

論 說 報 告

土木學會誌 第十四卷第二號 昭和三年四月

曲 線 橋 の 内 力

附 鐵道省中央線萬世橋架道橋の計算例

會員 工學士 黑 田 武 定

Calculation of Stresses in a Horizontally Curved Bridge.

By Takesada Kuroda, C. E., Member.

内 容 梗 概

現萬世橋々梁の改築に當つて新橋として用ひられたる曲線橋の計算に際して著者の試みたる曲線橋の内力計算の方法を記述す。

Synopsis

The reconstruction of the Mansei Bridge necessitates the use of girders curved in alignment. The object of the paper is to show a method of calculating the stresses in such a girder.

緒 言

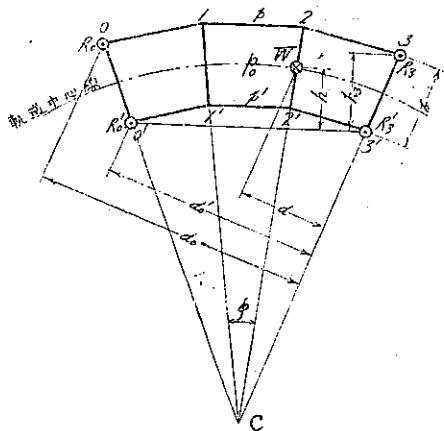
鐵道省に於て中央線萬世橋架道橋が復興計畫に伴ふ道路の擴張に依り架換を要するに當り附圖第一の如き曲線橋を用ふるを適當と認めた。之を若し直線橋にせば神田寄に於て上下兩線の橋梁の主桁は殆んど相接觸し又主桁の中心間隔を擴大するの要ある爲、徒に床組の材料を増加する等色々の不都合を生ずるのである。

茲に萬世橋の設計に際し著者が試みたる曲線橋の理論を記述し會員諸氏の御教示を仰ぐと共に都市の橋梁にして近來複雑なる周圍の事狀に依り往々曲線橋を架するの必要ある可きを想ひ参考に資せんとする次第である。

第一節 實際的には靜力學的に決定し得る構造である

第一圖の如き最简单なる下路曲線橋に就いて考ふるに

第一圖
曲線橋平面圖



- ϕ 格間の挟む中心角
- W 荷重
- R_0, R_0', R_3, R_3' 0, 0', 3, 3' 點に於ける反力
- b 主桁の中心間隔
- p, p' 外側及内側の格間
- ⊙ 紙表より紙背に向ふ力
- ⊙ 紙背より紙表に向ふ力

$$R_0 + R_0' + R_3 + R_3' = W \quad \dots\dots\dots (1)$$

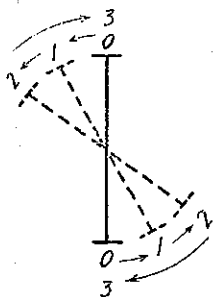
$$R_0 + R_3 = \frac{h}{h_3} W \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$R_0 d_0 + R_0' d_0' = d W \quad \dots\dots\dots (3)$$

R_0, R_0', R_3, R_3' なる 4 個の未知數に對して橋桁總體の平衡條件より互に獨立する關係式として上記 (1), (2), (3) なる 3 個の方程式より得られずして嚴密に云はゞ靜力學的不定の構造物である。

斯くの如き曲線橋が普通の直線橋と異なる處は主桁が格點に於て屈曲するが爲格點部の平衡を考へて見ると格點の左右に於ける主桁の彎曲力率は同一平面内になきが故互に釣合ふ事が出來ずして曲線に直角の方向に或る量の彎曲力率を残す事である。之に對して平衡を保つべきものは横桁の端に生ずる彎曲力率と主桁の斷面に生ずる扭力とである事明である。而して此の扭力は荷重の作用する格點換言せば最大彎曲力率を生ずる格點にあつては其の左右兩斷面に於て其の作用方向格點部に對して同一であるが(第二圖参照)、之等扭力の和は横桁端に

第二圖
各格點に於ける主桁の傾斜



生ずる彎曲力率に比すれば其の割合は一般に極めて小にして之を無視するも差支ない。殊に荷重の作用せざる格點にあつては扭力は其の左右兩側に於て大略等量にして方向相反するが故に平衡上相殺し無視するも何等差支ないのである。因に前記扭力と彎曲力率との比は勿論斷面の形狀其他構造の如何に依つて異なるが、萬世橋々梁にあつては略算により 2/100 乃至 3/100 なる事を認めた。

上述の如く實際的設計に際しては扭力を無視し得る上は次節に説くが如く主桁の任意の點に於ける彎曲力率は R_0 (或は R_0'') の

函数又は R_3 (或は R_3') の函数にて表す事を得、茲に前記 3 個の關係式の他に更に 1 個の關係式を得るが故結局靜力學的に決定し得るのである。

第二節 各反力並に内力の計算

曲線橋の各内力を探究するに當り先づ第一圖の如き簡單なる構造に就いて試みる。

計算に用ふる記號は次の如く定める。

M_{1-0} 格點 1 に於ける 1-0 側の彎曲力率

$M_{1-1'}$ 格點 1 に於ける 1-1' 側の彎曲力率 (横桁端の彎曲力率)

M_{1-2} 格點 1 に於ける 1-2 側の彎曲力率

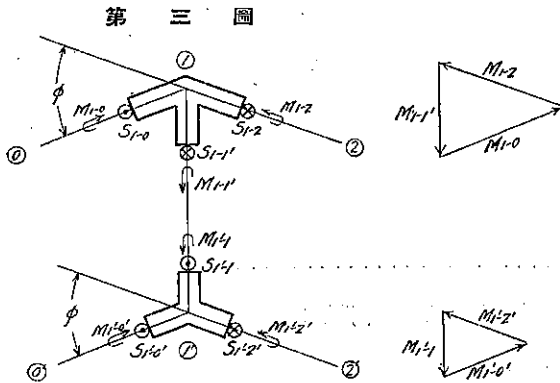
$S_{1-0}, S_{1-1'}, S_{1-2}$ 格點 1 に於ける剪力にして suffix は彎曲力率の場合と同様とす
次の諸式の成立する事は明である。

$$\begin{aligned} S_{1-0} &= R_0, & S_{1'-0'} &= R_0' \\ M_{1-0} &= R_0 p, & M_{1'-0'} &= R_0' p' \\ S_{2-3} &= R_3, & S_{2'-3'} &= R_3' \\ M_{2-3} &= R_3 p, & M_{2'-3'} &= R_3' p' \end{aligned}$$

次に 1 なる格點部の平衡を考へるに、第三圖に示すが如く垂直力として $S_{1-0}, S_{1-1'}$ 及 S_{1-2} が作用し尙 $M_{1-0}, M_{1-1'}$ 及 M_{1-2} なる力率が夫々 1-0, 1-1' 及 1-2 面内に作用して平衡を保つて居る。

故に $S_{1-0} = S_{1-1'} + S_{1-2}$ (1)

又 $(M_{1-0}, M_{1-1'} \text{ 及 } M_{1-2})$ の合成力率 = 0



第三圖ベクトルに示す如く明に

$M_{1-2} = M_{1-0} = R_0 p$
(上側壓力) (2)

$M_{1-1'} = \phi M_{1-0} = \phi R_0 p$
(上側張力) (3)

同様にして 1' なる格點部の平衡を考へれば

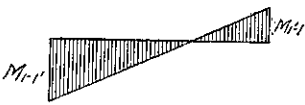
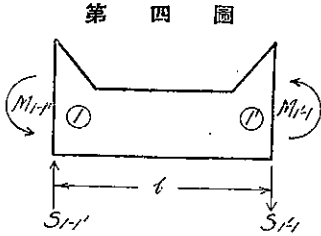
$S_{1'-0'} + S_{1'-1'} = S_{1'-2'}$ (1')

又 $(M_{1'-0'}, M_{1'-1'} \text{ 及 } M_{1'-2'})$
の合成力率 = 0

$M_{1'-2'} = M_{1'-0'} = R_0' p'$ (上側壓力) (2')

$$M_{1'-1} = \phi M_{1'-0'} = \phi R_0' p' \quad (\text{上側壓力}) \dots\dots\dots (3')$$

次に横桁 1-1' の平衡を考へる。(第四圖参照)



$$\begin{aligned} \sum V &= 0 \\ \therefore S_{1'-1'} &= S_{1'-1} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \\ \therefore M_{1'-1'} + M_{1'-1} &= S_{1'-1} l \\ \therefore S_{1'-1'} &= \frac{M_{1'-1'} + M_{1'-1}}{b} = S_{1'-1} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\therefore S_{1'-1'} = \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') = S_{1'-1} \dots\dots\dots (6)$$

故に (1) 式により

$$S_{1-2} = S_{1-0} - S_{1-1'} = R_0 - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (7)$$

同様に (1)' 式より

$$S_{1'-2'} = R_0' + \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (7')$$

更に進んで格點 2 又は 2' に於ける彎曲力率並に剪力を求める。

$$M_{2-1} = M_{1-2} + S_{1-2} p = R_0 p + R_0 p - \frac{\phi p}{b} (R_0 p + R_0' p')$$

$$\therefore M_{2-1} = 2p R_0 - \frac{\phi p}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (8)$$

又 $S_{2-1} = S_{1-2} \dots\dots\dots (9)$

同様に

$$M_{2'-1'} = M_{1'-2'} + S_{1'-2'} p$$

$$\therefore M_{2'-1'} = 2p' R_0' + \frac{\phi p'}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (8')$$

又 $S_{2'-1'} = S_{1'-2'} \dots\dots\dots (9')$

又 2 及 2' なる格點部の平衡を考へれば彎曲力率は前記同様に

$$M_{2-3} = M_{2-1} = 2p R_0 - \frac{\phi p}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (10)$$

$$M_{2'-3'} = \phi M_{2-1} \dots\dots\dots (11)$$

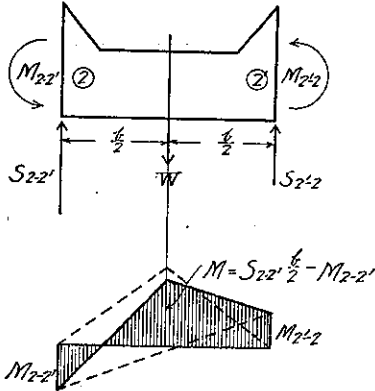
$$M_{x-y} = M_{y-1'} = 2p'R_0' + \frac{\phi p'}{b} (R_0 p + R_0' p') \dots\dots\dots (10)'$$

$$M_{2'-2} = \phi M_{2'-1'} \dots\dots\dots (11)'$$

若し横桁 2-2' 上に W の如き荷重が無ければ全く横桁 1-1' の場合と同様に取扱い、格点 2 又は 2' に於ける剪力又は彎曲力率を反力の函数にて表す事が出来る。

第五圖

第一圖の如く W なる荷重がある場合は第五圖に就いて横桁 2-2' の平衡を考へるに



$$\sum M = 0$$

$$S_{2-2'} b = M_{2-2'} + M_{2'-2} + W \frac{b}{2}$$

$$\therefore S_{2-2'} = \frac{M_{2-2'} + M_{2'-2}}{b} + \frac{W}{2} \dots\dots (12)$$

$$\therefore S_{2-2'} = \frac{\phi(M_{2-1'} + M_{2'-1'})}{b} + \frac{W}{2}$$

$$= \frac{\phi}{b} \left\{ 2pR_0 - \frac{\phi p}{b} (R_0 p + R_0' p') + 2p'R_0' + \frac{\phi p'}{b} (R_0 p + R_0' p') \right\} + \frac{W}{2}$$

$$= \frac{\phi}{b} \left\{ 2(pR_0 + p'R_0') - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p')(p - p') \right\} + \frac{W}{2}$$

$$= \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 2 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} + \frac{W}{2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\sum V = 0$$

$$\therefore S_{2'-2} = W - S_{2-2'}$$

$$\therefore S_{2'-2} = \frac{W}{2} - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 2 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} \dots\dots\dots (13)'$$

又格点部 2 及び 2' に働く垂直力の和は零なる可きにより

$$S_{2-3} = S_{2-2'} - S_{2-1'}$$

$$S_{2'-3'} = S_{2'-2} - S_{2'-1'}$$

$$\therefore S_{2-3} = \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 2 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} + \frac{W}{2} - R_0 + \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p')$$

$$= \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 3 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} + \frac{W}{2} - R_0 \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned}
 \text{又 } S_{2'-3'} &= \frac{W}{2} - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 2 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} - R_0' - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \\
 &= -\frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') \left\{ 3 - \frac{\phi}{b} (p - p') \right\} + \frac{W}{2} - R_0' \dots\dots\dots (14)'
 \end{aligned}$$

斯くの如くして各部の内力は反力の函数を以て表す事が出来る。依つて結局各反力の値を求むれば全部解決出来る次第である。

然るに反力は第一節に述べた如く

$$R_0 + R_0' + R_3 + R_3' = W \dots\dots\dots (a)$$

$$R_0 + R_3 = \frac{h}{h_3} W \dots\dots\dots (b)$$

$$R_0 d_0 + R_0' d_0' = d W \dots\dots\dots (c)$$

なる 3 個の關係式の他に本節 (10) 又は (10)' 式の如く M_{2-3} 又は $M_{2'-3'}$ の値が反力の函数にて表され且つ

$$M_{2-3} = R_3 p$$

又は $M_{2'-3'} = R_3' p'$

なる可きにより、茲に新なる關係式

$$2p R_0 - \frac{\phi p}{b} (R_0 p + R_0' p') = R_3 p$$

$$\therefore 2R_0 - \frac{\phi}{b} (R_0 p + R_0' p') = R_3 \dots\dots\dots (d)$$

を得るから 4 個の反力は決定出来るのである。

即

(c) 式より $R_0' = \frac{dW - R_0 d_0}{d_0'}$

之を (d) 式に入れ

$$2R_0 - \frac{\phi}{b} \left(R_0 p + \frac{dW - R_0 d_0}{d_0'} p' \right) = R_3$$

又 (b) 式より $R_3 = \frac{h}{h_3} W - R_0$

$$\therefore 2R_0 - \frac{\phi}{b} \left(R_0 p + \frac{dW - R_0 d_0}{d_0'} p' \right) = \frac{h}{h_3} W - R_0$$

$$\therefore R_0 \left(3 - \frac{\phi}{b} p + \frac{\phi}{b} \frac{d_0}{d_0'} p' \right) = \left(\frac{h}{h_3} + \frac{\phi}{d_0'} \frac{d}{d_0'} p' \right) W$$

然るに

$$d_0 : d_0' = \overline{oc} : \overline{o'c} = p : p'$$

$$\frac{d_0}{d_0'} p' = p \quad \therefore \quad \frac{\phi}{b} p = \frac{\phi}{b} \frac{d_0}{d_0'} p'$$

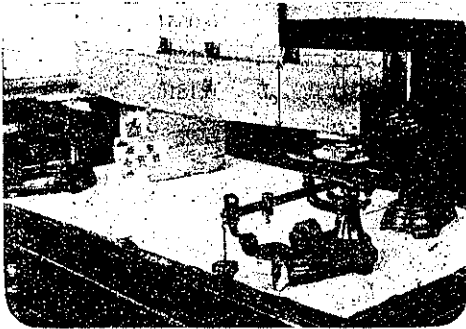
$$R_0 = \frac{1}{3} \left(\frac{h}{h_3} + \frac{\phi}{b} \frac{d}{d_0'} p' \right) W \dots \dots \dots (e)$$

即反力は求められたのである、従つて各彎曲力率並に剪力も求められるのである。

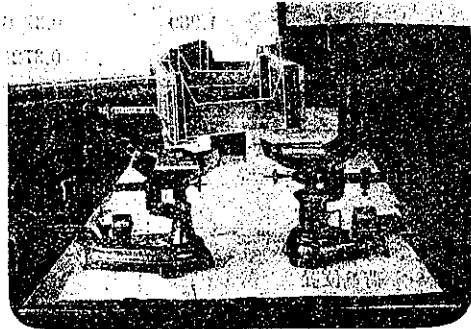
第三節 實驗と理論との比較

簡易なる實驗ながら寫眞第一及第二の如き裝置を以て荷重 (1 貫) の位置横桁 2-2' 上 1, 2, 3, 4 及 5 等に對して各反力の値を實測し前節理論に基く計算上の値と比較對照して見た。大略合致する事を認める、

寫 眞 第 一



寫 眞 第 二



桁の模型は第一圖の如く厚さ 3 分の板にて造り、主桁の高さは 5 寸で各寸法は次の通りである。

$$\phi = 0.198 = 11^\circ - 20.782'$$

$$p = 1.177 \text{ 尺}$$

$$p' = 0.984 \text{ ''}$$

$$b = 0.974 \text{ ''}$$

$$d_0 = 3.324 \text{ ''}$$

$$d_0' = 2.787 \text{ ''}$$

$$h_3 = 0.931 \text{ ''}$$

計 算

$$R_0 = \frac{1}{3} \left(\frac{h}{h_3} + \frac{\phi}{b} \frac{d}{d_0'} p' \right) W$$

荷重位置 番 號	h	d	$\frac{h}{h_3}$	$\frac{\phi d}{bd_0'} p'$	$\frac{h}{h_3} + \frac{\phi d}{bd_0'} p'$	R_0
1	0.993	1.132	1.066	0.081	1.147	0.3826
2	0.883	1.100	0.892	0.079	0.971	0.3246
3	0.672	1.069	0.722	0.077	0.799	0.2661
4	0.512	1.037	0.550	0.074	0.624	0.2081
5	0.351	1.005	0.377	0.072	0.449	0.1497

$$R_0' = \frac{Wd - R_0 d_0}{d_0'}$$

荷重位置 番 號	d	$\frac{Wd}{d_0'}$	$\frac{R_0 d_0}{d_0'}$	R_0'
1	1.132	0.4062	0.4575	-0.0513
2	1.100	0.3947	0.3881	0.0066
3	1.069	0.3836	0.3182	0.0654
4	1.037	0.3721	0.2488	0.1233
5	1.005	0.3606	0.1790	0.1816

$$R_3 = \frac{Wh}{h_3} - R_0$$

荷重位置 番 號	h	$\frac{Wh}{h_3}$	R_0	R_3
1	0.993	1.0667	0.3826	0.6841
2	0.883	0.8948	0.3246	0.5702
3	0.672	0.7219	0.2661	0.4558
4	0.512	0.5500	0.2081	0.3419
5	0.351	0.3770	0.1497	0.2273

實 験

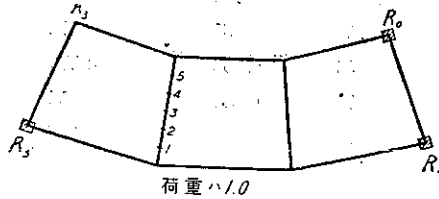
第 一 回	D.L	目盛の數			實驗に依るR		
		R_0	R_0'	R_3	R_0	R_0'	R_3
}	1	0.279	0.152	0.232	0.373	-0.059	0.691
	2	0.672	0.093	0.923	0.336	-0.004	0.563
	3	0.615	0.148	0.800	0.260	0.076	0.475
	4	0.539	0.228	0.707	0.199	0.136	0.354
	5	0.478	0.288	0.586	0.134	0.203	0.247

		目盛の数			實驗に依る R		
第二回	$D.L$	0.327	0.096	0.184			
	1	0.702	0.058	0.892	0.375	-0.088	0.708
	2	0.662	0.095	0.758	0.335	-0.001	0.574
	3	0.586	0.173	0.660	0.259	0.077	0.476
	4	0.533	0.225	0.535	0.206	0.129	0.351
	5	0.464	0.295	0.434	0.137	0.199	0.250
第三回	$D.L$	0.336	0.086	0.178			
	1	0.718	0.039	0.877	0.382	-0.047	0.699
	2	0.656	0.102	0.761	0.320	0.016	0.583
	3	0.612	0.141	0.636	0.276	0.055	0.458
	4	0.535	0.222	0.532	0.199	0.136	0.354
	5	0.467	0.290	0.426	0.131	0.204	0.248
第四回	$D.L$	0.344	0.076	0.169			
	1	0.726	0.030	0.869	0.382	-0.046	0.700
	2	0.669	0.085	0.750	0.325	0.009	0.581
	3	0.609	0.147	0.647	0.265	0.071	0.478
	4	0.537	0.220	0.535	0.193	0.144	0.366
	5	0.483	0.271	0.412	0.139	0.195	0.243

實測と計算との對照

R	荷重位置 番 號	計 算	實 驗	誤 差
R_0	1	0.3826	0.3780	-0.0046
	2	0.3246	0.3290	+0.0044
	3	0.2661	0.2650	-0.0011
	4	0.2081	0.1993	-0.0088
	5	0.1497	0.1353	-0.0144
R_0'	1	-0.0513	-0.0475	+0.0033
	2	0.0066	0.0050	-0.0016
	3	0.0654	0.0698	+0.0044
	4	0.1233	0.1363	+0.0130
	5	0.1816	0.2003	+0.0187
R_3	1	0.6841	0.6995	+0.0154
	2	0.5702	0.5765	+0.0063
	3	0.4558	0.4718	+0.0160
	4	0.3419	0.3563	+0.0144
	5	0.2273	0.2470	+0.0197

第六圖



第四節 實際的略算

第二節に述べた理論は主桁に生ずる扭力を省略した以外は形状の寸法に關しては全く略算を施さなかつたのである。然しながら橋梁等に於ては左程急なる曲線はないから實際上は寸法上に於ても略算を施すのが妥當であらう。(第一圖 参照)

(イ) 外側の格間 p 及内側の格間 p' の代りに軌道中心に於ける格間 p_0 を用ふ。

$$\frac{p-p_0}{p_0} = \frac{\frac{b}{2}\phi}{p_0} = \frac{\frac{b}{2} \frac{p_0}{r}}{p_0} = \frac{b}{2r}, \quad \text{但し } r \text{ は軌道の半径}$$

$$b=10', \quad r=1000' \quad \text{とせば} \quad \frac{b}{2r}=0.005$$

即誤差は 0.5% に過ぎない。

(ロ) h_3 の代りに b を用ふ。

$$\frac{b-h_3}{b} = \frac{b-b \cos \frac{n}{2}\phi}{b} = 1 - \cos \frac{n}{2}\phi$$

但し n は格間数とす。

今支間 200', 曲線半径 r を 1000' とせば

$$\frac{n}{2}\phi = \frac{100}{1000} = 0.1$$

$$\therefore 1 - \cos \frac{n}{2}\phi = 1 - 0.9951 = 0.0049$$

即誤差は約 0.5% に過ぎない。

(ハ) 第一節反力の式 (3) の代りに次式を用ふ。

$$R_0 + R_0' = \frac{n-m}{n} W$$

但し n は全格間数にして m は左方支點より荷重作用點までの格間数とす。

(3) 式は

$$R_0 d_0 + R_0' d_0' = d W$$

$$R_0 \left(r + \frac{b}{2} \right) \sin n\phi + R_0' \left(r - \frac{b}{2} \right) \sin n\phi = r \sin (n-m)\phi W$$

$$r + \frac{b}{2} \doteq r \doteq r - \frac{b}{2}$$

$$\therefore R_0 + R_0' = \frac{\sin (n-m)\phi}{\sin n\phi} W$$

然るに支間 200', 曲線 1000' としても $n\phi = 0.2$ であつて $\sin 0.2 = 0.2016$ であるから

$$\sin n\phi \doteq n\phi, \quad \sin (n-m)\phi \doteq (n-m)\phi$$

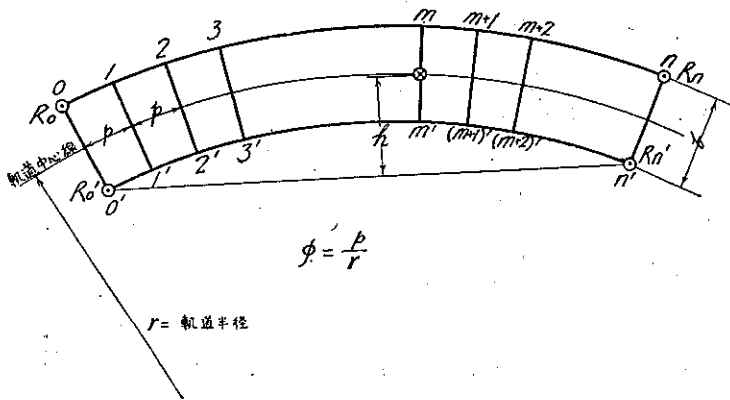
$$\therefore R_0 + R_0' = \frac{n-m}{n} W \quad \text{として大差なし。}$$

第五節 一般公式

第四節の如き略算を施すを妥當なるものとして次に曲線橋に於ける一般公式を記述せん。

(第七圖参照)

第七圖



$$S_{0-1} = R_0 = S_{1-0},$$

$$S_{0'-1'} = R_0' = S_{1'-0'}$$

$$M_{1-0} = R_0 p = M_{1-2},$$

$$M_{1'-0'} = R_0' p = M_{1'-2'}$$

$$M_{1-1'} = \phi M_{1-0}$$

$$M_{1'-1'} = \phi M_{1'-0'}$$

$$S_{1-1'} = \frac{\phi}{b} (M_{1-0} + M_{1'-0'}) = \frac{\phi}{b} p (R_0 + R_0') = \frac{\phi}{b} p \frac{n-m}{n} W = \frac{\phi}{b} p K W$$

$$\frac{n-m}{n} \equiv K \quad \text{とす。}$$

$$S_{1'-1} = \frac{\phi}{b} pKW$$

$$S_{1-2} = S_{1-0} - S_{1-1} = R_0 - \frac{\phi}{b} pKW = S_{2-1}$$

$$S_{1'-2} = S_{1'-0} + S_{1'-1} = R_0' + \frac{\phi}{b} pKW = S_{2'-1}$$

$$M_{2-1} = M_{1-2} + S_{1-2}p = R_0p + \left(R_0 - \frac{\phi}{b} pKW\right)p = 2R_0p - \frac{\phi}{b} p^2KW = M_{2-3}$$

$$\begin{aligned} M_{2'-1} &= M_{1'-2} + S_{1'-2}p = R_0'p + \left(R_0' + \frac{\phi}{b} pKW\right)p = 2R_0'p + \frac{\phi}{b} p^2KW \\ &= M_{2'-3} \end{aligned}$$

$$M_{2-2} = \phi M_{2-1}, \quad M_{2'-2} = \phi M_{2'-1}$$

$$S_{2-2} = \frac{\phi}{b} (M_{2-1} + M_{2'-1}) = \frac{\phi}{b} \left(2R_0p - \frac{\phi}{b} p^2KW + 2R_0'p + \frac{\phi}{b} p^2KW\right)$$

$$= 2\frac{\phi}{b} p(R_0 + R_0') = 2\frac{\phi}{b} pKW = S_{2'-2}$$

$$S_{2-3} = S_{2-1} - S_{2-2} = R_0 - \frac{\phi}{b} pKW - 2\frac{\phi}{b} pKW$$

$$= R_0 - (1+2)\frac{\phi}{b} pKW = S_{3-2}$$

$$S_{2'-3} = S_{2'-1} + S_{2'-2} = R_0' + \frac{\phi}{b} pKW + 2\frac{\phi}{b} pKW$$

$$= R_0' + (1+2)\frac{\phi}{b} pKW = S_{3'-2}$$

$$M_{3-2} = M_{2-3} + S_{2-3}p = 2R_0p - \frac{\phi}{b} p^2KW + \left\{R_0 - (1+2)\frac{\phi}{b} pKW\right\}p$$

$$= 3R_0p - \frac{\phi}{b} p^2KW \{1 + (1+2)\} = M_{3-4}$$

$$M_{3'-2} = M_{2'-3} + S_{2'-3}p = 2R_0'p + \frac{\phi}{b} p^2KW + \left\{R_0' + (1+2)\frac{\phi}{b} pKW\right\}p$$

$$= 3R_0'p + \frac{\phi}{b} p^2KW \{1 + (1+2)\} = M_{3'-4}$$

順次斯くの如くして一般に主桁の q 番目の格點に於ける彎曲力率及剪力は次の諸式を以て

表される。

但し $q \leqq m$

$$\begin{aligned} \text{外側 } M_q = qR_0p - \frac{\phi}{b} p^2 KW \left[1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots \right. \\ \left. + \{1+2+3+\dots+(q-1)\} \right] \dots\dots\dots (I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{内側 } M_q = qR_0'p + \frac{\phi}{b} p^2 KW \left[1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots \right. \\ \left. + \{1+2+3+\dots+(q-1)\} \right] \dots\dots\dots (I') \end{aligned}$$

$$\text{外側 } S_{(q-1)-q} = R_0 - \frac{\phi}{b} p KW \{1+2+3+\dots+(q-1)\} \dots\dots\dots (II)$$

$$\text{内側 } S_{(q-1)-q} = R_0' + \frac{\phi}{b} p KW \{1+2+3+\dots+(q-1)\} \dots\dots\dots (II')$$

又任意の横桁の両端に於ける彎曲力率及剪力の値は次の如し。

$$\text{外側 } M_{q-q'} = \phi M_q \text{ (上側張力)} \dots\dots\dots (III)$$

$$\text{内側 } M_{q'-q} = \phi M_{q'} \text{ (上側壓力)} \dots\dots\dots (III')$$

$$S_{q-q'} = -S_{q'-q} = \frac{\phi}{b} (M_q + M_{q'}) = \frac{\phi}{b} qp KW \dots\dots\dots (IV)$$

荷重の作用する横桁に於ては

$$\text{外側 } M_{m-m'} = \phi M_m \text{ (上側張力)} \dots\dots\dots (V)$$

$$\text{内側 } M_{m'-m} = \phi M_{m'} \text{ (上側壓力)} \dots\dots\dots (V')$$

$$\text{外側 } S_{m-m'} = \frac{W}{2} + \frac{\phi}{b} mp KW \dots\dots\dots (VI)$$

$$\text{内側 } S_{m'-m} = \frac{W}{2} - \frac{\phi}{b} mp KW \dots\dots\dots (VI')$$

但し荷重 W は横桁の中心に作用するものとす。

更に進んで荷重作用点より右方にある部分の應力を求めんに

$$M_{(m+1)} = (m+1)R_0p - \frac{\phi}{b} p^2 KW \left\{ 1 + (1+2) + \dots + (1+2+\dots+m) \right\} - \frac{W}{2} p$$

$$M_{(m+1)'} = (m+1)R_0'p + \frac{\phi}{b} p^2 KW \left\{ 1 + (1+2) + \dots + (1+2+\dots+m) \right\} - \frac{W}{2} p$$

$$M_{(m+1)-(m+1)'} = \phi M_{(m+1)}$$

$$M_{(m+1)'-(m+1)} = \phi M_{(m+1)'}$$

$$S_{(m+1)-(m+1)'} = \frac{\phi}{b}(M_{(m+1)} + M_{(m+1)'}) = \frac{\phi}{b}(m+1)pKW - \frac{\phi}{b}pW = S_{(m+1)'-(m+1)}$$

$$S_{m-(m+1)} = R_0 - \frac{\phi}{b}pKW(1+2+3+\dots+m) - \frac{W}{2}$$

$$S_{m'-(m+1)'} = R_0' + \frac{\phi}{b}pKW(1+2+3+\dots+m) - \frac{W}{2}$$

$$S_{(m+1)-(m+2)} = R_0 - \frac{\phi}{b}pKW\{1+2+3+\dots+(m+1)\} - \frac{W}{2} + \frac{\phi}{b}pW$$

$$S_{(m+1)'-(m+2)'} = R_0' + \frac{\phi}{b}pKW\{1+2+3+\dots+(m+1)\} - \frac{W}{2} - \frac{\phi}{b}pW$$

$$M_{(m+2)} = M_{(m+1)} + S_{(m+1)-(m+2)}p$$

$$\begin{aligned} &= (m+2)R_0p - \frac{\phi}{b}p^2KW\left[1+(1+2)+\dots+\{1+2+\dots+(m+1)\}\right] \\ &\quad - 2\frac{W}{2}p + \frac{\phi}{b}p^2W \end{aligned}$$

$$M_{(m+2)'} = (m+2)R_0'p + \frac{\phi}{b}p^2KW\left[1+(1+2)+\dots\right.$$

$$\left. + \{1+2+\dots+(m+1)\}\right] - 2\frac{W}{2}p - \frac{\phi}{b}p^2W$$

$$S_{(m+2)-(m+2)'} = \frac{\phi}{b}(M_{(m+2)} + M_{(m+2)'}) = \frac{\phi}{b}(m+2)pKW - 2\frac{\phi}{b}pW$$

$$S_{(m+2)-(m+3)} = R_0 - \frac{\phi}{b}pKW\{1+2+3+\dots+(m+2)\} - \frac{W}{2} + \frac{\phi}{b}pW(1+2)$$

$$S_{(m+2)'-(m+3)'} = R_0' + \frac{\phi}{b}pKW\{1+2+3+\dots+(m+2)\} - \frac{W}{2} - \frac{\phi}{b}pW(1+2)$$

$$M_{(m+3)} = M_{(m+2)} + S_{(m+2)-(m+3)}p$$

$$\begin{aligned} &= (m+3)R_0p - \frac{\phi}{b}p^2KW\left[1+(1+2)+\dots+\{1+2+\dots\right. \\ &\quad \left.+ (m+2)\}\right] - 3\frac{W}{2}p + \frac{\phi}{b}p^2W\{1+(1+2)\} \end{aligned}$$

$$M_{(m+3)'} = (m+3)R_0'p + \frac{\phi}{b}p^2KW\left[1+(1+2)+\dots+\{1+2+\dots\right.$$

$$+ (m+2) \}] - 3 \frac{W}{2} p - \frac{\phi}{b} p^2 W \{ 1 + (1+2) \}$$

順次斯くの如くして一般に

$$\begin{aligned} \text{外側 } M_{(m+s)} &= (m+s)R_0 p - \frac{\phi}{b} p^2 K W [1 + (1+2) + \dots + \{ 1+2 + \dots \\ &+ (m+s-1) \}] - s \frac{W}{2} p + \frac{\phi}{b} p^2 W [1 + (1+2) + \dots + \{ 1+2 + \\ &\dots + (s-1) \}] \dots \dots \dots \text{(VII)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{内側 } M_{(m+s)'} &= (m+s)R_0' p + \frac{\phi}{b} p^2 K W [1 + (1+2) + \dots + \{ 1+2 + \dots \\ &+ (m+s-1) \}] - s \frac{W}{2} p - \frac{\phi}{b} p^2 W [1 + (1+2) + \dots + \{ 1+2 + \\ &\dots + (s-1) \}] \dots \dots \dots \text{(VII)'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{外側 } S_{(m+s-1)-(m+s)} &= R_0 - \frac{\phi}{b} p K W \{ 1+2+3+\dots+(m+s-1) \} - \frac{W}{2} \\ &+ \frac{\phi}{b} p W \{ 1+2+\dots+(s-1) \} \dots \dots \dots \text{(VIII)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{内側 } S_{(m+s-1)'-(m+s)'} &= R_0' + \frac{\phi}{b} p K W \{ 1+2+3+\dots+(m+s-1) \} - \frac{W}{2} \\ &- \frac{\phi}{b} p W \{ 1+2+\dots+(s-1) \} \dots \dots \dots \text{(VIII)'} \end{aligned}$$

$$\text{外側 } M_{(m+s)-(m+s)'} = \phi M_{(m+s)} \quad (\text{上側張力}) \dots \dots \dots \text{(IX)}$$

$$\text{内側 } M_{(m+s)'-(m+s)} = \phi M_{(m+s)'} \quad (\text{上側壓力}) \dots \dots \dots \text{(IX)'}$$

$$\text{外側 } S_{(m+s)-(m+s)'} = \frac{\phi}{b} (m+s) p K W - s \frac{\phi}{b} p W \dots \dots \dots \text{(X)}$$

上記の如く各部の内力は反力の函数を以て表す事が出来る。而して各反力は

$$R_0 + R_0' + R_n + R_n' = W \dots \dots \dots \text{(XI)}$$

$$R_0 + R_n = \frac{h}{b} W \dots \dots \dots \text{(XII)}$$

$$R_0 + R_0' = K W \dots \dots \dots \text{(XIII)}$$

$$M_n = n R_0 p - \frac{\phi}{b} p^2 K W [1 + (1+2) + \dots + \{ 1+2 + \dots + (n-1) \}]$$

$$-(n-m)\frac{W}{2}p + \frac{\phi}{b}p^2W\left[1+(1+2)+\dots+\{1+2+\dots+(n-m-1)\}\right]=0$$

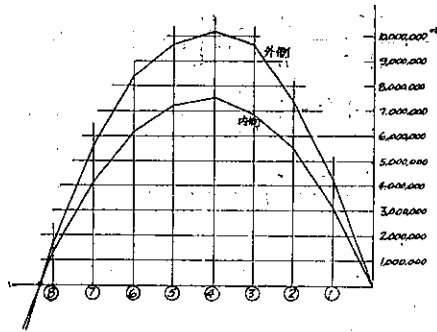
.....(XIV)

なる 4 個の方程式より決定する事が出来るのである。

第六節 萬世橋々梁内力計算の例

萬世橋々梁は上述の理論に依つて設計されたのであるが、今下り線のサスペンデット・スパンに関する計算の結果を示せば、各反力及各格點に於ける彎曲力率に対する影響線は附圖第二の如く、最大彎曲力率圖を示せば第八圖の如くである。

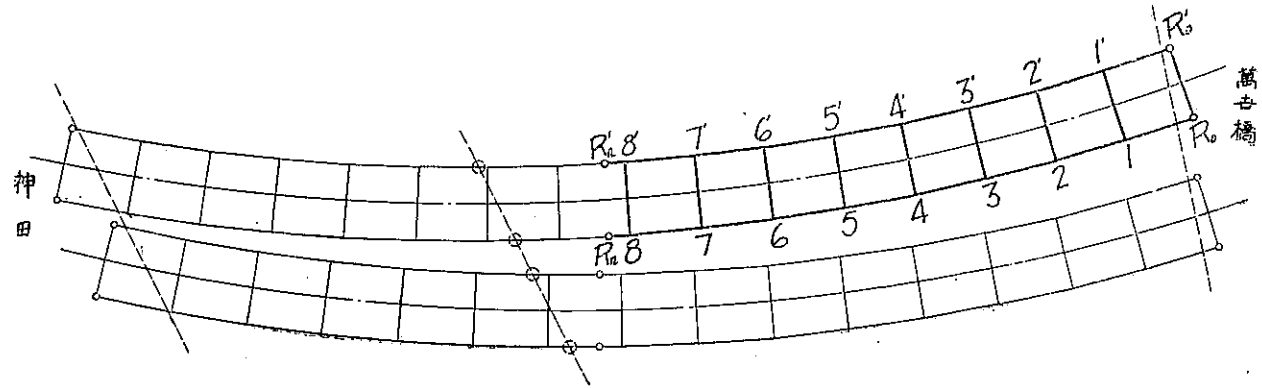
第 八 圖 最大彎曲力率圖



茲に注意すべきは最大彎曲力率圖を觀るに外側の主桁と内側の主桁とは中央部に於て約 2 割 7 分の差があり、且つ同支間の直線橋に於ける最大彎曲力率は殆んど内外兩者の平均値となつて居る事である。

従つて曲線橋に於ては工作上多少の不利はあるが、床組に要する材料は明に節約され、尙自重の減少する爲主桁自身に要する材料も幾分か節約される利益がある。

附圖第一 萬世橋々梁平面圖



附圖第二 反力及彎曲力率に対する影響線

