討　議

土木學會誌　第十六卷第十一號　昭和五年十一月

萬代橋上部構造工事概要

（第十六卷第五號所載）

會員　工學士　宮　内　義　則

本誌第十六卷第五號で正子重三氏の萬代橋上部構造工事概要報告を見た。概論すれば誠に立派な出來映で，此の種の工事としては上出來の部類に入れるべきもので，正子氏の努力と技倆には感服をして居る者である。且つ極めて概要の報告であるから別に討議を申出づる餘地もないのであるが，黒河内編輯委員長より何か討議をせよとの折角の御指名もだし難く，玆に强ひて妄言をも顧みず蛇足を添へる次第である。

拱を橋長全體の反りに準じて中央に大きく兩側に小さく，各徑間も拱矢も夫々變化をさせて居らるゝ處など，取り分け面白い設計と思ふ。然し更に進んで著者は，拱頂に於ける拱肋の厚さは溫度の變化及び荷重に依る水平反力をなるべく小ならしむる爲，必要なる範圍に於て最小となす方針に依り2呎6吋となしたり。と說明せられて居るが，全體の3種類の拱を通覽するに其の徑間は 128.0呎，136.0呎，139.0呎 と異つて居るのに，何れも拱輪の厚さは拱頂に於ては 2.5呎，拱起に於ては 6.0呎と同一になつて居るのは，偶然に一致したものか，將他に何か理由のあるものか，一寸不可思議に感ぜらるゝのである。

尤も應力の計算が載つて居ないので嚴密な事は解らぬが，徑間と拱矢との大さを適當に選ぶ事に依り拱頂の厚さを同一とする事は出來やうが，此の時拱起に於ては矢張り厚さは變るべきものと思はれる。然し計算の結果甚だしき過剩とならざる場合は，施工上の簡易や型枠の利用などの關係より却つて經濟ともなる事もあるが，此の橋は各拱共已に拱軸線の形狀が異つて居るのであるから，同一の型枠を流用するも困難であるし，外觀上の問題よりして拱輪の厚さを應力計算より得たるものより變へる必要のある事もあるが，此の拱は拱背塡充であつて，拱輪は外面花崗石の張石を施して居るのであるから，此の石の大さを加減すれば外觀上の拱輪の厚さは如何樣にでもなるものと思はれる。

次に拱軸線の選定に當り變垂曲線 $y=\frac{1}{m-1}(\operatorname{Cosh} Km-1)$ を使用して居らるゝが，之れも今日まで拱軸線として使用せられて居る曲線の内で，最も合理的曲線の1種であるから誠に結構と思ふ。然し此の橋は全體として 1/50 の拋物線の反りが付いて居ると言ふ事であるから各拱共，靜荷重は兩側の橋臺に向つて對稱とならず，兩端の拱の如きは其の橋臺に於て4.5呎

許りの高さの差を生じ，1平方呎に付き約540封度の靜荷重の不均衡を來す樣であるが，此の場合拱軸線に何等かの修正を施されたるや。

私の考では其の影響はたいした事もあるまいと思ふのであるが，どうせ多少の誤差を認めるとすれば，今少し簡單なる Melan 氏の四次の拋物線式を使用するも亦一法と思ふ。序に此の懸垂曲線は Strassner 氏に依り實用化せられたるものであるが，其の成立の根本が變荷重の拱頂より拱起に向つて增加する割合が，拱頂に於ける水平線より拱軸線に至る縱距に正比例するものとの假定で進んで居るのであるが，之れは拱輪の增大する割合や拱腹の構造の模樣等に依つて異るものであるから，必ずしも正確とは言ひ難く，拱起に於ける荷重と拱頂に於ける荷重の比が增大するに從つて其の誤差も增加し，此の比が 10 以上ともなれば最早や此の式の使用は無理となるのである。又此の式は前記の如く双曲線函數を以て表されて居るものであるから，之れを解くには双曲線函數表を必要とするのであるが，双曲線函數表は英語のポケット•ブックには勿論，Hütte や Foerster などのハンド•ブックにも粗い表が載つて居るのみであるから，嚴密なる計算には別に Lingowsky などの專門の函數表を必要とするのである。Melan 氏は拱軸線として2種類の四次拋物線を提案して居るが，私は其の簡單なる方の式

$$y=\frac{6g_s}{5g_s+g_\kappa}\left[1+\frac{g_\kappa-g_s}{6g_s}\;\frac{4x^2}{l^2}\right]\frac{4x^2}{l^2}f$$

但しg_s, g_κ は夫々拱頂及び拱起に於ける荷重

も實用上充分使用價値のあるものと思ふ。此の式は荷重の變化の割合が拱頂より拱起に向ひ $y=(g_k-g_s)\frac{4x^2}{l^2}$ なる拋物線に隨つて增加するものとの假定であるが，之れも拱起と拱頂との荷重の比が餘り大きくならない間は誤差も少く，充分使用し得らるゝものである。

今上の兩曲線より得たる拱軸線の結果を比較すれば次の表の通りである。

$$y=\frac{f}{m-1}(\mathrm{Cosh}\,\xi K-1)$$

$$K=\mathrm{Log}_e(m+\sqrt{m^2-1}),\qquad m=g_k:g_s$$

$y:f=(\mathrm{Cosh}\,\xi K-1):(m-1)$ の値

m ＼ ξ	1 (拱起)	$\frac{11}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{6}{12}$
1.000	1.000	0.8403	0.6944	0.5625	0.4444	0.3403	0.2500
1.347	1.000	0.8331	0.6831	0.5493	0.4312	0.3284	0.2400
1.756	1.000	0.8256	0.6714	0.5359	0.4179	0.3163	0.2300
2.240	1.000	0.8180	0.6595	0.5223	0.4044	0.3042	0.2200
2.814	1.000	0.8101	0.6473	0.5805	0.3908	0.2920	0.2100
3.500	1.000	0.8019	0.6348	0.4944	0.3771	0.2798	0.2000
4.324	1.000	0.7935	0.6221	0.4801	0.3632	0.2675	0.1900

m \ ξ	1 (拱起)	$\frac{11}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{6}{12}$
5.321	1.000	0.7849	0.6090	0.4656	0.3491	0.2552	0.1800
6.536	1.000	0.7758	0.5955	0.4507	0.3349	0.2428	0.1700
8.031	1.000	0.7664	0.5816	0.4356	0.3205	0.2303	0.1600
9.889	1.000	0.7567	0.5673	0.4200	0.3059	0.2177	0.1500

m \ ξ	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{0}{12}$
1.000	0.1736	0.1111	0.0625	0.0278	0.0070	0
1.347	0.1660	0.1059	0.0594	0.0264	0.0066	0
1.756	0.1584	0.1007	0.0563	0.0249	0.0062	0
2.240	0.1508	0.0955	0.0532	0.0235	0.0059	0
2.814	0.1432	0.0903	0.0502	0.0221	0.0055	0
3.500	0.1357	0.0852	0.0472	0.0208	0.0052	0
4.324	0.1282	0.0802	0.0443	0.0194	0.0048	0
5.321	0.1208	0.0751	0.0413	0.0181	0.0045	0
6.536	0.1133	0.0701	0.0384	0.0168	0.0041	0
8.031	0.1060	0.0652	0.0356	0.0155	0.0038	0
9.889	0.0983	0.0603	0.0327	0.0142	0.0035	0

$$y=\frac{6g_s}{g_k+5g_s}\left[1+\frac{g_k-g_s}{6g_s}\;\frac{4x^2}{l^2}\right]\frac{4x^2}{l^2}f$$

$\xi=2x:l,\qquad m=g_k:g_s$

$y:f=[6+(m-1)\xi^2]\xi^2:(5+m)$ の値

m \ ξ	1 (拱起)	$\frac{11}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{6}{12}$
1.000	1.000	0.8403	0.6944	0.5625	0.4444	0.3403	0.2500
1.347	1.000	0.8329	0.6828	0.5490	0.4309	0.3280	0.2397
1.756	1.000	0.8253	0.6707	0.5350	0.4168	0.3191	0.2290
2.240	1.000	0.8173	0.6581	0.5204	0.3997	0.3018	0.2179
2.814	1.000	0.8091	0.6452	0.5054	0.3871	0.2882	0.2065
3.500	1.000	0.8008	0.6320	0.4901	0.3718	0.2743	0.1949
4.324	1.000	0.7924	0.6188	0.4748	0.3564	0.2602	0.1832
5.321	1.000	0.7841	0.6056	0.4595	0.3411	0.2463	0.1715
6.536	1.000	0.7759	0.5926	0.4444	0.3259	0.2325	0.1600
8.031	1.000	0.7679	0.5799	0.4297	0.3112	0.2192	0.1488
9.889	1.000	0.7602	0.5678	0.4156	0.2970	0.2063	0.1381

$m \backslash \xi$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	0 (拱頂)
1.000	0.1736	0.1111	0.0625	0.0278	0.0069	0
1.347	0.1658	0.1057	0.0593	0.0263	0.0066	0
1.756	0.1576	0.1001	0.0559	0.0248	0.0062	0
2.240	0.1490	0.0942	0.0525	0.0232	0.0058	0
2.814	0.1403	0.0882	0.0489	0.0215	0.0053	0
3.500	0.1314	0.0821	0.0453	0.0198	0.0049	0
4.324	0.1225	0.0759	0.0416	0.0182	0.0045	0
5.321	0.1135	0.0698	0.0380	0.0165	0.0041	0
6.536	0.1048	0.0637	0.0344	0.0148	0.0036	0
8.031	0.0962	0.0578	0.0309	0.0132	0.0032	0
9.889	0.0880	0.0521	0.0275	0.0117	0.0028	0

今之れを萬代橋に就き此の兩曲線を比較して見るに，m の値は直接には顯れて居ないが，推測するに各拱に就き多少は異る樣であるけれども，上表の內では 4.324 に最も近い樣であるから，假に之れを利用するものとして，最も變化の烈しい部分卽ち徑間の 1/4 の點に於て $y:f$ の値は變垂曲線の方は 0.1900 で，抛物線の方は 0.1832 であつて，其の差は 0.0068 となる。卽ち此の 3 種の拱の內最大の拱矢 16.0 尺のものに就ても僅に 1.088 寸であつて，實は部分荷重に依つては之れ以上の偏位は生ずるのである。

尙在來多く使用せられて來た二次の抛物線は此の表では $m=1$ の場合であるから，$y:f$ の値は徑間の 1/4 の點に於ては約 1 尺の差を生ずる事となる。

Melan 氏は尙此の外に

$$y=\frac{1}{K}\left[1+(K-1)\frac{4x^2}{l^2}\right]\frac{4x^2}{l^2}f$$

但し
$$K=\frac{1}{2}\left[\frac{g_s+Q}{g_s}+\sqrt{\left(\frac{g_s+Q}{g_s}\right)^2+\frac{2}{3}\frac{r_1}{g_s}f}\right]$$

$$Q=\frac{1}{6}(g_k-g_s-r_1f)$$

r_1 は拱腹塡充材の重量

なる式を與へて居るが，之れも面倒な割合に效果は少く，變垂曲線の方が之れよりは遙に勝つて居ると思はれる。

依つて變垂曲線も合理的のもので，形も亦面白いものであるが，双曲線函數表の持合せのない時は之れと差の少い曩に述べた四次の抛物線も實用上充分利用の價値あるものと思はれるのである。