Ehrenberger:—Versuche über die Ergiebigkeit von Brunnen und Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes

R. Ehrenberger 氏は粒度 0~3mm, 比重 2.64, 空隙率, 散の場合 39%, 密の場合 36.7% の純石英砂に就て 15°C の水の通水試験をなして第四圖の如き結果を得た。

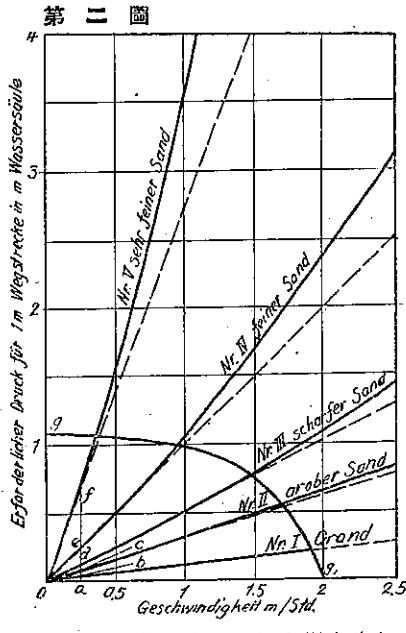
第一圖



## 3. 結 言

以上述べた様に砂中の流れに於ては普通は (1) 式

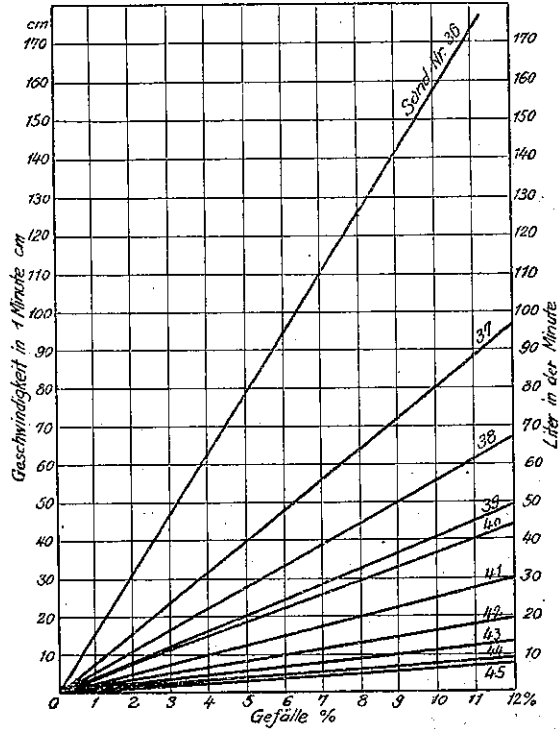
$$v = k \frac{h}{l}$$



g, g, ... angenäherte Grenze der Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes.

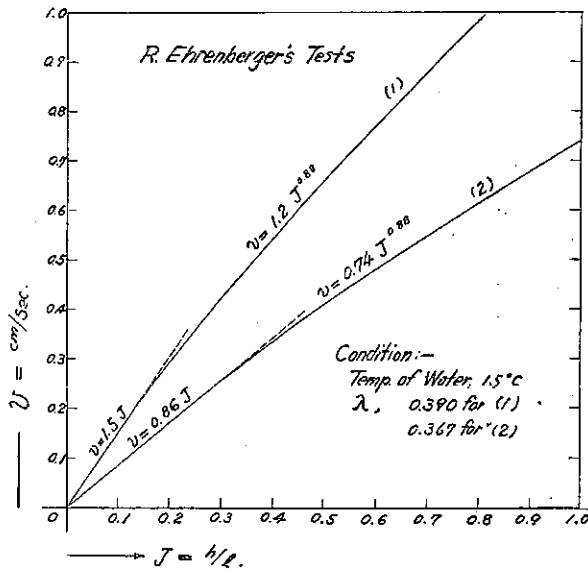
Druckkurven für die Sande I-V. (Nach Piefke.)

第三圖



Nr. 36	mittl. Durchm.	= 2,54	Nr. 41	mittl. Durchm.	= 0,915
" 37	" "	= 1,808	" 42	" "	= 0,799
" 38	" "	= 1,451	" 43	" "	= 0,715
" 39	" "	= 1,217	" 44	" "	= 0,600
" 40	" "	= 1,095	" 45	" "	= 0,520

第四圖



即ち Darcy 氏の法則が適用し得る。然し或程度以上に流速が大きくなれば流れは stream line flow から turbulent flow に變ずるから Darcy 氏の法則は適用が無理になつて來ることを忘れてはならぬ。

第二節 砂中の流れに関する理論的考察

1. C. S. Slichter 氏の研究 (1899 年發表)

文献 Annual Report of the U. S. Geological Survey 19<sup>2</sup> (1899) P. 311

Ph. Forchheimer:—Hydraulik 1924, S. 425~430.

既に述べたる如く砂中の流れは stream line flow なることが實證されたるを以て Slichter 氏はその假定の許に於て砂中の空隙中の流れに就て理論的研究を行つた。以下その大要を記さう。

彼は先づ砂は等径の球よりなるものと假定し、各砂粒を積み重ね、その各砂粒の中心を連ねたる斜方六面體を取り吟味を進めた。今斜方六面體の角稜のなす角を  $\delta$  とすれば

空隙比  $\lambda$  は

$$\lambda = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos\delta)\sqrt{1 + 2\cos\delta}} \dots\dots\dots (4)$$

$\delta = 60^\circ$  の時は  $\lambda = 0.2595$  となり最小空隙比となり、

$\delta = 90^\circ$  ならば  $\lambda = 0.4770$  にして最大空隙比となる。

今  $\delta$  と  $\lambda$  との關係を示せば 第一表 の如し。

第一表

$\lambda$	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40	0.42	0.44	0.46
$\delta$	60°2'	61°18'	62°36'	64°3'	65°37'	67°21'	69°17'	71°28'	74°30'	77°10'	81°25'

今

$h$ : 斜方六面體の高さ

$h'$ :  $h$  なる高さの斜方六面體中の空隙を水が流れる場合の斜距離

とすれば

$$h' = \frac{1 + \cos\delta}{\sin\delta\sqrt{1 + 2\cos\delta}} h \dots\dots\dots (5)$$

$\delta = 90^\circ$  の時は

$$h' = h$$

$\delta = 60^\circ$  の時は

$$h' = \frac{1 + 0.5}{\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1 + 1}} = 1.2250h$$

圓形断面の毛細管内の stream line flow の公式は

$$V = \frac{\gamma D^2 J}{32\eta} \text{ 又は } \frac{\gamma A J}{8\pi\eta} \dots\dots\dots (6)$$

上式中

$\eta$ : 粘性係数

$A$ : 管の断面 即ち  $\pi r^2$

$V$ : 管内の流速

今此の理論を砂中の流れの場合に適用すれば断面  $A = \frac{d^2}{2}(\sin\delta - \frac{\pi}{4})$ , 流れの斜距離は  $h$  の

$\frac{1 + \cos\delta}{\sin\delta\sqrt{1 + 2\cos\delta}}$  倍なるを以て

$$V = \frac{1}{8\pi} \frac{\left(\sin\delta - \frac{\pi}{4}\right)}{2} d^2 \frac{\sin\delta\sqrt{1+2\cos\delta}}{1+\cos\delta} \frac{\gamma J}{\eta} \dots\dots\dots (7)$$

今 (7) 式に (4) 式の値を代入して簡単にする時は

$$V = \frac{d^2}{96} \frac{\sin\delta - \frac{\pi}{4}}{\sin\delta} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\gamma J}{\eta} \dots\dots\dots (8)$$

$d$ : 砂球の径である。

然るに単一斜方四面體の三角形間隙は 2 個にして、その各の面積  $A$  は  $\frac{d^2}{2} \left(\sin\delta - \frac{\pi}{4}\right)$  にして流量を  $q$  とせば

$$\begin{aligned} q &= 2AV = 2 \times \frac{\sin\delta - \frac{\pi}{4}}{2} d^2 \times \frac{d^2}{96} \frac{\sin\delta - \frac{\pi}{4}}{\sin\delta} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\gamma J}{\eta} \\ &= \frac{d^4}{96} \frac{\left(\sin\delta - \frac{\pi}{4}\right)^2}{\sin\delta} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\gamma J}{\eta} \end{aligned}$$

故に砂面の全體に割當てたる流速を  $v$  とせば

$$v = \frac{2AV}{d^2\sin\delta} = \frac{d^2}{96} \frac{\left(\sin\delta - \frac{\pi}{4}\right)^2}{\sin\delta} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\gamma J}{\eta} \dots\dots\dots (9)$$

然るに  $\gamma = 1 \text{ g.cm}^{-2}$ ,  $\eta$  は Poiseulle 氏によれば  $10^\circ\text{C}$  の時は  $0.00001335 \text{ g. sec. cm}^{-2}$  なるを以つて (9) 式は次の如くなる

$$v = 771 \frac{d^2 J}{\varepsilon} \text{ cm. sec}^{-1}, \text{ d は cm. 單位} \dots\dots\dots (10)^*$$

である。

Slichter 氏は  $\lambda$  の各値に對する  $\varepsilon$  の値を第二表の如く計算して居る。

今  $J = \frac{h}{l} = 1$  の時は

(10) 式は  $v = 771 \frac{d^2}{\varepsilon}$

となる。此の時の  $v$  は transmission constant  $k$  なるを以つて

$$k = cd^2 \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式の  $c$  の値は  $\lambda$  によりて異なるもので之れも第二表に示してある。

\* (10) 式中の 771 は著者の計算では  $\frac{1}{0.00001335 \times 96} = 781$  となる

尚式中  $\varepsilon$  は  $\varepsilon = \frac{1-\lambda}{\left(\frac{\sin\delta - \frac{\pi}{4}}{\sin\delta}\right)^2}$  から計算する。

第二表  $\lambda$  と  $k$  及び  $c$  との関係

$\lambda$	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.33	0.40	0.42	0.44	0.46
$k$	84.30	65.90	52.50	42.40	34.70	28.40	24.10	20.30	17.30	14.80	12.30
$c$	9.15	11.60	14.69	18.18	22.22	26.77	31.99	37.98	44.57	52.09	60.23

## 2. Dr.-Ing. Karl Terzaghi 教授の研究

文献 Dr.-Ing. Karl Terzaghi: Erdbaumechanik S. 118~120, 1925.

1. に述べた  $k$  なる transmission constant を計算する Slichter 氏の計算方法は複雑なるを以つて Terzaghi 博士は次の事實から半理論半實驗的に公式を誘導した。即ち水が流るゝ間隙なるものは断面の位置によりて異なるものにして廣い部分は狭い部分の少くとも5倍の幅がある。故に流量を一定とせば最も狭い部分の單位長さの損失水頭は最も廣い部分のそれの25倍に當る。即ち毛細管にては流れによる損失水頭は管徑の2乗に比例するからである。故に砂中の流れは恰も流れに直角に一定間隔に篩を配置した管中の流れと考へ得る。然る時は流れの抵抗は篩の處のみの抵抗即ち砂の最小面積間隙の處のみの抵抗と考へて差支へない。之れが Terzaghi 博士の解法の根本假定である。

今  $\lambda$  を空隙比とすれば

或断面に於ける砂粒の數は

$$\left(\frac{1-\lambda}{\text{常數}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{となる。}$$

$$\text{今} \quad p = \frac{F}{F_1} = \frac{\text{面積間隙}}{\text{全面積}} \quad \text{とす。}$$

而して流れの通路に當る空隙の全容積に對する比は空隙比なるを以つて

$$F_1 \times (1-\lambda)^{\frac{2}{3}} \times \text{常數} = \lambda$$

$$\therefore F = pF_1 = \frac{p\lambda}{(1-\lambda)^{\frac{2}{3}} \times \text{常數}} \dots\dots\dots (12)$$

而して實際は空隙比が非常に小なる時は篩目が閉塞する即ち  $\lambda$  が或値までは  $p$  は 0 である。此の限度を  $\lambda_0$  とすれば

$$F = \frac{p(\lambda - \lambda_0)}{(1-\lambda)^{\frac{2}{3}} \times \text{常數}} \quad \text{となる。}$$

Terzaghi 博士は實驗より  $\lambda_0 = 0.13$  を得た。

而して流量は面積間隙の2乗即ち

$$\left(\frac{\lambda - 0.13}{\sqrt[3]{(1-\lambda)^2}}\right)^2$$

に比例する故に砂の全斷面積に割當てたる流れの transmission constant  $k$  は次の式にて表すことが出来る。即ち

$$k = \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta_t} \right) \left( \frac{\lambda - 0.13}{\sqrt[3]{1 - \lambda}} \right)^2 d^2 = C_1 d^2 \left( \frac{\eta_0}{\eta_t} \right) \dots (13)$$

但し

- $\eta_0$  : 標準温度 (10°C) の時の水の粘性係数
- $\eta_t$  :  $t^\circ\text{C}$  の時の水の粘性係数
- $C$  : 砂粒の粗度, その粒度による係数
- $C_1$  : 砂質と空隙比により異なる係数
- $d$  : 砂の有効径

故に標準温度に於ては

$$k = cd^2 \dots (13a)$$

となる。

$C/\eta_0$  の値は平滑なる球形の砂の場合 800, 不規則なる粒子の砂に対しては 460 なる実験値を得て居る, 故に

$$k = (800 \sim 460) \left( \frac{\eta_0}{\eta_t} \right) \left( \frac{\lambda - 0.13}{\sqrt[3]{1 - \lambda}} \right)^2 d^2 \dots (13b)$$

茲に

$k$  は cm/sec,  $d$  は cm の単位で表す

(13b)式から  $\lambda$  の種々なる値に対して  $k = cd^2$  の  $c$  の値を計算すれば第三表の如くなる。

第三表 Dr. Ing. Karl Terzaghi の準実験公式の  $c$  の値

$\lambda$ の値	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$\lambda - 0.13$	0.12	0.17	0.22	0.27	0.32	0.37
$1 - \lambda$	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50
$\sqrt[3]{1 - \lambda}$	0.909	0.888	0.866	0.843	0.819	0.794
$\frac{\lambda - 0.13}{\sqrt[3]{1 - \lambda}}$	0.132	0.1914	0.254	0.320	0.391	0.466
$\left( \frac{\lambda - 0.13}{\sqrt[3]{1 - \lambda}} \right)^2$	0.0174	0.0366	0.0645	0.1024	0.1529	0.2172
$cd^2$ に於ける						
800 に對し	13.9	29.3	51.6	81.92	122.3	173.8
$c$ の値 460 に對し	8.0	16.8	29.7	47.10	70.3	99.9

### 第三節 著者の理論的考察

砂中の流れは capillary flow なるを以つて勢ひ砂粒の大いさ, 粒度, 配列により空隙比及び面積空隙比に相異を來し, 延いては流れに變化を生ずるものである。故に著者は先づ第一に砂粒の配列を吟味し次で空隙比, 面積空隙比に及び最後に砂中の流れの理論的結論に達しやうと思ふ。

#### 1. 空隙比と砂粒の配列との關係

##### (1) 概説

含水層をなす砂は大小粒混淆する場合が普通であるが計算を容易ならしめんがために均等



徑の球と考へる。然らば砂粒群が齊等なる分布状態にあるものとすれば相隣れる2球の中心を連ぬる軸上に於ては砂粒球は等距離に配置せらるべきである。今任意の1球Oに隣りて而かも同一平面上にあらざる3球A, B, Cを取りO球と之れ等3球との中心線を結ぶOA, OB, OCなる直線を夫々X, Y, Zの軸とし各軸の間の夾角を夫々 $\alpha, \beta, \gamma$ とする。

今之れ等X, Y, Zの軸上には各球が夫々 $a, b, c$ の距離に $l, m, n$ 個配列さるゝものとせば  
 全砂粒球の數= $l \cdot m \cdot n$

である。今此の斜方六面體の容積を $\mathfrak{B}$ とすれば砂球の一個に割當てられたる空間の容積は  
 $\mathfrak{B} / l \cdot m \cdot n$   
 である。

今第五圖に於けるが如くX, Y, Zの軸上に $a, b, c$ に等しき稜を持つ平行六面體の數は

$$(l-1)(m-1)(n-1)$$

である。

然るに $l, m, n$ の各を極めて大なる數と考ふれば之れ等平行六面體の數も亦 $l, m, n$ 個となる。

従つてその平行六面體の體積は

$$\mathfrak{B} / l \cdot m \cdot n$$

となる。然るに前述の如く砂粒一箇に割當てたる空間の容積は $\mathfrak{B} / l \cdot m \cdot n$ なるにより茲に考へ

たる平行六面體の體積は砂粒の1個に割當てられたる空間の容積を表すものと言ふべし。

今該斜方六面體の容積を求むれば

$$v = 2abc \left\{ \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \cdot \sin \frac{-\alpha + \beta + \gamma}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta - \gamma}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta - \gamma}{2} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (14)$$

上式より明なる如く砂層に於ける砂粒の配列状態が異なれば各の砂球に割當てられたる空間の容積も異なるべく、従つてその容積に對應すべき斜方六面體の容積も變化する。而して元來(14)式は斜方六面體の容積を計算するための式なるが、他面之れによりて砂粒の配列の模様を決定することが出来る。従つて(14)式は砂粒の配列の式とも考へられる。即ち式中の $a, b, c$ 及び $\alpha, \beta, \gamma$ を夫々變化することによりて任意の配列を考へることが出来る。

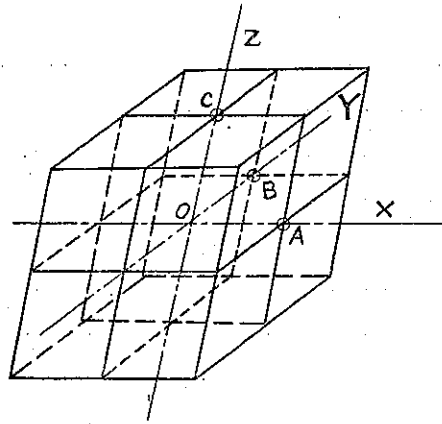
各配列状態に於ける空隙率 $\lambda$ は次の式より求められる。

$$\lambda = 1 - \frac{\pi d^3}{6v} \dots \dots \dots (15)$$

茲に  $d$ : 砂球の徑

(14) 及び (15) 式により凡ての配列に對する砂層の空隙比が分る譯である。此の(15)式は

第五圖



前掲の Slichter 氏の公式(4)と異なつた考へから誘導されたものなるが結果は同一値を示して居る。

Slichter 氏の式は(4)式

$$\lambda = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \delta)\sqrt{1 + 2\cos \delta}}$$

即ち(15)式の  $\alpha = \beta = \gamma = \delta$  とすれば(15)式は(4)式と同一式となる。何となれば(14)式より

$$v = d^3(1 - \cos \delta)\sqrt{1 + 2\cos \delta}$$

となるからである。

以下砂粒の配列と空隙率に就て考へて見やう、本計算では砂粒は等径の球と考へる。即ち  $a = b = c = d$  とする、又  $\alpha = \beta = \gamma = \delta$  なる配列を規則的配列と稱し、 $\alpha, \beta, \gamma$  が一つ又は夫夫異なる値を有する配列を特殊配列と稱することにする。

### (2) 規則的配列の場合の空隙比

規則的配列の時は Slichter 氏の研究と一致するから重ねて論ずるの要はない。第四表を参照され度い。

### (3) 特殊配列の場合

特殊配列と稱するは  $\alpha, \beta, \gamma$  が等しくない場合である。此の配列は規則的配列と同一の配列でも軸の取方によりて特殊配列となることがある。

例(一)  $\alpha = 90^\circ, \beta = \gamma = 60^\circ$   
 $a = b = c = d$

とせば

$$\lambda = 0.2595$$

即ち  $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$  の場合と同様である。

例(二)  $\alpha = 60^\circ, \beta = \gamma = 90^\circ$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} d^3$$

$$\therefore \lambda = 0.3954$$

要するに特殊配列と言ふものの中には無理な特別な配列がある。之れ等は事實上不安定な配列であるから天然にはかゝる配列のものは少いのである。

## 2. 面積空隙比と砂粒の配列との關係

### (1) 概説

既に述べた Slichter 氏及び Terzaghi 博士の説より明なる如く砂中の流れは stream line flow なるを以つて面積空隙に依つて支配される。此の面積空隙は各断面によりて異なるもの

で、砂中の流れの場合は特に最小面積間隙に關係が深い。今  $p_{min}$  及び  $p_{max}$  を最小及び最大の面積間隙とする。

### (2) 規則的配列の場合の面積間隙

先づ規則的配列の場合の最小面積間隙を計算し、併せて  $\lambda$  との關係をも求めて見やう。

今  $\alpha = \beta = \gamma = \delta$  とすれば

$$\text{最小面積間隙 } p_{min} = \frac{\sin \delta - \frac{\pi}{4}}{\sin \delta}$$

なる式から最小面積間隙比を計算すれば第四表の如くなる。

第四表

$\delta$	$\lambda$	$\sin \delta$	$\sin \delta - \frac{\pi}{4}$	$\frac{\sin \delta - \frac{\pi}{4}}{\sin \delta} = p_{min}$	$\lambda/p_{min}$	$p_{min}/\lambda$
60°2'	0.26	0.86632	0.08092	0.0933	2.8	0.36
61°18'	0.28	0.87715	0.09175	0.1046	2.7	0.37
62°36'	0.30	0.88782	0.10242	0.1154	2.6	0.38
64°3'	0.32	0.89918	0.11378	0.1266	2.5	0.40
65°37'	0.34	0.91080	0.12540	0.1377	2.5	0.40
67°21'	0.36	0.92287	0.13747	0.1490	2.4	0.42
69°17'	0.38	0.93534	0.14994	0.1603	2.4	0.42
71°28'	0.40	0.94814	0.16274	0.1716	2.3	0.43
74°30'	0.42	0.96363	0.17823	0.1850	2.3	0.44
77°10'	0.44	0.97502	0.18962	0.1945	2.3	0.44
81°25'	0.46	0.98880	0.20340	0.2057	2.2	0.45

即ち上表より明なる如く規則的配列に於ては  $\delta$  と  $\lambda$  との關係は  $\delta$  と  $p_{min}$  との關係に略々似て居る。 $\lambda/p_{min}$  の値は殆んど一定で 2.8~2.2 で、 $\lambda$  が小さい程  $\lambda/p_{min}$  の値は大きい。此の  $\lambda/p_{min}$  の値が略々一定で且つ規則的に變化すると云ふことは砂中の流れを取扱ふに當つて極めて大なることである。物部博士は  $\lambda/p_{min}$  の値を球粒子の場合には 2.00 とされて居る。(土木學會誌第4卷第2號、大正7年4月、濕潤作用に對する土堤の安定に就て)

### (3) 特殊配列の場合の面積間隙

特殊配列の砂粒の場合には面積間隙と空隙との關係に就ては一定の規則を見出すことが不可能で、問題は至つて複雑である。

### (4) 或一定の砂の配列に於ける各斷面の面積間隙の變化

面積間隙は地下水流を支配する根本要素である。この面積間隙は斷面の取り様に依つて異なるものであるから、先づ此の點に關して吟味して見やう。然らば此の吟味の結果から最小

面積間隙のみ考慮に入れて流れの流速を計算することの正否が自ら判明するのである。

粒子の配列第一 (第六圖参照)

此の配列は規則的配列で  $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 60^\circ$  にして  $a = b = c = d$  である。各断面に於ける  $p$  の値は次の如くである。

断面  $XX$  に於ては  $p = 0.0931$

断面  $YY$  に於ては  $p = 0.4558$

断面  $ZZ$  に於ては  $p = 0.3931$

而して  $\lambda = 0.2595$  である。最小面積間隙比は 0.0931 である。最大面積間隙比は 0.4558 の時で最小面積間隙比の 5 倍に當る。

粒子の配列第二 (第七圖参照)

$\alpha = 90^\circ, \beta = \gamma = 60^\circ, a = b = c = d, \lambda = 0.2595$  即ち  $\lambda$  は第一配列と同様であるから軸の採り方の相違によつて配列が異なるかの様に感ぜらるるものである。

断面  $XX$  に於ては  $p = 0.2146$

断面  $YY$  に於ては  $p = 0.7930$

断面  $ZZ$  に於ては  $p = 0.4820$

上の計算によれば最小面積間隙比は一見 0.2146 の如く思はれるが stream line に就てよく観察する時は

$$p_{min} = 0.0931$$

であることを知るであらう。即ちこの配列に就ては何れの軸を取つて考へても流に對する最小面積間隙は同一で 0.0931 である。

粒子の配列第三 (第八圖参照)

$$\alpha = 60^\circ, \beta = \gamma = 90^\circ, a = b = c = d, \lambda = 0.3937$$

断面  $XX$  に於ては  $p = 0.0931$

断面  $YY$  に於ては  $p = 1.00$

stream line に對する最小面積間隙は

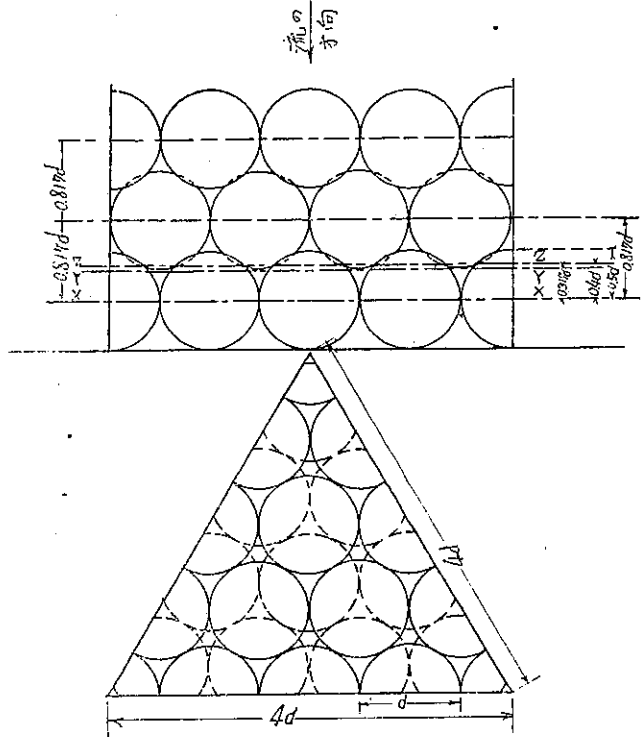
$$p_{min} = 0.0931$$

$$\therefore \lambda / p_{min} = \frac{0.3937}{0.0931} = 4.20$$

粒子の配列第四 (第九圖参照)

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ, \lambda = 0.4770, a = b = c = d$$

第六圖



第七圖

断面  $XY$  に於ては  $p=0.2146$

断面  $YY'$  に於ては  $p=1.00$

$\therefore p_{min}=0.2146$

以上述べた如く、各種の粒子配列に於ける最小面積間隙は最大面積間隙の  $1/5$  以下である。而して  $\lambda/p_{min}$  の値は規則的配列の場合と異なり、不規則配列の場合には不定である。

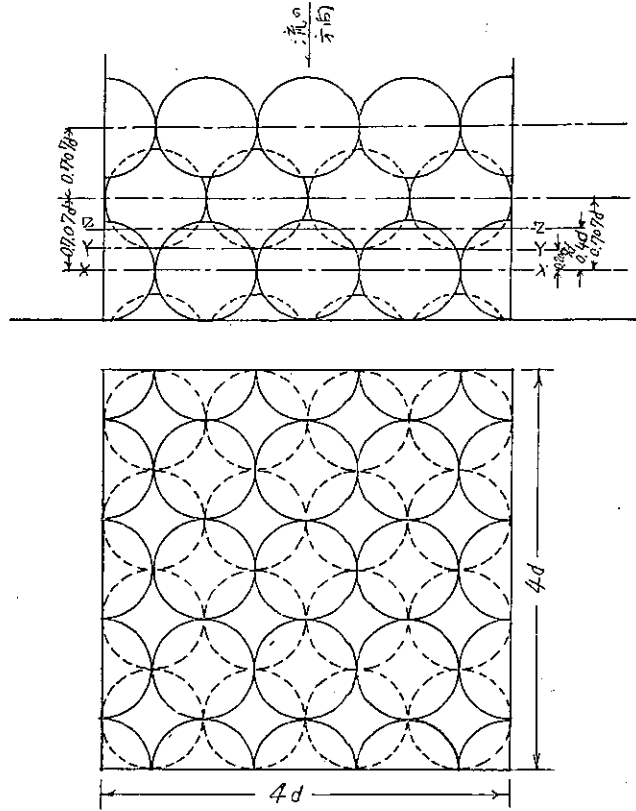
### 3. $k$ を $\lambda$ の或函数として 取扱ひ得る理由

既に述べた處より明かなる如く粒子の規則的配列の場合には面積間隙と空隙との間には數字的に或一定の關係があるものである。然らば  $k$  は最小面積間隙比の函数であるから延ては空隙比  $\lambda$  の函数であると考へられる。尤も不規則

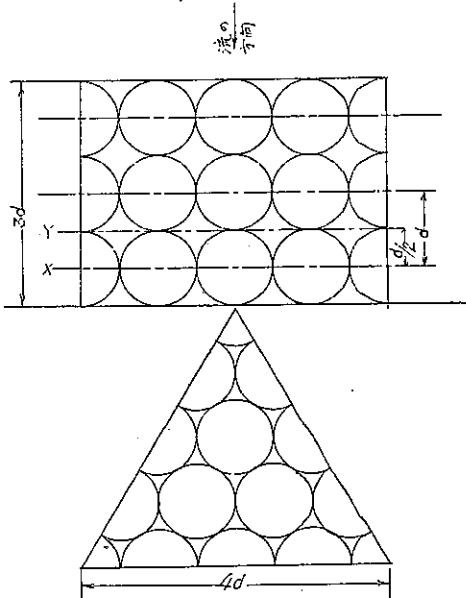
なる特殊配列に於ては面積間隙と空隙との關係は甚だ複雑で、従つて空隙比  $\lambda$  と  $k$  との間に一定の關係があると云ふ假定の下に計算を進めるならば時によつて數百分の誤差が生ずることが無いでも無いことは本節 2. によりて明である。尙此の事は Hazen 氏によりて實驗的に證明されて居る事實である。

### 4. $k$ に関する著者の理論的考察

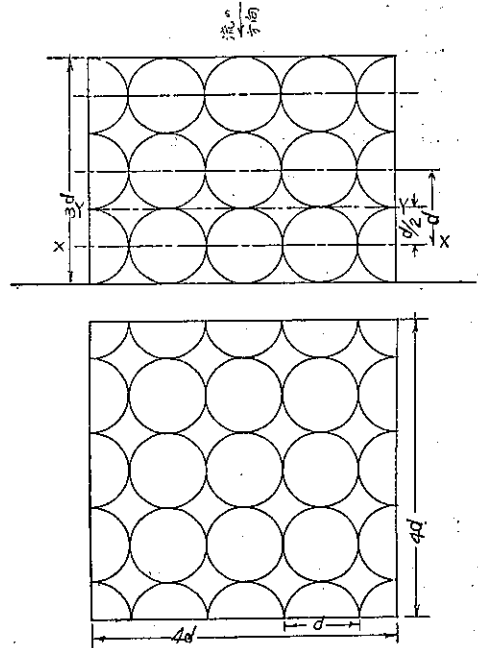
Slichter 氏及び Terzaghi 博士の研究は既に紹介したる通りであるが兩者共に capillary flow として解ける點は一致して居る。而して Slichter 氏は砂は等徑の平滑な球粒と考へ流の通路は最小面積間隙比と同面積の circular capillary tube と考へ Poiseuille の説を適用して transmission constant  $k$  を計算した。而して此の二權威の研究結果を比較せんがため第十圖を作つた。



第八圖



第九圖



圖から分る様に Slichter 氏の條件は Terzaghi 博士の研究に於ける平滑なる等徑の粒から成る構成の場合と同一であるから理論上兩者の研究は同じ結論に達する筈なるに、實際は Terzaghi 博士の値は Slichter 氏の約2倍の値を示して居る。而して却つて Terzaghi 博士の最低限界値と Slichter 氏の値が殆んど同一値を示す様な結果になつて居る。

著者は斯くの如く兩者の研究の結果が何故に相違を來したかに就て考へて見やう。

Slichter 氏は最小間隙を  $A$  とし

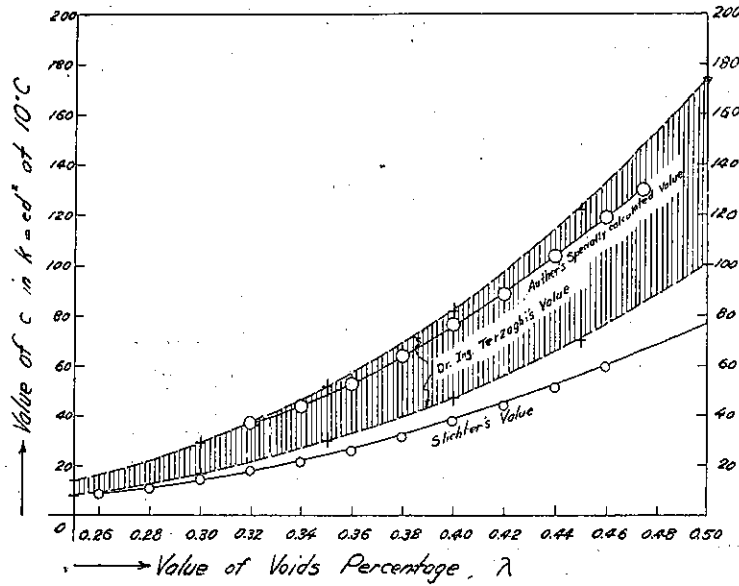
$$A = \frac{1}{2}(\text{Rhombus} - \text{Kreis})$$

$$= \frac{d^2}{2} \left( \sin \delta - \frac{\pi}{4} \right) \dots \dots \dots (16)$$

とした。之れは第十一圖 (a) の場合には疑もなく眞實である。然るに  $\delta$  なる角が大きくなるに連れて面積間隙は狭長なる四邊形となり第十一圖 (b) の如くなる。而して遂に第十一圖 (c) の如く完全に一つの間隙となる。故に Slichter 氏の (16) 式を第十一圖 (b) 及び (c) の場合に適用するは少し不穩當である。但し (b) に示す如く  $\delta$  が  $60^\circ$  より左まで大きくなければ間隙は却つて二つとして考へた方が實際に近いから Slichter 氏の値は理論上正しい事になる。而して著者は  $\delta$  が  $70^\circ$  まで位が Slichter 氏の公式の適用の範圍であらうと思ふ。

今

第十圖



$$A = d^2 \left( \sin \delta - \frac{\pi}{4} \right) \dots \dots \dots (17)$$

として  $k$  を計算して見やう。

然る時は Slichter 氏の計算と同様に

$$v = \frac{d^2 \left( \frac{\sin \delta - \frac{\pi}{4}}{\sin \delta} \right)^2}{48} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\gamma J}{\gamma} \dots \dots (18)$$

$$\therefore v = 1542 \frac{d^2 J}{\bar{x}} \dots \dots \dots (19)$$

$$\therefore k = cd^2, \quad \text{式中 } c = \frac{1542}{\bar{x}}$$

茲に  $\bar{x}$  は第二表に示した値で Slichter 氏の與へたものである。

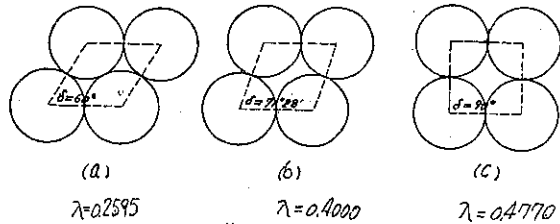
$c$  の値は次の如くなる。

第五表

$\lambda$	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40	0.42	0.44	0.46
$c$	18.30	23.50	29.38	36.36	44.44	53.54	63.98	75.96	89.14	104.18	120.46

即ち第五表の値は Slichter 氏が與へた第二表の値の 2 倍である。而して此の (19) 式の値は Terzaghi 博士の値と殆んど一致するのである。此の式は  $\delta$  が  $70^\circ$  以上の時即ち  $\lambda = 0.40$

第十一圖



以上の時は平滑なる球粒の砂の場合に於ては適用して理論上正しい結果を得る。然し乍ら  $\lambda=0.40$  以下では Slichter 氏の式の方が却つて良く實際に近いのは論ずる迄もない。又實際は三角形の最小間隙を圓と考へ、且つ砂粒は實際は球でなくて不規則なる多面體で且粗面をなすを以つて偶然にも Slichter 氏が與へた式による計算値の方が實際に近いことになる。而して等徑の粒子の場合に於ては含水層中の砂が自然の儘で 45% 以上の空隙を有することは稀であるから著者は Slichter 氏の値を以つて等徑の砂の transmission constant としても差支へないと思ふ。

Terzaghi 博士が與へる最高限界は著者が計算せる (19) 式と殆んど同様で天然砂には餘りに大に過ぐるの感がある。又最低限界は Slichter 氏の値と殆んど一致する。

要之、 $k$  の値は等徑の規則的配列の砂の場合には Slichter 氏の式に依つて計算するのが適當であらう。若しそこに誤差が起つても安全なる方に屬し、而かもその最大誤差と雖も 100% を出でる事はなからうし、且つその誤差は普通の空隙比の場合に於ては非常に小さいものである。

次に不規則粒度の場合に就て考へて見やう。

先づ Slichter 氏同様最小面積間隙と同一の面積を有する capillary tube として、流速及び transmission constant を計算する。

水の粘性係數  $\eta$  は

$$\eta = \frac{0.00001814}{1+0.0337 T+0.00022 T^2} \text{ g. sec. cm}^{-2}$$

而して毛細管の中の流れの速度は

$$V = \frac{\gamma D^2 J}{32 \eta}$$

今  $V_m$  を m/sec,  $D$  を cm. にて示せば

$$V_m = \frac{1+0.0337 T+0.00022 T^2}{0.000005805} D^2 J$$

$V$  を cm/sec,  $D$  を cm とせば

$$V = \frac{1+0.0337 T+0.00022 T^2}{0.0005805} D^2 J$$

今  $T=10^\circ \text{C}$  即ち標準溫度とせば

$$V = 2341.10 D^2 \frac{h}{l}$$

而して  $\frac{h}{l} = J=1$  なる時は

$$V = 2341.10 D^2 \quad \text{cm/sec} \dots\dots\dots(20)$$

$$k = \frac{2341.10 D^2}{\rho m n} \dots\dots\dots(21)$$



今  $\lambda = 0.3937$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = \gamma = 90^\circ$  なる特殊配列に就て考ふれば

$$p_{min} = 0.0931$$

$$D^2 = 0.0509 d^2$$

$$\therefore k = 2341.10 \times 0.0509 + 0.0931 d^2$$

$$= 11.09 d^2 \quad \text{cm/sec} \quad \dots\dots\dots (22)$$

茲に  $d$  : 粒の徑, cm

となる。即ち空隙比は約 0.40 なるを以つて Slichter 氏に依れば約  $38 d^2$  であらねばならぬ。斯の如くであるから特殊な配置の砂に對しては數理的に  $k$  と  $\lambda$  との關係を見出し得ない。然し上述の如き特殊なる配列は實際の砂中の流れの場合には稀であらう。それは實際の砂層は自然にあらゆる作用をうけ充分密實に沈積したことが多いからである。尙實際の砂層は上下に沈積して出來たもので、地下水の多くは水平に近く流れが生ずるもので、上下に流れる様なことは至つて稀である、天然に沈積した砂層の場合に於ては上下即ち縦の面積間隙は小さくても水平の面積間隙の大きな事實は M.L. Fuller 氏著 Summary of the Controlling Factors of Artesian Flows (U.S. Geological Survey Bulletin No. 319, 1908) によく説明してある。

斯の如くであるから吾人は Slichter 氏が規則的配列の砂粒に就て考へた理論を天然の等徑の圓き粒子の砂の場合にも應用して大した誤はなからうと信ずる。

然るに天然の砂は角張れるものもあるし、大小混ぜるものもあるし、大なる石を混ぜる場合もある、又粘土の如き微粒子を混ぜる場合もある。又水が空氣、酸素等の瓦斯を含むこともあるし、鑛物質を含むこともある。従つて實際の含水層中に於ける水流に關する  $k$  の値は果して Slichter 氏の式にて計算してよいか否か、又大中小粒の砂よりなる場合には果して如何なる砂の徑を以つて  $d$  とするかは計算だけでは決定し得ない難しい問題で、どうしても精確なる實驗による外はない。

## 5. 結 言

砂粒が球形に近く、且つ均等大のもので、その配列が Slichter 氏が取扱つた様な規則的配列である場合に於ては著者は  $v$  及び  $k$  の理論的計算には Slichter 氏の式によることに賛成する。

即ち 
$$v = 771 \frac{d^2 J}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$v$  : 土砂の斷面積と同一なる斷面積に割當てたる流れの速度 cm/sec.

$d$  : 砂粒の徑, cm

$J$  : 動水勾配

$\epsilon$  : 空隙比によりて異なる係數

又 
$$k = \frac{771}{\pi} d^2 \text{ 又は } cd^2 \dots\dots\dots(24)$$

而して間隙中の眞の流速は次式に依つて求められる。

$$\left. \begin{aligned} V_{max} &= \frac{v}{p_{min}} = \frac{k}{p_{min}} \cdot J \\ V_{min} &= \frac{v}{p_{max}} = \frac{k}{p_{max}} \cdot J \\ V_{mean} &= \frac{v}{\lambda} = \frac{k}{\lambda} \cdot J \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

$p_{min}$  及び  $p_{max}$  : 最小及び最大の面積間隙比  
 $\lambda$  : 空隙比

即ち砂粒の径と  $\lambda$  なる空隙比を知る時は  $k$  の値を知ることが出来る。而して  $c$  は上の値の +100%, -50% 程度の誤差は粒の配列によりて起り得ることは著者の述べたる處から判断し得られることである。

#### 第四節 砂中の流れに関する実験公式

##### 1. 実験公式概説

本節に於て実験公式を論ずるに當つては断りなき限りは空隙比、温度等凡て標準状態に就て考へる。

##### (1) Darcy 氏の法則

第一節 1. に述べた様に地下水の流れに對する實驗的研究の嚆矢は Darcy 氏の研究で 1856 年 Les fontaines publiques de la ville de Dijon に發表されたのである。即ち

$$v = k \frac{h}{l} \dots\dots\dots(26)$$

であつた。即ち砂中の流れは  $\frac{h}{l}$  即ち地下水の水面勾配又は動水勾配に比例することが明となつた。然るに未だ  $k$  の正確なる實驗的の値は不明であつた。

##### (2) Seelheim 系の研究

其の後佛獨の水理學者によりて研究を積み遂に 1880 年 Seelheim 氏によりてその研究が Zeitschrift für Analytische Chemi. 19 に發表された。その式は 12°C の場合

$$\left. \begin{aligned} v &= 37.6 d^2 J \\ v &= cd^2 J \end{aligned} \right\} \text{cm/sec} \dots\dots\dots(27)$$

$d$  : 砂粒中平均重量を有する粒の径, cm.

今標準温度 10°C に換算すれば

$$v = 35.5 d^2 J \text{ cm/sec} \dots\dots\dots(28)$$

即ち  $k=35.5d^2$  なることが求められた。斯の如く Seelheim 氏によりて砂中の filter velocity (滲透速度)は砂粒の径の2乗に比例することが明となつた。之れは capillary tube の流れの場合の理論と完全に一致するものである。Seelheim 氏は砂が大小混ぜる場合にはその平均重量の砂が代表的であるとして之れを  $d$  とした。之れを著者は「平均重量径」と稱して置く。此の Seelheim 氏と同列の研究の結果を表示すれば第六表である。

第六表

研究者	Havrez		Seelheim		Hagen	Seelheim	Kröber	Seelheim	Kröber			
1000 $d$	8	15	16	23	28	48	54	68	70	90	135	210
$c$ 又は $k/d^2$	128	90	37	36	36	38	42	38	41	49	36	41

平均 39.4..... (29)

即ち平均重量径  $d$  を cm にて、 $k$  を cm/sec にて表せば  $c$  の値は 40 内外である。只 Havrez 氏の値のみが 100 内外を示せるは既に述べた Terzaghi 博士の研究に在りたる如く砂粒が平滑なりしか或は空隙比が非常に大なりしに基因したものであらう。然るに第六表の値は凡て空隙率、水温等不明なるを以て正確なる關係を知るに由ない。

(3) Hazen 系の研究 (Terzaghi をも含む)

Allen Hazen 氏は Lawrence に於て濾過池の砂に就て實驗をなせる結果から水の流れに關する公式を誘導し之れを Massachusetts State Board of Health の 23 及び 24 の報告に發表したのである。

即ち

$$\begin{aligned}
 v &= cd_w^2 J \text{ cm/sec} \\
 \text{茲に } c &= 46 \sim 116
 \end{aligned}
 \quad \dots\dots\dots (30)$$

濾過池に於ては新砂の時は 116  
 非常によこれた時は 46 を採る  
 $d_w$  : 砂の有効径, cm

Hazen 氏の行へる實驗は均等係數 (uniformity coeff.) が 2.5 程度の砂であつた。即ち Hazen 氏は砂の大小混合の割合を示す數學的手段として「Hazen 氏有効径」なるものを考案した。之れは砂を篩ひ分け重量比で最小径より順次に 10% だけ採りその最大粒を指すものである。

故に Hazen 氏有効径は機械的に直ちに求むることが出来る。而して殆んど等径の粒の砂の場合には  $c$  の値は 150 にも達することを述べて居る。Hazen 氏は 10°C を標準温度とし、それ以外の温度には温度修正を施して居るが、空隙は凡て考へに入れて居ない。勿論砂の粗度等も考へに入れてなく、且つ有効径が果してその砂の代表であるかどうかも彼の實驗以外の砂に對しては疑問である。然し乍ら彼の有効径は機械的に求め得る點に於て非常に優つて居ると思ふ。

Dr-Ing. Terzaghi 教授は彼の名著 *Erdbaumechanik*. 1925 年に於ける研究は Hazen 氏の研究の不足を理論及び 實驗の兩方面より 補足して居るものと稱して 差支へなからう。此の Terzaghi 博士の研究は既に理論的研究の所で述べたので重ねて贅しない。

#### (4) Slichter 氏の研究

Slichter 氏は既に述べた様に純理論的研究を完成し尙之れを天然の不規則なる砂に應用せんと試みた。即ち彼は或不規則な砂の有効徑は之れと同値の transmission constant を有する等徑の粒から成る假想の砂の徑であると言ふ解釋を下した。之れは甚だ理想的の解釋であるが實際上は如何にしてその値を機械的に求めるかが問題である。此の意味の有効徑を著者は假に「眞の有効徑」と稱して置かう。此の眞の有効徑が知れば直ちに Slichter 氏の理論公式に代入が出来る。

即ち

$$k = cd^2 \text{ cm/sec より}$$

$c$ : 空隙により變ずる係數 (理論的研究参照,  $\lambda = 40\%$  の時は約 38 である)

$d$ : 眞の有効徑, cm

以上述べた關係は溫度が  $10^\circ\text{C}$  の場合に限り成立するもので其の他の溫度に對しては Poisenilles 氏の公式

$$\eta = \frac{0.0001814}{1 + 0.0337T + 0.00022T^2} \text{ g. sec. cm}^{-2}$$

茲に  $T$ : 水溫,  $^\circ\text{C}$

に依つて更正の要がある。

#### (5) Turbulent flow と考へたる研究

上記の研究では砂中の流れは凡て stream line flow で、換言せば Darcy 氏の法則に従ふことを裏書して居るが、以下掲げる數氏の研究は turbulent flow として取扱つて居る。即ち C. Kröber 氏は *Z. d. Ver. deutsch. Ing.* 28 (1884) に於て、Ph. Forchheimer 博士は *Z. d. Ver. deutsch. Ing.* 45 (1901) に於て、O. Smreker 博士は同 22(1878), 23(1879), 25(1881) に於て、A. Thiem 博士は *Journal für Gasbeleuchtung u. Wasserversorgung* 19 (1876) に於て、R. Ehrenberger 氏は *Z. d. öst. Ingenieur-und Architekten-Vereines*, Heft 9/10, 1928 に於て夫々 turbulent flow の場合があることを述べて居る。

### 2. 有效徑の研究

大小粒混合の砂の transmission constant を定むるには 前項 1. に述べた様に其の砂の代表となる粒の徑を決定しなくてはならぬ。此の equivalent size 即ち所謂 effective size は各大家によりて解釋を異にして居るものである。以下之れに就て吟味して見やう。

## (a) Allen Hazen 氏の研究

A. Hazen 氏は Massachusetts State Board of Health 23rd Annual Report, 1892 及び同 24th Annual Report, 1893 に次の如く述べて居る。即ち

大小粒混合の砂に於ては之れを篩分試験をなして篩分曲線を描く、然る時は 10% 線が此の曲線を切る粒徑が水の流れに對する全體の砂の代表である。

$d_{10}$  = Hazen 氏の有效徑

$d_{max}$  = 砂の最大徑

$\frac{d_{60}}{d_{10}}$  = 均等係數

即ち地下水の流れに對しては effective size 以下の 10% は此の size 以上の 90% と同等の影響を與へる。何となれば砂の最小 10% は他の残りの砂の空隙を填充して居るからである。然し天然の砂は大小混合の割合が甚だ不規則であるから何時でも最小 10% の最大徑が effective size を表すものとは考へられない。今假りに砂の大小混合の割合を示す一つの方法として均等係數(uniformity coefficient)を用ふるとすれば effective size と此の uniformity coefficient との間には或關係を有することは想像に難くないが、その詳細は不明である。

以上は Hazen 氏の説の概要を示したものである。上述の如く Hazen 氏は砂の篩分試験をなしてその重量で 10% を最小徑のものより順次大なる徑に及ぼして採りたる場合その中の最大徑を有效徑としたのである。均等係數とは土砂中の 60% が之れより小なりと云ふ粒の徑が有效徑に對する比である。即ち圖に於ける

$\frac{d_{60}}{d_{10}}$

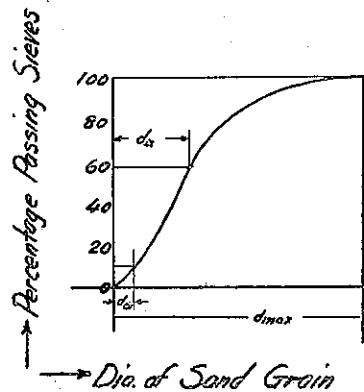
の割合であつて普通の砂はその値が 1.5~2.5 程度である。effective size と此の uniformity coefficient との間に何等かの關係あるは Hazen 氏も認めて居るが、その正確なる關係は遂に見出し得なかつた。即ち眞にその砂を代表する effective size なるものは Hazen 氏の effective size に uniformity coefficient の更正を加へたものでなくてはならぬ。

## (b) C. S. Slichter 及び F. H. King 兩氏の研究

King 教授は Wisconsin Univ. Agr. Experiment Station, 15th Ann. Report, 1898. に於て或砂の effective size とは平均表面積を有する平均粒の徑の意味なることを述べて居る。而して Slichter 氏は Theoretical Investigation of the Motion of Ground Water, U. S. Geological Survey 19th Ann. Report, Part 2, 1899 に於て或砂の effective size なるものはその砂と同値なる transmission constant を有する假想の砂の徑の意味なることを述べて居る。

而して King 教授は前述の論文に於て實際上如何にして有效徑を求むるかを述べて居る。

第十二圖



即ち一つの方法は砂を一定量取り、その全體の粒に就て micrometer で直徑を求め、第二法は一定量の砂を取りその粒の數を計算し、よつて粒數と砂の全重量と比重とによりて有效徑を計算することである。然るに上記の何れもあまりに繁雜なる方法なるを以つて彼は自己の名を附した King's Aspirater なるものを考案した。此の裝置は水の代りに一定容積の空氣を一定の壓力にて砂に通ずるに要する時間をはかり機械的に effective size を計算するものである。

Slichter 氏は彼の論文に於て此の King's Aspirater を推獎して居る。

(c) G. E. P. Smith 氏の研究

Smith 氏は Ground-Water Supply and Irrigation in the Rillito Valley, Ariz. Agr. Expr. Station Bulletin 64, 1910 に於て Hazen 氏の effective size は彼の實驗せる時にのみ眞實にして他の場合には信用程度が薄いことを述べて居る。而して天然に不規則に沈澱して生じたる砂の場合には眞の effective size は數字的に求むることは困難なることを結論して居る。

(d) W. T. Lee 氏の研究

Lee 氏は U. S. Geological Survey, Water Supply Paper 104, 1904 年及び 136, 1905 年に於て Slichter 氏の公式に Hazen 氏の effective size を用ひて流を計算すれば甚だ計算値が小なることを認めて居る。之れに對して Slichter 氏は此の場合には最小 10% の最大徑の代りに 50% の徑を以つて effective size とすべき事を述べて居る。

(e) N. D. Stearns 氏の研究

Stearns 氏は U. S. Geological Survey, Water Supply Paper 596, 1927 に於て Slichter 氏の公式に Hazen 氏の effective size は用ひられないことを述べて居る。而して King's Aspirater は一般に用ふることは困難にして、之れを用ひて effective size を計算し之れによりて Slichter 氏の式より transmission constant を計算することは已むを得ざる廻りくどい方法として不滿を表示して居る。

(f) K. Terzaghi 博士の研究

Dr. Ing. Terzaghi 博士は彼の名著 Erdbaumechanik, 1925 に於て effective size としては Hazen の effective size を用ひ、Slichter 氏とは異なる係數の transmission constant の式を半實驗半理論的に透導して居る。Terzaghi 博士は effective size に就ては充分なる吟味を加へて居らぬ様である。

(g) A. P. Meyer 氏の研究

Meyer 教授は其の著 The Elements of Hydrology, 1917 に於て Slichter と Hazen の兩氏の式を比較して同じ transmission constant を與へる effective size は Slichter 氏の値が Hazen 氏のそれより常に小である。(著者曰く原本の小は大の誤) 故に同じ effective size として計算すれば Hazen 氏の transmission constant は Slichter 氏の 3 倍となるのである。

此の誤差が 300% となる譯は説明が出来ないと稱して居る。

(h) 著者の吟味

水の transmission constant に對する或砂の equivalent grain size の解釋は Slichter 氏の説が最も正しいのは何人も疑を挿む餘地のない事であるが、之れは實際上實驗又は計算することが困難である。Hazen 氏の計算法は砂の節分試験さへ行へば至つて簡單である。しかし大小混合の割合次第では最小 10% の最大徑が equivalent grain size を與へない。それで均等係数が砂の粒度を表す一つの正しい指標であるとせば之れと關係を付けて眞の effective size 即ち equivalent grain size を求むる事が最も容易なことゝ著者は思ふ。實際大中小よく混じた砂であれば均等係数は砂の粒度を示す指標であると考へて差支へはない。

3. 著者の新實驗公式

(1) 概 説

天然に産する砂は粒度に相當相違があつても A. S. T. M のコンクリート骨材としての砂の標準試験方法に従つて實驗すれば密實なる状態ではその空隙率は殆んど一率に 38~40% の間にあるものである。然らば 1. の實驗式の處で述べた Seelheim 系統の實驗は空隙率が略 40% 内外であることが想像し得らるゝのである。且つ粒も略揃へるものゝ様に思はれるから平均重量徑は Slichter 氏の眞の有效徑と考へて差支へない。そうすれば溫度を標準即ち 10°C と考ふれば  $k=cd^2$  から

$$k = 36 \sim 49d^2 \text{ cm/sec} \quad d \text{ は cm} \dots\dots\dots(31)$$

となる。然らば Slichter 氏の式即ち (1) 式に於て空隙率を 40% としして次の式を得る。

$$k = 38d^2 \dots\dots\dots(32)$$

即ち (31) 及び (32) 式は殆んど一致するを知る。即ち水溫 10°C、空隙率が 40% の時は  $d$  を眞の effective size とすれば粒の大小の混合がよく行はれて居れば

$$k = 40d^2 \dots\dots\dots(33)$$

と考へて差支へはない。

然るに Hazen 氏の式を見る時は彼が Lawrence 市に於ける濾過池に就て實驗せる處によれば (33) 式の代りに清淨なる砂の時は次の關係が成立する。即ち

$$k = (81 \sim 116)d_w^2 \text{ cm/sec} \dots\dots\dots(34)$$

茲に  $d_w$  は Hazen 氏の effective size (cm.) にして uniformity coefficient が 2.5 程度である。而して球形の等徑の砂粒の時は 150 までなり得ると述べてゐる。尤も  $c=150$  なる場合は粗に詰つた即ち空隙率の大なる砂の場合であつたらうと思はれる。

天然の砂は相當に角張つて粗面を呈して居るから Seelheim, Slichter 系の公式を用ふれば  $c$  の値は (31)~(33) 式の値即ち 36~40 を採るべく、又 (34) 式の Hazen 氏の式によると

せば 116 を採るべきであらう。然らば當然  $d$  と  $d_w$  とは異なる値のものでなくてはならぬことになる。然るに同一の砂に就ては何れの式で計算しても  $k$  の値は同一とならなくてはならぬ。従つて  $c$  が異なるため  $d$  と  $d_w$  が異なる、即ち Hazen 氏の場合は effective size が 2.5 程度の場合に限り  $c=116$  となるものである。如何なる砂の場合でも  $k=116 d_w^2$  なる式は成り立たない。等径の砂であれば  $k=40 d_w^2$  となるべきである。而して大小混ぜる砂の場合に於ては  $d$  が眞實の有効径を示すものであるから

$$k=40d^2$$

なる式で表はさるべきである。然る時は此の式は一般的のもので砂の粒度即ち均等係数の大小に關せず用ふる事が出来て只均等係数が 2.5 程度の時 Hazen 氏の結果と一致するから次の關係を得る。

$$40d^2=116d_w^2$$

$$d^2=2.90d_w^2$$

$$d=1.70d_w \dots\dots\dots(35)$$

即ち均等係数が約 2.5 の場合には  $d$  は  $d_w$  の約 1.7 倍程度である。然るに他の均等係数の砂に對しては  $d$  と  $d_w$  との關係は知り得ない。この  $d$  と  $d_w$  の關係を求めるには均等係数の助によるが一番捷路である。即ち  $d$  を  $\mu$  及び  $d_w$  の函數として取扱ふのが最も簡便である。著者は上述の關係を知らんがため今迄發表された信憑するに足る文献によつて次の資料を得た。

## (2) Slichter 氏の實驗結果の吟味

既に述べた様に Slichter 氏は U. S. Geological Survey, Water Supply & Irrigation Paper 140, Field Measurements of the Rate of Movement of Under-ground Water の chapter III, Laboratory Experiments on the Flow of Water through Sand & Gravel に於て第十三圖に示す砂に就て實驗をして居る。而して King's Aspirator を用ひて計算せる effective size  $d$  は Picnic point gravel に對しては 0.93mm., Madison glacial gravel に對しては 0.40mm. であつた。

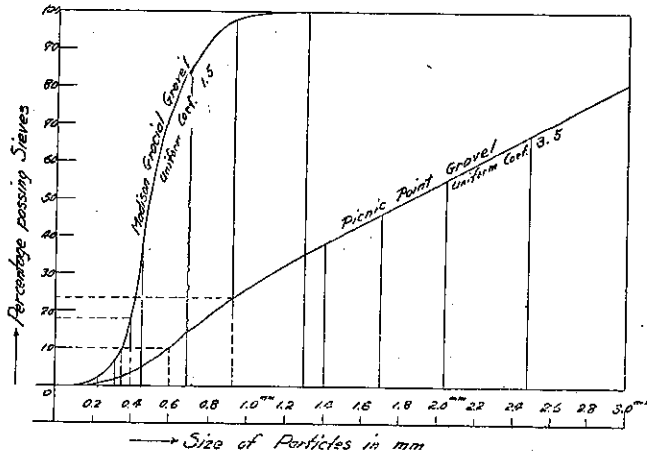
上表の砂の篩分試験の結果を曲線に示して(第十三圖) Hazen 氏の有効径  $d_w$  を計算すると夫々 0.60 及び 0.35mm. である。而して  $d/d_w$  の比は夫々 1.55 及び 1.14 である。著者は此の  $d/d_w$  と篩分曲線より得たる均等係数との關係を求めて見やう。

即ち第七表を得る。

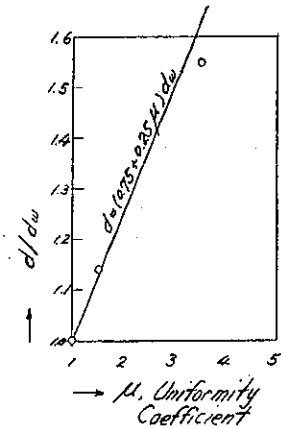
均等係數	$d/d_w$
Madison glacial gravel	1.5
Picnic point gravel	3.5
Uniform grained sand	1.0



第十三圖



第十四圖



第七表の結果を圖示せば第十四圖の如し。

此の結果より

$$d = (0.75 + 0.25\mu)d_w \dots\dots\dots (36)$$

茲に  $\mu$ : 均等係數

なる公式を得る。

この(36)式が眞の有効徑  $d$  と Hazen 氏の有効徑  $d_w$  との關係を求める著者の新公式である。

而して上式は計算の便宜上直線式とした。然し此の公式は觀測資料が僅少なため果して他の方法に適合するか否かは不明である。故に著者は次の Stearns の資料から(36)式の正否を検して見やう。

(3) Stearns 氏の實驗の結果の吟味

U. S. Geological Survey, Water Supply Paper 596, 中の一編 Laboratory Tests on Physical Properties of Water Bearing Materials に於て N. D. Stearns は含水層の砂に關し Meinzer 博士の裝置を用ひて  $k$  の値を實驗的に測定したのである。その  $k$  は gallons a day, through a sq. ft. of its cross section, under a hydraulic gradient of 1.00, at a temp. of 60°F or 15.6°C で表してあるので著者は之れを 10°C の許に於て cm/sec. の單位に換算した。即ち Stearns 氏の表の  $k$  の値に  $4.7166 \times 1.16^{-1} \times 10^{-5}$  即ち  $4.0660 \times 10^{-5}$  を乘じた。而して上表には  $k$  は夫々の面積間隙に就て計算してあるから、之れを統一して標準公式を作るため空隙比は之れを 0.40 を以つて標準とし其他の空隙に就ては後で述べる(42)式によりて更正を施した。尙資料は  $d_w$  が 0.1mm 以上のものを抜粹せるものである。尙換算せる表には Slichter 氏の公式より眞の有効徑を計算し、又著者の有効徑  $d = (0.75 + 0.25\mu)d_w$

を計算し、

$$k = 0.40 \sim 0.80 d^2 \dots \dots \dots (37)$$

なる假式により  $k$  を計算して之れを示した。有效径の單位は mm. である。即ちその結果は附表第一及び第二に示してある。尙同表には Hazen 氏の  $k = 1.16 d_{10}^2$  の値をも示して比較に便した。本計算に於ては  $k$  は cm/sec. 有效径は凡て mm. の單位で表してある。

先づ附表第一、第二から  $d/d_w$  の關係を求むれば第十五圖の如くである。

茲に  $d$  は Slichter 氏の有效径を指す。尙上圖には著者の式  $d = (0.75 + 0.25\mu)d_w$  を入れて参考に供した。第十五圖によれば著者の式は完全には Stearns の實驗と一致しては居ないことが判る。即ち眞の  $d$  は著者の  $d$  と約 ± 34% の最大誤差のあるを知るであらう。

従つて今  $d$  を著者の有效径とすれば

$$\begin{aligned} k &= 0.40(1.34^2 \sim 0.66^2)d^2 \\ &= 0.40(1.80 \sim 0.44)d^2 \\ &= 0.72 \sim 0.176d^2 \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

なる關係が成立す。而して Hazen の實驗は  $\mu = 2.5$  程度であつたから

$$\begin{aligned} d_w(0.75 + 0.25 \times 2.5) &= d \\ d_w &= d/1.375 \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

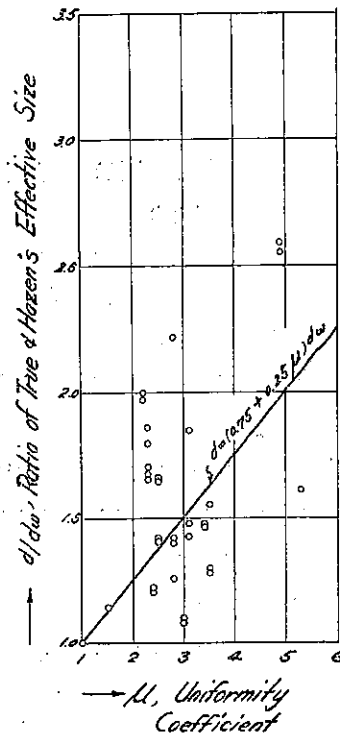
(39) 式を (38) 式に代入せば

$$\begin{aligned} k &= (0.72 \sim 0.176) 1.375^2 d_w^2 \\ &= 1.36 \sim 0.33 d_w^2 \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

即ち上記の Stearns 氏の實驗資料は  $\mu = 2.5$  程度のもの多かりしを以つて Hazen 氏の基本公式 (第四節 1 (3) の (30) 式) に殆んど一致するもので、然かも  $k = 1.16 d_{10}^2$  とせる結果と一致せるものが多い。

即ち著者の式は Hazen 氏の式と殆んど一致するを見る、従つて此の Stearns 及び Hazen 兩氏の實驗の結果から言へば著者の effective size と  $d_w$  との關係が實際に正しいことが明である。而して  $k$  は (38) 式より判る如く  $0.176d^2 \sim 0.72d^2$  であるが實際は  $0.40d^2$  附近が最も多いことは Stearns 氏の實驗を基として著者が計算せる結果から分る。斯の如くであるから一般には著者の公式は Slichter 氏の公式  $k = 0.40d^2$  と一致し且つ Slichter 氏の  $d$  と著者の  $d$  とは事實上相等しいことになる。但し此の 0.40 なる値は時によりて 0.8~0.2 程度になり得ることも上表から明である。尙 0.8 になり得ることは理論的考察に於て著者が述べた通りである。又 0.2 程度に低下することは Hazen 氏の實

第十五圖



驗からも證明されて居る處である。又第三節の著者の理論的考察からも 0.11 までなり得るものであることが判る。

要するに以上の吟味から普通の場合に於ては

$$\left. \begin{aligned} k &= 0.40(0.75 + 0.25\mu)^2 d_w^2, \quad d_w \text{ in mm.} \\ \text{又は} \quad k &= 40(0.75 + 0.25\mu)^2 d_w^2, \quad d_w \text{ in cm.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

にて表すことを得べく、即ち  $\mu=1$  の時は Slichter 氏の  $k=0.40d^2$  と同一となり、 $\mu=2.5$  の時は  $0.76d^2$ 、 $\mu=3.0$  の時は  $0.90$  となりて  $k=0.81\sim 1.16d^2$  と一致することとなる。即ち著者の (41) 式は普通の粒度、即ち大中小混ざる、 $\mu=1\sim 5$  程度の砂の場合には一般に適用し得る一般公式であることと信ずる。尤も 0.40 なる係数は時と場合とにより 0.20~0.80 程度に變り得ることは吾人の注意すべき事項なるが、0.20 なる數は砂が特に dirty なるか、泥土が附着せるか、或は特に粗面をなすかの場合で殆んど實際上の地下水の流の場合には遭遇することが稀である。反之 0.80 となることは實驗上からも又は理論上からも有り得べきことである。故に 0.80 の代りに 0.4) として計算したとすれば水源として地下水の容量を知るに際しては安全側の量を得られるが、地下水中の基礎工の湧水の計算の時には危険側の誤が表れるから注意を要する。

4. 面積間隙又は空隙更正

(1) Slichter 氏は等大の球より成る砂の規則的配列に就ては空隙は最小面積間隙に關するものとして、空隙比異なるに従ひ transmission constant も變ることを述べて居るのは前述の通りである。即ち第二表に示す如くである。今 40% の空隙率を以つて標準として  $c$  の比較値即ち  $k$  を計算すれば第八表の如くである。

第 八 表

$\lambda$	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40	0.42	0.44	0.46
$c$ (cm/sec/cm <sup>2</sup> )	9.15	11.60	14.69	18.18	22.22	26.77	31.99	37.98	44.57	52.69	60.23
比較値	0.241	0.305	0.387	0.479	0.585	0.705	0.842	1.000	1.173	1.371	1.586

(2) Terzaghi 博士の理論上及び實驗の結果から  $\lambda$  と  $c$  又は  $k$  との關係を次の如く計算して居る。(第二節 2 第三表参照)

第 九 表

$\lambda$	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$c$ 又は $k$ の比較	0.170	0.357	0.630	1.000	1.493	2.121

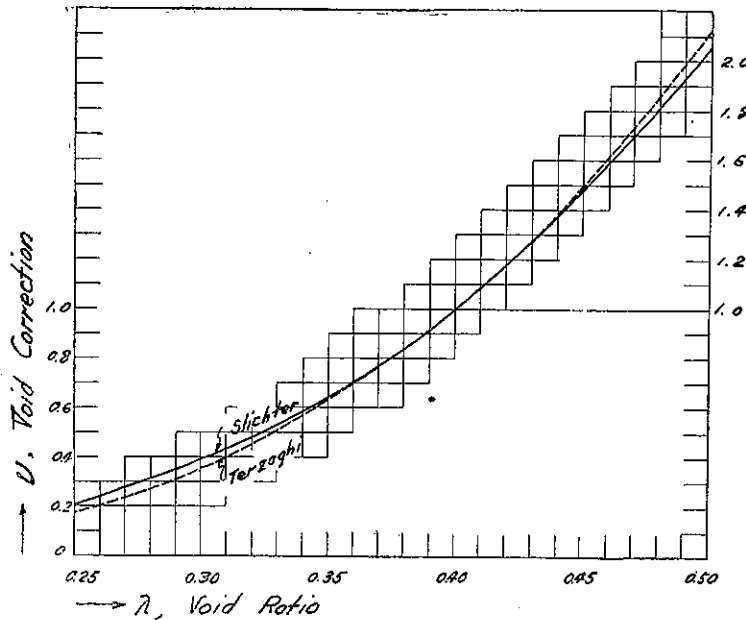
(3) 以上 Slichter 氏及び Terzaghi 博士の  $c$  又は  $k$  の比較値を圖示すれば第十六圖の如くで、圖から明なる如く兩者の研究の間には大差なきことを知る。即ち粒の配列が均等なる限りは普通の粒度の砂に對しては上の關係が成立するものと見做すことが出来やう。而して二者の研究は殆んど一致して居るから著者は Slichter 氏の資料を取り、之れから最小自乘

法によつて  $\lambda$  と空隙比又は面積空隙に対する更正值  $\nu$  との関係を求めた。次式が即ちそれである。

$$\nu = 0.20 + 2.233(\lambda - 0.25) + 20.667(\lambda - 0.25)^2 \dots\dots\dots(42)$$

即ち上式から  $\lambda$  の値を知れば空隙更正值を知り得る譯である。勿論計算によらずして第十六圖より直接求むるも差支へなし。

第十六圖



5. 温度更正

(1) 概 説

砂中の流れは stream line flow なるが故に流れの流速又は流量換言すれば  $h$  又は  $c$  は粘性係數に反比例する。然るに粘性係數  $\eta$  は温度の函数であるから  $h$  又は  $c$  も亦温度の函数である。以下各大家の之れに關する研究を掲げやう。

(2) Poiseville 氏の研究

既に述べた様に

$$\eta = \frac{0.0001814}{1 + 0.0337T + 0.00022T^2} \text{ g. sec. cm}^{-2}$$

茲に  $T$ : 水温, °C

今 10°C の場合の  $h$  又は  $c$  の値を標準即ち 1.000 とせば  $T^\circ\text{C}$  の時の温度更正の係數は

$$\theta = 0.7365(1 + 0.0337T + 0.00022T^2) \dots\dots\dots(43)$$

此の式は理論的に粘性係數から  $\theta$  を計算せるもので以下述べる各大家の實用公式は凡て

之れを基として、實驗的に検討されたものであらう。

(3) Slichter 氏の研究

Slichter 氏は  $k$  の温度更正の係数を U. S. Geological Survey の Water Supply & Irrigation Paper No. 140 の Field Measurements of the Rate of Movement of Ground Waters なる論文の Table II に掲げて居る。此の値は Poiseville の値と大差はない。而して Flinn and Others 著 Water Works Handbook, 1916 年 P. 79 に掲げてある Slichter 氏の式と稱する式即ち (44) 式の値とは多少異なる。此の公式より  $\theta$  を計算せば

$$\theta = 0.7482(1 + 0.03366T) \dots \dots \dots (44)$$

此の公式の正否は著者の未だ知り得ない處である。

(4) Meyer 氏の研究

上述の Flinn 氏等の Handbook より Meyer 氏の温度更正の係数を計算せば次式の如くなる。

$$\theta = 0.7305(1 + 0.0369T) \dots \dots \dots (45)$$

(5) Slotte 氏の研究

Slotte 氏の計算によれば

$$\theta = \frac{1}{\frac{39.60}{26+T} - 0.1} \dots \dots \dots (46)$$

(6) A. Hazen 氏の研究

Hazen 氏は前述の 24th Annual Report of the State Board of Health of Mass. 1892, P. 541 に於て

$$\theta = 0.70 + 0.03T \dots \dots \dots (47)$$

なる式を掲げて居る。

(7) 結 言

以上述べた各大家の研究の結果を計算して纏むれば第十表の如し。

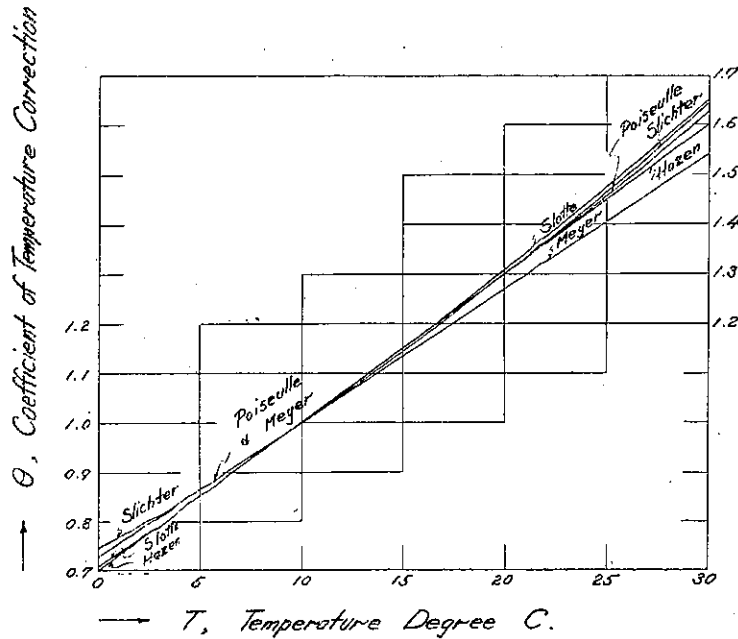
第 十 表

T, °C	Coefficient of Temperature Correction ( $\theta$ )					
	Poiseville	Hazen	Slichter*	Meyer	Slotte	Luedecke+
0	0.735	0.700	0.744	0.730	0.703	0.749
5	0.865	0.850	0.865	0.867	0.850	0.860
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.140	1.150	1.140	1.135	1.154	1.160
20	1.300	1.300	1.300	1.272	1.316	1.300
25	1.450	1.450	1.467	1.406	1.477	1.470
30	1.623	1.600	1.680	1.538	1.647	1.630

- \* U. S. Geological Survey, W. S. & I. Paper No. 140 による
- + E. Prinz:- Hydrologie 1923, S. 167 Fig. 127

以上の結果を圖示せば第十七圖の如くである。

第十七圖



圖から分る様に Luedcke 氏の實驗も Slichter 氏の實驗と殆んど一致して居る。

表及び圖から明なる如く元來が Poiseville 氏の公式から誘導されたものであるから何れも大差はない。従つて Poiseville 氏の式が最もよい譯であるが計算が多少繁雜であるから、著者は最も簡單にして Poiseville 式と殆んど同値を與へる Hazen 氏の式を推奨するものである。即ち (47) 式

$$\theta = 0.70 + 0.03 T$$

### 6. 結 言

以上述べたる各大家の實驗的研究の結果から著者は次の公式を提案するものである。

即ち標準状態即ち水温 10°C の場合、空隙率が 40% なる時は

$$k = cd^2$$

茲に c: 常数, d: 眞の有効徑

又は (41) 式  $k = 0.40(0.75 + 0.25\mu)^2 d_w^2$

茲に k: transmission constant, cm/sec.

$\mu$ : uniformity coefficient

$d_{10}$ : Hazen's effective size, mm.

而して任意の状態では

$$\left. \begin{aligned} k &= 0.40(0.75 + 0.25\mu)v \cdot \theta \cdot d_{10}^2 \\ \nu &= 0.20 + 2.233(\lambda - 0.25) + 20.667(\lambda - 0.25)^2 \\ \theta &= 0.70 + 0.03T \\ \nu &: \text{空隙又は面積間隔修正係数,} \\ &\quad \lambda = 0.40 \text{ の時は } \nu = 1.00 \text{ である。} \\ \lambda &: \text{空隙比} \\ \theta &: \text{温度修正係数} \\ T &: \text{水温, } ^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

### 第五節 実験又は實測による $k$ の直接間接測定法

或假定のもとに計算によりて transmission constant  $k$  を求むる時は既に述べた様に相當の誤差を覺悟しなくてはならぬ。故に集水井其の他の湧出量等の計算に當つては相當の安全率を見込むことが必要である。然るに安全率を何程にすべきか不明であるから實際の含水層を實驗室に運びその通水試験を行ひ、或は現場に相當大なる試験井を穿ちて  $k$  を計算し、計算値と對照することがある。此の方法は熟練なる engineer が充分なる注意のもとに實驗をする時は優良の結果を得れども時日と費用と優秀なる實驗者とを要するはその缺點とする處である。

#### 1. 實驗室及び現場に於ける直接間接測定法の價值

實驗室に於て砂の transmission constant を測定する方法は測定装置は充分正確なものであつても、第一現場の状態と同じ状態に砂を詰めることが困難であり、また試験の際氣泡が残留するとか、空氣が水から分離するとか、或は水温が變るとか種々の困難があるものである。従つて現場と全く同じ條件の砂の試験は困難である。且つ熟練なる試験者を得る事が又困難であるから、實驗室に於ける實驗によりて  $k$  を求むる事は完全とは稱せられない。而し充分注意する時は相當の結果は得られやう。

反之現場の試験は理論的公式に照合して試験の結果から間接に  $k$  を計算する方法で、之れは現代に於ける科學の發達程度では充分信頼し得るものである。實際此の方法は優良なる結果を與へる場合が多い。

#### 2. 實驗室に於ける Transmission constant の測定法

##### (1) 測定装置

Transmission constant の測定装置は種々あるが何れも大同小異である。以下その代表的

のものを掲げやう。

(a) Darcy's Apparatus

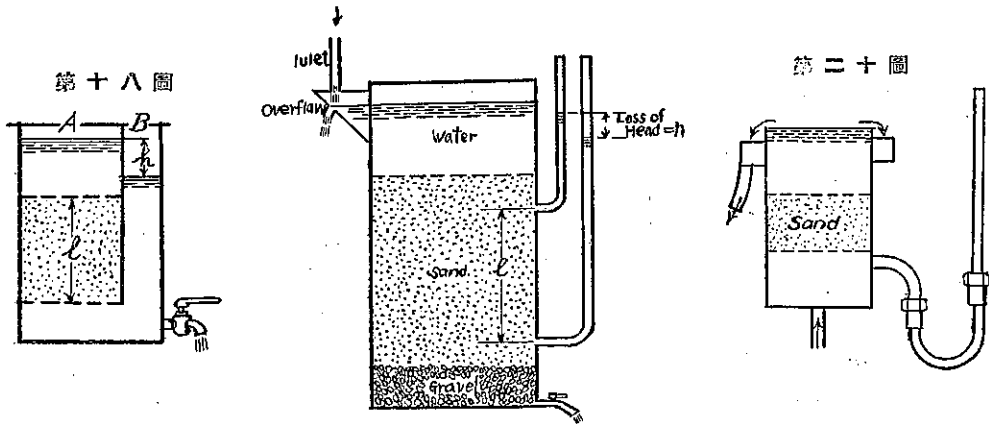
Darcy 氏は鑄鐵管の底に鐵網を張り其の上に一定の厚さの砂を充し上より水を入れ2個の水銀 Manometer により砂を通過する前後の壓力を測定し、流量は度盛した容器に受けて測定した。その詳細は不明である。

第十八圖は Darcy 氏と同じ種類の装置であるが之れは直接水頭が知れる。即ち  $h/l$  又は  $J$  を知り得る様になつて居る。

(b) Hazen's Apparatus

A. Hazen 氏が Lawrence に於て filter sand の實驗をなした装置は第十九圖の如くである。

第十九圖



(c) Terzaghi's Apparatus

第二十圖が Terzaghi 博士の装置で之れにありては水を下より補給して居る。水を下より補給するは砂中の氣泡を除くためである。

(d) Prinz's Apparatus

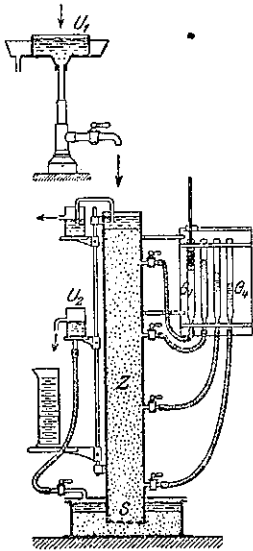
第二十一圖は Prinz:—Hydrologie, 1923 S. 128 にあるもので  $Z$  に砂を入れる。高さは sieve 上約 1.00m, 壓力の變化は 4 箇所で読み得る様になつて居る。此の装置も上から水を注ぐ様になつて居る。

(e) R. Ehrenberger's Apparatus

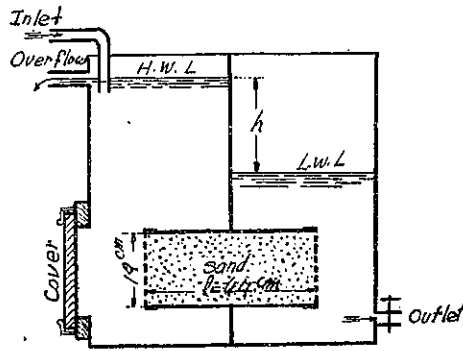
此の装置は Zeit. des Österr. Ingenieur- und Architekten Vereines, Heft 9/10 に發表された Ehrenberger 氏の Versuche über Ergiebigkeit von Brunnen und Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes にあるものである。第二十二圖はその一つで錫力箱で中央に仕切りがあつて之れを貫いて管があり、此の兩端は金網が張つてあつて中に砂を充す。



第二十一圖



第二十二圖

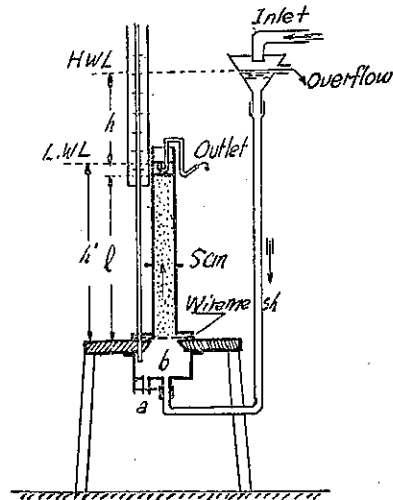
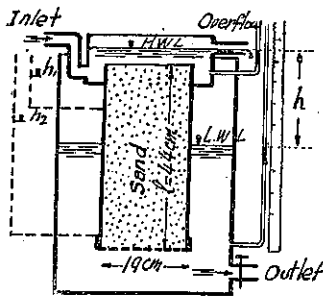


第二十二圖は砂の入つた管を横にするから面白からぬと言ふ考で第二十三圖の様なものを作つた。又検証のため第二十四圖の如き5cmのガラス管の中に砂を充した装置を用ひた。

その結果第二十二圖の装置は不良で即ち砂の密度が上下によりて異なるため不良の結果となつた。第二十三圖と第二十四圖の装置を用ひた結果は殆んど一致した。而して測定が長引けば長引く程  $k$  の値が小となつた。これは水中に溶解せる空氣が分解して游離し之れが大なる抵抗を與へるためである。故に測定の最初の値が正しいことを彼は實驗から證明して居る。

第二十四圖

第二十三圖



(f) Meinzer's Apparatus

第二十五圖及び寫眞第一に示せるものは米國地質測量部の O. E. Meinzer 博士の考案の装置で之れに於ては水は下の方から供給する様にしてある。砂を入れる圓筒は徑 3 in. 長さは長いものは 48 in. 短いものは 8 in. である。之れを用ひて N. D. Stoarns 氏は實驗したのである。

以上述べた何れの装置も御覧の通り大同小異であるが、砂をその中で横に置く様な仕掛けのものは、填充した砂が通水後沈下を生じ従つて水流になる capillary space が不均一に配布されることとなる傾向があるからよろしくない。

(g) Slichter's vertical tank Apparatus

Slichter 氏は寫眞第二の如き vertical tank を用ひて流れの流速と  $h/l$  の關係を求めた。その結果は第一節 1. (1) に述べて居る。

(2) 準備仕事

先づ實驗の土砂が幾何の空隙を有するかを知るには實際と同じ密度の砂を取ることが必要である。此の砂を取る方法に次の如きものがある。即ち次の Meinzer 博士の装置を用ふるを便とす。此の装置を Sampler (試料採取器) と稱し、

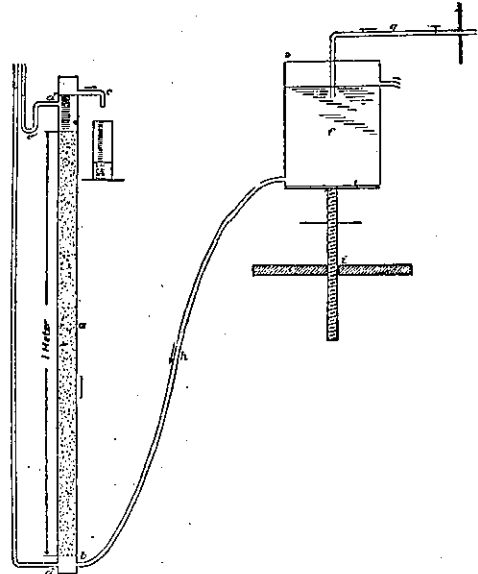
3 in. の 12 in. の丈夫な眞鍮の圓筒からなる。材料を採集するには先づ約 2 ft. の長さの gauge rod を地面に直角に打込み、之れを gauge として之れに平行に Sampler を打込む。打込む長さは 6 in 以下である。次に周圍の土地を掘つて試料を取り之れ

を徑 4 in. 高さ 6 in. の錐力鏝に入れて實驗室に送る。然る時は之れを乾燥し、その比重を測定すれば天然の状態の土砂空隙が判る。次に篩分試験を行へば粒度曲線を得る。従つて Hazen 氏の有效徑、又は均等係數を得る。尙粒度係數 Fineness modulus 又は表面係數 (Surface modulus) をも計算が出来る。

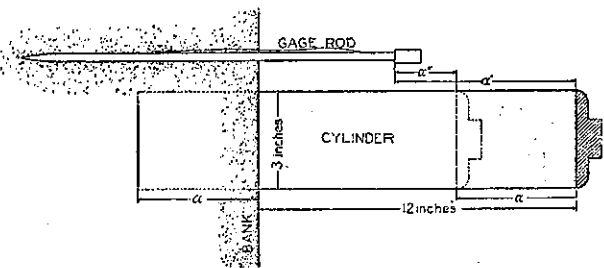
(3) 砂を測定容器に詰める場合現場に於ける實際の状態と一致する様に努めること。

先づ砂を容るゝ器の底にゴムを敷き、その上に Copper gauze (銅紗) を取付けその内部に fine-mesh bolting cloth を置いてその上に砂を詰める。此の砂は現場の状態と同状態に詰めることが必要でそのためには先づ砂を充すべき容積を計り、それによりて必要なる程度の砂を秤量し、之れを均等なる様注意して容器に充すものである。撞固めは適當の撞棒を用ふ

第二十五圖



第二十六圖

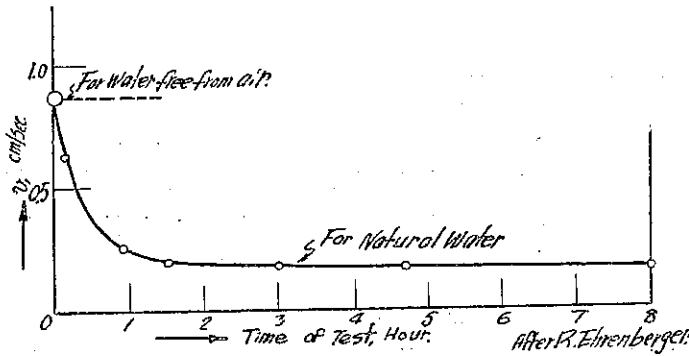


るを可とす。この作業はコンクリートの骨材の標準試験方法に準じて行へばよい。試料の密實度が不明の時は出来るだけ密實に容器に詰めて之れを以つて天然の状態と考へる。要するに試料を詰めたなら下方より漸次水を充し密實度を害しない様にし、且つ空気を全部追出す様にする。著者は以上の作業に於ては乾砂を詰めるより2日間位浸水せる所定量の砂を充した方が實際上優良な結果を齎すものと信ずる。

(4) 試験の方法

砂中の気泡が全部脱けた後試験を始める。水頭は米尺又は cathetometer (微高測計) で mm. を単位として測定する。流量は量が多い時は計量圓筒で、少い時は滴で測定し、時間は stop-watch で測る。水温、気温は之れを一定に保つを要する。而して實驗に用ふる水は空気を含まないものを可とする。もし空気を含んで居れば時間が経つに従ひ空気が分離して空隙の一部を塞ぐ爲流量に影響を及ぼすから注意を要する。故に空気を含まないものを用ふることが肝要である。第二十七圖は脱空氣水と普通水との流速の關係を示す圖である。

第二十七圖



(5) 實驗結果の計算法

實驗によつて

- q: Discharge for t seconds in cm<sup>3</sup>
- h: head in mm.
- l: length of column of sample.
- F: cross section area of sample. in cm<sup>2</sup>

を測定する。

今水温を T とせば例によつて 10°C を標準温度として更正をする。かくて次の如き關係式が成り立つ

$$q = k \theta t \frac{h}{l} F$$

茲に  $\theta$ : 温度更正

$k$ : 10°C に於ける transmission constant, cm/sec.

此の  $\theta$  の値を求むるに當りて Poiseville 氏の式による時は

$$\theta = 0.7365(1 + 0.0337T + 0.00022T^2)$$

茲に  $T$ : 水温, °C

又簡単に Hazen 氏に依れば

$$\theta = 0.70 + 0.03T$$

Poiseville 氏及び Hazen 氏の兩式は殆んど一致するのは既に述べた通りである。故に何れの式を用ふるも差支へない。

従つて

$$k = \frac{q}{\theta t F} \frac{l}{h} \text{ cm/sec} \dots\dots\dots (49)$$

茲に  $\frac{q}{t}$ : 流量, cm<sup>3</sup>/sec

となる。

本試験に當つては繰返し言ふが空気を含有しない水を用ひ、且つ水温を一定に保つことが大切である。

### (6) 實驗室測定方法の實際的價值

實驗室に於ける  $k$  の測定方法は凡て圓筒の中に砂を填充しなくてはならぬから天然に於ける配列と圓筒中の配列とは同じ状態にあることが必要である。故に只空隙が相等しい様に詰めただけでは、そこに多少の相違があり得る譯である。天然には砂粒は横長く配列さるゝものであるが圓筒中には不規則である。従つて圓筒の中の  $k$  の方が小さな値を示すであらう。然し空隙を同様ならしめるためその相違は左迄甚だしくはなからうと思はれる。尙實驗室の實驗は地下の場合と異なり、水が異なる故に粘性係數も異なるべく、又實驗中水中の空氣が分離し、或は溫度が變化する等の不都合はあるが、充分注意して相當完備せる物理實驗室を利用するに於ては眞に近い値を得ることは難事ではなからうと思ふ。故に此の方法は完全ではないが實際的價值は相當にあるものと認められて居る。

### 3. 現場に於ける Charles S. Slichter 氏の地下水の方向及び流速測定方法

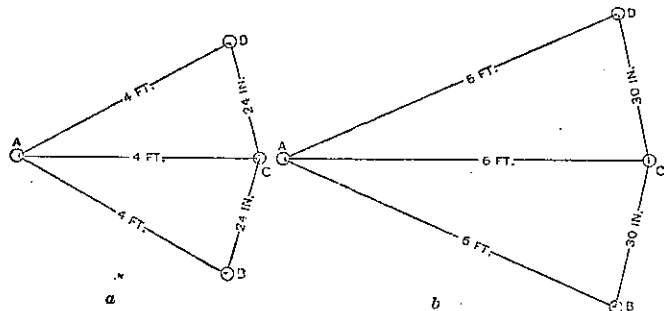
Slichter 氏が考案せる現場に於ける地下水の方向及びその流速測定の方法は U. S. Geological Survey, Water Supply & Irrigation Paper No. 140, 1905 の Field Measurements of the Rate of Movement of Under-ground Waters, Chapter II, Under-flow metre used in measuring velocity and direction of movement of under-ground water 中に詳細に記してある。以下其の大要に就て述べて見やう。

試験に當りて試験井を穿つものなるがその深さが 50~75 ft. 程度までは 1½ in.~2 in. の

drive well を用ふるもので此の井には長さ 42~48 in. 径  $1\frac{1}{2}$  in. の standard brass gauge strainer を附屬して居る。管は鍊鐵標準管を 6~7 ft に切り兩端に螺旋を切り coupling を嵌める。之れを實驗の時は打込み試験済みの場合は 5 疋の railway jack 2 個で cast iron pipe puller を併用して引抜くものである。

試験井は第二十八圖に示すが如く群をなして穿ち地下水流の流速と方向とを測るものである。井の深さが 25 ft. に達せない浅井の時は *a* 圖の如く上流井即ち salt well の *A* より *B*, *C*, *D* までの各距離は約 4 ft. とし  $\overline{BU}$ ,  $\overline{CD}$  は約 2 ft. とする。*AC* 線は地下水流の方向と思はるゝ方向に定向する。深井の時は *b* 圖の如き配置にせばよい。深さが 75 ft. 以上の井の時は半径を 8~9 ft. 弦長を

第二十八圖



4 ft. とする。斯くの如く間隔を大にするのは井の鑿穿の誤差を除かんためである。 $\angle BAC$  及び  $\angle CAD$  は  $30^\circ$  以下がよい。

試験井が出来てから各井の casing を電氣的に連結する。而して下流の井 *B*, *C*,

*D* の各の中には径  $3/8$  in. 長さ 4 ft. の nickel 鍍金をした眞鍮製の電極が入れてあつて、之れと casing とは木製の絲巻の類で絶縁してある。此の電極には rubber covered wire にて連結する。此の電極の模様は寫眞第三に示してある。此の圖の左方に 2 つの perforated brass basket が示してある。之れは上流井中に粒狀鹽化アムモニヤを填裝する容器で寸法は径  $1\frac{3}{4}$  in. 長さ 30 in. である。

第二十九圖は上流及び下流の試験井の間の electric circuits の模様を示したものである。*B*, *A*, *C* が測定装置であつて Slichter 氏の考案せるものである。

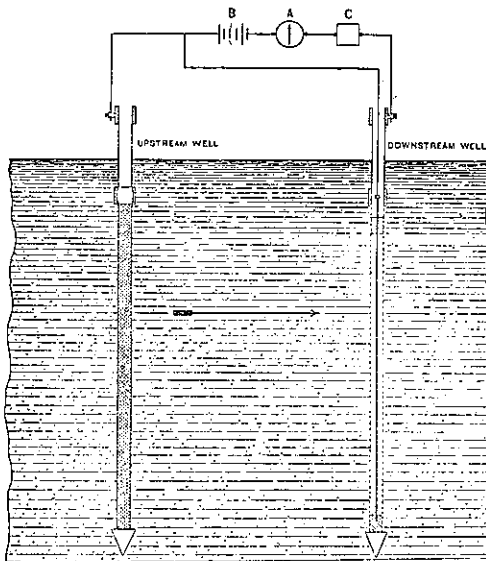
測定の方法は至つて簡單にして上流の井 *A* に強烈なる電解物例へば Sal Ammonia の類を填裝する。然らば之れが地下水に溶け込み下流に運ばれてゐる、従つて地下水は良好なる傳導體となる。若し地下水が下流の井 *B*, *C*, *D* の何れか一つの方向に流るゝとせばその間 (*A* と *B*, *C*, *D* の中の何れか) の電流は漸次上昇し、遂に電解物が下流の中の一つに到達すれば急激に電流が昇るものである。若し電解物が井の中に流入すれば well casing と内部の電極との間に short circuit を生じ茲に電流が急激に上昇するものである。此の模様は第三十圖によつて明である。

井 *A* に電解物を填裝してより之れが下流井に達する迄の經過時間は此の 2 井間の距離を

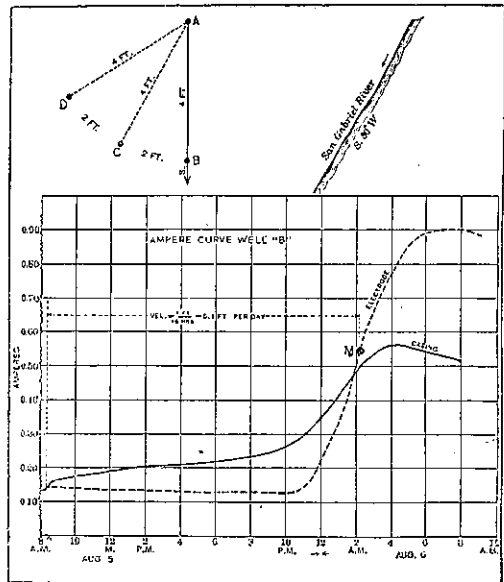
地下水が流るゝに要する時間を示すものである。故に兩井間の距離を上記の経過時間にて除すれば地下水の砂中に於ける平均流速を知り得るものである。然し電解物が下流井の一つに顯はるゝのは非常に急激なるものに非ずして何れかと言へば漸進的のものである。

此の電解物が漸次に下流井に顯はるゝは鹽類の diffusion に因るものではない。即ち此の現象を起すのは砂中の毛細間隙中を流るゝ水はその中心部にては砂面に接觸する處より流速が大であるから最初電解物は毛細間隙の中央部を通つたものゝみが下流に達し漸次に全間隙に及ぶからである。故に毛細間隙中の平均流速を知るにはその電流曲線の上昇部の平均値或は曲線の反曲點を取るのが妥當であらうと考へる。粒狀鹽化アムモニヤは一度に4~10封度を用ひ、一つのバケツに約2封度を入れることが出来るもので多量用ふる時は10~20分して再び供給するがよい。

第二十九圖



第三十圖



此の電流は直接之れを電流計で讀むこともあるし、又自記々録器によることもある。

#### 4. 集水井又は集水埋渠の公式を用ひ實測の結果から計算に依つて $k$ を求むる方法

此の方法は或試験井を穿ち理論的にその湧出量、水面降下等を計算し、此の計算と實測と比較對稱して其の含水量の transmission constant  $k$  を計算する方で之れは實際上最も優れた方法である。之れに關しては第二編の處で詳論する心算であるから茲には贅しない。

## 第六節 $v = k \frac{h}{l}$ に於ける $\frac{h}{l}$ の實際上の上下限界

### 1. 概 説

既に述べたる處によりて明なる如く、Darcy 氏の公式は流れが stream line flow をなす範囲内に於てのみ適用し得るものである。故に吾人が  $v = k \frac{h}{l}$  なる公式を適用するに當りては  $v$  は critical velocity 以下たることを要す。而して此の critical velocity より大なる流速の流れの場合には流速が水面勾配又は動水勾配即ち  $\frac{h}{l}$  の増加に正比例しないものである。而して此の勾配は實際上限度があつて或限界以上に大きくはなり得ないのである。

次に理論的の critical velocity 並に之れに對する  $\frac{h}{l}$  及び天然に於て存在し得る max. hydraulic gradient  $i_0$  に就て吟味して見やう。

又地下水の流れは或一定の  $\frac{h}{l}$  にならないと實際上流れが非常に小で實際上無いものと考へ得る。然らばその無視し得る水面勾配又は動水勾配は幾何であるかに就ても吟味して見やう。

### 2. $h/l$ の最小限界

Miller-Brownlie, T. A. 氏は Indian & Eastern Engineer, Dec. 1919 に發表の Subsoil water in relation to tube wells なる論文に於て地下水は或一定の勾配に達せないと實際上流れを認むることが出来ない意味のことを述べて居る。著者も嘗て此の理論を應用して井の影響圏の半径を計算する方法を提案して世に問ふた。然らば此の勾配の最小限度は如何、又實際上流れとして認め得る最小限界の如何に就て吟味して見やう。

Miller-Brownlie 氏又は Prinz 氏は Terzaghi 博士の研究を綜合すれば各種の砂の流れに對する最小勾配は第十一表の如くである。

第 十 一 表

Veny fine sand	1/100
Fine sand	1/170
Medium sand	1/210
Coars sand	1/260
Fine gravel	1/300~1/3300

以上の砂を U. S. Bureau of Soils の標準により砂粒を假定し、之れによりて  $k$  を最小に見積り、上表に對する流速を計算する時は第十二表を得る。

第十二表

Kind of sand	Size of grain (mm)	Observed min. grade $m$ or $\frac{h}{l}$	$k=0.40 d^2$	Velocity for min. grade, cm/sec
Very fine sand	0.05~0.10	1/100	0.00100	$10^{-5}$
Fine sand	0.10~0.25	1/170	0.00400	$2.35 \times 10^{-5}$
Medium sand	0.25~0.50	1/210	0.02500	$11.90 \times 10^{-5}$
Coarse sand	0.50~1.00	1/260	0.10000	$38.46 \times 10^{-5}$
Fine gravel	1.00~2.00	1/3300	0.40000	$121.21 \times 10^{-5}$

上表の値は元來水溫其の他不明にして、且つ計算も標準の場合を取つたから多少の誤差あるは想像に難くない處である。而して吾人が認め得る最小流速なるものは或對照によつて異なるもので、砂粒の大小によりて相當の變化がある筈である。即ち very fine sand の如きは  $10^{-5}$  cm/sec を以て最小流速とせるも coarse sand であれば  $38.46 \times 10^{-5}$  cm/sec を最小流速と見做して居るが如きである。

即ち第十二表の結果では吾人の認め得る最小流速なるものは  $k$  又は有效徑によりて異なる。即ち相對的のものであるが、次に吾人が認め得る最小流速を 0.05 mm. の有効徑の粒の 1/100 の最小勾配の場合の値即ち

$$v = 0.40(0.05)^2 \times \frac{1}{100} = 10^{-5} \text{ cm/sec or } 0.864 \text{ cm/day}$$

を基として各砂に對する最小勾配を計算して見ると第十三表の如くなる。

第十三表

$d$ , True effective size mm.	$d^2$ mm <sup>2</sup>	$k=0.40 d^2$ cm/sec	min. velocity observed, cm/sec	$h/l$ or min. grade
0.05	0.0025	0.00100	$10^{-5}$	1 : 100
0.10	0.0100	0.00400	"	1 : 400
0.25	0.0625	0.02500	"	1 : 2500
0.50	0.2500	0.10000	"	1 : 10 000
1.00	1.0000	0.40000	"	1 : 40 000
2.00	4.0000	1.60000	"	1 : 160 000

即ち本表では min.  $h/l$  の値は  $d$  の 2 乗に逆比例して居る。

要するに流れを生ずべき最小動水勾配即ち  $h/l$  の最小値は砂粒又は  $k$  の大小によりてその場合に適する如く臨機に考へるか、即ち相對的に最小値を臨機に定むるか、或は最小値は絕對的のものとして取扱ふかによりてその値に相違を來すものである。而して實際問題としては前の場合即ち  $h/l$  の最小値又は  $v$  は砂粒又は  $k$  の如何によりて相對的に變へる場合が多い様に思はれる。

### 3. Critical Velocity 及び Practical Maximum Velocity



## (a) Critical velocity

Prof. O. Reynolds は stream line flow と turbulent flow の限界なる velocity を critical velocity と稱した。而して同教授によれば此の critical velocity には stream line flow から turbulent flow に移る場合と、逆に turbulent flow から stream line flow になる場合とで、その値に相違がある。而して前者は後者よりも大なるを以つて前者を higher critical velocity 後者を lower critical velocity と稱して居る。その値は次式によりて計算する。

$$\left. \begin{aligned} V_{ch} &= 0.023(1 + 0.337 T + 0.00022 T^2)^{-1} D^{-1}, \text{ m/sec} \\ V_{cl} &= 0.0034(1 + 0.0337 T + 0.00022 T^2)^{-1} D^{-1}, \text{ m/sec} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(50)$$

茲に  $D$  : 管の直径, m

今  $D$  を mm,  $10^\circ\text{C}$  の標準温度の場合に換算せば

$$\left. \begin{aligned} V_{ch} &= 1692.4 D^{-1}, \text{ cm/sec} \\ V_{cl} &= 250 D^{-1}, \text{ cm/sec} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

砂中の流れの場合にこの critical velocity を如何して計算するかと云ふに、既に述べた様に砂中の流れの摩擦抵抗は最小面積間隙の断面に於て生ずるものであるから此の最小間隙を equivalent capillary tube に換算しその径を上式の  $D$  に代入して計算して見やう。此の計算法は Slichter 氏に倣へるもので實際は最小面積間隙と hydraulic mean depth の割合は一定でないから多少の誤差は免れないであらう。

今最小面積間隙を  $A = \zeta d^2$  とせば

$$D = \sqrt{\zeta \frac{4}{\pi}} d \dots\dots\dots(52)$$

$d$  : 砂粒の径 mm.

(51) 式は最小間隙の處の流速であるから全断面に割當てたる流速は次の如し。

$$\left. \begin{aligned} v_{ch} &= p_{min} V_{ch} \\ v_{cl} &= p_{min} V_{cl} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

Slichter 氏は  $A = \frac{d^2}{2} \left( \sin \delta - \frac{\pi}{4} \right) \dots\dots\dots(a)$

とした。即ち  $\zeta = \frac{1}{2} \left( \sin \delta - \frac{\pi}{4} \right)$  となる。然るに面積間隙が 30% 以上となれば既述の如く

$$A = d^2 \left( \sin \delta - \frac{\pi}{4} \right) \dots\dots\dots(b)$$

又は  $\zeta = \sin \delta - \frac{\pi}{4}$

となる。即ち (a) は pore space を最小に見積つてある。従つて transmission constant も最小の場合であるが、反之 (b) は最大の見積である。 $V_{ch}, V_{cl}$  は (51) 式に依つて計算するが式中の  $D$  は (52) 式から計算する。従つて (a), (b) の場合によつて異なる。 $v_{ch}, v_{cl}$  も亦同様である。

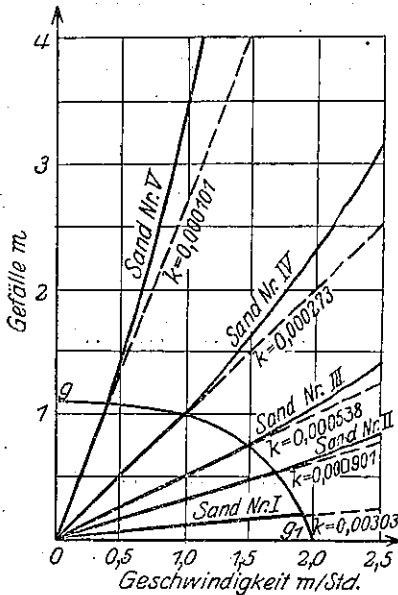
此の  $v_{ch}, v_{cl}$  が全面に割当てたる Darcy 氏の公式の適用する、限界の流速である。此の流速を起すに相當する  $h/l$  を Grenzgefälle と稱し  $i_g$  を以て表す。

今  $i_g$  なる Grenzgefälle の値を各空隙比の規則的配列の等径粒の砂に就て計算して見ると非常に大きな値になり、46% の空隙比の場合 (b) 式に従つても  $v_{cl}$  に對する  $i_g$  は  $90 d^{-3}$  となる。

以上は凡て最小面積間隙に就てのみ考へたが最大間隙の處ではかくの如き  $i_g$  又は流速で水が流るゝ時は明に turbulent flow となる。然らば Grenzgefälle の値は如何と言ふに此の決定には以上の計算では解決が出来ないからどうしても實驗的研究を必要とする。

此の點に關する實驗的研究は Piefke 氏の研究がある。之れは第三十一圖に示す通りである。

第三十一圖



砂の番号	k の値, m/sec.	Grenzgefälle $i_g$
Nr. I	0,00303	0,20
Nr. II	0,000901	0,55
Nr. III	0,000538	0,75
Nr. IV	0,000293	1,00
Nr. V	0,000101	1,07

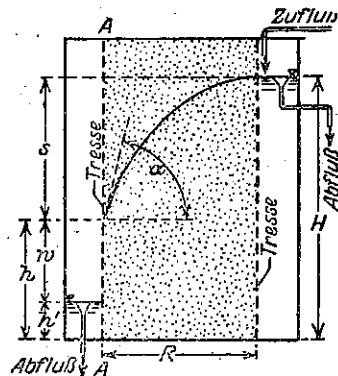
R. Ehrenberger 氏の研究は既に第四圖に掲げた通りである。何れの實驗に於ける  $i_g$  の値も著者が計算せる様に大でない。

(b) 實用最大流速及び最大勾配

地下水が地中を流れるに當つてはその動水勾配或は流速には實際上限界があるものである。

Dr. Ing. Willy Siehardt 氏は此の點に關する研究を Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen, 1928 に發表して居る。此の種の研究は M. Thevent,

第三十二圖



Fossa-Mancini 氏等によりて最初試みられたものである。

Siehardt 博士は第三十二圖に示す様な装置で最大勾配を測定出来ることも述べて居る。

而して彼は第十四表に示す實驗の資料から井戸の汲出の際の水面降下の場合の最大勾配  $i_0$  を計算して之れと  $k_m$  との關係を求めたのである。 $k_m$  は transmission constant で單位は  $m/sec$  である。

第十四表

Baustelle	$k$ -Wert m/sek	Brunnen- durch- messer m	Höhe der be- netzten Brunnenfläche m	Fördermenge je Brunnen l/sek	errechnetes Spiegelgefälle am Brunnen- außenmantel $i_0$
Dritte Schleuse in Wemeldinge i. Hol- land <sup>1</sup> .....	Ostseite: 0.009123	0.15	5.0	1.81	6.25
	Nordseite: 0.00197				
	Westseite: 0.000103				
Grundwasserabsen- kung am Haupt- bahnhof Leipzig <sup>2</sup> .	0.0053	0.15	5.0	8.33	0.666
Nördliche Schleuse in Plötzensee <sup>2</sup> .....	0.0014	0.18	4.0	4.9	1.55
Grundwasserabsen- kung beim Bau ei- nes Kohlenbunkers in Tegel <sup>3</sup> .....	0.002	0.15	4.85	5.95	1.30
Schacht I der Mata- dorbergbaues. m. b. H. i. Senftenberg (N.-L.) <sup>4</sup> .....	0.0003	0.15	I. Staffel 4.78	3.00	4.44
			II. Staffel 5.82		
Grundwasserabsen- kung in Gartenfeld b. Berlin <sup>4</sup> .....	0.0028	0.15	5.5	9.44	1.30

即ち第十四表の結果から横軸に  $k_m$  の値、縦軸に  $i_0$  の値を取る時は第三十三圖を得る。

此の圖から  $k_m$  と  $i_0$  の數學的關係を求めやう。

$$\text{今 } mi_0 = \left( \frac{1}{k_m} \right)^n$$

なる式と見る時は

$$m = 14.9 \text{ 又は } 15$$

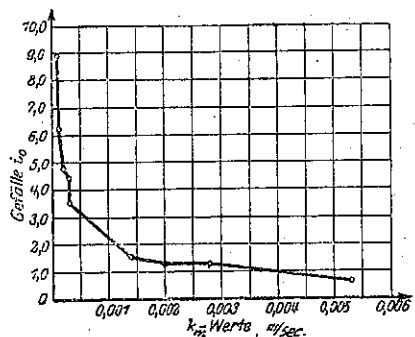
$$n = 0.52 \text{ 又は } 1/2$$

となる。故に

$$i_0 = \frac{0.067}{\sqrt{k_m}} \text{ 又は } \frac{1}{15\sqrt{k_m}} \dots\dots\dots (54)$$

となる。之れが Sichert 博士の式である。上式に於て  $k_m$  の代りに  $k$  即ち  $cm/sec$  の單位を用ふる時は

第三十三圖



1 Schultze, J.: Die Grundwasserabsenkung in Th. u. Pr. usw. S. 121 ff. 1924.  
 2 Kyrieleis, W.: Grundwasserabsenkung usw. S. 101 ff. 1913.  
 3 Vom Verfasser beobachtet.  
 4 Beobachtungen der Siemens-Bauunion G. m. b. H. Kommanditgesellschaft.

$$i_0 = \frac{0.67}{\sqrt{k}} \text{ 又は } \frac{2}{3} k^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (51a)$$

著者は  $k=cd^2$  とし規則的配列の各空隙比に對する  $i_0$  の値を計算し第十五表に示して置いた。

第十五表

空隙比, $\lambda$	$c$ の 値		$\sqrt{c}$		$i_0 \cdot d = \frac{0.67}{\sqrt{c}}$	
	Slichter	著者	Slichter	著者	Slichter	著者
0.26	0.0915	0.1830	0.308	0.428	2.211	1.565
0.28	0.1169	0.2320	0.341	0.482	1.963	1.390
0.30	0.1469	0.2938	0.383	0.542	1.749	1.236
0.32	0.1818	0.3636	0.426	0.603	1.595	1.111
0.34	0.2222	0.4444	0.472	0.667	1.420	1.006
0.36	0.2677	0.5354	0.517	0.732	1.293	0.915
0.38	0.3199	0.6399	0.566	0.800	1.186	0.838
0.40	0.3798	0.7596	0.617	0.871	1.085	0.769
0.42	0.4457	0.8914	0.668	0.944	1.005	0.710
0.44	0.5209	1.0418	0.722	1.021	0.931	0.656
0.46	0.6083	1.2046	0.776	1.098	0.864	0.610

此の  $i_0$  は  $i_0$  即ち stream line flow に對する限界勾配より大なるものであるから、かゝる hydraulic gradient となれば Darcy 氏の法則を適用出来ないのである。然し Slichter 博士等は之れを適用して居られる。それはその誤差が實際上僅少なるが故である。

要するに上述の公式又は表から  $i_0$  又は  $i_0$  の値を知ることが出来る。而して higher critical velocity 及び low critical velocity の何れを以つて stream line flow の限度とするかと言ふに Ehrenberger 氏の實驗又は Prinz 博士の Hydrologie にある Piefke 氏の實驗にもある様に砂中の流れの時は Reynolds 教授が管に就て實驗せる場合の如く high 及び low の判然たる區別がなく、又最小面積間隙の critical velocity 必ずしも最大間隙の處のそれではなく、且つ砂中の流れの場合には管中の流れの如く簡單でないから著者は理論公式より Slichter 博士の實驗公式から計算するのがよいと思ふのである。しかし上述の實驗資料より明なる如く stream line flow の限度を越えて turbulent flow となつても同一の  $h/l$  に對する計算上の兩流速の差は僅かなものであるから多少 critical velocity 又は Grenzgefälle の計算に不備な點があつても實際上は大した誤はない。要は近似値を知れば足りる。

尙砂が大小混ぜる時は  $d$  は眞の有效徑を取るべきで、その計算には著者の式を用ひて差支へはなからう。

上論は凡て 10°C の場合を標準としてあるから其他の場合には溫度更正を施す必要がある。即ち流れの場合の溫度更正の値を以つて既に計算した標準の場合を除すればよい。

## 第七節 砂中の流れに関する結論

砂中の流れは普通の場合に於ては stream line flow にして多くは

$$v = k \frac{h}{l}$$

なる公式によりて計算することが出来ることは Darcy 氏によりて稱へられたることにして此の説の正しき事は既に第一節に於て述べた通りである。然し乍ら此の公式の適用には實際上範囲があるもので、 $h/l$  が餘りに大となれば  $v$  と  $h/l$  の相互關係は直線關係でなくなる。

然らばその  $h/l$  の範圍は如何と言ふに之れは第六節に於て述べた。而して此の stream line flow を保つ限界勾配より尙大となる時は turbulent flow となる譯であるが之れにも限界があつて現場に於ては天然の水面勾配は此の限界よりも大きくはなり得ない。換言せば流速に限界がある。此の限界は stream line flow の限界勾配より勿論大である。従つて實は天然に於ける最大流速の場合は Darcy 氏の公式にては計算はされない譯であるが、その誤差が左迄大きくないから之れに依つて居ることも同じく第六節に述べた處である。故に砂中の流れは多くの場合 stream line flow と考へて差支へはないのである。又天然の砂中の流れは勾配が小なる時は殆んど無視し得るもので此の場合の勾配を最小勾配と稱して居る、斯の如く地下水の天然勾配は最小勾配  $m$ 、stream line flow の限界勾配  $i_0$  及び最大流速に對する勾配  $i_1$  があることを忘れてはならぬ。

Darcy 氏の公式中  $k$  の値に就ては第二節の理論的研究に於て諸大家の研究を述べ、第三節に於ては著者の理論的研究を掲げ、第四節に於て諸大家の實驗的研究を述べ、著者の考を加へ、第五節に於て實驗室及び現場に於ける測定の方法を掲げたのである。各大家の理論的研究で述べた様に Slichter 氏の理論公式と Terzaghi 博士の研究中にある lower limit を與へる値とは殆んど一致するので、又 Terzaghi 博士の upper limit を與へる式は著者が Slichter 氏の公式を修正した式と殆んど一致するのである。依つて理論上は均等なる配列の等徑粒の砂の時は標準状態即ち空隙率 40%、水温 10°C の時は

$$k = cd^2$$

又は  $k = 0.38 \sim 0.82 d^2 \text{ cm/sec.} \dots \dots \dots (55)$   
 茲に  $d$  : 砂粒の徑, mm.

となるのである。而して粒の配置によりては  $c$  の値は 0.11 程度になり得るものであることは著者の研究(第三節)に於て述べた通りである。然し 0.11 と言ふのは非常に不安定な砂粒の配列であるから 0.38 より小なる値の事は實際上稀であらう。

此の理論的考察が果して正しきや否やは實驗によりて定まるもので此の實驗的研究は第四節に詳論した。而して實驗の結果は等徑の粒の時は上の 0.88 なる係數と一致する場合が多い。即ち Slichter 氏の研究と殆んど一致するが 0.82 に近いこともある。而して大中小粒が

混合する場合には果して何れの粒径が全體を代表するかを先決しなくてはならぬ。此の代表的粒の徑を有效徑と稱し、Seelheim, Slichter, Hazen 氏等によりて夫々異なる解釋を與へることを述べ、著者は以上各大家の説を斟酌して新公式を提案した。即ち

$$d = (0.75 + 0.25 \mu) d_w \dots\dots\dots (56)$$

- $d$  : 著者の有效徑, mm.
- $\mu$  : 均等係數
- $d_w$  : Hazen 氏有效徑, mm.

此の  $d$  を用ふる時は實驗結果

$$k = 0.40 \sim 0.80 d^2 \dots\dots\dots (57)$$

なる關係が成立し理論的公式と殆んど一致するのである。

故に吾人は普通起り得る lower value を標準に取りて

$$\left. \begin{aligned} k &= 0.40 d^2 \\ &= 0.40(0.75 + 0.25 \mu) d_w^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

となす。

以上は標準状態の時なるを以つて其の場合には温度及び空隙の更正を必要とする。然る時は

$$\text{茲に} \left. \begin{aligned} k &= 0.40(0.75 + 0.25 \mu) \nu \theta d_w^2 \\ \nu &= 0.20 + 2.233(\lambda - 0.25) + 20.667(\lambda - 0.25)^2 \\ \theta &= 0.70 + 0.03 T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

- 尙  $\nu$  : 空隙又は面積間隙更正係數,  $\lambda = 0.40$  の時  $\nu = 1.00$
- $\theta$  : 温度更正,  $10^\circ\text{C}$  の時  $\theta = 1.00$
- $T$  : 水温,  $^\circ\text{C}$

以上の公式より  $k$  を計算する事を得る。之れ等の公式は理論上、實驗上から考へて正しき事は既に並べた通りである。著者は之れ等の公式によりて現在迄の地下水流に關する各大家の理論的、實驗的研究を代表し得るものと信ずるものであるが、素より非才なる著者の研究なるを以つて不備の處も多々あるであらう。一重に賢明なる先輩諸士の御叱正を仰ぐ。

終に一言注意すべきは砂がその空隙を充される程度に粘土、沈泥を含んで居る場合、或は甚だ不規則なる配列の時は本編は適用出来ないのである。尙結論に述べた公式は既に述べたものゝみであるが番號は凡て之れを新にした。

### 第三章 砂利及び之れに類似の材料中の流れ

#### 第一節 概 論

砂利層の中の水の流れは砂層中の流れとは多少趣を異にするものである。即ち砂中の流れ

は普通は stream line flow であるが砂利層中に於てはそうばかりではない。砂利層の砂利が全體として小なる場合又は砂混りの砂利の場合には普通は stream line flow であることは Hazen 氏も The Filtration of Public Water Supplies 1896. P. 32 に於て述べて居るし又著者も熊本市の水道水源井の實地試験を依頼されたる際親しく確めることが出来た。故にかゝる状況の砂利中の流れの計算は何等砂中の流れと異なる處はない筈である。

然るに砂利の粒が或程度以上に大きくなればその中の流れは砂中の場合と自ら趣を異にするもので、stream line flow の範圍を出でて turbulent flow となるものである。此の事實は Hazen 氏（上述の書）も述べて居るし又 Snureker 博士<sup>1)</sup> 及び Forchheimer 博士<sup>2)</sup> もそのことを裏書して居る。

## 第二節 細砂利及び砂混り砂利中の流れ

砂混り砂利又は粒の小さい細砂利中の流れは stream line flow の範圍を出でない場合が多い。従つて流れの速度其他の計算方法は砂中の流れの場合と同様である。

天然に存在する砂利層はその昔沈澱して生じたものであるからその地質構成は大中小の粒よりなる場合多く、従つて stream line flow として取扱ひ得る場合が多いのである。

## 第三節 粗砂利中の流れ

### 1. 概 説

天然に於て大粒の礫のみよりなる砂利層は稀に存在するものである。故にかゝる場合の流れの模様を研究したものは至つて稀である。實際に於てかゝる砂利層中の流れの研究は砂中の流れに比して價值が割合に少ないもので、且つ砂中の流れに比する時は流れの抵抗は至つて僅少で殆んど砂中の場合に比すれば考へに入るゝ必要がない位である。只特殊の場合に限り研究の價值あるものである。斯様な次第であるから著者が態々研究するの要はない様にも思はれるが只之れに就て正確なる概念を與へるために蛇足を加へたに過ぎない。讀者諸士幸に之れを諒せられよ。

### 2. 現在までの研究一斑

**A. Hazen 氏の研究** 彼はその著書 The Filtration of Public Water Supplies に於て粗砂利に對する流れの損失水頭は流速大なる場合にはそれに正比例しないことを認め、濾過池の砂利層に就て實驗を試み其の結果を發表して居る。此の資料は 3.(8) に述べる事とする。

**Ph. Forchheimer 博士の研究** 彼は研究の結果次の式を出して居る。

<sup>1)</sup> Handbuch d. Ing. Wiss. III. Wasserbau, 3 Bd. 2 Auf. 1914, S. 140~142.

<sup>2)</sup> Dr. Ph. Forchheimer: Hydraulik, 1924, S. 424.

今  $v$  を砂利層の全面積に割當てたる流れの速度とせば Marchfeld  $h/l=1.53v+237v^2$  而して  $v=0.00081\sim 0.011$  cm/sec., Lechfeld bei Gersthofen  $h/l=0.71v+8v^2$  而して  $v=0.12\sim 1.2$  cm/sec., Grazer Feld oberhalb Graz  $h/l=0.033v+0.79v^2$

0. Smreker 博士の研究 Smreker 博士が研究の結果得たる公式は次の様である。

$$h/l = \xi \frac{v^2}{2g}$$

茲に  $\xi$  :  $v$  の函数

$$\xi = \alpha + \sum_{n>0}^{n<\infty} \left( \frac{\beta_n}{v^{1/n}} \right)$$

$\alpha, \beta_n$  : 常数

普通は  $\xi = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}}$  とすれば

$$h/l = \frac{\alpha}{2g} v^2 + \frac{\beta}{2g} v^{3/2} \dots \dots \dots (60)$$

今  $\xi = \frac{\gamma}{\sqrt{v}}$  とせば

$$h/l = \frac{\gamma}{2g} v^{3/2} \dots \dots \dots (60a)$$

以上の研究は凡て pipe flow の公式から誘導されたもので夫々或種の pipe flow の公式と同形である。

以上掲げた公式は凡て turbulent flow として取扱つて居るから pipe flow の場合に做ひ温度影響は之れを無視して居ることが判る。

3. 著者の研究

砂粒の砂利中の流れは turbulent flow であるから pipe flow の特殊な場合として取扱つて差支へない。よつて著者は先づ pipe flow に就て吟味して見やう。

Pipe flow に就ては Gibson, Parker, Lea, Wegmann, Forchheimer 等の大家の著書に相当詳細に論じてある。而して此の pipe flow に就ては最近に至るまで之れに関する論文が相次いで發表され未だ理論の統一を見ず、従つて結論を見るに至つてない状態である。

元來 pipe flow の理論は多くは半實驗的であるから必ず實驗によりて照査すべきである。然るに此の實驗に當つては次の二つの困難がある。

1. 實際市場に販賣する pipe は水理學上正確にその状態を表すことが出来ないこと。
2. 管中の流れは突發的の不正確なる事故のため相當なる影響を受ける。従つて充分正確なる實驗は實際上出来ないこと。



以上の理由で pipe flow の公式は實驗者によつて相當の相違があることは又已むを得ない處であらう。

次に現代に於て代表的と見做さるゝ pipe flow に関する公式を掲げて見やう。

(1) 基本公式

Turbulent flow に屬する管流に関する基本公式は次の様である。即ち

$$h/l = \xi_0 \cdot \frac{V^n}{2g} \dots\dots\dots (61)$$

即ち  $h/l = f(V) \dots\dots\dots (62)$

茲に

$h/l$  : sine of water surface.

$n$  : coefficient depending upon pipe surface, ordinary 2 approximately.

$V$  : velocity of flow.

$g$  : acceleration of gravity.

$\xi_0$  : constant depending upon the charactor of pipe, velocity of flow, dia. of pipe etc.

(61) 又は (62) 式より明なる如く  $h/l$  は  $V$  の函数で必ずしも  $V$  の 2 乗に限定された譯ではない。多くの公式は此の基本公式から出發したものである。以下述べる處は斷りなき限りは凡て米突單位で  $V$  は m/sec,  $D$  は m にて示してある。

(2) 舊公式

舊公式に屬するものを分類して次の如くする。舊時代とは略々 1732~1854 年を指すもので、C. A. Couplet 氏に初まり Hazen 氏に終るものである。

(イ) 損失水頭は  $D$  に反比例し  $V$  の  $n$  乗に比例するとなすもの、即ち

R. Woltman 氏は Couplet, Bossut 及び Dubuat 氏等の研究から次の公式を誘導して 1779 年之れを發表せり。

$$h/l = 0.00124 \frac{V^{1.75}}{D} \dots\dots\dots (63)$$

J. A. Eytelwein 氏は 0.00124 及び 1.75 の代りに 0.00159 及び 2 を用ひた。

B. de Saint-Venant 氏の式も此の種に屬する。

1775 年 Chezy 氏は open channel に就て

$$h/l = k \cdot \frac{V^2}{R}$$

茲に  $R$  : hydraulic mean radius

なる式を與へた。之れが又現今 pipe flow の公式の根底をなすものである。即ち管にては

$R \propto D$  となるを以つて

$$h/l = \xi_0 \cdot \frac{V^2}{D}$$

となる。

(ロ) 損失水頭は  $D$  に反比例し  $V$  の 1 乗及び 2 乗に比例するとなすもの。即ち R. de Prony 氏は 1804 年次の式を誘導した。

$$h/l = \frac{1}{D} (0.00006933 V + 0.00139304 V^2) \dots\dots\dots (64)$$

D'Aubnisson, Eytelwein 氏等も同形の式を發表して居る。

(ハ) 損失水頭は  $D$  に反比例し  $V^{1.5}$  及び  $V^2$  に比例するものとなすもの。Weisbach 博士は 1845 年次の式を推奨して居る。

$$h/l = \frac{1}{D} (0.00073334 V^2 + 0.0004827 V^{1.5}) \dots\dots\dots (65)$$

(ニ) 損失水頭は  $D^m$  に反比例し  $V^n$  に比例するとなすもの。Hagen 氏は 1854 年初めに完全なる指數公式を推奨した。即ち式に曰ふ

$$h/l = k_0 \frac{V^{1.75}}{D^{1.25}} \dots\dots\dots (66)$$

茲に  $k_0$  : 常数

以上舊公式は大別して 4 種となすことが出来た。凡て實驗が不充分なりしたため係數其他の點に於て不備の點が少くないが pipe flow の公式は大體に於て此の時代に於て體系が決定されたものと稱して差支へなからう。

(3) Darcy 氏より Lang 氏に至るまでの公式

Darcy 氏より Lang 氏に至る研究は 1858~1889 年の間に於て行はれた。此の時代に於ても未だ結論を得る程度に至つてない。今此の時代の公式を分類する時は次の如くなる。

(イ) 損失水頭は  $D$  に反比例し  $V^2$  に比例するとなすもの、此の種の研究の代表として有名なるは Darcy 氏の式がある (1858)

$$h/l = \left( 0.001014 + \frac{0.00002588}{D} \right) \frac{V^2}{D} \dots\dots\dots (67)$$

此の式はその助手 Henri Bazin によりて修正され、尙同種の式として Dupuit 氏 (1865), E. Ganguillet & W. R. Kutter 兩氏 (1869), J. T. Fanning 氏 (1873), A. Frank 氏 (1881) 等の式がある。而して之れ等の式を一般に

$$h/l = \xi_0 \frac{V^2}{D}$$

なる形式で表はす時は、此の中の  $\xi_0$  が各家によりて異なるものであるが只  $\xi_0$  を  $D$  の函数とせるは皆同様である。

(ロ) 損失水頭は  $D$  に反比例し  $V^{1.5}$  及び  $V^2$  に比例するとなすもの。

1887 年 H. Lang 氏は

$$h/l = \left( \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{DV}} \right) \frac{V^2}{D}$$

$$\text{又は } h/l = \alpha \frac{V^2}{D} + \beta \frac{V^{1.5}}{D^{1.5}} \dots \dots \dots (68)$$

なる式を發表して居る。

此の式は前述の Weisbach 博士の式に似ては居るが  $D$  に關する關係が少しく異つて居る。

(ハ)  $h/l$  は  $D^m$  に反比例し  $V^n$  に比例する。即ち (2) の(ニ)と同じ假定に従ふもの。

1873 年 C. I. N. Lampe 氏は

$$h/l = 0.0007555 \frac{V^{1.502}}{D^{1.5}} \dots \dots \dots (69)$$

なる式を發表せり。

#### (4) O. Reynolds 教授以後の新公式

Reynolds 教授以後の各大家の新公式は殆んど凡てが Hagen 氏の式と同形の指數公式である。即ち E. Trupp (1887), C. H. Tutton (1889), A. V. Saph & E. W. Schoder (1903), Flamant (1892), T. Christon (1903), W. C. Unwin (1907), Vidal & Kauffmann (1907), E. C. Lea (1907), G. S. Williams & A. Hazen (1920) 氏等の公式は凡て次式の形態を備へて居る。即ち

$$h/l = \xi_0 \frac{V^n}{D^m} \dots \dots \dots (70)$$

なる指數式にて示されて居る。

之れ等の式は計算上對數を利用し得る特長があるから近來盛んに用ひられる。而して上記の大家の式は管の性質、流速、管徑に就て充分精密なる實驗を行つた結果誘導されたるものであるから相當の精度は認め得るものである。

#### (5) 管流に對する結言

管流の諸公式は既に述べた様に各種の形式があつて、各國各大家夫々自説を固持して譲らず、夫々在來の慣習其の他により、或は Kutter、或は Williams & Hazen 或は Hagen 或は Weisbach の式を用ひて居る次第で、果して何れの式が如何なる場合最も適合して居るか、その他一般的に何れがよいか等の結論を得る程度には到つてない。只精度に於て吾人の許し得べき範圍内にあるならば指數公式は計算が割合に容易であるから、使用に便利であることが認められて居る程度である。

#### (6) 略々均等粒よりなる砂利中の流れに關する著者の理論的解法

茲にて砂利層と稱するは略々等徑の粒よりなる砂利の謂で、從つて實際上其の空隙率は粒徑の大小に關係少く 40% 内外でその粒の形狀は多少相違があるのは勿論であるが球形に近く而かも砂利中には砂を混ぜないものと假定する。

今等徑粒の砂利を考へ之れを最大密度なる様に配列したる場合に就て考へやう。此の場合

に於ては流れに直角なる断面に於ける面積間隙比は最小 0.0931 にして最大 0.4558 である。従つて砂利中の流れは不規則なる漸縮管 (convergent pipe), 漸開管 (divergent pipe) 及び等径管 (uniform pipe) の不規則なる連続であると考へられる。而して間隙は圓弧よりなる不規則なる形状をなせども吾人は計算を容易ならしめるため圓形と考へる。然るときは最小と最大の間隙の間には大なる相違があるから漸開及び漸縮管としての損失水頭は最小間隙の處に於ける流速  $V$  の 2 乗に比例するものと見做して差支へないであらう。而して漸開及び漸縮は砂利層の長さ に比例するものである。又等径管中の流れの損失水頭も既に述べた様に  $V^2$  に比例し又その長さ に比例すると考へても今の處差支へなからうから

$$h/l = \zeta_0 \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots(71)$$

茲に

$h$  : lost head.

$l$  : length of gravel layer though which water passes.

$V$  : velocity of flow.

$g$  : acceleration due to gravity.

$\zeta_0$  : constant.

今  $v$  を滲過速度又は砂利層の全断面に割當てたる見掛けの流速とせば

$$h/l = \zeta \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(72)$$

今 Smreker 博士に従ひ

$$\zeta = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}}$$

とせば

$$h/l = \frac{\alpha}{2g} v^2 + \frac{\beta}{2g} v^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{又は } h/l = \mu v^2 + \nu v^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(73)$$

茲に  $\mu$  及び  $\nu$  は常數である。而して之れ等  $\mu$  及び  $\nu$  の値は現場にて試験井を穿ちて實測し或は又實驗室でその砂利に就て測定することも出来る。

實際  $h$  なる値は  $v$  が普通の値の場合に於ては  $l$  が大ならざる場合に在りては非常に小なるものである。

以下  $\mu$  及び  $\nu$  の値を求めて見やう。元來 Smreker 博士の式は Weisbach 教授の式と同形であるから (65) 式を用ひて  $\mu$  及び  $\nu$  を求めやう。著者は Weisbach 教授の公式の係數を其の儘用ひた。従つて管の場合と粗面をなす砂利の場合とにより多少  $\mu$  及び  $\nu$  の値は相違するであらう。即ち Weisbach 公式の係數は或種の砂利の如く粗面をなす管に於てはその 2 倍位は大なることがあらう。

今等径粒の砂を最も密實に積重ねたる時の最小面積間隙の断面を示せば次の如くである。  
即ち第三十四圖に示す  $\triangle ABC$  が上記の断面の

第三十四圖

一単位である。

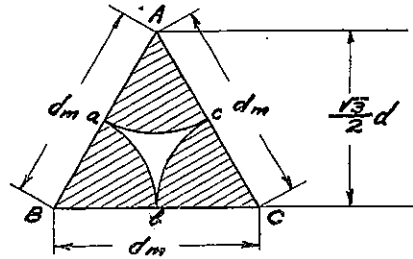
而して

$$\triangle ABC \text{ の面積} = 0.433 d_m^2$$

$$\text{陰影を施せる部分の面積} = \frac{\pi d^2}{8} = 0.3927 d_m^2$$

$$abc \text{ の面積} = 0.0403 d_m^2$$

$$\text{面積間隙} = \frac{0.0403}{0.433} = 0.0931$$



今  $abc$  と同一の面積を有する圓の直徑を  $D$  とせば

$$\frac{\pi}{4} D^2 = 0.0403 d_m^2$$

即ち

$$D = 0.226 d_m \quad \text{式中 } D, d_m \text{ の單位米突}$$

且つ stream line の長さは砂層の厚さの 1.2250 倍なるを以つて之れ等の計算値を (65) 式の Weisbach 教授の式に入れて

$$h/l = \frac{1.225}{0.226 d_m} \left[ 0.00073334 \left( \frac{v}{0.0931} \right)^2 + 0.0004827 \left( \frac{v}{0.0931} \right)^{1.5} \right]$$

簡單にして

$$h/l = \frac{1}{d_m} (0.4578 v^2 + 0.09213 v^{3/2}) \dots\dots\dots (74)$$

今

$v$  : 流速, cm/sec.  
 $d$  : 礫の直徑, mm.

とせば

$$h/l = \frac{1}{d} (0.04578 v_c^2 + 0.09213 v_c^{3/2}) \dots\dots\dots (75)$$

又  $v$  を m/sec,  $d$  を mm. にて表せば

$$h/l = \frac{1}{d} (457.8 v^2 + 92.13 v^{3/2}) \dots\dots\dots (76)$$

以上の公式は等径粒の圓き砂利の場合に適用し得べきものであつて、計算の根本假定から想像される様に相當大なる砂利でないと適用出来ないのである。此の計算が果して實際上適用し得るか否かは實驗によりて檢しなくてはならぬ。

(7) 不均等なる砂利の場合の流れ

茲に不均等と稱するのは砂混りの意味ではなくて、粗粒の清淨なる砂利の場合最小徑と最大徑とが相當に差がある、例へば均等係數 (uniformity coefficient) が 2 以下の場合である。

かゝる場合に於てはその砂利の大きさを代表する砂利の大きさ即ち有効径は何を取るかが問題である。此の場合に於ても矢張り砂同様に實驗によりて眞の有効径を決定し、それ等の實驗資料より砂利の粒度と眞の有効径との関係を知るに若かない。然し乍ら之れは砂の場合同様に困難なることであるから砂利の場合に於ても便宜上 Hazen 氏の有効径を用ふのが實際的である。

### (8) Hazen 氏の實驗

砂利の流れに対する損失水頭を求める實驗は甚だ稀である。Hazen 氏は實驗の結果を Reports of the Massachusetts Board of Health 1892 に發表して居る。著者は不幸にして原著を手に入れることが出来ないから König 氏が T. A. S. C. E. Vol. 73. 1911. P. 178 に發表した論文からその資料を得た。

此の König 氏の論文中に掲げてある表の値は空隙比を 0.40 と假定して pore space 中の平均速度を計算してある。従つて之れに 0.40 を乗すれば含水層の單位面積に割當てたる流速を得られる譯である。かくして求めた値は Meyer 教授著 Elements of Hydrology, 1917. P. 271 の Table 34 の値と一致する。而して上記の Meyer 教授の著書には空隙率約 50% としてあるが、均等係数の値が 1.4~2.0 の如き砂利に於ては著者の實驗からでも 40% 位が正當の様に思はるゝから 50% は誤りとして 40% を以つて空隙率とする。尙實驗の水溫は 10°C である。此の Hazen 氏の實驗の結果を cm/sec の單位に換算すれば第十六表を得る。

第十六表

砂利層の總斷面に割當てたる清淨なる砂利層中の流れの速度

Slope $h/l$	Effective size, mm.						
	3	5	10	20	30	35	40
0.0005	40	115	344	917	1 722	2 296	2 870
0.0010	84	241	665	1 698	3 157	4 242	5 166
0.0020	161	459	1 264	3 157	5 513	6 762	8 155
0.0040	310	882	2 387	5 513	8 505	9 982	11 480
0.0060	471	1 285	3 157	7 123	10 675	12 502	14 210
0.0080	620	1 628	3 903	8 260	12 530	14 560	16 625
0.0100	770	1 985	4 417	9 520	14 000	16 100	
0.0150	1 127	2 730	5 513	11 830	16 975		
0.0200	1 456	3 094	6 657	13 545			
0.0300	2 121	4 585	8 610	16 625			
0.0500	3 213	6 426	12 180				
0.1000	5 688	10 675	17 780				

N. B. Velocity of water in  $10^{-4}$  cm/sec in screened gravel, assuming 40% void percentage, temp. 10°C & uniformity coefficient 1.4~2.0.

(9) Hazen 氏の實驗の照査

(a) (75) 式の照査： 上述の Hazen 氏の實驗資料を根底として著者が誘導した (75) 式を照査して見やう。此の Hazen 氏の實驗資料を分り易い様に圖示すれば第三十五圖の如くである。今 Hazen 氏の有效徑と眞の有効徑とが相等しいとせば、圖から明なる様に  $d$  又は Hazen 氏の有效徑  $d_w$  が 35 mm. 内外即ち 30~40 mm. の場合には著者の式は Hazen 氏の實驗資料と一致するが、それ以外では適用は無理である事が判る。依つて此の範圍内では  $d$  と  $d_w$  は相等しいと見做してよいことになつて居る。即ち種々の大いさの砂利に適する様な流れの式は純理論的には見出し得ない事が判る。故に著者は順序として Hazen 氏の實驗資料に就て今少しく吟味をして見やう。

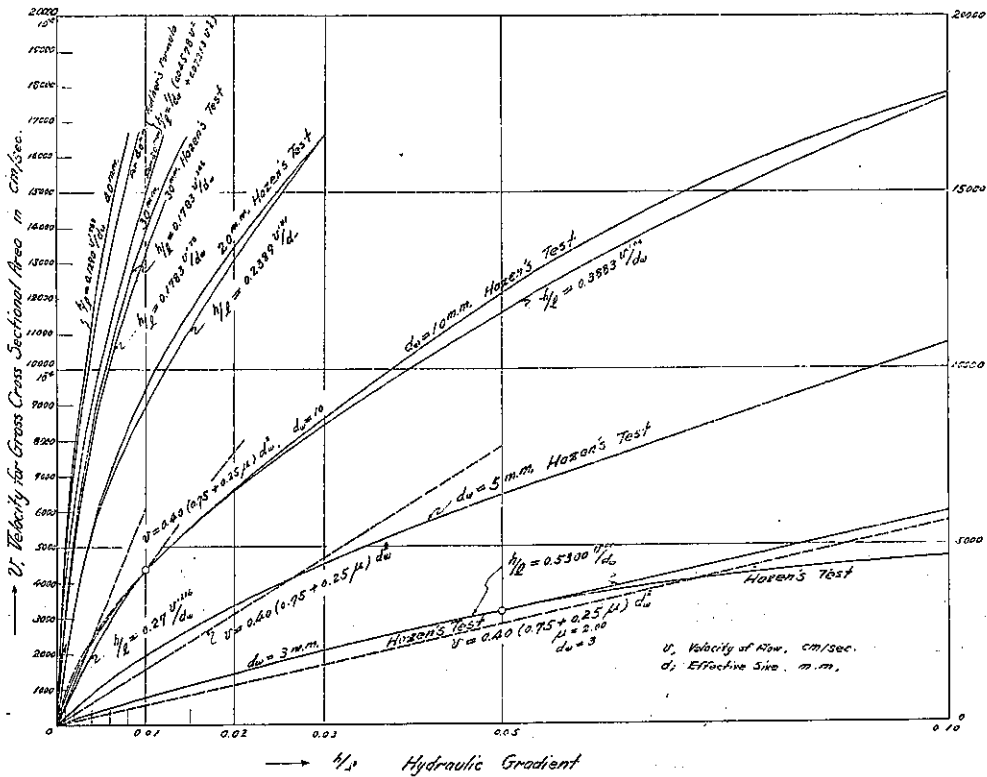
(b) 著者の砂に對する公式との照査： 先づ著者の砂に對する公式

$$v = 0.40 d^2$$

又は  $v = 0.40(0.75 + 0.25 \mu) d_w^2 \text{ cm/sec.}$

を適用する時は  $\mu = 2.00$  としてその値を計算すれば 第三十五圖 に示してある通りである。

第三十五圖



即ち圖からも判る様に  $d$  が 3 mm 程度までは砂の公式を適用しても大した誤はないことが判るが  $d_w$  が 10 mm 以上になれば砂に関する公式の適用は無理である。

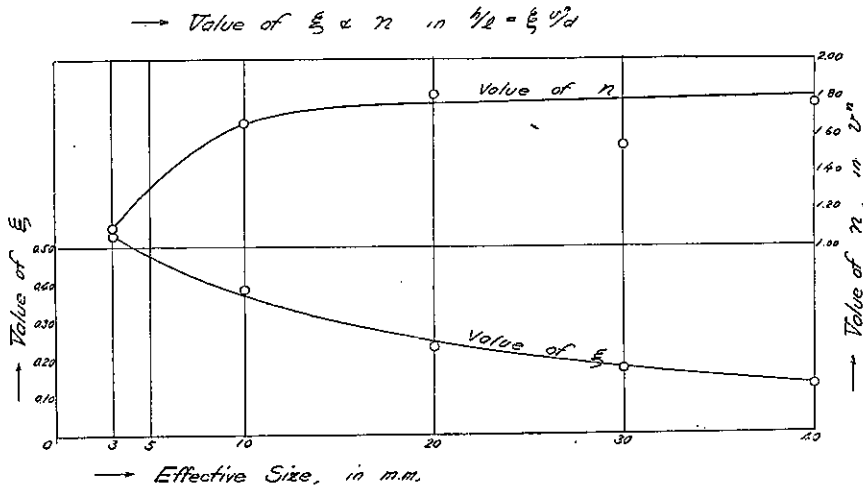
(c) Hazen 氏の實驗資料を基とせる著者の指數公式。著者は Hazen 氏の資料を基として次の指數公式を誘導した。即ち原式は  $h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$  とし  $d_w$  を mm,  $v$  を cm/sec にて表す。

$$\begin{aligned}
 d_w = 3 \text{ mm. に対して} \quad h/l &= 0.5300 \frac{v^{1.10}}{d_w} \dots\dots\dots (a) \\
 d_w = 10 \text{ mm. に対して} \quad h/l &= 0.3883 \frac{v^{1.06}}{d_w} \dots\dots\dots (b) \\
 d_w = 20 \text{ mm. に対して} \quad h/l &= 0.2389 \frac{v^{1.81}}{d_w} \dots\dots\dots (c) \\
 d_w = 30 \text{ mm. に対して} \quad h/l &= 0.1783 \frac{v^{1.546}}{d_w} \dots\dots\dots (d) \\
 d_w = 40 \text{ mm. に対して} \quad h/l &= 0.1290 \frac{v^{1.768}}{d_w} \dots\dots\dots (e)
 \end{aligned} \dots\dots\dots (77)$$

此の結果は第三十五圖に示して置いた。

又  $d_w$  なる有效徑と  $\xi$  及び  $n$  との關係を圖示すれば第三十六圖の如くである。

第三十六圖



即ち實驗上多少  $n$  の値に不規則な點はあるが圖示の曲線を以つて  $n$  と  $d_w$  との關係を示しても差支へはあるまい。かくて第三十六圖を利用すれば各有效徑に對して  $\xi$  及び  $n$  の値を容易に求め得る。故に割合に均等徑に近い粒の砂利の時は一般に

$$h/l = \xi \frac{v^n}{d_w} \dots\dots\dots (78)$$

なる公式から損失水頭又は  $v$  を計算することが出来る。



## (10) 結 言

以上著者の研究を綜合すれば次の如く約言することが出来る。

1° 5 mm 以下の有効径の砂利に對しては動水勾配が左程大きくない場合には著者の砂に對する公式を用ひて差支へない。

2° 普通の場合に於ては 3~40 mm. 程度の有効径の砂利中の流は次の式によりて計算して差支へない。即ち (78) 式

$$h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$$

茲に

$v$  : 砂利層の全斷面積に割當てたる流速, cm/sec

$d_w$  : Hazen 氏有效径

$\xi$  及び  $n$  は  $d_w$  によつて變ずるもので第三十六圖より求められる。

3° 著者の式 (單位は上式同様) 即ち (74) 式

$$h/l = \frac{1}{d_w} (0.04578 v^2 + 0.09213 v^3)$$

に於て  $d = d_w$  である時は 30~40 mm. の砂利に對しては適用出来るのである。即ち Smroker 博士に從つた著者の理論的公式は特別なる場合に適合するに過ぎない。

以上述べた如く砂利の場合にも大小粒混ぜる場合はそれ等の代表としては Hazen 氏有效径の粒の砂利を探るに變りはない。粒の大きさが小さくなれば却つて砂の場合の公式を適用して  $h/l$  と  $v$  との關係を求めた方が宜しい。而して砂利中の流に關しては一般的に論ずれば著者の Hazen 氏の實驗資料から著者が誘導した (78) 式即ち  $h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$  によるを可とする。而して著者が Smroker 博士に從つて求めた理論的公式は僅に  $d = d_w$  の場合  $d_w$  が 30~40 mm の時に限つて適用し得るに過ぎない。

要之上述の關係から標準状態即ち 10°C, 40% 空隙率の場合の砂利層中の流れの計算が出来る譯である。

## 4. 面積間隙又は空隙更正

空隙によりて面積間隙に相違を生ずるを以つて、延ては流れに關係を及ぼすは勿論である。砂中の流れに關しては既に此の問題に就て第二章 4 に於て論じた。砂利に就ても 3 mm. ~ 5 mm. 程度の Hazen 氏有效径の粒に對しては砂の場合と同様の更正でよろしからう。然し乍ら粒が大きくなれば砂の場合の更正では宜しくない。何となれば砂中の流れの時は  $h/l$  は  $d_w^2$  に逆比例するも砂利中の流れの時は  $d_w$  に逆比例するからである。又砂の時は  $h/l$  は  $v$  に比例するが砂利の時は  $v^3$  に比例する。よつて更正係數も異なる譯のものである。

次に均等径の粒子配列の砂利に就て空隙更正係數  $\nu$  を計算して見やう。既に述べた (78) 式

$$h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$$

が普通の場合最も砂利の流れに対して適するものであるから之れによりて空隙更正係数を計算しやう。計算に當つては  $d_w = d$  と置いた。

元來

$$v = \frac{AV}{d^2 \sin \delta}$$

然るに

$$V^n = \beta \left( R J \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta} \right)$$

何となれば  $J = \frac{h}{l}$ ,  $R$  は wetted perimeter を以つて  $A$  を割りたるもの、即ち

$\frac{A}{\pi d} = \frac{d^2 \sin \delta p_{min}}{\pi d}$ ,  $\frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta}$  は流れの斜距離であるからである。

故に

$$\begin{aligned} v &= \frac{d^2 \sin \delta p_{min} \beta^{\frac{1}{n}} R^{\frac{1}{n}} J^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta} \right)^{\frac{1}{n}}}{d^2 \sin \delta} \\ &= p_{min} \beta^{\frac{1}{n}} \left( \frac{d^2 \sin \delta p_{min}}{\pi d} \right)^{\frac{1}{n}} J^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta} \right)^{\frac{1}{n}} \\ v^n &= (p_{min})^n \beta^{\frac{1}{n}} \frac{d \sin \delta}{\pi} p_{min} J \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta} \\ &= \frac{\beta d}{\pi} J (p_{min})^{n+1} \sin \delta \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta} \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{(p_{min})^{n+1} \sin \delta \frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta}} \frac{\pi}{\beta} \frac{v^n}{d} \dots \dots \dots (79) \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\pi}{\beta} \frac{v^n}{d} \end{aligned}$$

又は

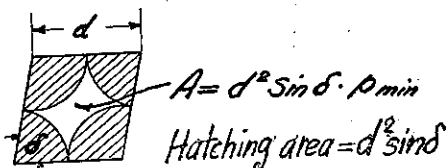
$$J = w \xi \frac{v^n}{d} \dots \dots \dots (80)$$

此の公式中  $w$  の値を計算して置けば  $J$  と  $v$  との関係が知れる。第十七表は粒の配列と  $w$  との関係を示したものである。

第十七表

$\delta$	62°36'	64°9'	65°37'	67°21'	69°17'	71°28'	74°30'	77°10'	81°25'
$\lambda$	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40	0.42	0.44	0.46
$p_{min}$	0.1154	0.1266	0.1377	0.1490	0.1603	0.1716	0.1850	0.1945	0.2057
$(p_{min})^{n=1.75}$	0.02182	0.02687	0.03113	0.03573	0.04061	0.04575	0.05221	0.05697	0.06233
$p_{min} \cdot \sin \delta$	0.10242	0.11378	0.12540	0.13747	0.14994	0.16373	0.17823	0.18962	0.20340
$\frac{\sin \delta \sqrt{1+2 \cos \delta}}{1+\cos \delta}$	0.8459	0.3544	0.8771	0.8865	0.9030	0.9202	0.9421	0.9769	0.9808

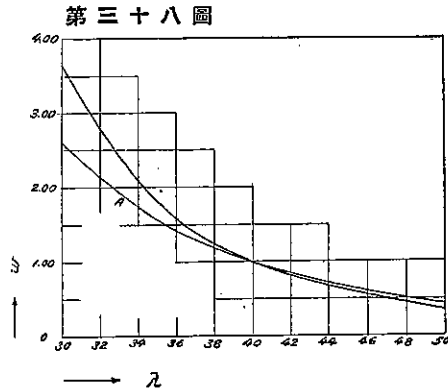
第三十七圖



$\epsilon$	0.001890	0.002612	0.003150	0.004355	0.005501	0.006850	0.008767	0.010579	0.012534
(Relative $\xi$ or $w$ )	3.624	2.603	2.171	1.567	1.243	1.000	0.781	0.647	0.548
	2.490	2.195	1.754	1.447	1.331	1.000	0.816	0.701	0.610

N.B. コシツクは equivalent capillary tube の径を取りて計算せるもので参考のため掲げた。 $n$  は平均値 1.75 を取つた。

以上は  $d$  なる等径粒の場合に就て計算したものであるが、大小混ぜる時も  $d_w = d$  と置いて近似的に上表を使用することが出来る。併し等径粒に近い砂利の時は略々  $\lambda = 0.40$  であるから實際上は上表は利用されることは少いであらう。此の表中  $w$  と  $\lambda$  との関係を圖示せば第三十八圖の如くである。圖中  $A$  線は equivalent capillary tube の直径  $D$  を計算して之れを  $d$  に代入したものである。



以上の更正方法は Slichter 氏が砂の場合に試みた計算法と同一轍である。圖から明なる如く 40% 内外の空隙率に對しては hydraulic mean radius を用ひて計算せる空隙更正値は equivalent capillary tube を用ひて計算せる値と大差がないことが判る。

## 5. 温度更正

多くの教科書に示してある様に turbulent flow の時は水の粘性は普通の水温の場合には流れに關しては殆んど無關係である。従つて水温に對する更正の必要はない。故に 30 mm. 程度の砂利の場合には温度更正はしなくても差したる不都合は起らないものである。然しながら 3 mm. 内外の細砂利の時は流速が緩慢の時は多少は温度の影響があることを覺悟すべきであらう。即ち 10°C より低い水温の場合には stream line flow の場合に倣つて温度更正を施すべきであらう。然るに天然には普通の土地特に我内地に於ては地表面下數米又は夫以下の處に位する地下水の場合であれば 10°C 以下の水温のことは冬期でも稀である。従つて實際上砂利層中の地下水の流れの場合には温度の更正は無視しても差支へはないと思考する。

## 第四節 結論

砂利中の流れは大別して次の二様に考へられる。

(1) 砂混り砂利又は 5 mm. 以下の有效径の砂利

此の場合に於ては砂利中の流れは stream line flow と考へて差支へなかるべく、従つて砂中の流れの公式を用ふることが出来る。

(2) 径 30 mm. 以上 40 mm. 以下で、割合に均等なる粒よりなる砂利中の流れは勿論 turbulent flow に属するもので、次の指數公式によりて計算される。即ち (78) 式

$$h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$$

茲に

$v$  : 砂利層の全断面積に割當てたる地下水流の速度, cm/sec

$d_w$  : Hazen 氏有效径, mm.

$h/l$  : 水面勾配又は動水勾配

$n, \xi$  は  $d_w$  及び  $h/l$  によりて變するもので、普通の  $h/l$  に對する値は第三十五圖及び第三十六圖より知ることが出来る。

著者が Smreker 博士に從つて計算した理論公式即ち (74) 式

$$h/l = \frac{1}{d_w} (0.04578 v^2 + 0.09213 v^{\frac{3}{2}})$$

は  $d_w$  が 30~40 mm. の場合にのみ適用出来るのである。

要するに砂利中の流は砂粒の大小と粒の配列によりて turbulent flow となるか、或は stream line flow となるか何れかに分かれる。而して stream line flow に關しては既に略々正確に實驗的及び理論的検討の結果相當信頼するに足る結論を得るに至つたが turbulent flow の場合即ち砂利の粒の大なる場合は實驗資料として僅かに Hazen 氏の試驗あるのみで、著者の推論は凡て此の上に建てるものであるからその結論は著者自身に於ても不満足の點がないでもない。然しながら實際問題としてかゝる等径粒の砂利の損失水頭と  $v$  の關係を知る必要が起ることは至つて稀で且つ問題の性質上左迄精確な關係を知る必要もなからうから著者の公式は完全なものではないが略算の場合には用ひて相當役立つものと信するのである。

實際問題として本論文にて論ぜんとする含水層中の井又は集水埋渠を設置して地下水を汲上げ、上水道又は灌漑の水源とする場合砂利層が 5 mm. 以上の等径に近い砂利よりなる様なことは稀である。只上水道又は灌漑工事に於て湖水、河川の取入口に於て砂利層を人工的に利用し、或は濾過池の砂利層等の場合その損失水頭を略知する必要が起る程度である。

## 第四章 砂岩及び之れに類似の材料中の流れ

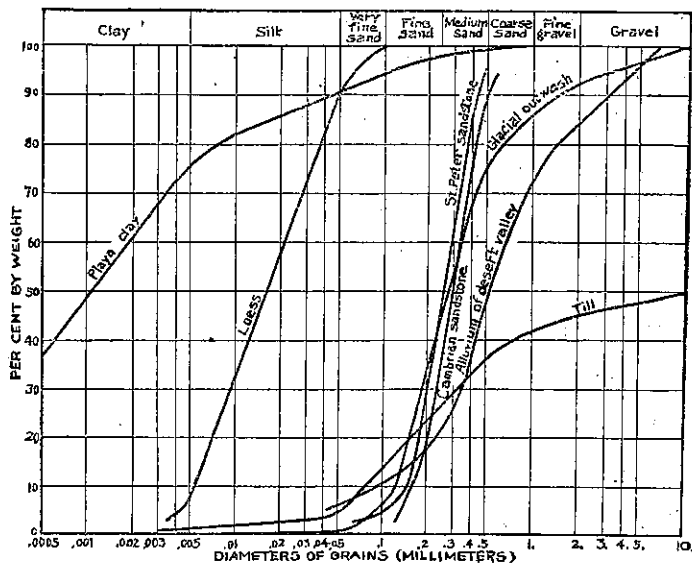
### 第一節 概論

#### 1. 砂岩中の流れ

砂岩は砂利に次ぎ砂と同列の優良なる含水層である。之れは砂が凝結して出來たもので、cementing material は硅質、石灰質、粘土質及び鐵質の物質である、此の砂岩は古世代から第三紀に亘つて産出するもので、或物は 30% 或はそれ以上例へば 40% も空隙を有する。此

の砂岩に就て流速と損失水頭との関係を吟味して見やう。米國に於ける St. Peter 及び Dakota 砂岩は世界的に有名なる含水層である。第三十九圖は St. Peter 及び Cambrian sand stone の篩分曲線である。砂岩は粗鬆で且割合に脆弱なる組織のものにありては篩分試験をなすことが出来る。かゝる粗鬆な組織の砂岩中に於ては水の流れるは割合に容易に行はれるが、反之空隙が全く cementing material で充されて居るものに於てはその篩分試験は不可能で且つ水の滲透も容易でない。

第三十九圖



合に容易に行はれるが、反之空隙が全く cementing material で充されて居るものに於てはその篩分試験は不可能で且つ水の滲透も容易でない。

## 2. Cemented Gravel 及び Cemented Sand

最近 cemented gravel 即ち粒度の齊等なる豆砂利を極く僅かのセメント・ペーストにて結合せる貧調合の膠石コンクリートを濾過池に於て cellular drain の蓋に使用する事がはやる。これを用ふる時は砂利の厚さを著しく縮小することが出来て、従つて池の深さを縮小することを得て甚だ經濟である。此の cemented gravel に就ては Journal of the Am. W. W. Ass'n. Vol. 16. 1926. P.P. 542~581 に Harry N. Jenks 氏が A Cemented Gravel Slab なる論文にその實驗と共に rapid sand filter に對する distribution system に就て論じて居る。之れに就て A. C. Beyer 氏の有益なる討議が載つて居る。我國に於ても九大工學部の西田精博士が數年前紹介の勞を取られ下關、久留米の上水道に於て slow sand filter の drainage arrangement に採用されて居られる。此の cemented gravel は其の構成の上から砂岩又は礫岩に類せるを以つて著者は之れに關して吟味して一つは砂岩に對する流れと抵抗の關係を知る参考に供し、一つは cemented gravel 本來の流れと損失水頭の關係を探究して濾過池構造上の参考に供した。

## 第二節 砂岩中の流れの實驗資料

### 1. 實驗資料

King, F. H. 氏は Principles & Conditions of the movement of ground water, 19 Ann. Rep. U.S. Geol. Survey 1897/98 に於て砂岩に就て實驗を行つた結果を掲げて居る。之れを圖示せば第四十圖の如くなる。

之れによれば  $h/l$  と  $v$  の關係は

$$h/l = \xi v^n$$

茲に  $n : 1$  より小なる常數である。

$n$  は砂の時は 1 にして砂利の時は 1 より大である。砂岩の場合 1 より  $n$  が小なることは實際上からも水理學上からも不合理の様に思はれる。

### 第三節 Cemented Gravel 中の流れ

#### 1. Harry Jenks 氏の實驗

##### 資料

Jenks 氏は第四十一圖の如き experimental filter bottom を作り實驗の結果 cemented gravel slab に對する次の流れの公式を得た。

即ち第四十一圖の slab に對しては

$$h = 0.0468 v^{1.40} \dots\dots\dots (81)$$

茲に

$h$  : lost head, in ft.

$v$  : rate of wash, in/min.

而して slab の厚さ 8" なるを以つて  $l$ " の厚さのものに對する  $h$  は

$$h = 0.00585 l v^{1.40} \dots\dots\dots (81 a)$$

となる。故に  $l$  を呎にて示せば

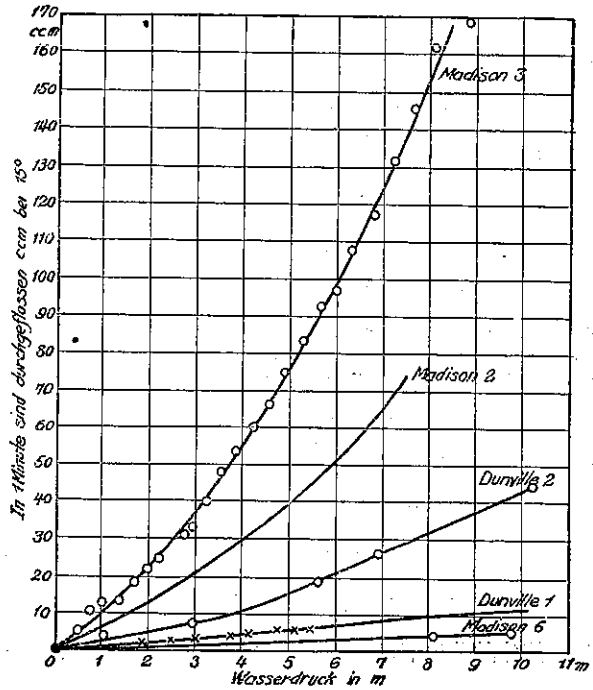
$$h/l = 0.070 v^{1.40} \dots\dots\dots (81 b)$$

となる。今  $h$  及び  $l$  を cm,  $v$  を cm/sec にて示せば

$$h/l = 5.858 v^{1.40} \dots\dots\dots (81 c)$$

となる。此の式から判る様に cemented gravel 中の流れは砂利中の流れと類似して居ることを知ることが出来る。即ち今砂利中の流れと同一型の公式に従ふものとせば (78) 式即ち

第四十圖



Durchlässigkeit von Sandsteinen (Nach King.)

$$h/l = \xi \frac{v^{1.40}}{d_w} \dots \dots \dots (81c)$$

となる。此の  $\xi$  及び  $n$  は砂利の有効半径、膠石の調合等によりて變ずる係數である。

(81c) 式は有效徑  $d_w = 2.1$  mm. の細砂利に就て行つた實驗から誘導されたものであるから、之れを (78) 式の一般式の形に換へる時は (81d) 式を得。

$$h/l = 12.30 \frac{v^{1.40}}{d_w} \dots \dots \dots (81d)$$

此の (81c) 式から判る様に砂利の場合に比し流れに對する損失水頭が非常に大である。

2. A. C. Beyer 氏の實驗資料

A. C. Beyer 氏は J. I. Mason, H. G. Nickle 兩氏の共著になる “An Investi-

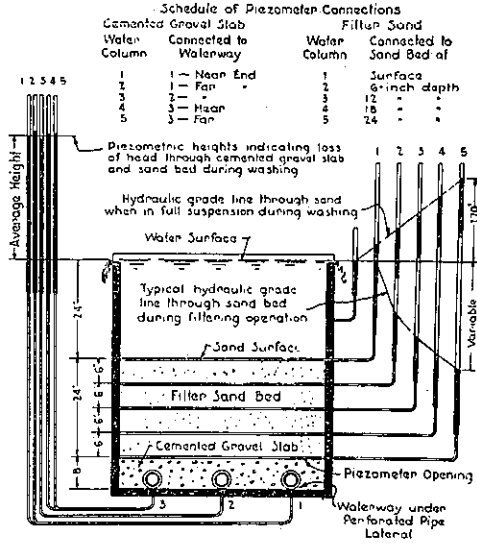
gation of the Use of Porous Concrete Mixtures as Filter under Drains & as Air Diffusers” に掲げてある實驗資料を引いて Jenks 氏の論文に討議をなして居る。此の實驗は University of California の土木工學實驗室で行はれたものである。砂利は標準篩によりて篩分けたるに殆んど等大で均等係數は約 1.5 程度であつた。滲透試驗供試體は 8"×9"×4" であつた。コンクリートは標準稠度程度で、供試體は 2 日後脱型し 18 日間水中養生をし、滲透試験は水を以つてした。水の滲透性の外小さな有效徑の砂を用ひたものは空氣に對する供試體を作り、又一つは標準圍場を作り抗壓強度の試験をして居る。

滲透試験装置は空氣の場合と水の場合とに關係なく、第四十二圖の如き箱を用ひ之れに供試體を詰め之れをよく caulking して側部よりの漏水を防いだ。此の實驗の結果は附表第三にあり。此の表中の  $h/l$ , 絶対容積及び空隙比は California 大學の實驗の結果から著者が或假定の下に計算したものである。

尙ほ参考のため表中の損失水頭と濾過速度との關係を示せば第四十三圖の如くである。圖は 6.35 mm. の有效徑の cemented gravel に對するものである。

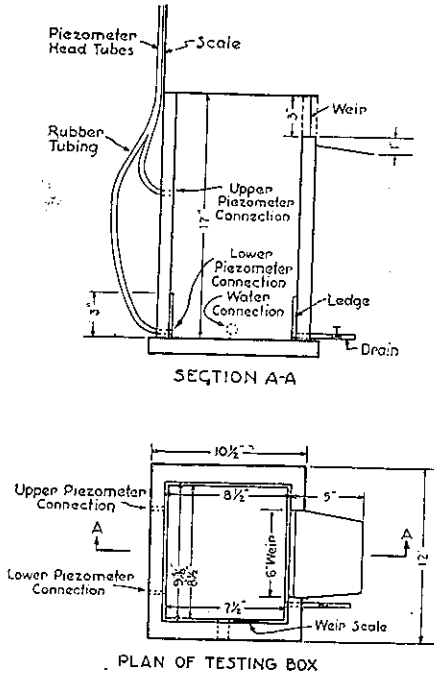
附表第三と Hazen 氏の實驗資料と比較するに有效徑 3 mm. 以上の砂利を用ひた cemented gravel に於ては最小間隙はセメント・ペーストを加へた時も砂利のみの時も大差がないから損失水頭は殆んど砂利のみの場合と變りは無いのである。尤もセメントと砂利との配合比が

第四十一圖

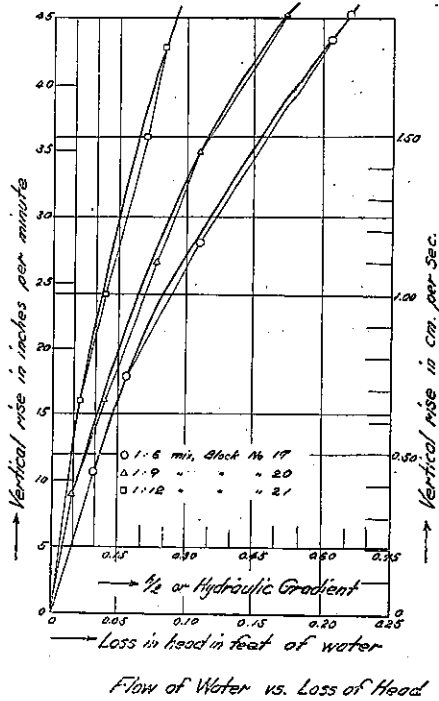


1:6 の様な割合に優良なものに於ては多少間隙が詰るから滲透性は悪くなるものである。次に 1 mm. 以上の砂を用いた cemented sand に於ては砂中の流れの場合と略々同様の関係が成り立つ、之れに於ても配合比の影響があるのは勿論である。次に 1 mm. 以下の砂の場合に

第四十二圖



第四十三圖



Flow of Water vs. Loss of Head

は最小間隙の部分が詰り、且つ流れの通る通路が不規則なる多角形となるから砂中の流れの場合に比し餘程抵抗が多いのである。

要之 cemented gravel 中の流れは

$$h/l = \xi \frac{v^n}{d_w}$$

なる関係に従ふものと看做してよい。而して  $n$  の値は砂利の流れの場合と同様で差支へなく、 $\xi$  は 1:12 程度の貧配合のものを軽く詰めたものに於ては砂利の場合其の儘の値を用ひて差支へないが、反之詰方が密實のもの或は配合が割合に優良なものに於ては  $\xi$  は砂利の場合より小さな値を用ひなくてはならぬ。之れ等の正確なる値は正確なる實驗によりて求むるを可とするも、略々値は上の如くして求められるであらう。

次に cemented sand に對しては砂の場合と恐らく同様の関係があると思ふ、即ち

$$v = k \frac{h}{l}$$

茲に  $k = cd^2$



此の場合の  $\sigma$  の値は普通の砂の場合の値より小で時には數十分の一に達しないことがあるであらう、之れは計算によりては求め得ない値である。

#### 第四節 實驗又は實例による直接間接測定法

##### 1. 實驗室に於ける測定法

###### (1) 砂岩及び礫岩

現場に於て diamond boring 又は其の他の方法により實際の含水層の供試體を採取し上述の Beyer 氏の方法又は砂の場合と類似の方法を用ひて實驗室で濾過速度と損失水頭との關係を求むることを得るものである。既に述べた様に此の實驗に際しては優良なる状態の下に於て周到なる注意を以つて熟練なる人が之れに従事しなければ満足なる結果を得ることが出來ないのは説明を要しない處である。

###### (2) Cemented Gravel 及び Cemented Sand.

實驗室に於て充分なる注意の下に供試體を作り上述の砂岩の場合同様にして試験することが出来る。供試體の製作に當つてはコンクリートの實驗に經驗あるものゝ手を借ることが必要である。

##### 2. 現場に於ける砂岩中の流れの實測

現場に於て砂岩の水流を實測するに當つては既述の砂に關する Slichter 氏の方法を適用することが出来る。然る時は砂岩の空隙率を知れば自然 transmission constant 或は  $h/l$  と濾過速度との關係が判る譯である。

##### 3. 現場に於ける砂岩又は礫岩中の流れの間接測定法

現場で試験井を掘り、井に對する公式を適用して間接に transmission constant を測定し得るものである。此の方法は公式が正しき限りは、又適用を誤らない限りは殆んど満足に近い結果を擧げ得るものである。本問題は興味深い問題であるが、此處では之れ以上説明を加へず、後述の集水井の編に於て詳論することにする。

#### 第五節 結 論

砂岩、礫岩等の天然岩石又は cemented gravel, cemented sand 等の粗鬆人造石の流れに關する理論は次の如く結論することが出来ると思ふ。

(1) Cemented sand 又は粗鬆なる砂岩中の流れは一定の流速内では Darcy 氏の公式に従ふ、但し transmission constant は同一粒の砂との場合より小である。而して正確なるその値

は實測による外見出し得ない。而して脆弱なる砂岩にして篩分試験をなしうるものは篩分曲線と空隙比とから著者の砂の公式を用ひて大略の値を知り得るものである。

(2) 粗鬆なる礫岩又は cemented gravel 中の流れは砂利の流れと殆んど同一轍である。即ち cemented gravel に對しては之れに用ひた砂利の有効徑を知る時は配合が貧なる場合に限るその有効徑  $d_w$  を用ひて著者の砂利の公式に代入して  $h/l$  と  $v$  の關係を略知し得る。然し乍ら割合に優良配合の cemented gravel 又は目の詰つた礫岩にては  $h/l$  と  $v$  との正確なる關係は實驗によつて知るより外に途はない。

要之 cemented gravel, cemented sand 等の人造石、或は砂岩或は礫岩等の自然石の場合の流速と水面勾配又は動水勾配との關係は砂又は砂利の場合の如く簡單でなくて、その正確なる關係は、實驗によつて知るのが最良の方法で又斯くする外途がないと稱すべきであらう。

## 第五章 粘土質材料中の流れ

### 第一節 概 論

#### 1. 粘土、泥土及び沈泥

粘土質物質中の流れを論ずるに當り先づその物質の定義を明にする必要がある。茲に粘土質物質と稱するものの中には粘土、泥土及び沈泥を包含する。

先づ泥土 (mud) とは主として含水硅酸鹽類で、一般に長石類の分解より來り、通常粉末狀を呈し、流水の作用によりて運搬され水の靜かな處に到つて徐々に沈澱し plastic 又は semiliquid の塊となりたるものを稱し、又その粒の比較的大なるものを沈泥 (silt) と稱する。此の泥土が固りたるものが粘土 (clay) である。泥土は空隙と粒の絕對容積の比が2以上もあるが、粘土に於ては17.3~50%の如く空隙率が小さくなる。それでも砂、砂利に比すれば相當の空隙率を有して居る譯であるが粒子が小さいため water-retaining property は大であるが湧水は甚だ小で實際上不透物質と看做して差支へない程度である。

之れ等粘土質物質の詳細は後編に於て述べることにする。

#### 2. 粘土及び泥土中の流れ

1. に於て述べた様に粘土は實際上不透層であるがその粘土中の流れの模様を知ることが土堰堤の心或は粘土不透壁等を論ずるに當り或は地下水の滲透量を知るが如き場合に必要なことである。

又泥土中の流れは河床に泥土が沈澱する様な場所に集水埋渠を作つて集水するが如き場合その滲透量を計算するが如き場合にも充分吟味すべき問題である。

本章に於ては之れ等に就て論じやう。

第二節 粘土中の流れに関する K. Terzaghi 博士の研究

1. 流れに関する公式

粘土を形成する各粒が砂の粒と只大いさのみが異なる程度のものであるならば stream line flow たる事に於て同一轍のものなるを以つて、既に述べた砂に関する流れの公式は其の儘粘土にも應用が出来る筈である。然し乍ら粘土は砂粒が相當大にして且つ堅固なるに反し、非常に微細で且つ柔弱なる可撓性の鍍物性鱗片である。従つて粘土の毛細空隙は砂の場合とは趣を異にして、寧ろ割目の如き觀を呈する。かゝる粘土中の流れの理論的公式は次の如くである。(Dr.-Ing. K. Terzaghi:—Erdbaumechnik, 1925, S. 121 参照)

$$k = \left( \frac{C}{\gamma_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta} \right) (\epsilon - 0.15)^2 (1 + \epsilon) d \dots \dots \dots (82)$$

茲に符號は砂中の流れの場合と同様

$$\epsilon = \frac{\lambda}{1 - \lambda}$$

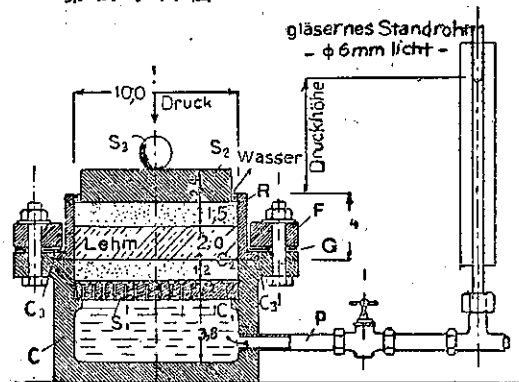
Terzaghi 博士によれば此の公式は理論的には正しいものであるが實驗的に證明されてないため以下の研究をなしたものである。

2. 粘土の滲透性試験

粘土の滲透度の試験は砂と同じ装置では満足なる結果は得られない。第四十四圖は Terzaghi 博士が考案した装置で、これによつて實驗をすれば粘土中の空氣の排除が出來、其の他相當満足なる結果を表すと云ふことである。

此の装置は圖示の様に 1 個の容器からなるものでその内面に突出して居る環縁上に多くの孔を有する青銅製の screen を載す。此の有孔板の上面を眞鍮の針金の金網で覆ふ。此の上に砂を置きその上表に濾紙を置く、試験を行ふに當りては先づ器に水を充し有孔板及び金網を嵌め、空氣泡を充分除去しその上に石英砂 (徑 0.5 mm.) を充し此の上を濾紙で覆ふ。其の間に第四十四圖の R なる ring に等質の粘土と水との混合物を厚さ 25 mm. になる様に充し、之れを圖の位置に取付けるには空氣が逃れる様に注意し最後に銅製の ring F にて締付ける。F の下には G なるゴム製の締付け輪 (Gummidichtungsringe) を挿む。かくて粘土の上面を濾紙にて被覆しその上に砂を 1.5 cm 置き濾過装置を完

第四十四圖



成した。此の装置は圖示の様に 1 個の容器からなるものでその内面に突出して居る環縁上に多くの孔を有する青銅製の screen を載す。此の有孔板の上面を眞鍮の針金の金網で覆ふ。此の上に砂を置きその上表に濾紙を置く、試験を行ふに當りては先づ器に水を充し有孔板及び金網を嵌め、空氣泡を充分除去しその上に石英砂 (徑 0.5 mm.) を充し此の上を濾紙で覆ふ。其の間に第四十四圖の R なる ring に等質の粘土と水との混合物を厚さ 25 mm. になる様に充し、之れを圖の位置に取付けるには空氣が逃れる様に注意し最後に銅製の ring F にて締付ける。F の下には G なるゴム製の締付け輪 (Gummidichtungsringe) を挿む。かくて粘土の上面を濾紙にて被覆しその上に砂を 1.5 cm 置き濾過装置を完

成する。最後に手桿により其の上に荷重を掛ける。而して下部容器の水は径 6 mm. 高さ 1 000 mm. の目盛立管に連結してある。

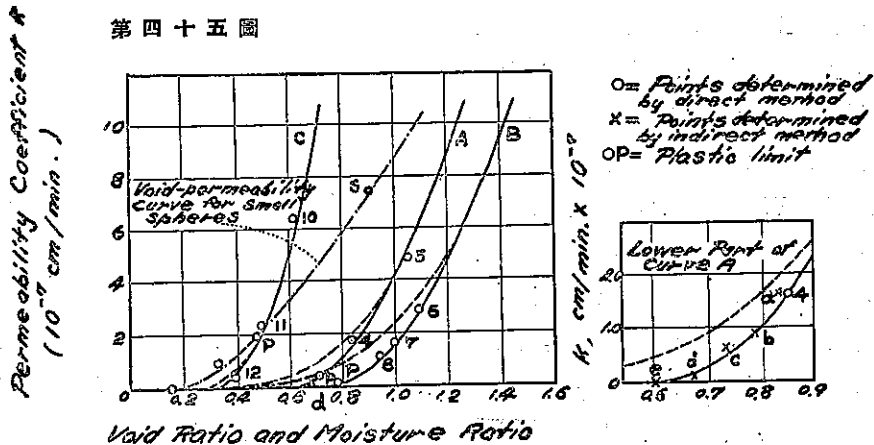
斯の如く荷重を載せてあるから粘土試料の含水量は此の荷重で平衡状態となる迄減する。かくて立管に水を充して粘土の下方から上方に向つて水を滲透させる。然るに湿度小なる時は粘土の滲透水よりも荷重盤と輪 R の狭い輪状隙間から蒸發する水の方が多から實驗中絶えず注意して少量の水を加へ此の輪状隙間の水位を一定に保つことが必要である。立管の水位は徐々に降下する。但し降下の速度は段々減少することは説明を要しないことである。Terzaghi 博士は毎日 3 回此の水位を読みその降下率によりて滲透係数を計算した。Terzaghi 博士は荷重も次の三通りとして實驗をした。即ち壓力を 0.75 kg/cm<sup>2</sup>, 1.6 kg/cm<sup>2</sup> 及び 2.4 kg/cm<sup>2</sup> としたのである。又水温は寒暖計を挿入して測定する様にしてある。

### 3. Darcy 氏公式の吟味

Terzaghi 博士は上述の装置を用ひ、實驗せる結果 Darcy 氏の理論は形をなす程度の軟さの粘土を通る水の滲透作用に對しても亦適用し得る事を知つた。尙半固體の粘土にさへも適用し得るものであることは想像するに難くない。依つて Darcy 氏の理論が適用出来ないのは唯半液體狀粘土に對してのみである事が判る。然し之れとても水頭が低い時には transmission constant は略々一定である。

半液體狀粘土に對して Darcy 氏の法則が適用出来ない理由はその組織が蜂の巢の如く多孔質であるからである。等径の球よりなる土砂の場合の最も粗なる組織の時に於ても空隙と土砂の絶對容積の比は 0.91 なるに比し半液體の場合にはその値が約 2.00 に達する。かかる状態に於ては空隙の平均の大きさは粒度粒の平均の径より遙に大きいものである。

今水がかかる組織の集體を非常に大なる壓力にて滲透すれば變形を生じ組織の變動が起



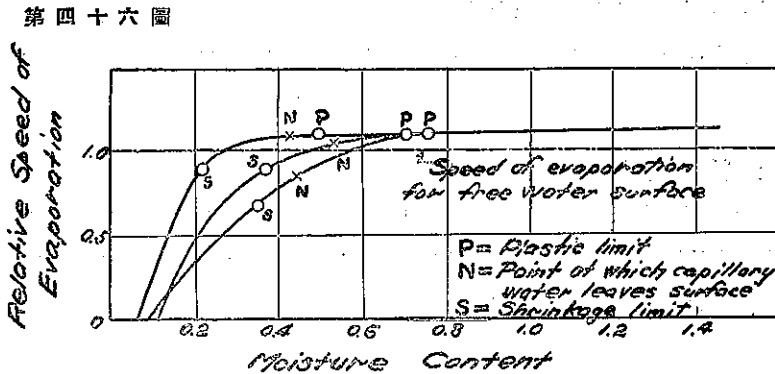
る。然し壓力が低い時には變形は全然現れない。故に水壓の高低によりて滲透係數に相異を生ずる。

第四十五圖は3種の粘土の滲透試験の結果を示すものである。圖面から知れる様に空際の大なる部分に於ては理論と實際とはよく一致するが半固體狀に對しては實際値は理論値の數分の一に過ぎない。而して粘土の滲透性に関する空際の影響は砂の場合より非常に大である。かく粘土と砂の場合で非常なる相違を來す所以のものは空際が非常に小なる時にのみ表るゝ一つの物理的作用に原因するものであらうと Terzaghi 博士は述べて居る。

4. 粘土中に於ける水の粘性の變化

3. に述べた事より想像し得る様に收縮しつゝある毛細管の大きさが或程度以下になれば水に關する物理的係數は變化するものゝ様である。此の推論は蒸發試験を行ふ事によりて益々その感を深くするものである。

種々の粘土で造つた埴柱を放置して之れを普通の溫度で乾燥しその失ふ重量とその收縮量を日に3回宛測定する。同時に相當大なる圓筒形の器に蒸溜水を盛り其の蒸發によりて失ふ重量を測る。かくて各圓埴の毛細管水の蒸發速度と水のそれとの比を計算して次の第四十六圖に示した。



此の第四十六圖より明なる様に蒸發の相對的速度は P の状態に達したる後に變化する。又水の表面張力が同じく此の點で變化する。之れ等の事情から推論すれば水の滲透速度を決定する粘性係數も亦粘土に於ては plastic limit 附近になつた時に其の値を變ずるものと思はれる。

Terzaghi 博士は此の點に注意し實驗によりて空際の幅と粘性係數との間に次の關係が成立つと述べて居る。

$$\eta_0' = \eta_0 \left( 1 + \frac{c_1}{s^2} \right) \dots \dots \dots (88)$$

茲に  $\eta_0$  : 普通の粒度係數

$\eta_0'$  :  $2s$  なる幅の毛細管水流を流れる時の粒度係数

$$s = \alpha d(\epsilon - 0.15)$$

$\alpha$  : 常数

$c_1$  : 常数にして其の値は  $6.02 \times 10^{-12} \sim 2.42 \times 10^{-13}$

故に (83) 式は

$$\left. \begin{aligned} \eta_0' &= \eta_0 \left( 1 + \frac{c}{d^2(\epsilon - 0.15)^2} \right) \\ c &= \frac{c_1}{\alpha^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (84)$$

茲に

此の式から明なる様に  $0.1 \mu$  以下の空隙に對しては粘性係数が急激に大になる。(84) 式に於て  $\bar{x}$  の平均値は 8 なるを以つて

$$\eta_0' = \eta_0 \left( 1 + \frac{6.02 \times 10^{-12}}{s^2} \right) \sim \eta_0 \left( 1 + \frac{2.42 \times 10^{-13}}{s^2} \right) \dots \dots \dots (84a)$$

### 5. 粘土に對する更正滲透係數

(84) 式の様には粘性係數が變るから (82) 式の値は

$$k = \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta_c} \right) \frac{(\epsilon - 0.15)^2(1 + \epsilon)}{1 + \frac{c}{d^2(\epsilon - 0.15)^2}} d^2 = \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta_c} \right) \frac{(\epsilon - 0.15)^2 + \bar{x}(1 + \epsilon)}{(\epsilon - 0.15)^2 + \frac{c}{d^2}} d^2 \dots (85)$$

$\bar{x}$  の値は Terzaghi 博士が研究せる處によれば礫母 (loam) 及び粘土に對して 7.7~9.00 の間にあり、平均 8 なりと言ふ。第四十五圖の A なる粘土に對しての更正公式は

$$k = 3.34 \times 10^{-7} \times \left( \frac{\eta_0}{\eta_c} \right) \frac{(\epsilon - 0.15)^2 + (1 + \epsilon)}{(\epsilon - 0.15)^2 + 0.0166} d^2 \text{ cm/min} \dots \dots \dots (86)$$

然るに  $d$  なる粘土の有効徑を求むることは非常に困難である。何となれば之れは材料の濕性機械的分析を必要とするからである。しかし此の式は含水量と滲透度との關係なるが故に  $d$  を知らなくとも計算出来る。即ち實際滲透試験をなすことによつて或特定の含水量に對する  $k$  の値を知れば他の場合の  $k$  の値は自ら判明する。又 2 回  $k$  の値を知れば (85) 式の値は決定する。

粘土はその粒大が同一であつても plastic limit なるものは粒の形狀及び其の吸水飽和の如何によりて相違を來たすものである。従つて (85) 式の滲透係數の一般式中の  $C$  及び  $c$  の値は粒の性質及び大いさによつて變化し、上述の公式は粒の性質が一様なるもののみ適用し得る。粘土を滲透する水が他の物質を溶解して含有して居る場合には水の粘性及び  $k$  に關係するのである。要するに上述の理論は水と粘土との等質の混合物に於てのみ適用し得る事柄である。

### 6. 著者の卑見

粘土の滲透に關しては著者は何等自らの實驗資料を有しない。従つて Terzaghi 博士の説

に就て何等の意見を述べる資格がない。従つて著者の意見は Terzaghi 博士の意見に過ぎない。

粘土中の流れはその capillary flow たることに對しては砂の場合と何等異ならないが只空隙が非常に大なるため高水圧を受ける時は組織の變動を來し、その點は砂の場合と大差がある。又粘性係数が粘土の場合には plastic limit 附近で其の値を變ずる。而して粘土の組織に變化を來たさない程度の 動水勾配に對して Darcy 氏の公式は適用し得るものである。而して  $k$  の値は (85) 式にて計算することが出来るが、しかしそれには實驗によりて空隙を決定して  $k$  の値を知るより仕方がない。 $d$  を求むることは困難である。要するに  $k$  の値を知るには實驗による外に方法はないのである。

### 第三節 泥土に關する滲透性の研究

既に述べた様に河川の水はその energy により河底の掘浚をなし之れを運搬し或は沈澱せしむ。故に之れを沈澱して割合に清淨となしたる水を濾過して飲料に供するものである。然る時は濾過池の表面には沈澱物を生ずる。これは一種の泥土で且つ bacteria の影響を受け colloidal matter でその空隙を多少に拘らず填充さるゝものである。

或は又河底に集水埋渠を作り得る場合あるとする。その際洪水其の他の影響により浮游沈澱物が沈澱し之れが泥土となつたとせば此の爲に集水埋渠の湧水量は甚だ減少するものである。

著者は此の泥土の滲透係數に就て吟味しやう。先づ沈澱物が河底に沈澱せる状態を検するに君島博士河海工學第二編 P. 238~243 に次の如き資料がある。

實驗者	河川	比重(固乾)	濕泥平均重量	水隙	濕泥一立方米内の固乾泥土の量, kg.
フォレット	リオ・グラント	2.64	—	—	—
ハウフ	ヂラ	2.55	1.219 <sup>kg/m<sup>3</sup></sup>	85.9%	359
合衆國 開拓局	コロラド(ユマ)	2.60	1.376 <sup>g</sup>	76.5%	611

著者の淺野セメントに就て研究せる結果に依れば之れを水中に沈澱せしめる時は 70% 内外の水隙あるを知る。

此れ等の事を綜合する時は微細浮游沈澱物が沈澱して生じたる泥土はその水隙と沈澱物の絶対容積の比は 2 以上である。然る時は既に述べた様に Terzaghi 博士に従へば半流動體の粒度として考ふべきであらう。従つて他の半流動體の泥土の滲透係數はその組織の變更をなさない程度の壓力の許に於ては略一定で且つ Darcy 氏の公式によりて流れの計算が出来る

ことになる、而してその値は計算よりも実験によりて求むべきであらう。

## 第六章 緩速濾過池及び河底の集水埋渠に於ける濾過の 水理學的考察

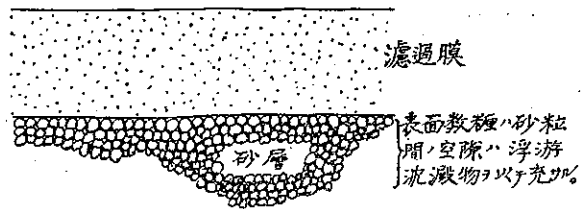
### 第一節 概 論

#### 1. 緩速濾過池に於ける水の流れ

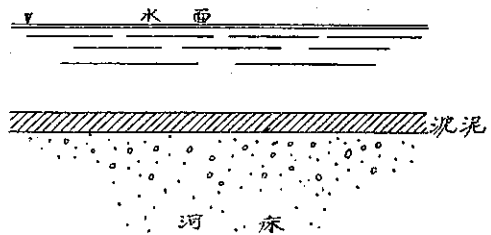
緩速濾過池は James Simpson 氏によりて 1829 年 London 市の或水道に實試されたもので、之れが砂濾の都市工學に於ける利用の嚆矢である。此の砂濾は水中の浮游物を除去し得るのみならず bacteria も除き得ることを認められ、現今に於てはその效果に對しては疑を挿む餘地なきに至つた。此の濾過池は原則として 0.75~0.90 m 程度の砂層があつて之れが濾過の役目をなす主體であつてその下に適當なる集水渠がある。従つて濾過池中の水の流れは砂中の水の流れに類するもので只趣を異にするのは砂表面に濾過膜が存する點である。即ち濾過池は使用するに従ひ原水中の浮游物が砂表面の間隙を充し次いで表面に積りて此處に濾過膜を形成する。此の濾過膜は浮游物の積りたる泥土で且つ bacteria の影響でその空隙は膠質物質を以つて充されて居る。

初て此の砂層と濾過膜との通水性に就て考へんに先づ砂は Darcy 氏の法則に従ふもので、その transmission constant は既に掲げた著者の式で計算が出来る。次に濾過膜が單に泥土のみで bacteria の影響がなく即ち單なる水と鍍物質微粒からなるならば既述せる様に普通の水壓に對しては Darcy 氏の法則の適用が出来る譯であるが、實際は bacteria の作用のため浮游沈澱物の空隙は膠質物質を以つて充されて居るから通水性に對しては普通の泥土とは多少趣を異にするものであらう。以下濾過池内の水の通水性に就て吟味して見やう。

第四十七圖



第四十八圖





## 2. 泥土を以つて被はれたる河底を滲透する水の流れ

最近我國に於ては上水道水源として河床又は湖床に集水埋渠を設け表面水を滲透せしめ清浄なる水を集めて上水道の水源とすることがある。大分市水道、和歌山市水道等は此の例である。此の場合河床に浮游物が沈澱しない時は滲透水は砂中を通過するのみで砂中の流れと何等擇ぶ處はない。然し乍ら表面水の流れ緩なるため浮游物の沈澱を生ずる時は濾過池の場合の流れと同一轍となるものである。著者は此の問題に就ても吟味して見やう。

### 第二節 緩速濾過池に於ける損失水頭

#### 1. 緩速濾過池に於ける損失水頭に關する現在までの研究

文獻 { S. Rideal, D. Sc.—Water Supplies, Their Purification, Filtration and Sterilization. P.P. 94~119, Chapter VII. Sand Filtration.

##### (1) Lawrence, Mass. Test.

Massachusetts State Board of Health の 1890 年の報告によれば同州 Lawrence に於ける砂粒の大きさが濾過水頭に如何に影響を及ぼすかの精密なる實驗の結果によれば

$$v = cd^2 \frac{h}{l} \left( \frac{t+10}{60} \right) \dots\dots\dots (87)$$

茲に  $v$  : filtering velocity of water in m. per day ( $\cong$  million gals. p. acre per day).  
 $d$  : effective size of sand grain in mm.  
 $h$  : loss of head in filtration.  
 $l$  : depth of sand bed.  
 $t$  : temp. of water in °F.  
 $c$  : some constant.

Allen Hazen 氏は 1892 年砂の mechanical analysis の方法を發表し有效徑を定義し  $c$  の値を決定したのである。故に此の (87) 式を世に Lawrence 又は Hazen 氏の公式と稱する。

此の  $c$  の値は  $850 \pm 150$  m/day 即ち新砂に對しては  $700 \sim 1000$  を採り數年間使用せる穢れた砂に對しては  $500 \sim 700$  位を採るのである。次にその値を m/day 又は cm/sec にて示す時は

850±150	m/day	又は	98.38±17.36	cm/sec.
700~1000	"		81~116	"
500~700	"		58~81	"

##### (2) W. H. Burr's Test.

Burr 氏に従へば Lawrence の公式は有効径が 0.1~3.00 mm. に限り適用が出来ることを述べて居る。

(3) Baldwin Wiseman's Test.

Wiseman 氏は Lawrence の公式の中の  $c$  は普通の様には漠然たるものに非ずして今少し的確なる而も正密なる定義を要するものなるにそれを缺くため一般に適用が出来ないと論じて居る。而して彼は各種の砂に就て注意深き実験を行ひ濾過の割合は主として砂粒の表面積(著者曰く、コンクリートの骨材の粒度に就ても L. N. Edwards 及び R. B. Young 兩氏は粒の表面積を以つて表して居るのと同様である)及び adherent water film (即ち砂粒の表面に附着せる—capillary water)の厚さに據ることを知つた。而して彼は次の公式を誘導したのである。

$$Q = \frac{e^{v \cdot f}}{a} \frac{h}{l} \frac{t+10}{60} \dots \dots \dots (88)$$

茲に

$Q$  : 濾過量, cub. ft./sq. ft./hour,

$e$  : Napierian logarithm の底数, 即ち 2.7183,

$v$  : 砂の porosity の百分率即ち最密實なる状態に詰込みたる単位容積の砂中の最大含水量に 100 を乗じたるもの,

$f$  : 砂中の含水膜の厚さ, 吋, 即ち最密實なる状態の砂に於てその単位容積中の含水量を全砂粒の表面積にて除したる商,

$a$  : 単位容積の砂の總粒の表面積,

$h$  : 流れを誘起する水頭, 呎,

$l$  : 砂層の厚さ, 呎,

$t$  : 水温, °F,

著者は (88) 式に就て意見を述べて見やう。

Baldwin Wiseman 氏によれば Lawrence の式の  $cd^2$  の代りに porosity の割合, 砂中の water film の厚さ及び砂粒の表面積を考へに入れて  $e^{v \cdot f}/a$  として居る。

然るに単位容積中の砂粒の表面積  $a$  は次の如し, 即ち

$$a = c_1 n \pi d^2$$

式中

$n$  : no. of grains.

$d$  : effective size of sand.

$c_1$  : some constant.

砂中の water film の厚さ  $f$  は次の如し

$$f = \frac{\text{単位容積の砂中の含水量}}{\text{単位容積の砂の全表面積}} = \frac{\text{単位容積の砂中の含水量}}{a}$$

又は

$$f = \frac{\text{単位容積の砂中の含水量}}{c_1 n \pi d^2}$$

故に

$$\frac{e^{2f}}{a} = \frac{e \frac{v_{\text{含水層}}}{c_1 k n d^2}}{c_1 n \pi d^2} = \phi(v, d) = k$$

要するに  $k$  は空隙と砂粒の有效径の函数たることは明である。只砂の場合の如く有效径の2乗に正比例しないのが異なるだけである。之れは砂濾の場合には濾過膜の状態により、必ずしも  $k = cd^2$  でないとは吾人の想像し得る所であるが、 $k = cd^2$  の関係から相距ること遠きものであるとは考へられない。

#### (4) Don & Chisholm's Opinion

Don 及び Chisholm 兩氏は彼等の共著 Modern Method of Water Purification, 1911. P. 100 に於て Wiseman の説に對し次の如く述べて居る。即ち

“Wiseman 氏は砂中の含水の毛管作用に對しては深く吟味はしてないが兎に角 water film の全量を考へに入れ、濾過池からの流量の割合は film の厚さに従つて直接變化すると述べて居る。彼は Lawrence の結果と殆んど同形の公式を誘導して居る。即ち彼の式では  $d^2$  の代りに porosity の割合、film の厚さ、砂粒の表面積を考慮に入れて居る。吾々がかくあらんと思ふ如く滲透量は粒子の表面積に逆比例するのである。即ち單位容積の砂粒の表面積が大なれば大なる程濾過速度は遅緩するものである。”

上記の如く Don 及び Chisholm 兩氏は漠然と Wiseman 氏の説に賛意を表して居る。

#### 2. Dr-Ing. K. Terzaghi 博士の研究

Terzaghi 博士の實驗の結果によれば水壓のため泥土が變形しない範囲内では Darcy 氏の公式が適用出来る。然し泥土は空隙と粒子の絶對容積との比が2程度であるから高壓の場合には變形を生じ空隙により相違を來し従つて transmission constant は變化する。

#### 3. C. L. Bryden 及び G. D. Dickey 兩氏の研究

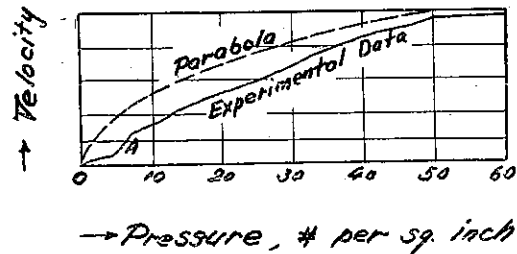
文献 兩氏著 A Text Book of Filtration

Bryden 及び Dickey 兩氏は濾過の理論に就て次の如く述べて居る。兩氏は filtration は straining による淨化法として取扱つて居つて bacteria の淨化に就ては考へて居ない。著者も straining に就てのみ考へる。

濾過を始むれば砂層の表面にある空隙は沈澱せる粒によりて閉塞される。而して濾過が進行するに従ひその沈澱物の膜層はその厚さを増加するものである。此の沈澱物を通る水の抵抗はその厚さと共に増加する。

此の砂層の上に出る膜は多少は靱性を有するが水壓大なる時は砂層が不等の沈下をなすため裂けることがある。此の場合の濾過水頭は次の二つに費さるゝ。

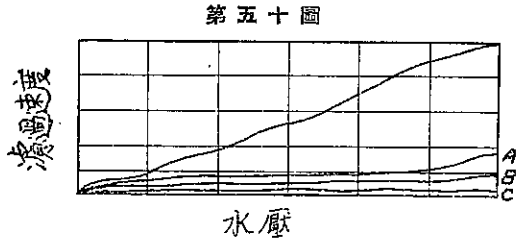
第四十九圖



- (1.) 濾過砂層を通過するに要する損失水頭。
- (2.) 濾過膜の中を通る損失水頭。

(1.) は同一の濾過砂層に對しては一定であつて (2.) は膜が厚くなるに従ひ増加するもので遂に或水壓では水が通らない様になる。第四十九圖は濾過速度と水頭との關係を示したものである。

第五十圖は濾過膜が薄き場合の實驗の結果を示したものである。此の圖から觀れば水壓と流速は比例することが分る。



#### 4. 著者の研究

##### (1) 概 説

沈澱池又は貯水池を通つて來た水でも尙ほ不淨にして多少の浮游沈澱物及び bacteria を含有して居るから吾人の飲用に適しない。依つて之れを濾過して飲料に適する清淨な水とするのである。此の濾過の方法は種々あるが茲に於ては本論文と關係のある緩速濾過即ち英式濾過に就てのみ論ずることとする。緩速濾過は説明する迄もなく砂濾で砂層の下に砂利層があつてその下に適當なる排水設備をしたもので時には砂利層を節約してその代り cemented gravel の slab よりなる排水装置を用ふることもあるのは既に述べた通りである。砂の上には數糎乃至 1 米程度の水を湛へ、數糎乃至 1 米程度の濾過水頭によりて砂、砂利並に砂の表面に出来る濾過膜の抵抗及び其の他の抵抗に打勝つて水を濾させるものである。濾過膜は水が濾さるゝに従ひその厚さを増すもので時には數糎に達し、その組織は甚だ複雑して居るか浮游沈澱物及び bacteria の爲に生じた膠質物質であらうと思はれる。此の膜が濾過に當つて甚だ有效なものである。その反面之れが厚くなれば損失水頭が甚だしく大なるものである。

緩速濾過池の砂層の厚さは濾過膜生成の上からも、濾過の上からも非常に大切なるもので 60~90 cm 程度である。之れに用ふる砂は平均して Hazen 氏の有效徑  $d_{60}$  が 0.3 mm 位で均等係数は 2.3 程度である。

濾過速度は水の清淨の程度によりて異なるも次表の如きが普通であらう。此の表は Wiseman 氏の資料より拔萃せるものである。

第十八表

水源の種類		濾過速度, m/day		
		貯水池の水	河川の水	井泉及び地下水
濾過速度の範圍				
平 均		2.72	1.70	2.95
最 大		6.20	2.85	4.80
最 小		0.76	1.40	1.07

## (2) 濾過の現象

濾過池に於ける砂の配列は普通の砂層の場合と同様で既に砂中の流れを論ずる時に詳論した。今原水が濾過さるゝ模様を考察せんに水中に浮游する沈澱物は 0.001 mm 以下のものが多々ある。然るに砂の有効径は 0.3 mm 程度であるから若しそれが均等粒に近い砂と考ふる時は最小面積間隙は最小径 0.0225 mm である。故に上述の浮游沈澱物は優に下方に逃れ出る様に思はるゝが事實は之れと反対である。今ガラスコップを取り之れに原水を入れて暫時放置する時はその底のみならず側面にも浮游物が附着するのを諸君は見るであらう。此の附着力による即ち Terzaghi 博士の所謂固有摩擦のために上述の如き小なる粒子の浮游物と雖も除去されるのである。即ち微細なる浮游物は最初砂層中の砂粒の表面に附着し遂には最小間隙を閉塞するに至るものである。bacteria も同じ理由によつて除去さるゝ。次で砂表が閉塞すればその表面に浮游物は沈澱除去され、bacteria の作用と相俟つて微粒子と膠質物質の混合なる Schmutzdecke (濾過膜) が出来て濾過は益々有効となるのである。然し此の Schmutzdecke が厚くなり過ぎれば濾過水頭が之れに伴つて大きく遂には膜に龜裂を生じ實際上不都合を生ずる。

次に濾過池を使用し始めしめてから時日が経過するに連れその濾過水頭が如何に變じて行くかを調べて見やう。先づ砂が新しい時は濾過水頭は主に砂中の流れに對する抵抗に消費さるゝもので、其の他砂利層又は排水系統中の損失水頭に費さるゝのは至つて僅かなものである。而も後者は砂層の新舊に拘らず一定のものであるから茲には考へに入れないことにする。而して濾過を持続すれば浮游物及び bacteria は砂中の空隙に附着し特に流速の小なる最大間隙の處に沈澱する。次で最小空隙の部に及び遂に砂表面下數層の間は閉塞さるゝに至る。かゝる道程に於ける濾過水頭の増加は左迄大きくはない。又正確なる計算も不可能である。次に尙ほ濾過を持続する時は浮游沈澱物は砂表に止り、bacteria の影響と相俟つて茲に Schmutzdecke が生ずる。此の Schmutzdecke を半流動體の粘土と考へ得るならば其の中の濾過抵抗は厚さに比例して増す筈であるが、實際は粘土質物質のみならず上述の様に膠質物質との混合體であるから、泥土の時とは多少は趣を異にするのであらう。尙且つ浮游物の多少、水温の高低等によりて Schmutzdecke の性質は相異を來すものであるから問題は益々複雑になつて来る。又濾過池が新設の場合、既設の場合とは自ら砂層の性質が異なる故にその濾過の抵抗が異なるのみならず濾過の進行に連れて Schmutzdecke の生成の模様も相異して来る。斯くの如くであるから濾過池の濾過速度と損失水頭との關係は甚だ複雑で一律には論ぜられない。著者は之れに關して先づ我國に於ける各所の實際資料に就て吟味して見やう。

附圖第一は江戸川水道金町浄水場の調査で砂層は厚さ 3 尺、有効径 0.3 mm、均等係數 2.00 である。其の下に砂利層 2 尺、集水系統は玉石 8 寸である。原水の濁度は最大 1140、平均

608 である。固形物は 84~236, 平均 132.588 である。圖示の資料に於ては濾過速度は掃除直後は 0.8 尺數日にして 3.5 尺, 其の後 4 尺位のことも又 8 尺位のこともあつて一定してゐない。従つて損失水頭と掃除後の日數又は Schmutzdecke の厚さとの關係は正確には表れてゐないが大體に於て既設濾過池に於ける掃除後の日數と濾過水頭との關係を窺ふことが出来る。即ち日數に従つて Schmutzdecke の厚さが増加し, それに連れて濾過水頭が大になるものと考へてよい。勿論此の資料に於ては的確なる數理的の關係は不明である。

附圖第二は小樽市役所水道課の調査を圖示したものである。之れは同市上水道潮見臺淨水場の調査で濾過速度は殆んど不變である。實驗中の浮游物の變化は詳細は不明であるが大差なきを想像し得るのである。此の調査によれば圖に示す如く濾過池の掃除後數日又は數十日の間は殆んど日數に比例して濾過水頭を増加し, 或日數に達する時は急にその水頭の増加率が大となりそれ以後は殆んど日數に比例して水頭が増加し遂にその後十數日を出でずして最大濾過水頭の約 2.8 尺に達することが判る。此の圖によれば最初數日間には濾過水頭は Schmutzdecke の厚さにのみ正比例して増加するが時日が相當經過すれば濾過膜が硬化し, 且つ bacteria の作用と相俟つて膜が益々硬化し, 抵抗が著しく増し遂には或程度の水頭では水を通さないが或は水頭を増せば膜に龜裂を生ずる様な状態になるのである。

附圖第三は京都市水道の濾過の效果に關する實驗の實測の結果で濾過速度を 10~30 尺/日として試験したものである。此の結果によれば水温, 水中の浮游物の量等多少の變化はあつたらうが大體前二例と大差はないことが判る。

### (3) 緩速濾過に於ける損失水頭の考察

既に述べたる如く緩速砂濾にありては砂層のみの損失水頭は僅少である。濾過を持続するに連れ砂表の空隙は浮游物によりて閉塞し, それ以上尙濾過を續くれば損失水頭は急に大となる。而して此の損失水頭は bacteria の作用なく又 algae 等の微細動植物なくば Schmutzdecke の厚さに比例する筈であるが實際には bacteria 等の作用が伴ふため必ずしも Schmutzdecke の厚さにのみ比例しないのである。此の現象は京都市の水道實例の濾過速度と損失水頭との關係を見れば判ることである。即ち濾過速度小なる時は最初損失水頭小にして漸次増加し或點に至れば急激なる増加を見, その増加率は終りに近づくに従ひ増大するものである。反之濾過速度大なるものに於ては殆んど掃除後の日數に比例して濾過水頭を増すもので, 之れは明に Schmutzdecke に比例して増加することを意味するものである。此の場合の bacteria の作用が顯れないのは時日が短いためであらう。斯くの如くであるから吾人は濾過水頭の考察をなすに當りては bacteria の影響を無視しては正確なる計算はなし得ないことを知るのである。然しながらその正確なる計算方法は到底今日の科學の發達の程度では難しいと思ふ。そこで著者は或假定の下に於ける近似的の實用計算法を示さう。

(4) 損失水頭と濾過膜の厚さとの関係

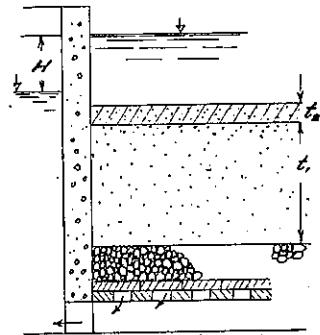
今濾過池の砂層上に  $t_2$  なる厚さの濾過膜が出来その中を水が通る場合の損失水頭はDarcy氏の法則に従ふものとする。砂層の厚さは  $t_1$  で砂利又は集水渠の損失水頭は小なるため之れを無視する。

以下に (a) 及び (b) の二つの場合に就て考へることとする。此の中 (b) の場合は實際濾過の場合には稀なる場合である。

(a) 濾過速度  $v$  が不変の場合の濾過水頭  $H$  の變化

- $v$  : 1 日間の濾過速度
- $\phi$  : 原水中の浮游物の量(容積比)
- $v\phi = \phi_1$  : 濾過池の單位面積に 1 日中に沈澱する泥土の量を容積にて表したるもの
- $n$  : 掃除後の經過日數
- $k_1$  : 砂の transmission constant
- $k_2$  : 濾過膜の transmission constant
- $t_1$  : 砂層の厚さ
- $t_2$  : 濾過膜の厚さ
- $H$  : 全損失水頭
- $Q = nv$  : 掃除後  $n$  日間の全濾過水量

第五十一圖



とせば

$$h_2 = \frac{vt_2}{k_2} \dots \dots \dots (a)$$

$$h_1 = \frac{vt_1}{k_1} \dots \dots \dots (b)$$

となる。然らば全損失水頭  $H$  は次の如くなる。

$$H = h_2 + h_1 + h_3$$

茲に  $h_3$  : 砂利層中又は集水渠中の損失水頭なるも小なるため之れを無視する。

故に

$$\begin{aligned}
 H &= v \left\{ \frac{1}{k_2} t_2 + \frac{1}{k_1} t_1 \right\} = v \left\{ \frac{1}{k_2} \phi Q + \frac{1}{k_1} t_1 \right\} \\
 &= v \left\{ \frac{1}{k_2} v \phi n + \frac{1}{k_1} t_1 \right\} \\
 &= v \left\{ \frac{1}{k_2} \phi_1 n + \frac{1}{k_1} t_1 \right\} \dots \dots \dots (89)
 \end{aligned}$$

此の計算は濾過池の砂表が閉塞した後に適用し得るものでそれまでの損失水頭は計算困難である。勿論既設池で掃除に當つて Schmutzdecke のみ取除いた様な場合には直ちに此の式を適用し得るものである。

(b) 損失水頭  $H$  が不変の場合の  $n$  日までの流量

砂層中の損失水頭は次式から計算するを得。

$$v = k_1 \frac{h_1}{t_1} \dots \dots \dots (a)$$

然るに

$$v = \frac{dQ}{d\theta} \dots \dots \dots (b)$$

茲に  $Q$  : 流量( $n$  日間の)

$\theta$  : 時間

故に (a) 及び (b) 式から

$$\frac{dQ}{d\theta} = k_1 \frac{h_1}{t_1}$$

又

$$\frac{dQ}{d\theta} = k_2 \frac{h_2}{t_2}$$

而して

$$h_1 + h_2 = H$$

$$\therefore \frac{dQ}{d\theta} = \frac{H}{\frac{1}{k_2} t_2 + \frac{1}{k_1} t_1}$$

今

$$\frac{1}{k_2} = R_2, \quad \frac{1}{k_1} = R_1$$

又

$$t_2 = \phi Q$$

茲に

$\phi$  : 単位容積の中に含まるゝ泥土の容積とせば

$$\frac{dQ}{d\theta} = \frac{H}{R_2 \phi Q + R_1 t_1} \dots \dots \dots (90)$$

又は

$$d\theta = \frac{R_2 \phi}{H} Q dQ + \frac{R_1 t_1}{H} dQ \dots \dots \dots (91)$$

$$\int_0^Q d\theta = \frac{R_2 \phi}{H} \int_0^Q Q dQ + \frac{R_1 t_1}{H} \int_0^Q dQ$$

$$\therefore \theta = \frac{R_2 \phi Q^2}{2H} + \frac{R_1 t_1 Q}{H} \dots \dots \dots (92)$$

之を解いて

$$Q = \sqrt{\frac{2H\theta}{R_2 \phi} + \left(\frac{R_1 t_1}{R_2 \phi}\right)^2} - \frac{R_1 t_1}{R_2 \phi} \dots \dots \dots (93)$$

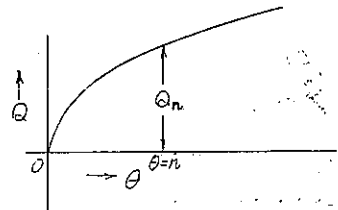
(93) 式を圖示すれば第五十二圖の如くなる。

(5) 公式の適用

(a) 濾過膜が一定の厚さに達する時間及び掃除間隔

(i) 概説. 以下濾過池が實際働く有様を吟味して著者の公式の適用を示さう。

第五十二圖





濾過池に達する水は貯水池の水又は沈澱池を通りたる水にして、浮游物中割合に粒径の大なるものは除かれたる割合に清浄なるものである。

今沈澱池の場合を考ふるに池の深さが例へば 4m~5m とし、沈澱日数を 3 日とする。然る時は原水中の浮游物の何割が除去され、且つその残りの浮游物即ち濾過池にて除去さるべき運命にある浮游物量如何及びその粒の大いさに就て吟味しやう。

今静止せる水中に於て砂及び沈泥が沈澱する際の水中の流速は次の如し。

第十九表

Diameter of Particle mm.	Hydraulic values at 10°C=50°F	
	mm./sec	m/day
1.00	100	8 640.0
0.50	53	4 579.2
0.10	8	691.0
0.05	2.9	250.0
0.01	0.154	13.3
0.005	0.0385	3.32
0.001	0.00154	0.133
0.0001	0.0000154	0.00139

次に米國 Cincinnati 市の上水道の報告によれば浮游物の平均除去量と沈澱開始後の経過時間との關係を示せば第二十表の如し。

第二十表

Time elapsed hours	Amount of suspended matter removed, %
24	62
48	68
72	72
96	76

上表から觀る時は沈澱の効果は最初の 1 日が最も有效なることを知ることが出来る。

次に沈澱池に於ける水深と浮游物除去の程度との關係を檢せんと同じく Cincinnati 市に於ける實驗によれば水面下 15 cm 位は最も清浄で、夫れ以下は大差なく底に接せる部分に沈澱を生ずるもので其の關係は第二十一表から明である。此の實驗の沈澱時間は 72 時間であつた。

第二十一表

Depth of Sample		Suspended matter, Parts per Million.	Percentage removal.
ft.	m.		
0.25	0.076	137	78.8
3.00	0.914	190	70.3
8.00	2.438	195	69.5

Depth of Sample		Suspended matter, Parts per Million.	Percentage removal.
ft.	m.		
13.00	3.962	197	69.2
23.00	7.010	206	67.8
28.00	8.534	200	68.7
30.00	9.144	215	66.4
31.00	9.449	200	68.7
32.00	9.754	206	67.8
33.75	10.287	641	00.0

今上表の如き原水が存在したと假定して浮游物の量に就て研究を進めやう。沈澱池の有効深さを4.00mとす。此の池に於てその水面にある微粒子が水底に達する時間は粒の大小によりて異なるのは第十九表から明な處である。然らば沈澱日数を3日とせば水が沈澱池に流入してから流れ出す迄の間に於て沈澱すべき最小径の粒の沈澱速度は

$$\frac{4.00}{3} = 1.33 \text{ m/day}$$

である。故に此の速度より速き速度のものは沈澱池に残り之れより遅きものは當然沈澱池に止まらずして濾過池に至り此處にて除去さるべきものである。然らば此の1.33 m/dayなる速度にて沈澱すべき粒の大いさは如何と言ふに第十九表に照す時は0.005 mm.位の粒子即ち泥土の部類の浮游物である。故に濾過池に至る水中の浮游物の径は0.005 mm.以下にしてその量は0.641%より約0.200%に減するであらう。今濾過速度を3 m/dayとすれば1日に濾過池の砂表面の1 m<sup>2</sup>に止るべき浮游物の量は次の如し

$$3 \times 1000 \times \frac{0.2}{1000} = 0.6 \text{ kg.}$$

斯くの如く砂表に止まる。

次に微粒子が如何なる状態にて堆積するかを窺ふに略々沈泥が河中に沈澱する場合に準ずるものと考へてよからう。此の沈泥が河中に於て沈澱する場合の状態を知らんがために資料を君島博士著河海工学第二編地下水及び地表水 P. P. 238~243に求むる時は第二十二表に示す様な適例がある。

第二十二表 河川泥土の性質

実験者	河川名	比重(固乾)	平均重量(湿泥)		水隙 %	沈泥一立方米 内の固乾泥土 の量, kg.
			#/cub. ft	kg/litre		
フォレット	リオブランド	2.64	53	—	—	—
ハウフ	ガラ	2.55	76.1	1.218	85.9	359.00
合衆國開拓局	コロラド(ユマ)	2.60	86	1.376	76.5	611.00

以上の実験の詳細は不明であるが、著者が行つたポルトランド・セメント・ペーストの実験から判断するときにはガラ、コロラド兩河の実験には大した誤は無いであらう。而して上表中

最後の2行は著者が計算せるものである。第二十三表は著者がポルトランド・セメントに就て行つたペーストの實驗である。

第二十三表 淺野セメント・ペーストの性質

比重	粉末の程度	セメント重量の100%の水を含みたる時の水隙	ペースト1立方メートル内のセメントの重量
3.18			
(全體としての値)	{ # 65 篩上に止りたるもの	67.7%	1 004
	{ # 65 篩を通り #100 篩に止まりたるもの		
	{ # 100 " #200 "		
	{ # 200 " 網 "		
	合計	99.50	

即ちセメントの如き比重大なるものに於ても尙且つ 70% 程度の水隙を有する。従つて之れより比重の小なる且つ粒大の小なる微粒よりなる泥土の場合に於ては 80% 内外或は夫れ以上の水隙が存するのは疑を挿む餘地が無い様に思ふ。

(ii) 重量比による泥土の千分率を用ひ掃除の間隔を求むること 今假りに泥土一立方メートル内の固乾泥土の重量を 600 kg とし掃除間隔に達したる場合の濾過池の砂表の間隙及び砂表上に止る此の泥土の厚さを 2 cm に相當するものとせば、其の中に含有する泥土の量は

$$600 \times \frac{2}{100} = 12 \text{ kg.}$$

である。故に

$$\text{掃除間隔} = \frac{12}{0.6} = 20 \text{ days}$$

となる。

(iii) 容積比による泥土の千分率を用ひ掃除の間隔を求むること (i) と同様なる資料を用ふれば容積による泥土の千分率は

$$\frac{0.2}{1000} \div 0.600 = \frac{1}{3000} \text{ 又は } \frac{0.33}{1000}$$

然るに濾過速度は 3 m/day ならば 1 日には  $\frac{1}{1000}$  米の沈泥が出来る譯である。

偕て 2 cm 又は 0.02 m なる厚さとなるには

$$t = \phi_1 n = v \phi n$$

$$\text{茲に } t = 0.02, \phi = \frac{1}{3000}, v = 3 \text{ m/day}$$

而して  $n$  を掃除間隔とすれば

$$\therefore n = 0.02 \times 1000 = 20 \text{ days}$$

(b) (89) 式の適用例

今第五十三圖に示す様な濾過池に於て

- $H$  : 濾過水頭
- $h_1$  : 砂層中の損失水頭
- $h_2$  : 濾過膜中の損失水頭

とせば

$$H = h_1 + h_2$$

茲に  $h_1$  は常に一定とする。而してその値は

$$v = k_1 \frac{h_1}{t_1}$$

今眞の有効徑を 0.3 mm. とせば (33) 式から

$$k = 0.40 d^2, \text{ cm/sec}$$

であるから

$$k_1 = \frac{0.40 \times 60 \times 60 \times 24 d^2}{100} \\ \cong 340 d^2 = 340 \times 0.09 = 30.5 \text{ m/day}$$

となる。

故に砂層の厚さを 0.9 m,  $v = 3 \text{ m/day}$  とせば

$$h_1 = \frac{t_1 v}{k_1} = \frac{3 \times 0.9}{30.5} = \frac{2.7}{30.5} = 0.088 \text{ m}$$

又は 9 cm

即ち 3.5 ins

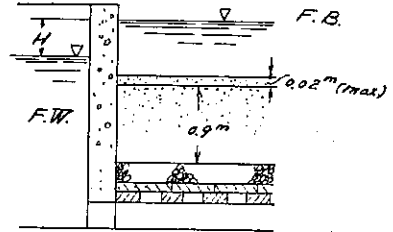
次に濾過膜の損失水頭を計算しやう。資料は (a) に於て述べたのと同じとし  $H$  を 90 cm と假定すれば

$$\frac{90 - 9}{20} = \frac{81}{20} = 4.05 \text{ cm}$$

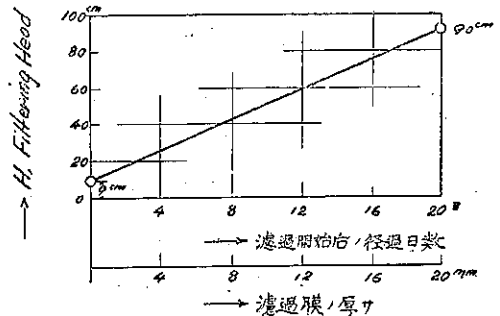
即ち濾過膜 1 mm に就て 4.05 cm の損失水頭がある譯である。以上の計算から濾過膜の厚さと損失水頭との關係を圖示すれば第五十四圖を得。

以上計算せる如く 2 cm を以つて Schmutzdecke の最大厚さと考ふれば、濾過池に流入する水が 200 p.p.m. 位の浮游物を有する時は約 20 日で掃除の日限に達する而して 100 p.p.m. 程度であれば約 40 日位となる。尙實際は bacteria の作用のため Schmutzdecke は膠質物質を以つて空隙を充されるから損失水頭は上の計算よりも餘程大となるであらう。今之れを見積つて Schmutzdecke 1 cm. に就

第五十三圖



第五十四圖



いて 0.9 m の損失水頭と考ふる時は安全であらう。従つて浮游沈澱物の量を知る時は最大損失水頭に達する同数即ち掃除の間隔を知ることが出来るのである。

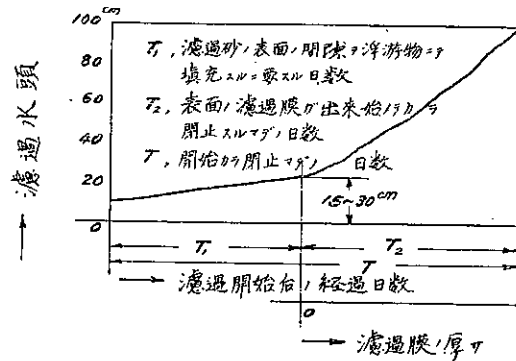
### (6) 結 論

既に述べた通りであるから緩速濾過に於ける損失水頭に關し次の如く結論することが出来るものと信ずる。

濾過池が新設され砂層が清淨なる時に於ては濾過水頭は砂層の抵抗が主なるもので之れは直ちに計算することが出来る。而して數日又は十數日間濾過を持続すれば砂層表面の間隙が原水中の浮游物にて漸次填充され損失水頭は徐々に増加する。而して遂には間隙が浮游物にて充されて終ふ。斯くて浮游物は凡て砂表面に残り bacteria の影響と相俟つて茲に Schmutzdecke が生ずる。此の bacteria の作用は温度高き程盛なるを以つて夏期は濾過膜の形成が速で且つ抵抗の大なるものが出来る。故に濾過は有效であるが、その反面損失水頭が大である。次に既設の濾過池で掃除により濾過膜を取除けたものを再び働かせる場合には數日ならずして濾過膜が出来るのである。其の様子は第五十五圖に示す通りである。

圖中  $T_1$  なる時間は新設池の始働の場合には 20~30 日にもなることがあるが、反之既設の池で數度以上の掃除を経たものでは 2~3 日で、直ちに濾過膜が生ずる。而して濾過膜の損失水頭は水温、原水の性質等によりて一定しないが略々 1 mm に就き 9 cm 位ならんか。斯くて損失水頭が判れば濾過膜の厚さが知れる時は Darcy 氏の公式を適用して損失水頭を計算することが出来、従つて河川又は原水の浮游物の量を知る時は何日にして其の濾過池が最大濾過水頭に到達するかと言ふことを近似的に計算することが出来るものと信ずる。

第五十五圖



### 第三節 泥土にて覆はれたる河底の滲透

第一節に於て述べた様に河床又は湖床に集水埋渠を作り上水道の水源となすことがある。此の場合浮游物が沈澱を生じない様な場所に埋渠を作れば砂層中を水が滲透する場合の損失水頭は僅少なものであるから普通の損失水頭に對しては相當大なる湧出量を得る譯である。然し斯くの如き滲透水は多少細菌學的に不淨なる嫌があるから重ねて急速濾過又は特別なる殺菌法を講ずるの必要がある場合が多い。但しかゝる濾過水に對して緩速濾過池を併用することは却つて宜しくない。即ち斯くの如き相當清淨なる水を空氣中に長く曝す時は却つて

bacteria の増加を來し或は濾過池内で Algae の繁茂を來して不結果に終るのはその實例が雄辯に物語つて居る。要之かゝる沈澱を生じない砂床を滲透した水の損失水頭は砂の場合と同様にして容易に計算することが出来る。

次に泥土（沈泥, 微泥, 超微泥）が河床の砂面に沈澱をなす場合に於て集水埋渠に水が滲透して來る場合の損失水頭は濾過池の場合同様に考へて差支へない。河川に於て流水中の微細固形物が果して沈澱するか否か、又沈澱するとせばその量如何等の問題は第三編第三章「河川に於ける浮游物の運動」に於て詳論する心算である。沈澱膜層を水が滲透するときの損失水頭は沈澱物の大小によつて甚だ相異があるが、普通の粘土質微粒の時は 1 mm の厚さの膜層に對して濾過速度  $v$  が 3 m/day の場合 4.0~9.0 cm 程度であらう。此の場合 bacteria の影響によつて膠質物質が左程に生じて無いときは 4.0 cm 程度であらう。斯くの如く沈澱膜層を通つた滲透水は bacteria も殆んど除かれて居る。然るに河川の流速が大なる時又は場合に依つては流水中の浮游物は沈澱を生じ無いから沈澱膜層が出来ない。故にかゝる河床の滲透水は細菌學的に不淨である。斯くの如く河床に沈澱膜層がある時は濾過は有效であるが集水量は少い。反之沈澱膜層がない處は微細固形物は除かれるが bacteria は充分除かれてない。然らば如何なる場所が集水埋渠として宜しいかと言ふと沈澱膜層を生じない程度の流速の處がよい。而して bacteria の殺菌は第二次の淨化法によりて之れを推行するがよいと思ふ。

（第一編終）

附表第一 Sand from Fort Caswell

Number of Sample	Hazens Effective Size $d_{10}$ m.m.	Uniformity Coefficient $\mu$	Porosity $\lambda$	$h$ in $10^{-3}$ cm/sec.		True Effective Size $d$ m.m.	Artificial Effective Size $d$ m.m.	Value of $k$ in $10^{-5}$ sec.	
				By Experiment	By Hazens			$10^5 d^2$	$10^5 \mu^2$
34	0.09	2.1	0.38						
45	0.10	2.8	0.35	196.41	116.0	0.222	0.145	0.021025	84.10
23	0.10	2.8	0.43	777.9	116.0	0.140	0.145	0.021025	84.10
10	0.11	2.3	0.45	135.99	140.36	0.185	0.146	0.021316	85.26
15	0.11	4.9	0.44	374.99	140.36	0.205	0.217	0.047089	103.36
71	0.11	2.3	0.40	168.33	140.36	0.205	0.146	0.021316	85.26
110	0.11	2.2	0.44	196.18	140.36	0.222	0.143	0.020449	88.36
12	0.12	2.5	0.45	154.40	167.04	0.197	0.151	0.022801	91.20
103	0.12	3.4	0.38	121.00	167.04	0.174	0.192	0.032864	147.46
11	0.13	2.8	0.46	105.62	192.04	0.163	0.189	0.035721	142.88
13	0.13	3.1	0.46	139.37	192.04	0.187	0.222	0.049284	197.13
24	0.14	3.5	0.39	131.26	226.20	0.181	0.228	0.051984	207.94
14	0.14	2.4	0.40	115.72	226.20	0.170	0.189	0.035721	142.88
16	0.14	3.1	0.31	268.53	226.20	0.259	0.214	0.045796	183.10
42	0.20	2.5	0.29	790.3	464.00	0.141	—	—	—
72	0.23	2.1	0.42	204.69	613.64	0.226	0.293	0.065849	343.90
105	0.25	8.2	0.40	145.97	728.00	0.191	—	—	—
109	0.45	3.0	0.41	96.417	234.980	0.491	0.675	0.855250	1072.52
65	0.55	9.1	0.25	143.95	350.902	0.190	—	—	—
108	0.82	2.5	0.32	575.191	779.984	1.150	1.107	1.225449	490.180
73	0.83	2.5	0.41	142.612	799.124	0.597	1.058	1.119264	447.46

1)  $k = 116 d_{10}^{0.5}$  計算  $k$  值 (表 3.)

附表第二 Material from New Jersey

Number of Sample	$d_{10}$ m.m.	$\mu$	$\lambda$	$h$ in $10^{-5}$ cm/sec.		True Eff. size	$d^2$	Value of $k$ in $10^{-5}$ sec.	
				By Experiment	By Hazens			$10^5 d^2$	$10^5 \mu^2$
10	0.11	2.3	0.447	1397.7	140.36	0.187	0.146	0.021316	85.26
16	0.14	3.1	0.314	248.53	226.20	0.259	0.214	0.045796	103.10
23	0.10	2.8	0.426	802.3	116.00	0.142	0.145	0.021025	84.10
24	0.14	3.5	0.344	127.11	226.20	0.179	0.228	0.051984	207.94
102	0.30	5.3	0.274	490.61	1675.04	0.611	0.789	0.622321	2490.88
103	0.12	3.4	0.377	123.96	167.04	0.177	0.192	0.032864	147.46
105	0.25	8.2	0.349	145.97	728.00	0.191	—	—	—
110	0.11	2.2	0.443	190.90	140.36	0.217	0.144	0.020736	82.94
109	0.45	3.0	0.412	94.644	234.980	0.485	0.675	0.455625	1822.52
111	0.27	5.6	0.382	403.924	845.64	1.100	0.581	0.337561	1330.24
112	0.23	3.9	0.302	259.65	613.64	0.806	0.391	0.152801	615.2
113	0.37	2.3	0.358	1515.46	1500.04	0.645	0.490	0.240100	91.04.0
108	0.82	2.5	0.319	582.65	779.984	1.160	1.128	1.272384	5085.94
73	0.83	2.1	0.415	126.601	799.124	0.584	1.085	1.177225	4708.80
12	0.12	2.5	0.448	158.69	167.04	0.199	0.165	0.027225	10.980
13	0.13	3.1	0.365	135.95	192.04	0.185	0.190	0.039704	15.632
14	0.14	2.4	0.404	113.24	226.20	0.160	0.189	0.035721	14.288
71	0.11	2.3	0.349	158.04	140.36	0.199	0.146	0.021316	85.26
72	0.23	2.1	0.417	202.25	613.64	0.228	0.293	0.085049	345.940
11	0.13	2.8	0.458	164.28	192.04	0.163	0.189	0.035721	14.288
15	0.11	4.9	0.444	315.54	140.36	0.202	0.217	0.047089	103.36

附表 第三

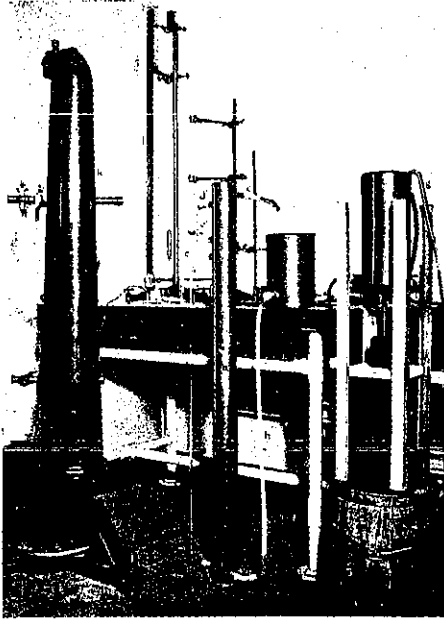
No. of Block	Hazen's Effective size $d_w$ m. m.	Proportion by Weight	Density $Kg/lit$	Compressive Strength $Kg/cm^2$	$\frac{1}{2}$ Hydraulic gradient					Absolute Volume <sup>1)</sup>			Void Ratio
					Rate of flow $cm/sec$					Cement paste	Gravel	Sum	
					0508	0635	0762	0889	1016				
17	635	1:6	1824	20	0108	0135	0168	0207	0252	0261	0590	0851	0149
20	635	1:9	1792	22	0078	0102	0132	0162	0195	0179	0608	0787	0213
21	635	1:12	1744	10	0051	0063	0078	0092	0114	0134	0607	0741	0259
2	548	1:6	1856	23	0114	0138	0183	0225	0273	0265	0600	0865	0135
1	548	1:9	1792	16	0102	0120	0132	0171	0261	0179	0608	0787	0223
5	548	1:12	1760	7	0090	0102	0132	0171	0261	0135	0613	0748	0252
3	352	1:6	1760	24	0198	0258	0336	0426	0528	0251	0569	0820	0180
4	352	1:9	1696	14	0102	0120	0150	0183	0291	0170	0575	0745	0255
6	352	1:12	1760	9	0102	0120	0150	0183	0291	0135	0613	0748	0252
7	200	1:6	1760	36	0270	0336	0414	0498	0597	0251	0569	0820	0180
8	200	1:9	1728	22	0258	0315	0396	0474	0558	0173	0586	0759	0241
9	200	1:12	1712	10	0240	0300	0375	0453	0534	0132	0596	0728	0272
10	114	1:6	1808	19	1100	1410	1620	1950	2280	0258	0584	0832	0168
11	114	1:9	1712	12	0780	0960	1170	1410	1680	0171	0577	0748	0252
12	114	1:12	1664	7	0600	0750	0900	1110	1320	0128	0579	0707	0293
13	091	1:6	1744	22	2700	3300	4050	4980	6120	0249	0564	0813	0187
14	091	1:9	1664	10	2700	3300	3840	4650	5580	0166	0565	0731	0269
22	091	1:12	1728	17	2700	3300	3400	5250	6600	0133	0601	0734	0266
23	0712	1:6	1808	6	31800	39000	45600	51000	—	0258	0584	0842	0158
15	0712	1:9	1680	10	18300	22800	27900	32400	37200	0168	0570	0738	0262
18	0712	1:12	1632	6	12360	15600	18600	21900	25200	0125	0606	0731	0269
24	0492	1:6	1744	23	33300	39300	45600	51900	57600	0249	0563	0812	0188
16	0492	1:9	1680	12	20700	25800	30900	36000	40800	0168	0570	0738	0262
19	0492	1:12	1616	7	12300	16500	21000	24900	28800	0124	0562	0686	0314

(単位は、セメントと砂の重量比)

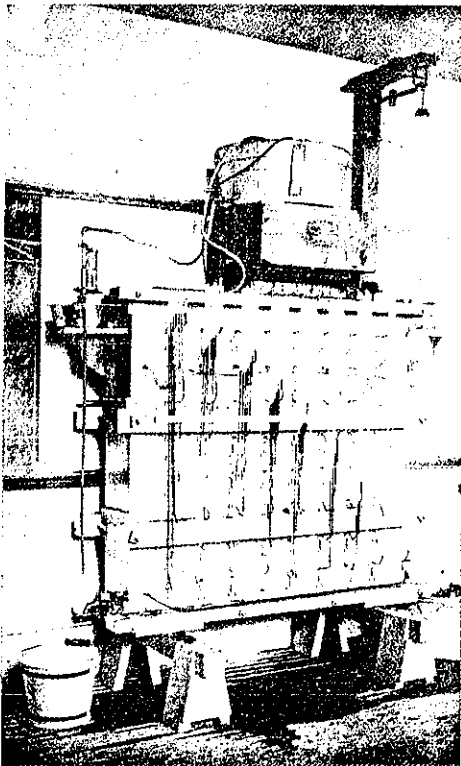
1) セメント一瓦にてセメントペースト一立方呎出来るとし、砂利の比重は2.65として計算せる値である。



寫真第一

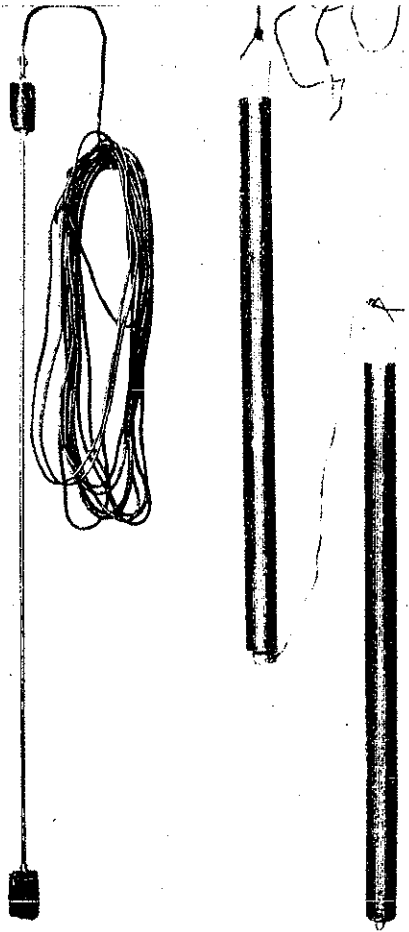


寫真第二

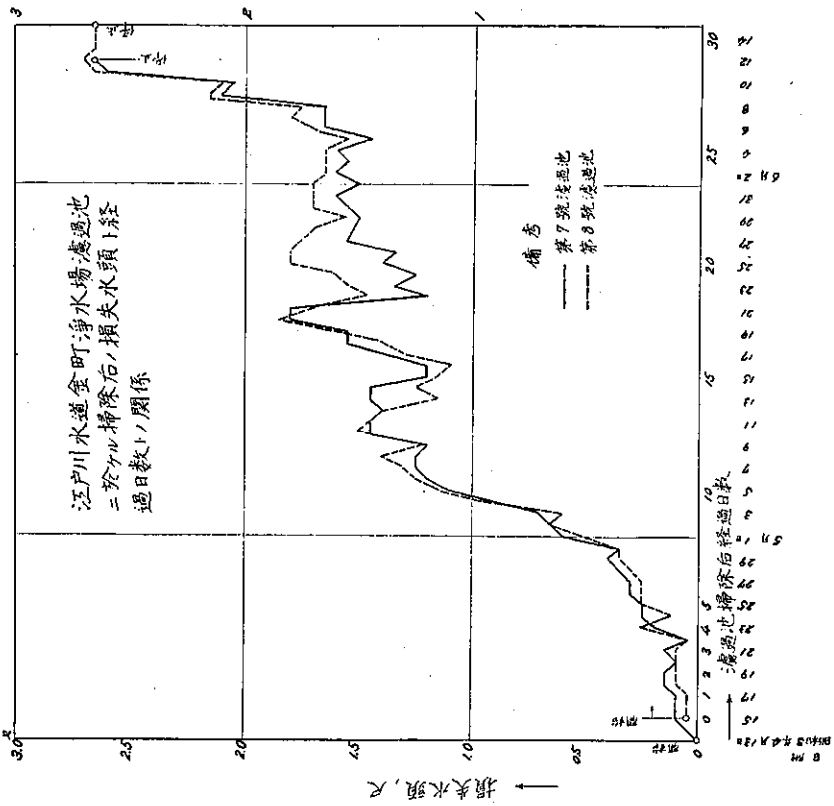


(北水學會誌第十七卷第六四四號)

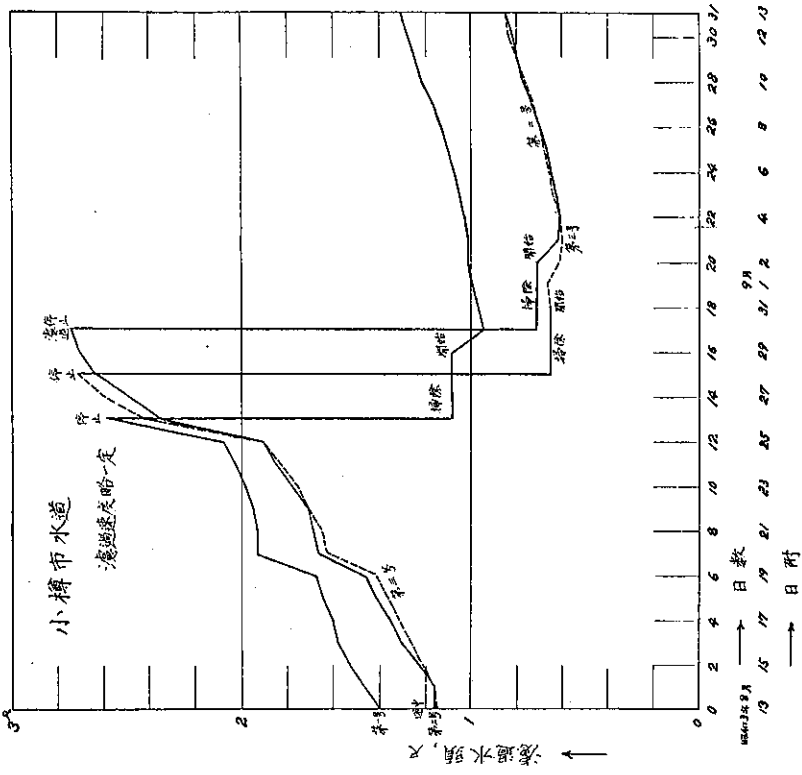
寫真第三



附圖第一



附圖第二



附圖第三

