

## 言論 言兒 幸段 告

土木學會誌 第十二卷第二號 大正十五年四月

# コンクリートのポアソン比に 關する實驗的研究

准員 工學士 田邊平學

## 内 容 梗 概

此一編は著者が 1922 年 11 月より 1924 年 8 月の間に文部省在外研究員として獨逸に在留し Dresden 市の Technische Hochschule に於て Willy Gehler 教授に師事して建築に關する力學を學んだ際床版 (Platte, Plate or slab) 並に平版 (Trägerlose Decke oder Pilzdecke, Flat slab or Mushroom construction) に關する理論的研究の一端として試みたコンクリートのポアソン比に關する實驗的結果を經めたものである。

コンクリートのポアソン比  $m$  は彈性率  $E$  と共にコンクリートの 2 軸以上の方に於ける應力度並に變形度を論ずる上に於て缺くべからざる第二の定數であつて、特に床版並に平版の理論的解法上に重要な意義を有するものであるが、之が研究は從來全く闇扱せられてゐた感があつて、彈性率  $E$  に關しては各國の試験所に於て多數の實驗報告が發表されてゐるに反し、獨りポアソン比に關しては其性質は勿論、靜力學上の計算に假定しえべき値の限界さへも殆ど全く知られてゐない狀態に在る。故に獨逸の學界に於ては豫てより之を實驗的に決定するの必要を認め鐵筋コンクリートに關する獨逸委員會 (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton) は其實行を Dresden の工科大學に於ける材料試験所 (Versuchs- und Materialprüfungsamt) に依頼してなつたのであるが、偶々著者が此方面的研究に從事してなつた故を以て Gehler 教授から此實驗を研究題目の一として與へられた次第である。

卷頭の序文は Gehler 教授より與へられたもので本實驗の内容を最もよく説明するものと信ずるが故に之を原文の儘掲げることとした。本文は先づ第一章に於てポアソン比の意義を明かにし、第二章に於てコンクリートのポアソン比に關する在來の實驗を列舉して其結果を論評し、最後に著者の試みたる實驗を述べて第三章となし、其結果に基いて結論に達せんとするものである。

尙本實驗の結果は既に在獨中 1924 年 6 月中旬 Bamberg に於て開かれたる鐵筋コンクリートに關する獨逸委員會の席上に於て其一部を發表したものであつて茲に示すものは歸朝後に經めた其全部である。更に本實驗結果の構造力學上に於ける應用特に鐵筋コンクリート床版並に平版の理論的解法に於ける ポアソン比の意義等に關しては他日編を新たにして論ずる所あるべきが故に茲に之を略す。

目 次	頁
序 文 . . . . . Professor Dr.-Ing. Gehler . . . . .	3
第一章 ボアソン比に関する一般 . . . . .	5
第一節 ボアソン比の意義 . . . . .	5
第二節 ボアソン比に関する理論 . . . . .	7
第三節 ボアソン比の測定法 . . . . .	14
第四節 ボアソン比の値 . . . . .	16
第二章 コンクリートのボアソン比に関する実験 . . . . .	21
第一節 Bach 並に Graf 兩氏の實驗 . . . . .	22
第二節 Rudeloff 氏の實驗 . . . . .	24
1. 柱頭なき柱の實驗 . . . . .	24
2. 柱頭ある柱の實驗 . . . . .	28
第三節 Withey 氏の實驗 . . . . .	31
1. 鉄筋量の影響に関する實驗 . . . . .	31
2. 調合比の影響に関する實驗 . . . . .	34
第四節 Kleinlogel 氏の實驗 . . . . .	36
第五節 Talbot 氏の實驗 . . . . .	41
第六節 實驗結果の綜合 . . . . .	42
第三章 著者の實驗 . . . . .	46
第一節 實驗の原理 . . . . .	46
第二節 供試體の形狀 . . . . .	50
1. 第一次準備實驗 . . . . .	50
2. 第二次準備實驗 . . . . .	51
3. 本實驗用供試體 . . . . .	55
第三節 供試體の材料 . . . . .	56
1. セメント . . . . .	57
2. 砂並に砂利 . . . . .	57
3. 鐵筋 . . . . .	58
第四節 供試體の製作 . . . . .	59
1. 假枠の形狀 . . . . .	59
2. コンクリートの調合 . . . . .	60
3. 製作並に貯藏 . . . . .	61

第五節	コンクリート強度試験	62
1.	應壓強度	62
2.	應張強度	63
第六節	ボアソン比測定の實驗	64
1.	實驗の方法	64
2.	變形測定の裝置	66
3.	誤差修正の裝置	68

(未 完)

### Einleitung

Die vorliegende Arbeit nimmt im Vergleich zu den sonst üblichen Forschungsarbeiten insofern eine Ausnahmestellung ein, als sie durch die Zusammenarbeit einer Reihe von persönlichkeiten des Versuchs- und Materialprüfungsamtes Dresden entstanden ist. Im Rahmen meines Seminars für höhere Festigkeitslehre und der Bautechnischen Abteilung des Versuchs- und Materialprüfungsamtes entstanden, kann sie jedoch als ein vollgültiger Beleg für eine gewisse wissenschaftliche Reife des Verfassers bewertet werden. Hinsichtlich der Zusammenarbeit sei erwähnt, dass die Problemstellung und der Grundgedanke des Versuchsplanes von mir in Zusammenarbeit mit meinem Lehrstuhlassistenten Dr.-Ing. Sievers angegeben worden ist. Auf diesen Grundgedanken beruht hauptsächlich der Erfolg, der sich in brauchbaren Ergebnissen ausdrückt, während die früheren Bemühungen anderer Forscher wegen der grundsätzlich wenig geeigneten Versuchsanordnung keine befriedigende Lösung dieser praktisch bedeutsamen Aufgabe gezeitigt haben.

Die versuchstechnischen Arbeiten wurden in der Bautechnischen Abteilung des Versuchs- und Materialprüfungsamtes Dresden unter meiner Oberleitung durchgeführt und zwar in der Gruppe von Regierungsbaurat Amos und unter besonderer Mitwirkung des Hilfsassistenten Bochmann, wobei das geschulte Personal der Meister und Mechaniker des Amtes zur Verfügung standen. Ebenso konnten die bei den grossen Versuchen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton erprobten Apparate und sonstigen Einrichtungen des Amtes benutzt werden.

Herrn Tanabe wurde unter Angabe des Verfahrens der Durchführung der Versuche eine Art Prüfungsaufgabe gestellt, und zwar die Poissonzahl  $m$  des Betons zu bestimmen, wobei er folgende Kenntnisse erweisen sollte: hinreichenden

Ueberblick über das Schrifttum insbesondere über frühere Versuche, eine gewisse Uebung in der Beurteilung der Anordnung und in der Bedienung der neuzeitlichen Messeinrichtungen, sowie endlich eine hinreichende Urteilsfähigkeit bei der Feststellung, Deutung und Verarbeitung der Messungsergebnisse. Wenn es sich im vorliegenden Falle naturgemäss um keine selbstständige aus eigener Kraft allein erzeugte Leistung handeln kann, die wenigstens zum grössten Teil das geistige Eigentum des Verfassers ist, so hat Herr Tanabe doch mit der vorliegenden Arbeit den Nachweis erbracht, dass er wohl in der Lage ist, in einem neuzeitlichen Forschungsinstitut unter der Oberleitung seiner geistigen Führer und unter Benutzung seiner technischen Einrichtungen auf dem Gebiete der Materialprüfung brauchbare und zuverlässige Ergebnisse durch Versuchsarbeiten zu erzielen.

Die vorliegenden Versuche haben nach 2 Richtungen eine besondere praktische Bedeutung, nämlich

- 1) hinsichtlich der Bewährung des Versuchsverfahrens und
  - 2) hinsichtlich der bei Beton für die Poissonzahl  $m$  gefundenen Zahlenwerte.
- 1) Während die früheren Forscher v. Bach, Rudeloff, Withey u. a. die Poissonzahl entweder an achsial beanspruchten prismatischen Körpern oder an Torsionskörpern zu bestimmen versuchten, ist hier zum ersten Male die Messung der Querdehnung in der gedrückten und in der gezogenen Randfaser eines gebogenen Eisenbetonbalkens durchgeführt worden. Wie die Ergebnisse zeigen, hat sich diese Versuchsanordnung vorzüglich bewährt, sodass dieser Erfolg zu weiterem Ausbau dieses Gedankens anspornt. Diese einfache Versuchsanordnung zur Bestimmung der Poissonzahl  $m$ , die bei der Berechnung mehrachsiger Spannungs- und Formänderungszustände neben dem Elastizitätsmass  $E$  als zweite Materialkonstante auftritt, kann von wesentlicher Bedeutung für die Platten- und Pilzdeckenversuche werden, die im Dresdner Versuchsaamt vom Deutschen Ausschuss für Eisenbeton vorgesehen worden sind, aus Mangel an Mitteln aber verschoben werden mussten.
  - 2) Die Grösse der Poissonzahl für Beton ergibt sich in der Druckzone mit dem Alter wachsend zu  $m=5$  bis 6. Bei niedrigen Druckspannungen bis etwa  $60 \text{ kg/cm}^2$  steigt sie mit wachsender Spannung an, bleibt aber dann gleich gross.

In der Zugzone ergibt sich die Grösse der Poissonszahl nach 28 Tagen mit der Spannung wachsend zu  $m=8$  bis  $m=9$  und nach 45 Tagen zu  $m=8$  bis  $m=11.6$ , sodass praktisch für die noch nicht gerissene Zugzone mit einem Mittelwert von  $m=9$  bis 10 gerechnet werden kann.

Dresden, am 26. Juli 1924

Professor Dr.-Ing. Gehler

## 第一章 ボアソン比に関する一般

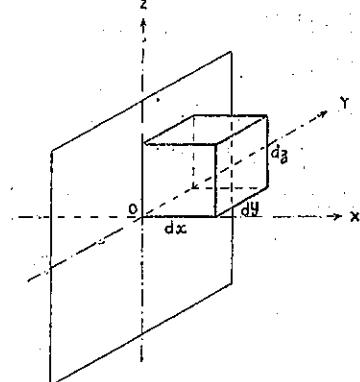
### 第一節 ボアソン比の意義

任意の物體をとり其内部に無限に小なる距離  $dx$  を有して相隣れる二つの平行なる断面を想像し此兩断面間に限られたる無限に小なる稜  $dx, dy, dz$  を有する一つの立方體を考へる(第一圖)。

今此立方體に外力が作用した場合に起る変形を研究するに當り此物體は均質にして且つ弾性の限度を有するものと假定する, 换言すれば物體の總ての點に於ける組成か總ての方向に對して均一であつて, 應力と変形との間には Hooke の法則が當嵌まるものとする。但し構造用の材料によつては此假定に嚴密に一致するものと近似的に一致すと看做し得るものとのあることに注意を要する, 珠に第一の均質と云ふ假定に對しては重要な構造材料たる木材, 鋼其他一般に鍛冶により又は展製延製せられた金屬類(例へば針金の如き)は實驗的に一致しない事が確かめられてゐる, 又第二の假定たる Hooke の法則にも當嵌まらない物質の多い事が精密なる實驗の結果よく知られてゐる, 然し一般の工學上に於ける強度計算其他の實際問題に當つては之等の差違はさまで重要でないが故に材料強弱學に於ける一般の理論に一致せしめて上の如き假定を用ひる。

今第一圖に示す立方體の兩断面上に在る相對せる2面の相互の移動を研究する爲に其一方の面が固定せられたものと假定する, 即ち圖に於いて立方體の一つの面は重心  $O$  に於いて直角に交はる  $YZ$  の断面上に固定せられたりとし此面に垂直なる方向の軸を  $X$  とする。

此立方體の  $X$  軸の方向に直力(即ち張力若くは壓力)が作用するものとすれば稜  $dx$  は伸び(張力の場合)若くは縮み(壓力の場合)を受ける事となりこゝに正若くは負の長さの變化が起る事となる, 而して此際同時に  $dy, dz$  の兩稜も夫々其長さを變ずるが故に断面積  $dydz$  が縮小し(張力の場合)若くは擴大(壓力の場合)する結果となる。(尚  $Y, Z$  の兩



第一圖

軸の方向に應力が存せざるにも拘らず此方向に於て變形が起る理由に關しては後に Engesser 氏の説明あり) 此物體の力の作用する方向に垂直なる方向に起る變形即ち横縮若くは横伸は力の作用する方向に起る長さの伸縮とは符號が反対であつて張力の場合に負, 壓力の場合に正となる, 即ち  $X$  軸の方向に於ける變形度(伸び若くは縮み)を  $e_x$ ,  $Y$  軸並に  $Z$  軸の方向に於ける變形度(伸び若くは縮み)を夫々  $e_y$ ,  $e_z$  とし力の作用する方向( $X$  軸)の變形度と之に垂直なる方向( $Y$ ,  $Z$  軸)の變形度との比を  $\sigma$  を以て表はすものとすれば

の關係がある。

之を實驗的に示す最も簡単なる例は均質の材料からなる丸棒状の供試體に張力を作用せしめたる場合の變形である。今材の兩端に張力を作用せしめ（但し其力は材の斷面に均一に作用し且つ其方向は材の軸の方向と一致するものとす）其材に起る變形を Micrometer を用ひて精密に測定するときは材長が伸びを受けると同時に其斷面に於ては直徑が縮むのを認める事が出来る、而も此際直徑の縮みの量は Hooke の法則を適用し得る範圍内に於ては長さの伸びの量に比例するのを見る、即ち最初に於ける材長  $l$  に對する材の伸びを  $4l$ 、最初の直徑  $d$  に對する直徑の縮みを  $4d$  とすれば

$$綫の変形度は \quad e_t = \frac{\Delta l}{l}$$

$$e_t = -\frac{4d}{d} =$$

此兩者の比は  $\sigma = \frac{e_1}{e_2}$

若し  $e_1$ ,  $e_t$  の符号をも同時に示すものとすれば

となる、若し材に圧力が作用するものとせば上と反対に材長が縮み直徑が伸びる事となり  $e_1$  と  $e_2$  の符號が入れ代わるものであるから (2) 式は圧力の場合にも亦當然なるを知る。

Poisson 氏 (1781-1840) は 1829 年に其論文 “Mémoire sur l'équilibre et les mouvements des corps élastiques” (Mém. Paris Acad., t. 8, 1829) に於て弾性方程式の基礎としての分子説に關して新しい學説を發表し, Hooke の法則を用ひて平衡状態に於ける分子間の引力を論じ物體の内部に於ける一つの小なる平面上の分子の壓力は其小なる部分の一方の側面上に於ける分子力の合力に等しいと定義し, 此假定に基いて物體内の應力を算出した, 物體の斷面の方向に起る變形を取扱つたのは Poisson 氏の此理論が最初のものと認めらる。

が故に、上に述べたるが如き物體の縱の方向の變形と横の方向の變形との比は一般にボアソン比 (Poissonsche Zahl, Poisson's ratio) と稱せられ普通  $m$  若くば  $\sigma$  を以て表はされる、ボアソン比は又横縮(又は横伸)係數 (Querkontraktionskoefficient, Coefficient of transverse contraction) とも稱せられ  $m$  又は  $\sigma$  の逆數の形で取扱はれる場合もある、但し  $m$  は我が市街地建築物法の施行規則に規定さる、對筋比の記號と混同する恐あるを以て本文に於ては  $\sigma$  を以てボアソン比を表はす事とす。

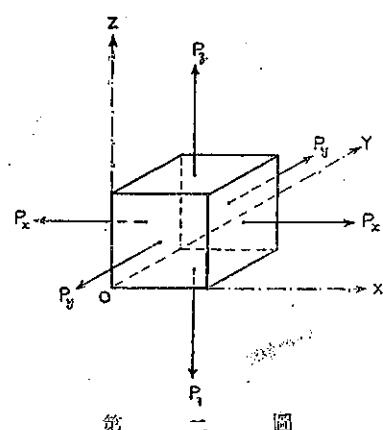
$\sigma$  の値に關しては Poisson 氏は其理論に基いて一般に 4 でなくてはならぬとの結論に達した。以來此  $\sigma=4$  なる値は均質なる物質に對するボアソン比の値として採用され來つたものであるが、多くの場合に於て此値は實驗的結果と一致しない事が見出された爲に却つて種々なる新學說を生む因をなし彈性理論の發達上に大なる貢獻をなすの結果を生じた。Poisson 氏の  $\sigma=4$  なる假定の不充分なることを立證した一例は Weitheim 氏の實驗 (Annales de chimie, t. 23, 1848) であつて同氏は硝子と真鍮とを用ひて實驗を行ひたる結果  $\sigma=3$  とすべしと提唱した、但し之は理論的には根據のない値と見るべきである、其後も尙多數の學者によつて種々の研究が試みられたが、最近の信頼し得べき實驗の結果によれば完全に均質なりとして取扱ひ得る如き材料に於てボアソン比の値は 4 よりも尙多少相違し得るものであると云ふことが確められた。其最も著明なるものは Voigt 氏の研究 (W. Voigt, Ann. Phys. Chem. Wiedemann, Bde. 31, 1887; 34 and 35, 1888, 38, 1889) であつて、各種の結晶體のプリズムを用ひ其捻轉並に彎曲による彈性變形を實驗したる結果ボアソン比  $\sigma$  の値は或る一定の限度を超過せぬ範圍内に於て種々の値を取り得るものである事を立證した、尙各類の物質が有するボアソン比の値に關しては後に第四節に於て述べる事とする。

## 第二節 ボアソン比に關する理論

物體に種々なる外力が作用したる場合に起る變形と應力との關係は一般に彈性理論に基く算式によつて求められる。

今第二圖に示したる立方體を以て均質にして且つ彈性限度を有する物體の一部なりとし、此立方體の  $X$  軸の方向のみに彈性限度内の張力  $P_x$  が作用するものとする、然る時は  $X$  軸の方向に於ける變形度(伸び)は  $e_x$ 、之に關する應力度は  $f_x = e_x E$  として表はされる、こゝに  $E$  は此材料の彈性率である。

$\sigma$  を以てボアソン比を表はすものとすれば前節に述



第一二圖

べたる所により此際同時に起る

$Y$  軸の方向の変形度(縮み)は  $e_y = -\frac{e_x}{\sigma}$ , 應力度は  $f_y = 0$ ,

$Z$  軸の方向の変形度(縮み)は  $e_z = -\frac{e_x}{\sigma}$ , 應力度は  $f_z = 0$ , となる。

次に此立方體の  $Y$  軸の方向のみに張力  $P_y$  が作用するものとすれば  $Y$  軸の方向の變形度（伸び）と應力度とは夫々  $e_y$  並に  $f_y = e_y E$  に表はされ、従つて

$X$  軸の方向の変形度(縮み)は  $e_x = -\frac{e_y}{\sigma}$ , 應力度は  $f_x = 0$ ,

$Z$  軸の方向の変形度(縮み)は  $e_z = -\frac{e_y}{\sigma}$ , 應力度は  $f_z = 0$ , となる。

最後に  $Z$  軸の方向のみに  $P_z$  が張力として作用する場合には  $Z$  軸の方向の変形度（伸び）と應力度とは夫々  $e_z$  並に  $f_z = e_z E$  を以て表はされ、従つて

$X$  軸の方向の變形度(縮み)は  $e_x = -\frac{e_z}{\sigma}$ , 應力度は  $f_x = 0$ ,

$Y$  軸の方向の変形度(縮み)は  $e_y = -\frac{e_z}{\sigma}$ , 應力度は  $f_y = 0$ , となる。

今之等の  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  なる三つの方向に於ける力が同時に此立方體に作用するものとすれば合成變形として

：然るに

・なるにより

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -\frac{1}{E} \left[ f_x - \frac{1}{\sigma} (f_y + f_z) \right] \\ e_2 &= -\frac{1}{E} \left[ f_y - \frac{1}{\sigma} (f_z + f_x) \right] \\ e_3 &= -\frac{1}{E} \left[ f_z - \frac{1}{\sigma} (f_x + f_y) \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (5)$$

便宜上  $e_1, e_2, e_3$  に代ふるに  $e_x, e_y, e_z$  を以て合成變形を表はすものとすれば (5) 式より

を得る、(5)式は即ち立體應力の作用する場合に於ける物體の變形度と應力度との關係を表す一般式である。

尙上式の導來に於て若し物體が弾性限度を有せざるものとせば弾性率  $E$  は定數ならずして  $f$  又は  $e$  の函数となるが故に (4) 式は

の如き形に表はされる、こゝに  $E_1, E_2, E_3$  は夫々  $f$  又は  $e$  の値の差に応じて異なる値をとるものである。

今(5')式を見るに、材の軸の方向のみに張力が作用する場合に弾性率  $E$  を定数なりと假定して成立つ、変形度が應力度に比例すと云ふ(4)式の簡単なる關係は、其材の軸に垂直なる方向に外力が作用する場合には當嵌らない事を知る、換言すれば一軸應力の場合の  $e = \frac{f}{E}$  なる關係は二軸以上の應力の場合には適用するを得ずして變形度  $e$  と應力度  $f$  との關係は弾性率  $E$  の外に更に第二の定數としてボアソン比  $\nu$  によつて表はさるゝ事となる、二軸以上の應力度並に變形度を論ぜんとするに當つて先づ其材料に特有なるボアソン比の値を決定することの必要なる所以は正に此點に在る。

二軸以上の應力が作用する場合に於ける變形度の値は (5') 式によつて知らるゝ如く例へば一つの軸の方向に於ける應力が張力なる場合之に垂直なる方向の應力が同じく張力なれば

合成された變形は減少せられ、若し軸に垂直なる應力が壓力なれば合成された變形は増大される結果となる、故に張力を受ける材の軸に垂直なる方向に於ける断面の縮みを困難ならしめるか或は之を部分的に妨げるならば軸の方向に於ける伸びが妨げられる結果となり、切斷さるゝに當つて著しく断面の縮小を來すが如き物質に於ては強度が高めらるゝ事となる、之は實驗的にも證明せられてゐる所であつて此種の實驗中種々なる材の形が及ぼす影響を研究したものとしては 1862 年 Kirkaldy 氏が試みた丸鐵棒の張力實驗 (Bach, Elastizität und Festigkeit. Achte Auflage, 153 頁) 1889-90 年並に 1912 年 Bach 氏の行つた各種鐵材丸棒の張力試験 (同上 154 頁以下) を例として擧げる事が出来る。

又材長と直徑との及ぼす影響を取扱つた實驗としては Barba 氏の實驗 (Barba, Mémoires et compte rendu des travaux de la Société des Ingénieurs Civils 1880, 682-714 頁) 並に Bauschinger 氏の實驗 (Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der K. Technischen Hochschule in München, 1892, Heft XXI) があり、材の断面の形が及ぼす影響を取扱つた實驗としては 1904 年の Bach 氏の鐵材實驗 (Bach, Elastizität und Festigkeit. Achte Auflage, 162 頁) 並に Bauschinger 氏の實驗 (前出) が其例である。

其他材長の伸び、断面の收縮並に應張強度に對しては實驗時間の長短、材料の溫度並に材料の製法等が影響する事は周知の事實であつて、金屬材料の張力試験に基いて既に多數の實驗報告が發表せられてゐる所である。

以上専ら應張力が物體に作用する場合に就て論じたのであるが次に應壓力の作用する場合を攻究して見る。

今供試體を試験機にかけて次第に壓力を高める時は遂には荷重が其物體の抵抗力に打克つて供試體は破壊さるゝに至る、其際石材の如き硬き物質は粉碎され鉛の如き柔軟なる物質は側方へハミ出して押潰された形となるが厳密に云へば此兩者の場合共に物體が側方に向つて擴がつた事によつて抵抗が打克たれたものと爲すべきである、故に若し物體の側方に向つて擴がらんとする事を妨げるならば、換言すれば物體の側面に充分なる大きさの壓力を作用せしむるならば抵抗力を充分に増大せしむることが出来る、しかも此法則は固體のみに限らず液體、氣體等の場合にも當嵌る、之を要するに應力と變形との關係は壓力の場合も上記の張力の場合と全く同様であつて、張力の場合横の縮みを妨げたる影響と壓力の場合横の伸びを妨げたる影響とは同一の結果に達し共に其物體の強度を増大する事となる、故に張力の場合に得た (3) (4) (5) 等の式は單に符號を變ずるのみで直ちに壓力の場合にも當嵌め得る事となる、從つて張力の場合に於けると同様に一軸應力の場合に成立する應壓力度  $f$  と變形度 (縮み)  $e$  との關係式  $e = \frac{f}{E}$  は二軸以上應力の場合には適用し得ざる結果となる。

上述の如き物體の横伸びを妨ぐるが如くに作用する力は普通壓力試験に於て供試體の加壓端面に起るを常とし、試験機の加壓面と物體の端面とが壓し合ふ部分に於て後者が側方に向

て擴がらんとする際の摩擦に基いて生ずるものである、此摩擦に妨げられて應壓力に基き起る彈性變形は充分に現るゝを得ず、供試體の中央部に於ける横伸びの量に比し、兩端面に於ける横伸びが著しく小に測定せられ、供試體の變形は太鼓形となつて現れる、更に又端面に於て横伸びが妨げられる結果として應應強度の低い物體の方が高い物體よりも却つて大なる強度を示すが如き事も起る、而して此横への變形を妨げる事によつて來る影響は供試體の高さを大ならしむるに從つて次第に之を減少せしめる事が出来る。

同一の物質に關しては張力が作用する場合のボアソン比の値 $\nu_e$ と、應力が作用する場合の値 $\nu_c$ とは相等しと看做すのが普通である、換言すれば張力が作用する場合に起る軸の方向の伸びと之に垂直なる方向の縮みとの比は其同じ物體に應力が作用した場合に起る軸の方向の縮みと之に垂直なる方向の伸びとの比に等しい、即ち

$$\sigma_e = \sigma_c = \sigma$$

である。

$\nu$ の値に關しては既に述べたるが如く Poisson 氏が彈性論の一般的なる微分方程式を用ひ Hooke の法則に従ふ完全に均質なる物體に對して理論的に  $\nu=4$  と算出したが實際上に於て  $\nu$  の値に大なる相違の有る事に關しては何等説明する所が無かつた、Engesser 氏は此點に關して比較的簡単なる解法を用ひて  $\nu$  の値を理論的に算出し材料の彈性の差に基いてボアソン比の値に相違の生ずる事を説明してゐる (Beton und Eisen 1918, 154 頁)、其理論の要點は均質なる物體を立體的に配列された質點の集合より成るものと考へ、之等の各質點は相互に棒状材を以て連絡せられ靜力學的に不定なる立體架構を成せるものと假定したものである、之によつて外力のために起る物體の變形は架構材の變形として取扱はれ、平衡の條件を用ひて外力の方向に於ける材長の變化 $\Delta$ と之に垂直なる方向に於ける材長の變化 $\delta$ とを求めて此兩者の比としてボアソン比の値を算出し

$$\nu = -\frac{\Delta}{\delta} = \left( C_1 + C_2 \sqrt{2} + \frac{C_3}{\sqrt{2}} + \frac{8C_4}{3\sqrt{3}} \right) : \left( \frac{C_3}{\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} C_4 \right) \dots (6)$$

なる式を得た、こゝに  $C$  は各材の應力  $F$  と之に對する材長の變化  $\epsilon_i$  との比を表はす定數である、Engesser 氏は此  $C$  を定むるに當り萬有引力の一般法則に於けるが如く材長  $l$  即ち力の作用點間の距離の自乘に反比例するものと假定し、 $C = \frac{k}{l^2}$  として各定數を求め之を上の (6) 式に入れて

$$\nu = \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{8}{3 \times 3\sqrt{3}} \right) : \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{3 \times 3\sqrt{3}} \right) = 3.593 \div 3.6$$

と算出した、此値は後に第四節に於て述べる Adams 並に Coker 兩氏の實驗による極めて均質に近き材料たる鍛鐵並に質の緻密なる Belgium 産の大理石に就て測定せられたるボアソ

ン比の値  $\sigma = 3.57$  並に 3.6 なる結果と極めてよく一致するを見るべし。

Engesser 氏は更に  $C$  に関する假定を更め  $C = \frac{k}{k_e}$  とした場合の各定数を求め(6)式より

$$\begin{aligned}\sigma &= \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x-1}{2}} + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right] \\ &\quad : \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right] \quad \dots (7)\end{aligned}$$

なる式を得た。此式に於て

$$\begin{array}{cccccc}x & = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \sigma & = & 3 & 3.6 & 4.5 & 5.8 & 7.2\end{array} \text{ とすれば} \\ \text{となる。}$$

上述の解法に於ては  $k$  を定数と假定してゐる、換言すれば應力の種類並に大小に關せざるものとしてゐる、然るに實際に於て多くの材料は應力の大小によりて變形の量を異にするが故に  $C$  も値を異にし從つて  $\sigma$  の値も亦相違すべきである、殊に材料に壓力が作用する場合の  $\sigma$  の値と張力が作用するときの  $\sigma$  の値とは其相違を吟味する必要がある。

今或る荷重状態に於ける張力に對する  $k_t$  の値と壓力に對する  $k_e$  の値との比を  $\zeta$  と置き上述の假定  $C = \frac{k}{k_e}$  の關係を用ひてボアン比の値を求むれば

張力が作用する場合には

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x-1}{2}} \right] : \zeta + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right\} \\ &\quad : \left\{ \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right\} \quad \dots (8)\end{aligned}$$

壓力が作用する場合には

$$\begin{aligned}\sigma_e &= \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x-1}{2}} \right] \times \zeta + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right\} \\ &\quad : \left\{ \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x+1}{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right\} \quad \dots (9)\end{aligned}$$

となる。

此兩式に於て

$$x=0 \quad \text{と置けば} \quad \sigma_t = \frac{1.4}{\zeta} + 1.2 \quad \sigma_e = 1.4 \zeta + 1.2$$

$$x=1 \quad , \quad \sigma_t = \frac{1.8}{\zeta} + 1.2 \quad \sigma_e = 1.8 \zeta + 1.2$$

$$\begin{array}{lll} x=2 & \text{,} & \sigma_t = \frac{2.4}{\zeta} + 1.2 \quad \sigma_c = 2.4 \zeta + 1.2 \\ x=3 & \text{,} & \sigma_t = \frac{3.3}{\zeta} + 1.2 \quad \sigma_c = 3.3 \zeta + 1.2 \\ x=4 & \text{,} & \sigma_t = \frac{4.6}{\zeta} + 1.2 \quad \sigma_c = 4.6 \zeta + 1.2 \end{array}$$

之によつて見れば  $\epsilon = 1$  に於て  $\sigma_e$  と  $\sigma_c$  との値は一致し、 $\epsilon$  の値が 1 より遠ざかるに従ひ  $\sigma_e$  と  $\sigma_c$  との値の差も次第に大となるを見る、換言すれば其荷重状態に於ける  $k_e$  と  $k_c$  との差、即ち張力が作用する場合の弾性率  $E_e$  と壓力が作用する場合の弾性率  $E_c$  との差が大となるに従ひ  $\sigma_e$  と  $\sigma_c$  との値も亦次第に大なる相違を來す事となる、故に  $\sigma$  を測定するに當つては應力の大小と共に其荷重の正負即ち張力によるか、或は壓力によるかを明かにしなければならない、應張力と應壓力とに對して弾性率を異にしてゐる材料に對して同時に其  $\sigma_e$  と  $\sigma_c$  とを測定したる實驗は寡聞なる著者の知る範圍内に於て前例がなく、從來の實驗は何れか其一方により、即ち實用上の目的を主とする上より金屬類に對しては張力實驗、石材コンクリートの類に對しては壓力實驗が行はれたのが常であつた、後に詳述すべき著者の實驗はコンクリートのボアン比を應應張の兩側に於て測定したる點に於て在來の研究と趣を異にしたものであつて、其結果は Engesser 氏の推論を實驗的に證明し得るに至つた。

Engesser 氏は更に其假定を用ひて外力の作用によつて起る物體の容積の變化と $\sigma$ との關係に就て説明を試みてゐる。後に示す如く材長の變化 $a_1$ によつて起る容積の變化は一般に

$$e_v = \frac{\Delta V}{V} = \left(1 - \frac{e_i}{\sigma}\right)^2 (1 + e_l) - 1$$

の式を以て表はさる、今  $a_1$  を小なりとして其自乘の項を零に等しと置くときは

$$e_v = \frac{\Delta V}{V} = \pm e_i \left( 1 - \frac{2}{\sigma} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

茲に符号の正は張力の場合、負は圧力の場合を示す、(10)式によつて知らるゝ如く  $\sigma=2$  に於て  $e_v=0$  となる、實驗の結果によれば一般に充實せる物體に於ては張力の作用する場合に於ては常に容積の増加を來し、圧力の作用する場合には常に容積の減少を來すも、稀に例外として逆の現象を呈するものがある、例へば後に記す Spring 並に Kahlbaum 兩氏の實驗の如きで、圧力を加へられたる金屬が却つて容積を増加する結果を示してゐる、之等の現象も物體を質點と之を結ぶ材より成る立體架構と假定する Engesser 氏の解法によつて説明を與へることが出来る。例へば上記の式より  $\sigma=0$  に相當する應應ボアソン比をとり

$\sigma_0 = 1.45 \pm 1.2$  を用すれば (10) 式より

$$e_v = -e \left( 1 - \frac{1}{1.4\zeta + 1.2} \right)$$

となる。

即ち  $e_v$  は  $\zeta = \frac{4}{7} = \frac{1}{1.75}$  に於て零となるもとの値が更に之よりも小なる時は  $e_v$  は正となり圧力を加へられたる場合に容積が増加する事となる、而して之は應張應壓の兩彈性率の等しき材より成る立體架構に於て應張材の斷面積が應壓材の斷面積の  $1/1.75$  より小なる場合に相當する、斯の如くに壓力が作用して容積が増加し、或は張力が作用して容積が減少する場合の有り得ることを證し得るのである。

Engesser 氏は更に上記の假定を用ひて、外力によつて起る物體の種々なる變化に關して説明を與へてゐる、例へば縱の方向のみに外力の作用する材に於ては何れの斷面をとつて見るも横の方向に於ける應力が零なるにも拘らず實驗に於ては横の方向に變形が起るが、此點に關しては物體を立體架構として取扱ふ事により、何れの縱の方向の斷面を取つて考へるも其面によつて載らるゝ架構材には同時に張力と壓力との作用せるものが含まれるゝが故に、其合力は夫々零となるにしても、尙其力が仕事をなす事は確實であつて、此仕事が斷面の變形となつて現はれるものであると説明してゐる、其他物體の横伸又は横縮を妨げる事によつて強度の高めらるゝ事に關しても理論的の説明を與へ得るものと論じてゐる。

之を要するに Engesser 氏の提唱する方法により、完全に均質なる彈性體のボアソン比を算出するときは  $\sigma = 3.6$  となる、而して同氏は此値が在來の實驗結果とよく一致するの故を以て其假定の適當なる事を證するものであると主張してゐる、尙氏は各種材料の構成を研究するに當つては吾人の有する知識の範圍に於ては何等かの好都合なる約束を用ひて彈性に關する假定を設けるより外に方法がないけれども、各種材料に固有なるボアソン比  $\sigma$  の値に關しては之に理論的の説明を加へ得るものであると述べてゐる、但し此問題は未解決であつて Engesser 自身も何等具體的に述べてゐる點が無いが何れにしても實驗的に見出し得る定數  $C$  (即ち或る任意の方向に於ける架構材の應力と其材の變形との比) の數よりも實際には更に多數の未知數  $C$  が存在すべき事は之を想像するに難くない。

尙ボアソン比  $\sigma$  の函数として表はさるゝ彈性論方程式の構造力学上に於ける應用、特に床版、平版等の理論的解法に於けるボアソン比の意義に關しては實驗結果の應用として他日編を新たにして論ずる所あるべきが故に茲に之を略す。

### 第三節 ボアソン比の測定法

與へられたる一つの材料に對し其材料に固有なるボアソン比の値を實驗的に精密に決定せんとする事は極めて困難なる問題であつて、實驗方法の如何に從つて種々の裝置を必要とす

るのみならず之が測定に當つては極めて長き時間が費される事を普通とする。

今ボアソン比 $\sigma$ の決定に當つて從來用ひられた實驗の方法を擧ぐる時は大略次の如きものである。

### 1. 容積に於ける變化の測定

- a) 液體を以て充せる容器中に於て供試體に伸び又は縮みによる變形を起しめ變形の前後に於ける液體表面の位置の移動を測定して供試體の容積に於ける變化を求むるもの、即ち  $\Delta V$  を測定し (10) 式の關係を用ひて

$$\sigma = \frac{2}{1 - \frac{\Delta V}{V \times e_t}}$$

によりて $\sigma$ を求むる方法。(Cagniard de Latour 氏の方法)

- b) 供試體自身を圓筒狀に作りて内部に液體を充たし毛細管を用ひて變形前後に於ける供試體内側の容積に起れる變化を測定する方法。(Wertherm 氏の方法)

### 2. $E$ 並に $G$ の測定

縱彈率  $E$  (Elastizitätsmodul, Stretch modulus, Modulus of direct elasticity or Young's modulus) 並に横彈率  $G$  (Schubelastizitätsmodul oder Starrheitsmodul, Transverse modulus, Shear modulus or Modulus of rigidity) を直接測定によりて求め均質なる物體に於ける關係式

$$\frac{G}{E} = \frac{\sigma}{2(\sigma + 1)}$$

によりて $\sigma$ を算出する方法。(Kirchhoff 氏並に Okatow 氏の方法)

### 3. 振動週期の測定

固定端を有する供試體に捻力を作用せしめ、力を去りたる後に起る彈性的振動の週期  $T$  を測定し

$$G = \frac{8\pi l I}{T^2 r^2}$$

の關係式によりて横彈率  $G$  を求め之と材の變形を直接に測定して得べき縱彈率  $E$  とを用ひて、2.の場合と同様にして $\sigma$ を求むる方法。但し上式に於て  
 l...材長, I...断面の二次率, r...断面の半徑,  $\pi$ ...圆周率  
 を表はす。(Chladni; Savart; Wertheim; Schneebeli 各氏の方法)

### 4. 曲率半徑の測定

供試體を彎曲せしめ一方の軸の方向に於ける中軸線の曲率半径  $\rho$  と共に之に垂直なる断面の方向に於ける中軸線の曲率半径  $\rho'$  とを求めて此兩者の比として

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho'}$$

によりてボアソン比を算出する方法、特に矩形断面を有する版状の供試體に應用せらる。(Cornu 氏の方法)

### 5. 變形の直接測定

微測定の装置を應用して供試體の長さの方向に於ける変形  $e_l$  並に之に垂直なる断面の方向に於ける変形  $e_t$  を直接に測定し

$$\sigma = \frac{e_t}{e_l}$$

として  $\sigma$  の値を算定する方法。

5. の変形を直接に測定する方法は Bauschinger 氏が金屬に對し特種の装置を用ひて試みた實驗 („Der Civilingenieur“ N. F. 25, 1879, 82 頁) が最初のものとされてゐるが、1. の容積に於ける變化を測定する方法と同様に材全體が均一なる伸び若くば縮みを受くる範圍内に於てのみ實行し得る方法なるが故に比較的應用の範圍が狭いものである、2. 3. 並に 4. の諸法は何れも精密なる値を見出し得べき方法として理論的には完全なものであるが其實行は何れも極めて煩雑であつて且つ其應用し得る範圍も限定せられ材が純理論的の變形をなすもの以外には適用し得ないものである。

## 第四節 ボアソン比の値

ボアソン比の値は既に述べたるが如く材料によつて異なり、其最大値と最小値との間には可成大なる範圍の相違が存するを以て之を決定せんとするに當つては各種の材料に就き個々に實驗を行ふより外に方法が無いが、其實驗方法としては前節に述べたるものゝ内比較的簡單と看做さる、變形の直接測定を用ふるとしても尙断面の方向に於ける伸縮を測定する事が困難なるが爲に之を試みた實驗は極めて稀であつて、又其結果も長さの方向に於ける變形の測定値に比して不確實なるを免れぬ、然し現在知られてゐる範圍内に於ては長さの方向に於ける變形が Hooke の法則に従ふ總ての材料に於ては断面の方向に於ける變形も亦長さの方向に於ける應力に比例して增加する事が認められたが故に此兩變形の比たるボアソン比  $\sigma$  も其材料に關しては一つの定數として表はし得る事が確められてゐる。

今各種の材料に關するボアソン比の値を記述するに先立ち  $\sigma$  の取り得べき値の限界を理論的に算出して見る。

再び最初に述べたる丸棒状材を取り其両端に張力（若くは壓力）の作用する場合に就き其際に起る材の伸縮並に容積の變化を攻密する。

変形前に於ける材の断面の半径を  $r$ , 変形後の縮み(或は伸び)を  $4r$  とすれば(2)式の関係により

$$e_t = -\frac{Ar}{r} = -\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{Al}{l} = -\frac{e_i}{\sigma}$$

故に変形前の断面積を  $A = \pi r^2$  とすれば変形後に於ける断面積の増減は

$$\Delta A = \pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2 = A \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)^2 - A$$

従つて断面積の變化としては

となる。同様にして材全體の容積  $V=Al$  が受けたる増減としては

$$\Delta V = (A + \Delta A)(l + \Delta l) - Al = V \left(1 - \frac{e_t}{\sigma}\right)^2 (1 + e_t) - V$$

従つて容積の變化としては

然るに材長の伸びる作用に比し反作用として起る断面の縮小は一般に其大さに於て伸びよりも大なるを得ざるが故に物體に張力の作用する場合に於ては常に容積の増加を來す結果となる、即ち  $\Delta V \geq 0$  である、但し此點に關しては二三の例外的結果を示した研究報告もある、例へば Bauschinger 氏の金屬に關する實驗（前出）に於ては不規則なる容積の變化を示し容積が最初に比して減小して測定されたものもあつた、又 Cray 並に Mees 兩氏の報告（Phil. Mag. 29, 1890 年, 355 頁）によれば鐵、真鍮、洋銀並にピアノ用鋼より成れる各種の針金に於て伸びが材長の 0.1-0.25% に相當する間は直徑が却つて 7-9% 増大し、伸びがそれ以上となるに及んで始めて直徑が減少し始めてゐる、更に興味ある事實は Spring 並に Kahlbaum 兩氏の實驗（Phys. Zeitschrift 頁 32, 1901 年）の結果であつて、周圍より強壓を加へられたる金屬に於て容積が却つて増大を示した事實がある。

今極限の場合として  $dV=0$  とする時は (12) 式より

$$\sigma = \frac{e_t}{1 - \sqrt{\frac{1}{1 + e_t}}} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

を得,  $e_i$  は極めて小なるが故に

$$\sqrt{\frac{1}{1+e_t}} = 1 - \frac{e_t}{2}$$

とすれば式(13)式より  $\sigma=2$  を得。之即ち  $\sigma$  の取り得る最小値であつて、容積の變化  $e_v$  は  $\sigma=2$  に於て零となるを知る、即ち此限界の値は外力の作用に對して容積の不變なる物體のボアソン比に相當し、事實に於て密閉せる容器中に於て壓力を加へられたる液體の場合に殆ど一致するを認める。

固體としては Gelatine; Paraffin の類が此極限値に最も近い値を持つた物質である、其他容積の變化極めて小なる物質として次の數種を擧げる事が出来る。

物 質	ボアソン比 $\sigma$	實 驗 者
護 謨	2.13	Verschaffelt
Selen	2.22	Schaefer
Wood-Metall	2.04	Schaefer
Rose-Metall	2.13	Augenheister
Lippowitz-Metall	2.22	Schaefer

(Winkelmann, Handbuch der Physik Bd. 1. 1 Teil 581 頁による)。

$\sigma$  の最大値に關しては限度は存しないが故に常に

$$2 < \sigma < \infty$$

と置く事が出来る、 $\sigma = \infty$  なる値は長さの方向に於ける變形の起つた場合に斷面の方向に於て全然變形の起らない様な物質に當嵌まる。即ち  $e_t = 0$  であつて、(12) 式に於て  $\sigma = \infty$  として

$$e_v = \frac{\Delta V}{V} = e_t$$

の關係が成立つ場合であつて此條件を比較的精密に満足する物質としてはコルクを擧げる事が出来る。

尙ほしく大なる  $\sigma$  の値を有する物質としては次に示す如き數種の質の密な礫石がある。

物 質	ボアソン比 $\sigma$	實 驗 者
燧 石	12.65	Drude 並 Voigt
蛋白 石	16.65	Drude 並 Voigt
砂 岩	12.5	Bausehinger

以上は最大並に最小の兩極限値に近き値を有する物質の例であるが、總ての方向に對しては物理的に均質に構成せられてゐると看做し得る物質に於ては  $\sigma$  の値は一般に 3 と 4 との間に見出されてゐる、例へば簡単なる金屬の如きであつて其材の長さの方向の變形によつて生

する容積の変化には種類の如何に關せず略一定の關係があつて Bach 氏は實驗の結果に基き金屬のボアソン比の平均値として  $\sigma = \frac{10}{3}$  としてゐる、但し此  $\sigma$  は材の長さの變化が純彈性的に現はれる極めて小なる範圍内に於けるボアソン比の値を示すものである。

鐵に於ては多くの場合ボアソン比の値は其應張強度を判定する爲の標準として用ひらる、如何となれば一般に金屬の應張強度は強靱性の場合とは反對に硬度の大小に伴つて増減するが故にボアソン比の値が大なるものは硬度が大であつて應張強度も從つて又大となるによる、今鐵並に鋼に對する  $\sigma$  の値として信頼し得べき實驗の結果を列舉すれば

	ボアソン比 $\sigma$	實驗者
鐵	3.23	Everett
	3.29	Baumeister
	3.47	Benton
	3.12	Cardani
鋼	3.40	Kirchhoff
	3.38	Schneebeli
	3.40-3.29	Okatow
	硬・軟	

尙鋼のボアソン比に關しては Winkler 氏は  $\sigma = 3$  と假定し、Lanza 氏は  $\sigma = 4$  を主張したが、W. Krüger 氏の實驗 (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieur 1909 年, 1453 頁) の結果上表の諸氏の實驗値と一致して  $\sigma$  の値は 3.3 と 3.5 の間に見出され、Winkler 並に Lanza 兩氏の假定の中間に位する事が確かめられた、一般に構造材料としての鋼のボアソン比としては其硬度の大小に従つて  $\sigma = 3-3\frac{1}{3}$  と看做して大差が無い。

之に反して鑄鐵の  $\sigma$  は更に著しく大であつて其種類により  $\sigma = 5-9$  の間に見出されてゐる。

溫度の變化とボアソン比の値との關係に就ては從來行はれた各種金屬の實驗の結果溫度の上昇に伴つてボアソン比の値が次第に減少する事が認められたが、鐵の場合にも R. Plank 氏の實驗 (Z. d. V. d. I. 1911 年, 1479 頁) の結果ボアソン比の値が極めて緩慢ながら漸次に小となる事が確かめられた、但し此事實は實驗を待たずして豫め想像し得る所であつて、熔融點に近づくに従ひ長さの伸縮によつて起る容積の變化が次第に小となるを以てボアソン比の値は次第に其最小限界たる  $\sigma = 2$  に接近すべきである、既に述べたる Wood-Metall, Rose-Metall, Lippowitz-Metall 等の如き熔融點の極めて低い合金が常溫に於て既に限界に近き小なる  $\sigma$  の値を有する事も之によつて説明せらるゝ譯である。

上記の Plank 氏の報告によれば鋼材の張力試験に於てボアソン比の値は材長の伸びるに従ひ最初は可成速かに減少して略材が均一なる伸びを受ける最大限度 (約 24%) に達したる

時、換言すれば材の断面が局部的の縮小を始める直前に於て最小値に達し然る後は次第に $\sigma$ の値を増加し、材の容積の變化が殆ど認められざるに到れば $\sigma$ の値は漸次に $\Delta V = 0$ として(13)の式によつて算出せる値に接近する事が知られた、換言すれば張力を受くる鋼材の容積は最初は比較的速かに増加するも材長の伸びの増大するに従ひ其增加は次第に緩となり局部的の断面の縮小が始まるに及んで殆ど容積は増加する事なく、其後に於ける材長の局部的伸びは専ら其部分に於ける断面積の縮小によつて起り容積は一定に保たる事となる。

之を要するに工業上に使用さるゝ均質なる金属に於ては Hooke の法則の適用さるゝ範囲内に於て $\sigma = 3-4$ と假定すべく更に弾性限度を超えたる後に於て次第に最小限度の $\sigma = 2$ に近づくを知る。

次に石材類のボアソン比は金属に比し之を正確に決定する事が一層困難であるが尙二三の材料に關しては既に實驗の行はれたものもあつて、其結果中には硬度の大なる物質に對する $\sigma$ の最大限度として今日普通に假定さるゝ $\sigma = 4$ よりも更に大なる値を示してゐるものもある、石材類に關する實驗として知らるゝものは Adams 並に Coker 兩氏の實驗 (Publication of Carnegie Institution of Washington, No. 46, 1906 年) であつて壓力を加へられたる供試體の變形を用ひて多數の測定が行はれた、其結果によれば各種の大理石に對しては $\sigma = 3.6-4$ 、種々の花崗岩に於ては $\sigma = 4-5$ 、綠石並に灰長石に於ては $\sigma = 3.5-3.8$ 、硝子板に於ては平均値として $\sigma = 4.4$ と見出され、其際同時に試みたる鋼材試験に於ては鍛鐵に對して $\sigma = 3.57$ 、鑄鐵に對して $\sigma = 4$ と測定された。此實驗の結果石材は其組織が結晶體の集合より成れるに拘らず成層岩の外は完全に均質なる如き性質を示し、 $\sigma$ の値は應力の作用する方向に無關係なる事が確かめられた、此現象は個々の結晶體が一定の方向に配列さるゝ事なく、各々任意の向きを占むる爲に結晶軸の方向によつて起るべき筈の弾性の差が消し合ひたるものと説明する事が出来る、尙此實驗に當つては供試體の端面に油を塗抹して試験機の加壓面との間に於ける摩擦を除き以て斷面の方向に於ける變形が完全に起り得る様に注意された、上記の $\sigma$ 値は灰長石が  $1,050 \text{ kg/cm}^2$  の應力度に於て測定されたるを除き總ての材料を通じて  $630 \text{ kg/cm}^2$  の最大應力度に於ける測定の結果である、各材料は荷重を次第に階段状に増加し且つ各荷重階毎に之を初荷重に戻して彈性的ならしめた。

故に上記の $\sigma$ の値は何れも各材料の彈性的定數と知るべきである、尤も此際測定された殘留變形の量は極めて小であつた、上記の結果中花崗岩の $\sigma$ の値が最も大であつた事は石英の含量が多大であつて之が横伸を妨げたるものとなすべく、又硝子板の $\sigma$ が比較的大なりし事も同様の理由に基くものと説明する事が出来る、こゝに注意すべき點は鑄鐵に於ける殘留變形の量が硬き石材よりも更に大であつたと云ふ事實である。

次に木材は其組織より見て、之を均質と爲し得ざるが故にボアソン比 $\sigma$ の値は材に作用す

る應力の方向如何によつて著しく相違して表はれ之を簡単なる定數として決定する事は全然不可能である。

最後に謹謨其他之に類する柔軟なる物質に於ては $\sigma$ の値は2に近き事を述べたがRoentgen氏の實驗の結果 (Poggendorf Annalen 1876年) に於ても小なる應張力を受くる場合には $\sigma = 2$ として容積の不變なる事を示し、更に大なる伸びを受くる場合に於て $\sigma$ の値は金屬中の大なる値の $\sigma$ に接近する事が確かめられた。

之を要するにポアソン比の値は之を定數として取扱ひ得るのは Hooke の法則に従ひ、且つ均質なる組成を有する特殊の物質に限り、一般には個々の物質に就き其物質を構成する分子の配列状態如何に因つて生ずる彈性的關係の差に基いて相違し、又同一の物質に於ても其材料の製成の方法又は成層、結晶等の性質に起因して材の方向によつて組成を異にしてゐるものにあつては之に作用する力の方向によつて値を異にし、更に又作用する力の大小によつても値の變化する量なるを知る。

## 第二章 コンクリートのポアソン比に関する實驗

コンクリートのポアソン比 $\sigma$ は既に述べたるが如く彈性率 $E$ と共にコンクリートの二軸以上に關する應力度並に變形度を算定する上に於て缺くべからざる定數の一として殊に床版並に平版の理論的解法に極めて重要な意義を有するに拘らず之が研究は全く閑却せられてゐた感があつて、彈性率 $E$ に關して從來各國の試験所に於て多數の實驗報告が發表されたるに反し、ポアソン比に關しては其性質は勿論、靜力學上の計算に假定し得べき値の界限に對してさへ殆ど全く知られてゐないと云つてよい狀態である。

今順序として著者の實驗に關して記述するに先立ち、從來の研究中其直接たると間接たるとを問はず多少にてもコンクリートのポアソン比に關して報告せる實驗を求むるときは寡聞なる著者の知る範圍内に於ては僅かに次の五つを擧げ得るに過ぎない。

1. Bach 並に Graf 兩氏の實驗
2. Rudeloff 氏の實驗
3. Withey 氏の實驗
4. Kleinlogel 氏の實驗
5. Talbot 氏の實驗

以下之等の各實驗に就き節を追ふて其方法と結果との大要を述べ更に其結論を比較攻究して在來の研究に對する價値を論じて見やうと思ふ。

### 第一節 Bach 並に Graf 兩氏の實驗

C. Bach 並に O. Graf 兩氏は 1910-1911 年の間に Stuttgart 工科大學材料實驗室に於て行はれたコンクリート並に鐵筋コンクリートの捻力に對する抵抗力の實驗 (Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Heft 1c, 1912) に於て第一章第三節に述べたる  $\frac{G}{E} = \frac{\sigma}{2(\sigma+1)}$  の關係式を用ひ  $\sigma = \frac{2}{\frac{E}{G}-2}$  として縱彈率  $E$  と横彈率  $G$  によつてコンクリートのボアソン比  $\sigma$  を算出してゐる。

ボアソン比の算出の爲に用ひられた供試體は其數 3 個、何れも  $(40^2 - 25^2) \frac{\pi}{4} = 766 \text{ cm}^2$  の環狀斷面を有する長さ 195 cm の無筋のコンクリート圓筒柱で兩端に正方形の柱頭を具へたものである。コンクリートは容量に於てポートランドセメント 1, 河砂 2, 河砂利 3 の比に調合せられ之に重量の 9% の水が加へられたものである。

供試體は材齡 45 日に於て試験せられたる供試體に對して剪力が作用する事なく、捻力に基く力率のみが作用する様に試験機に掛けられた、其際供試體の兩端の正方形の柱頭は堅固な枠に入れ、供試體の軸の方向に於ける變形を自由ならしめた、捻力を生ぜしむべき力  $P$  は常に供試體の軸より 50 cm の距離の點に作用せしめ、從つて捻力率の大きさは  $50 P \text{ kg cm}$  として算出された、實驗に際しては亀裂の發生時並に破壊時に於ける捻力率の値を求むると共に各荷重階に於ける變形の總量並に殘留變形を測定し、此兩者の差として彈性變形が算出された。

各荷重階の捻力率  $M_a$  の値に相當する應捻力度  $f_a$  を算出するに當つては外徑  $d_0$ 、内徑  $d_i$  なる環狀斷面を有する物體に關する算式

$$f_a = \frac{16}{\pi} \times \frac{M_a}{\frac{d_0^4 - d_i^4}{d_0}}$$

が用ひられた。

縱彈率  $E$  を求むるには捻力試験用供試體と同時に同材料を以て製作された 20 cm 平方の斷面に 80 cm の高さを有する應壓供試體と、20 cm 平方の斷面を有する應張供試體とを夫々 6 個用ひて壓力並に張力の試験を行ひ各荷重階に於ける變形を直接に測定して算出した。

横彈率  $G$  の計算には

$$G = \frac{32}{\pi} \times \frac{M_a}{d_0^4 - d_i^4} \times \frac{1}{\vartheta}$$

の算式が應用された、こゝに  $\vartheta$  は捻力が作用して生じたる變形の角度を表はす、但し此算

式は應力度と變形度とが正比例する物體の場合にのみ當然まるものなるが故に此假定と嚴密には一致し難いコンクリートの場合に上式を應用する事は正確なる結果に到達する所以でない事を豫め知らなければならぬ。( $f_d$  並に  $E$  に關する算式の導來方法に關しては Bach: Elastizität und Festigkeit, Achte Auflage, 346 頁参照)

以上の如くにして求められたる  $E$ ,  $G$  並に之を用ひて算出せるボアソン比  $\sigma$  の値を夫々の荷重階に相當する應捻力度  $f_d$  に對せしめて表示するときは次の第一表を得。

第一表

コンクリート 應捻力度 $f_d$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	縦彈率 $E$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	横彈率 $G$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	ボアソン比 $\sigma = \frac{2}{\frac{E}{G} - 2}$	備考
5	353,100	136,000	3.4	張力試験の $E$ による
7	329,600	131,000	3.9	
10	313,100	130,000	4.9	
12	298,700	129,000	6.3	
12	295,100	129,000 (7.0)	6.6	圧力試験の $E$ による
平均値			4.6	

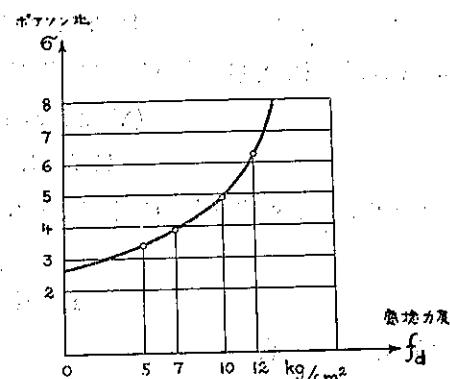
上表に掲げた  $E$  並に  $G$  の値は何れも各供試體に於ける測定値の平均を示したものであるが茲に注意すべきは表の備考欄に示せる如く最終の  $\sigma=7.0$  の場合を除き其他の  $\sigma$  の値は總て張力試験によりて得たる  $E$  の値を用ひて算出した事である。

本試験の結果によれば  $\sigma$  の値は最小 3.4 より最大 7.0 に及び今之を應力度の大小に關せざる定數として其平均値を求むるとときは  $\sigma=4.6$  となる。(但し平均値の算出には壓力試験による  $E$  を用ひて算出せる  $\sigma=7.0$  を除外せり)。

見易からしむる爲に第一表の  $\sigma$  の値を應捻力度  $f_d$  の函数として圖示するときは第三圖に示す曲線を得べし。

Bach 並に Graf 兩氏は此圖に基きコンクリートのボアソン比  $\sigma$  は應力度の大小に從屬して變化し、應力度の增加に伴ひて  $\sigma$  の値も亦次第に増加するものゝ如しと論じ、更に其理由としては彈性率  $E$  がコンクリートに於ては應力度の増加に伴ひて次第に減少するに基くものであると説明している。

Bach 並に Graf 兩氏の採用した  $\sigma$  の測定方法を考察するに變形度が應力度に正比例する場合にのみ成立する。



第三圖 Bach 並に Graf 兩氏の實驗

$$\sigma = \frac{2}{\frac{E}{G} - 2} \quad \text{並に} \quad G = \frac{32}{\pi} \times \frac{M_d}{d_0^4 - d_i^4} \times \frac{1}{\vartheta}$$

の兩式がコンクリートの場合にも適用し得るものなりと假定せば（但し此假定は既に述べたるが如くコンクリートに在つては厳密には満足されないものであるが）理論的には缺點の無い方法だと云ふ事が出来る、然しコンクリートのボアソン比の値を論ずるに當つては本實験の結果は未だ信頼するに足りぬものとせねばならぬ、如何となれば實験に用ひられたる供試體の數が僅かに3個に過ぎず、且つ捻力による荷重を實験の基礎とする結果として應力度の値も大なるを得ずして僅かに  $f_a = 12 \text{ kg/cm}^2$  を最大とし、從つて荷重階も其數を大ならしむるを得ずして僅かに四つの點に於ける値を求め得たるに過ぎず、故に之のみにては實際上の強度計算等に應用し得べきコンクリートのボアソン比の値を論ずるには餘りに不充分なるに因る。

## 第二節 Rudeloff 氏の實験

M. Rudeloff 氏は 1907-1912 年の間に Berlin-Lichterfelde-West 所在の國立材料試験所に於て行はれたる鐵筋コンクリート柱の實験に於てコンクリートの變形を直接に測定して長さの縮みと横への伸びとの比として  $\nu$  の値を算出した、其實際驗は次の 2 種類に分つて行はれた。

### 1. 柱頭なき柱の實験（各種繫筋の影響に關する研究）。

(Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton,  
Heft 5, 1910)

### 2. 柱頭ある柱の實験（變形並に強度に及ぼす柱頭の影響に關する研究）。

(Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton,  
Heft 21, 1912)

#### 1. の柱頭なき柱の實験は更に第一次、第二次の兩實験に分たれる。

##### 1. 柱頭なき柱の實験

###### a) 第一次 實 驗

第一次實験に供せられた柱は悉く 2m の長さを有し、縱の方向は直徑 16 mm の丸鋼 4 本によつて補強され、横の方向の補強としては各 20 cm の間隔に直徑 7 mm の繫筋を配し、其巻き方に關しては 13 通の異なつた形式が採用された、全部の供試柱は容量に於てセメント 1、河砂及河砂利 4、水量 9.5% の調合比を以て製作せられ配筋の形式を同じうする柱は之を各 3 本宛作つて其結果の平均を取る事とした、尙別に無筋コンクリート柱（記號 0）3 本

を作つて比較に供した、13種の柱の内 11種までは  $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$  の平方断面を有し残りの 2種は稜長  $18.65\text{ cm}$  を有する八角柱とした、但し断面の面積は總ての柱を通じて同一である。

実験は材齢 45 日に於て行はれ供試體を直立せしめて 600 t の試験機に掛けた、壓力は次第に階段状に増大せしめ且つ各荷重階毎に之を零位に戻して其都度直ちに柱の變形が測定された、柱の軸の方向に於ける長さの變化を測定する爲には Martens 式反射鏡装置を用ひ、之を柱の相對する二つの面の中央に裝置し、標點距離としては  $1.0\text{ m}$  を取り其位置は柱の中心に對して略對稱に定められた。次に柱の側方へ向つての伸びを測定する爲には特に此目的の爲に考案された装置を用ひ、之を柱の上下端に於ける加壓面から夫々  $50, 100, 110$  並に  $150\text{ cm}$  の距離にある四つの断面の位置に配置して各断面に於ける對角線の長さの變化を測定した。

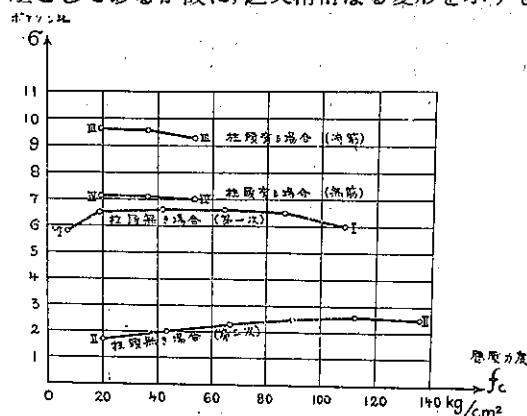
斯の如くにして測定した柱長の縮みの平均値と側方への伸びの平均値とは之を夫々百分比に換算したる後此兩者の比としてボアソン比  $\sigma$  が算出された、今其結果を柱の種類別による記號に従ひ應力度の大小に應じて表示すれば次の第二表を得る。

第二表

供試柱 記號	下記の應力度に於けるボアソン比 $\sigma$						
	$7.15\text{ kg/cm}^2$	$18.8\text{ kg/cm}^2$	$41.9\text{ kg/cm}^2$	$64.9\text{ kg/cm}^2$	$86.7\text{ kg/cm}^2$	$103.7\text{ kg/cm}^2$	平均値
0	6.8	6.8	7.1	7.0	7.0	7.1	7.0
1c	5.6	6.7	7.2	7.5	7.5	7.2	7.0
2	6.4	7.4	8.0	8.2	8.1	—	7.9
2n	6.1	7.5	8.0	8.0	7.8	—	7.6
2e	7.3	8.4	8.2	8.2	7.7	—	8.0
3	5.9	6.7	7.0	7.1	7.1	6.9	6.8
4	5.1	6.1	6.3	6.5	6.3	6.0	6.0
5	6.0	6.8	6.2	6.2	6.2	5.9	6.2
6	5.5	5.9	6.1	5.9	6.4	6.3	6.0
7	5.6	6.1	6.6	6.7	5.6	6.5	6.2
8	5.1	5.5	5.5	5.5	5.5	5.0	5.4
9	4.6	4.7	4.9	5.7	5.4	3.7	4.3
10	4.8	5.1	5.1	4.9	5.7	5.8	5.3
11	7.5	7.2	6.5	6.0	6.5	7.7	6.9
12	5.4	7.1	6.5	6.5	6.8	6.6	6.5
12a	7.5	7.6	7.5	7.5	7.4	7.2	7.5
12e	4.8	5.1	5.1	5.0	4.8	4.6	4.9
13	5.9	6.7	6.5	6.4	6.8	6.0	6.3
平均値	5.8	6.5	6.6	6.6	6.5	6.0	6.5

上表に見るが如く個々の供試柱に対するボアソン比の値は最小  $\nu=3.7$  (供試柱 9) より最大  $\nu=8.4$  (供試柱 2c) に及ぶ、今之等の六つの荷重階に於ける値の平均を求むれば表の最終の欄に示す如く  $\nu=4.8$  より  $\nu=8.0$  に及び、供試柱の配筋の様式如何によつて、材長の縮みと側方への伸びとの関係が著しき影響を受くる事を知る。但し配筋の様式がボアソン比に及ぼす影響に關しては Rudeloff 氏自身も其報告中に述べてゐるが如く其間に一定の法則を見出す事は困難である。

尙本實驗の結果を考察するに當つては 第二表に於ける  $\nu$  は厳密なる値ではなく單に縦と横との變形の割合を近似的に示すものに過ぎない事を注意しなければならない、如何となれば第一の理由として Rudeloff 氏は測定によつて得た横伸の量を百分比に換算するに當り標點距離として對角線上に於ける繩筋の外側より外側に至る長さを厳密に測定する事なく、單に略算による長さ 35.5 cm なる數を規準として計算を行つてゐる、更に第二の理由としては報告書中にも記されてゐるが如く、供試柱の製作に當りコンクリートを撫固めるに際して繩筋が其最初の位置から移動したるが故に、4 箇所 (内 2 箇所は繩筋を施したる部分、残り 2 箇所は其中間の繩筋なき部分) に於て測定せる横伸の量は其測定の位置に無關係なりと看做し、柱の兩端に近き部分と中央の部分との四つの測定値を平均して、各荷重階に於ける横伸の量としてあるが故に、之又精密なる變形を示すものと云ふ事が出來ないのである。



第四圖 Rudeloff 氏の實驗

此第一次實驗の結果として Rudeloff 氏の得た唯一の結論は次の事實である、即ちボアソン比  $\nu$  は個々の柱に就て見るも、又總ての柱の平均値 (第二表最下欄) によつて見るも常に最初の荷重階 (コンクリート應力度  $f_0 = 0 - 7.15 \text{ kg/cm}^2$ ) に於ける値が大なる荷重階に於ける値よりも小にして、大なる應力度に於ける  $\nu$  の値は一定を保つものと假定する事が出来る。(第四圖、曲線 I 參照)。

### b) 第二次實驗

第二次實驗の供試體としては第一次實驗に供したる柱の中  $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$  の斷面を有する 1, 2, 5, 7 の記號に相當する鐵筋コンクリート柱と 0 號の無筋コンクリート柱の 5 種を再び採用し、尙別に各 8 本の堅筋を有する八角柱 2 種を作り、各種 5 本宛に就て之を實驗する事とした、柱長は第一次實驗に於て 2 m なりしを改めて全部 90 cm とし、繩筋の間隔も 20 cm より縮めて 15 cm とした、尙柱の製作に當つては繩筋の位置を可及的正確に保た

しめる爲、之を堅筋に緊結し、又柱の横伸びを測定せんとする位置に在る繩筋には細き鐵片を取付け其尖端が柱の表面に現はるゝ様に裝置した、コンクリートの調合比は第一次の場合と同様にセメント 1、河砂及河砂利 4 の容量比を以て作られ、たゞ水量のみを減じて 9.5% から 8.2% とした。

實験は第一次實験の場合と同じ材齡 45 日に於て同じ機械を用ひて行はれた、荷重の増減も前の場合と同様に階段状に加へられ、各階に達する毎に直に變形が測定された、柱の長さの方向に於ける變形は柱の相對する二面に沿ふた標點距離に於て前同様に Martens 式反射鏡裝置を用ひて測定され、横の方向への變形は柱の中央部並に兩端に近き 3 頻所の斷面に於て測り其測定には第一次と異りたる別の裝置が工夫せられ、之を豫め柱の表面に突出せしめた上記の鐵片に取付ける様にした。

本實験の結果による各供試柱のポアソン比  $\sigma$  の平均値は次の第三表に示すが如くである、但し本表の  $\sigma$  を算出するに用ひた側方への伸びの量は柱の中央部と一方の端とに於ける共に繩筋を有する斷面の測定値を平均したものであつて、尙其値は長さの方向に於ける縮みの値と共に Extrapolation によつて求めた初荷重に於ける變形の量を考慮に入れて算出したものである。

第三表

供試柱 記號	下記の應力度に於けるポアソン比 $\sigma$							平均値
	19.9 kg/cm <sup>2</sup>	43.2 kg/cm <sup>2</sup>	66.6 kg/cm <sup>2</sup>	89.7 kg/cm <sup>2</sup>	112.8 kg/cm <sup>2</sup>	136.0 kg/cm <sup>2</sup>	158.5 kg/cm <sup>2</sup>	
14	1.5	1.9	2.1	2.2	2.3	2.0	(2.5)	2.1
15	1.8	2.0	2.2	2.5	2.6	2.7	(2.6)	2.3
16	1.9	2.3	2.7	2.9	3.1	(3.0)	(2.8)	2.7
18	1.5	1.8	2.0	2.2	2.4	(2.6)	(2.2)	2.0
19	1.8	2.1	2.3	2.5	2.6	2.8	(2.8)	2.4
平均値	1.7	2.0	2.3	2.5	2.6	2.5	(2.6)	2.3

本表に示されたる數字を見るときは第一次實験の結果（第二表）に比し、 $\sigma$  の値が著しく小に出でたるを知る、例へば之を無筋コンクリート柱（記號 18）の場合に就て見るに平均値に於て  $\sigma=2.0$  であつて、第一次實験に於ける無筋コンクリート柱（記號 0）の  $\sigma=7.0$  に比して  $1/3$  よりも更に小である、Rudeloff 氏は此現象を説明して、兩實験に使用せられたるコンクリートの重量の差によるものとなし、密度の小なるコンクリートは密度の大なるものに比し、相等しき量の材長の縮みを受くる場合、材料自身の壓縮される量が大であつて、其結果として側方に向つての伸びの量が小となり、即ちポアソン比の値が大となるものであるとなし、之を證明せんが爲に兩實験に使用せる應力度供試體並に供試柱の重量の平均値を比較し、第二次實験に使用せるものが第一次實験のものに比し應力度供試體に於て 4.9%，供試柱に於て 4.5% だけ重量が大であつたと述べてゐる、尙  $\sigma$  の値は上の表に示す如く個々

の柱に就て見れば最小  $\sigma = 1.5$  より最大  $\sigma = 3.1$  に及び、之を應力度に關せざる定數と看做して算出せる平均値によれば表の末欄に見る如く、No. 18 の無筋コンクリート柱に於て最小値  $\sigma = 2.0$  を示し、最大値は No. 16 の供試柱にて其値  $\sigma = 2.7$  に至り、其他の三つの柱は此中間に位し、平均値に於て  $\sigma = 2.3$  となる。

今上表に於て  $\sigma$  の値と應力度との關係を見るに第一次實驗の結果と全く同様に個々の柱に就て見るも、全體の柱の平均に就て見るもポアソン比  $\sigma$  の値は最初の應力度の小なる間に於けるものが大なる應力度に於けるものよりも小であつて、大なる應力度に於ける値は之を一定なりと假定して大差無き事を認める、即ち其關係は第四圖に平均値を以て示したる II の曲線の如くである、但し本實驗の結果に於ける  $\sigma$  の値も近似値に過ぎないものであつて不確實なるものと云はなければならない、其理由としては第一に側方へ向つての伸びを測つた際の標點距離が前回同様に精密に決定されて居らぬ事を擧げるべく、更に第二の理由としては柱の縮みを材長全體を通じて均一なりと假定して計算して居る事であつて、實際に於ては、第二節のポアソン比に關する理論の條に於て述べたるが如く、試験機に掛けられたる供試體の壓力による變形は一般に太鼓型となつて現はれ、縦の縮みの量も横への伸びの量と同様に柱の中央部と加壓面に近き端部とでは其値が著しく相違するものである。

## 2. 柱頭ある柱の實驗

此實驗に使用せられたる供試體は次の如し。

### 1. 鐵筋コンクリート柱 6 本

内 3 本は柱頭を有せずして材長 2.0 m (記號 2a)

3 本は柱頭を有し 材長 2.0 m (記號 2b)

### 2. 無筋コンクリート柱 9 本

内 3 本は柱頭を有せずして材長 2.0 m (記號 1a)

3 本は柱頭を有せずして材長 1.3 m (記號 1a')

3 本は柱頭を有し 材長 2.0 m (記號 1b)

以上の内 1a' の 1.3 m なる材長は柱頭ある柱の柱頭を除きたる残りの部分の長さに相當す、供試柱は全部 30 cm × 30 cm の正方形斷面を有し、直徑 3 cm の豎筋 4 本を四隅に配す、側方に對する補強としては直徑 7 mm の簡單なる繫筋を使用し、5 cm の間隔を以て針金を用ひて豎筋に繫結した、コンクリートの調合は前の柱頭なき柱の實驗に於けると同様にセメント 1、河砂及河砂利 4 の容量比を以て製せられ、たゞ水量のみは前と異なつて 10% とした。

供試柱は直立せしめて試験機に掛け、長さの方向の變形は 0.5 m の標點距離に前回同様 Martens 式反射鏡を裝置して測定した、側方に向つての伸びを測定する爲には柱の同一斷面

内に於て同時に三つの測定を行ひ得る如き特殊の装置が考案された。大部分の柱は豫め材長 27 日に於て荷重の大ならざる範囲に於て之を試験し、其際先づ柱の中央部に於ける横伸と柱の上端に於ける長さの縮みとを測定した、次に測定装置を交換して其翌日、即ち材長 28 日に於て柱の上端に於ける横伸と中央部に於ける長さの縮みとを測定した。かく測定を 2 回行ひたる所以はボアソン比を算出するに當り、柱の中央部に於ける値と端部に於ける値とを比較し得る様可及的同一の位置に於て縦と横との變形を見出さんとしたものである、荷重は兩回の實驗とも階段状に數回加へられ、各荷重階毎に測定せられたる縦と横との變形は同一種類の柱各 3 本に就て其平均をとつて定められた。變形は縦横共に標點距離に對する百分比に換算せられたが其際横伸の量は柱の斷面の稜長 30 cm を用ひずして實際に標點距離として採用された 27 cm に對する百分比として求められた。

最初の三つの荷重階に對して算出せられたるボアソン比  $\sigma$  の値は次の第四表に示す通りである。但し表中測定位置に於て單に端部と記せるものは材長によりて柱の端面よりの距離を異にし、材長 2 m のものに於ては端面より 45 cm の位置に於て、又材長 1.3 m のものに於ては端面より 10 cm の位置に於て計れるものなるが之を柱長の中央よりの距離として計るときは總ての柱を通じて等しく 55 cm の位置に當る。

第四表

供試柱 記號	供 種 試 柱 類	柱 長 m	測 定 位 置	下記の應力度に於けるボアソン比 $\sigma$				
				19.1 kg/cm <sup>2</sup>	36.4 kg/cm <sup>2</sup>	53.5 kg/cm <sup>2</sup>	平均値	
2a	柱頭なし	0.2	中央	10.4	10.6	10.0	10.3	
			端部	8.8	8.9	9.0	8.9	
	柱頭あり		中央	7.3	7.5	7.4	7.4	
			端部	12.0	11.2	10.7	11.3	
1a	柱頭なし	1.3	中央	6.4	6.5	6.5	6.5	
			端部	6.2	6.3	6.3	6.3	
	柱頭あり		中央	6.7	6.5	6.3	6.5	
			端部	8.6	8.3	8.4	8.4	
1a'	柱頭なし	1.3	中央	6.6	6.5	6.4	6.5	
			端部	8.2	8.3	8.1	8.2	
平均値				9.63	9.55	9.28	9.49	
平均値				7.11	7.07	7.00	7.06	

上表の結果によれば 3 本の無筋コンクリート柱の中央部に於ける  $\sigma$  の値は良く一致し、應力度の増加に伴ひて稍々減少するを見る、而してその九つの値の平均に於て  $\sigma=6.5$  となる、材長 2.0 cm の柱頭なき無筋コンクリート柱の端部（但し端面より 45 cm）に於ける  $\sigma$  の値も殆ど之と一致して  $\sigma=6.3$  を示せり、然るに柱頭なき無筋コンクリート柱にても柱長 1.3 cm のものは端部（但し端面より 10 cm）に於けるボアソン比の値  $\sigma=8.2$  を示し、柱頭

ある無筋柱の端部（但し柱頭を除きたる軸部の端より 10 cm）に於ける値  $\sigma = 8.4$  と略一致するを見る；之を要するに無筋コンクリートの場合には加壓面に近き端部に於けるボアソン比の値は柱の中央部に於ける値に比し常に著しく大なるを知る；換言すれば長さの縮に對する斷面の伸の場合が兩端に比して柱の中央部に於て著しく大なる結果となる；尙無筋コンクリートの個々の柱に於けるボアソン比の値を見るととき最小  $\sigma = 6.2$  より最大  $\sigma = 8.6$  に及び其總平均に於て  $\sigma = 7.06$  となる。

次に鐵筋を有するコンクリート柱に於ては柱頭なき場合の中央部に於て  $\sigma = 10.3$ 、柱頭ある場合に於て  $\sigma = 7.4$  を示す；Rudeloff 氏は此兩者の値の著しく相違して表はれたる事實を説明して柱頭ある柱の堅筋が柱頭なき場合に比し偶然中央部に於て外方に向つて大なる彎曲をなしたるに基くとなし、此兩者の値の平均をとれば  $\frac{10.3+7.4}{2} = 8.9$  となりて柱頭なき鐵筋コンクリート柱の加壓面より 45 cm 離れたる位置に於けるボアソン比の値  $\sigma = 8.9$  と一致する事を示してゐる；平均値の最大は柱頭ある鐵筋コンクリート柱の端部（軸部の端より 10 cm）に於て見出され  $\sigma = 11.3$  を示した；尙鐵筋を有するコンクリートの場合の個々の柱に於ける  $\sigma$  の値を見るととき最小  $\sigma = 7.3$  より最大  $\sigma = 12.0$  に及び其總平均に於て著しく大に出でたるを見るべし。

以上に示すが如くボアソン比の値は鐵筋の有無によつて値を異にし、又同じ鐵筋コンクリート柱又は無筋コンクリート柱に於ても變形測定の位置、柱頭の有無、柱長の差によりて其値に著しき相違あるが故に本實驗の結果から定數としてのボアソン比の値を決定することは不可能である。

尙 Rudeloff 氏は其結論に於て本實驗の結果からは何等一般的の法則を見出し得ないけれども尙一般にコンクリートのボアソン比  $\sigma$  の値が荷重の增加に伴つて減少する事を認め得（第四圖に平均値を以て示したる III 並に IV の兩曲線参照）と主張してゐる；然るに此結論は同じ Rudeloff 氏の研究にかかる柱頭なき柱の實驗に於ける『コンクリートのボアソン比  $\sigma$  は常に最初の應力度の小なる間に於けるものが大なる應力度に於けるものよりも小である』と云ふ結論と相反し、Bach 並に Graf 兩氏の實驗結果とも衝突を來す事となる。

此興味ある二つの相反せる結果を生じたる事實に就ては之を次の如くに説明したいと思ふ。即ち柱状材の壓力試験に於ては材の受くる變形は其材の形狀並に補強の狀態によつて著しき影響を受け決して純理論的な一軸應力の狀態を來す事がなく其結果として第四表によつても明かなるが如く長さの縮と横伸との比は柱の軸に沿つて到る所著しく値を異にし、從つて應力の增加に伴ふボアソン比の値の變化も其變形を測定せる位置の如何によつて異なりたる結果となつて表はれたるものとなすべきである；此理由に基きコンクリートを以て柱状の供試體を作り其壓力試験による變形を測定する方法はボアソン比を見出す爲の手段としては不

適當なりと断する事が出来る。

### 第三節 Withey 氏の実験

M. Withey 氏は1909年より1910年の間に University of Wisconsin の材料試験室に於て行はれたる鉄筋コンクリート柱の実験(Bulletin of the University of Wisconsin No.466, 1910)に於て同じく柱の変形を測定する事によつてコンクリートのボアン比を算出してゐる。

實験に供せられたる柱は數種の異なりたるセメントを用ひて作られ其總數 74 本, 之を其目的に従つて四つの種類に分つて實験した, 其内ボアン比の算出に用ひた柱は第一類に屬する 27 本と, 第二類に屬する 22 本の合計 49 本であつて, 第二類中の 8 本に一部偏心荷重を作用せしめて試験したる外, 總ての柱は軸圧荷重によつて實験せられたるものである。

ボアン比の測定に用ひられた柱は全部同一のセメントを以て作られたがコンクリートの調合比は供試體によつて著しく相違せしめ, 調合比並に補強を同じうする柱各 2 本宛を作つて之に後に示す第五表並に第七表に見るが如き同じ記號を附して試験に供した, 總ての供試柱は長さ 2.59 m (但し原文に於ては foot 並に inch を以て記されたるも他の實験との比較に便せんが爲に meter に換算せり, 以下之に準ず) 直径 25.4-26.7 cm の圓形斷面を有し, 之を螺旋状卷筋を以て補強したものである, 尚供試體の一部には豎筋を有せざるものも含ませ, 更に全然鐵筋を配せざるコンクリートのみの柱(記號 W)も 3 本加へて比較に供した, 尚卷筋の外部を包む被覆コンクリートは破損し易くして柱の強度に關せざるの故を以て総ての柱を通じて極めて薄きものとされた, 故に上記の柱の直徑も螺旋状筋の直徑に相當する値である。

實験は材齡約 60 日に於て行はれ荷重は 270 t 試験機を用ひて階段状に加へられ, 變形の測定には特に此目的の爲に考案された裝置が使用された, 柱の方向に於ける變形測定の標點距離は平均 1.63 m とし柱の軸に垂直なる方向の伸は柱の直徑の長さの變化を測る事とした但し其位置としては柱の長さの中央部に於ける唯 1 箇所に限られた。

實験の結果は Withey 氏の報告に準じて第一類, 第二類に區別して示す事とする。1. は即ち第一類にして鐵筋量の影響に關する實験。2. は第二類にして調合比の影響に關する實験である。

#### 1. 鐵筋量の影響に關する實験

之は鐵筋コンクリート柱に於ける豎筋並に卷筋の量を變化せしむる事によつて生ずべき影響を見出さんとする實験であつて, 之に使用された各供試柱の鐵筋量, 調合比並にボアン比に關する實験の結果を抄記すれば次の第五表に見るが如くである。

第五表

供試柱 記 號	鐵筋量 %		調合比	破壊應力度 kg/cm <sup>2</sup>	破壊應力度の 1/4 に於 けるボアソン比 σ		備考
	堅 筋	螺旋筋			各柱の値	平均 値	
{H <sub>1</sub>	0	0.50	1 : 2 : 3.5	164	7.15	7.97	
{H <sub>2</sub>	0	0.50	1 : 2 : 3.5	150	8.78		
{G <sub>1</sub>	2.00	0.50	1 : 2 : 3.5	234	--		
{G <sub>2</sub>	2.00	0.50	1 : 2 : 3.5	230	9.10	9.10	
{I <sub>1</sub>	3.78	0.50	1 : 2 : 3.5	298	7.15		
{I <sub>2</sub>	3.78	0.50	1 : 2 : 3.5	287	12.50	9.83	
{J <sub>1</sub>	6.11	0.50	1 : 2 : 3.5	365	11.11		
{J <sub>2</sub>	6.11	0.50	1 : 2 : 3.5	355	11.76	11.44	
{L <sub>1</sub>	0	0.50	1 : 2 : 3.5	188	6.45		
{L <sub>2</sub>	0	0.50	1 : 2 : 3.5	183	7.30	6.88	鐵 筋 あ る 場 合
{K <sub>1</sub>	2.00	1.00	1 : 2 : 3.5	284	9.10		
{K <sub>2</sub>	2.00	1.00	1 : 2 : 3.5	264	7.41	8.26	
{N <sub>1</sub>	3.78	1.00	1 : 2 : 3.5	284	10.00		
{N <sub>2</sub>	3.78	1.00	1 : 2 : 3.5	305	6.25	8.13	
{M <sub>1</sub>	6.11	1.00	1 : 2 : 3.5	337	12.05		
{M <sub>2</sub>	6.11	1.00	1 : 2 : 3.5	322	8.48	10.27	
{P <sub>1</sub>	8.00	1.00	1 : 2 : 4	475	8.13		
{P <sub>2</sub>	8.00	1.00	1 : 2 : 4	496	8.40	8.27	
{O <sub>1</sub>	6.11	1.96	1 : 2 : 4	458	7.75		
{O <sub>2</sub>	6.11	1.96	1 : 2 : 4	467	7.58	7.67	
{R <sub>1</sub>	8.00	1.96	1 : 2 : 4	509	8.55		
{R <sub>2</sub>	8.00	1.96	1 : 2 : 4	469	7.25	7.90	
{Q <sub>1</sub>	10.12	1.96	1 : 2 : 4	434	11.36		
{Q <sub>2</sub>	10.12	1.96	1 : 2 : 4	560	9.90	10.63	
				平均値	8.86		
{W <sub>1</sub>	0	0	1 : 2 : 4	187	7.30		
{W <sub>2</sub>	0	0	1 : 2 : 4	187	8.98	8.92	鐵 筋 な き 場 合
{W <sub>3</sub>	0	0	1 : 2 : 4	174	10.52		
				平均値	8.92		

上表に見るが如く、Withey 氏の實驗に於てはボアソン比の値は破壊應力度の 1/4 に相當する應力度に於て求められた、此應力度は強度計算上の参考とするに適當なる結果を得んが爲に選ばれたものである。ボアソン比の値は Rudeloff 氏の實驗と同様に此應力度に於ける柱の縱の方向に於ける單位長に對する變形を之に相當すべき單位長に對する横の變形にて除して算出したものである。

Withey 氏は此結果に就て、螺旋筋並に堅筋は柱の側方に向つての變形に影響する事僅小に過ぎざるが故に本實驗の結果として得たるボアソン比の値は略々柱を構成してゐるコンクリ

ートのボアソン比の値に近いものであると述べてゐる、然し事實に於ては上表に示す如く鐵筋を有する個々の柱に於けるボアソン比の値は最小  $\sigma = 6.25$  ( $N_2$ ) より最大  $\sigma = 12.50$  ( $L_2$ ) に達し、之を同種類の柱各 2 本宛の平均値に就て見るも尙  $\sigma = 6.88$  ( $L$ ) より  $\sigma = 11.44$  ( $J$ ) に至り、其差著しく大なるが故に、たゞへ上表の數字より一般の法則を見出す事が困難なりとするも尙鐵筋の量がボアソン比の値に影響を與ふべき事は明であつて、之は具體的に證明する事が出来る、即ち今例として同一の調合比並に同一量の螺旋筋（間隔何れも 5 cm）を有し、たゞ豎筋の量のみを異にする  $H, G, I, J$  の 4 種の柱をとりて鐵筋の量とボアソン比の値との関係を求むれば次の第六表に見る如き結果を得。

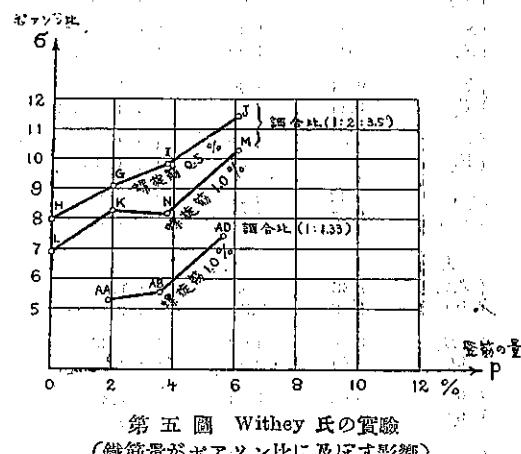
第六表

供試柱記號	豎筋の量 $p$	ボアソン比 $\sigma$
$H$	0	7.97
$G$	2.00	9.10
$I$	3.78	9.83
$J$	6.11	11.44

此表を圖上に示したものは第五圖の  $HGIJ$  曲線である、表並に圖によつて明かなるが如く、柱に於ける豎筋の量  $p$  が増加するに従ひボアソン比  $\sigma$  の値も次第に増加するを見る。

尚第五圖には同一の調合比並に螺旋筋を有する他の例として  $L, K, N, M$  の各柱に於ける値をも併せ示した、其結果は  $HGIJ$  の曲線と大體に於て同様の傾向を示し、豎筋の量  $p$  が増すに従つて、ボアソン比  $\sigma$  の値の増すを示す、更に螺旋筋の間隔 5 cm (即ち鐵筋比に於て 0.5%) なる  $HGIJ$  の曲線に比し、其間隔 2.5 cm (即ち鐵筋比に於て 1.0%) なる  $LK$   $NM$  の曲線が常に下方に在る事によりボアソン比の値は繋筋の間隔が小なる程小となるを知る、之により Withey 氏が論ずるが如く、鐵筋の量による影響を小なりとし以上の實驗によつて得たる結果を以て直ちにコンクリートのボアソン比を表はすものなりとするは當を得ざるものと考へらる。Withey 氏の實驗に於ては参考の爲に取扱ひたる鐵筋を有せざるコンクリート柱(記號  $W$ ) 3 本に於てはボアソン比の値は最小  $\sigma = 7.30$  より最大  $\sigma = 10.5$  2 の間にで其平均に於て  $\sigma = 8.92$  を示した。

更に Withey 氏の實驗による結果としてボアソン比の値と應力度の大小に就ても述べられ



第五圖 Withey 氏の實驗  
(鐵筋量がボアソン比に及ぼす影響)

てゐる、今上に挙げたる  $H, G, I, J$  の記号を有する 8 本の柱を例として示せばボアソン比の値は破壊應力度の  $1/4$  に於ては  $\nu=7.15-12.50$  の間に見出されてゐるが更に荷重を増加して供試體の側面に最初の亀裂を發生した際の變形を用ひて算出した値は  $\nu=6.8-7.25$  の間に在つてコンクリートのボアソン比の値が應力度の増加に伴つて減少する事を示してゐる。

## 2. 調合比の影響に関する實驗

此實驗はセメントと他の凝元體との調合比を變化せしむる事によつて得らるべき鐵筋コンクリート柱の強度並に彈性上に於ける影響を見出さんとしたるものにして實驗に使用したる各供試柱の鐵筋量調合比並にボアソン比に関する實驗の結果を抄記すれば第七表に見るが如くである。

第七 表

供試柱 記號	鐵 筋 量 %		調 合 比	破 壊 應 力 度 kg/cm <sup>2</sup>	破壊應力度の $1/4$ に於けるボアソン比 $\nu$		備 考
	堅筋	螺旋筋			各柱の値	平均 値	
$Z_1$	5.83	1.00	1 : 3 : 6	405	12.50		
$Z_2$	5.83	1.00	1 : 3 : 6	350	11.11	11.81	
$X_1$	0	1.00	1 : 1.75 : 3.25	—	5.26		
$X_2$	0	0.99	1 : 1.75 : 3.25	—	6.25	5.76	
$Y_1$	5.69	0.99	1 : 1.75 : 3.25	—	5.26		
$Y_2$	5.83	1.00	1 : 1.75 : 3.25	—	5.26	5.26	
$S_1$	0	1.00	1 : 1 : 2	418	6.67		
$S_2$	0	1.00	1 : 1 : 2	405	8.34	7.51	
$T_1$	6.11	1.00	1 : 1 : 2	526	6.67		
$T_2$	6.11	1.00	1 : 1 : 2	499	7.70	7.19	
$V_1$	0	1.00	1 : 1.29	405	6.25		
$V_2$	0	1.00	1 : 1.29	345	9.10	7.68	
$U_1$	6.11	1.00	1 : 1.29	566	7.14		
$U_2$	6.11	1.00	1 : 1.29	590	9.10	8.12	
				平均値	7.62		
$AA_1$	1.86	0.99	1 : 1.33	513	5.00		
$AA_2$	1.86	0.99	1 : 1.33	513	5.55	5.23	
$AB_1$	3.60	1.00	1 : 1.33	526	4.76		
$AB_2$	3.51	0.99	1 : 1.33	513	6.25	5.51	
$AC_1$	5.83	1.00	1 : 1.33	526	6.25		
$AC_2$	5.56	0.97	1 : 1.33	—	6.00	5.63	
$AD_1$	5.69	0.99	1 : 1.33	—	7.15		
$AD_2$	5.56	0.97	1 : 1.33	—	7.69	7.42	
				平均値	5.96		

此實驗に於ても前の場合と同様にボアソン比の値は破壊應力度の  $1/4$  に相當する應力度に於て算定されたものである、尙此實驗に於ては備考欄に示せる如く  $Z_1$  より  $U_2$  に到る 14 本の柱は前の實驗と同様に軸圧荷重によつて試験したものであるが  $AA_1$  より  $AD_2$  に到る 8 本の柱は最初 280 t までは他の柱と同様に軸圧荷重を作用せしめたが、尙破壊に至らないので更に特殊の裝置を用ひて偏心荷重を作用せしめたものである、故に第七表の  $AA_1$  より

$AC_1$  に到る柱の破壊應力度の欄に示す數字は實際の破壊應力度にあらずして最初に加へた軸壓力の限度に相當する應力度なりと知るべきである。

今第七表に示されたポアソン比の値を個々の柱に就て見るに軸壓荷重のみによる柱に於ては最小  $\sigma = 5.26 (Y)$  より最大  $\sigma = 12.50 (Z_1)$  に及び之を同種類の柱各 2 本宛の平均値に見るも  $\sigma = 5.26 (Y)$  より  $\sigma = 11.81 (Z)$  に到り其平均値は 7.62 となるが之を以て定數となすには餘りに大小の値の差が大である。

又之を軸压荷重と偏心荷重の兩方の作用を受けたる柱に就て見るとときは其値最小  $\sigma = 4.76 (AB_1)$  より最大  $\sigma = 7.69 (AD_2)$  に及び其平均値に於て  $\sigma = 5.96$  を示してゐる、此偏心荷重を作用せしめたる 8 本の柱は調合比全部同一であつて、螺旋筋（間隔何れも 2.5 cm）の量も總てを通じて約 1 %なるが故にポアソン比の値に變化を生ぜしめたるものは主として堅筋の影響によるものと見る事が出来る、今比較に便する爲に第七表の一部を抄記し堅筋の量とポアソン比の値とを表示せば第八表を得。

第 八 表

供試柱記號	堅筋の量 $p$	ポアソン比 $\sigma$
$AA$	1.86	5.28
$AB$	3.56	5.51
$AD$	5.63	7.42

第五圖の  $AA-AB-AD$  の曲線は此結果を圖示したものであつて、前の實驗に於ける  $HGJ$  並に  $LKNM$  の曲線と全く同様な傾向を示し、柱に於ける堅筋の量が増加するに従ひポアソン比の値も次第に増加するを見る。斯の如く鐵筋量によつて受くるポアソン比の値の變化著しきが故に Withey 氏の論するが如く、此實驗結果を以て直ちにコンクリートのポアソン比の値と看做す事は是に於ても亦その不合理なる事が認められる。

Withey 氏は尙本實驗の結果に基きポアソン比の値は調合比の優良なるコンクリートに於けるものが其劣等なるものに於けるよりも小であると報告してゐる、其一例は之を第五圖に見るを得べし、即ち  $1 : 1.33$  の調合比を有する  $AA-AB-AD$  の曲線は  $1 : 2 : 3.5$  の調合比を有する  $LKNM$  の曲線に比して著しく下方に位してゐる。

尙本實驗に於ても前の實驗に於けると同様にポアソン比の値と應力度との關係が見出されてゐる、今例として第七表中より調合比を異にする 4 本の柱を選びて其實驗結果を示せば第九表の如くになる。

第 九 表

供試柱 記 號	調 合 比	下記の應力度に於けるポアソン比 $\sigma$	
		破壊應力度の $\frac{1}{2}$	亀裂發生時の應力度
$Z_1$	1 : 3 : 6	12.50	5.00
$X_1$	1 : 1.75 : 3.25	5.25	4.90

$S_1$	1 : 1 : 2	6.67	5.35
$U_1$	1 : 1.29	7.14	5.10

即ちボアソン比の値は前の実験結果と同様に破壊應力度の  $1/4$  に相當する應力度の場合よりも龜裂發生時の應力度に於けるものゝ方が小に出でたり、換言すればボアソン比  $\sigma$  の値は應力度の增加に伴ひて減少する事となる、更に第九表を注意するときは、破壊應力度の  $1/4$  に於ける  $\sigma$  の値が最小  $\sigma = 5.25$  より最大  $\sigma = 12.50$  に及び其差著しく大なるに反し、龜裂發生時の値に於ては最小  $\sigma = 4.90$  より最大  $\sigma = 5.35$  の間にありて其値の極めて相近きを見る、之によつて論すればボアソン比の値は大なる應力度に於てはコンクリートの調合比如何に關せざるものゝ如し。

之を要するに Withey 氏の實験の結果として知り得たる事はボアソン比の値が應力度の増加に伴ひて減少する事並に應力度の小なる間は調合比のよきコンクリートのボアソン比が小なる値を示すが大なる應力度にありては調合比に無關係に略相近き値を示す事の二つであつて、更に鐵筋量の影響としては繫筋の間隔小なる柱のボアソン比は其値も亦從つて小であるが逆に堅筋の方は之が増せばボアソン比の値が増す事が知られた。但し斯の如く補強鐵筋の量によつてボアソン比の値に著しき相違の生じたる事實は鐵筋コンクリート柱を供試體とする實験がボアソン比の値を決定する上に於て不適當なる事を證明するものであつて、Withey 氏の實験も Rudeloff 氏の場合と同様に何等決定的の結論を導き得なかつた事となる。殊に Withey 氏の實験に於ては同一種類の柱を僅かに 2 本宛作つて試験したに過ぎいながら其理論的價値は一層減じたるものと見なければならぬ、之を具體的に示せば I の記號を附したる 2 本の柱を例として擧げる事が出来る、即ち I<sub>1</sub> に於ては  $\sigma = 7.15$  なるに反し、全く同一の調合比並に配筋を有する I<sub>2</sub> に於ては  $\sigma = 12.50$  を示、し其差 5.35 は I の  $\sigma$  に對して實に 75% の大なる相違に當つてゐる。

#### 第四節 Kleinlogel 氏の實験

A. Kleinlogel 氏は 1911 年に Firma Johann Odorico の委嘱により螺旋狀並に環狀の繫筋を旋したコンクリート柱に關する實験(Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft XIX, 1912) を行ひ其際にボアソン比に關する報告をしてゐる、尙此實験に於て Kleinlogel 氏は主として實驗方針の計畫に當り之が實行は Dresden の材料試験所に於て Scheit 氏指導の下に行はれたるが故に又 Scheit 氏の實験として知らるゝものである。

供試柱は直徑 33 cm の圓に外接する正八角形の斷面を有し長さ 1 m, 其數合計 24 本である、ボアソン比の測定に用ひられた柱は其内の第 I 類より第 IV 類に到る補強狀態を異にした 4 種類であつて、其調合比は何れも 1:3:2, 水量は 8.5%, 各種につき 3 本宛計 12 本の

柱が試験に供せられた。第 I 類の 3 本は無筋のコンクリート柱である。

實験は供試柱の材齡 45 日に於て行はれ其際供試體の變形は Rudeloff, Withey 兩氏の實驗に於けると同様に柱の軸の方向と之に垂直なる斷面の方向とに於て測定された, 即ち軸の方向に於ける變形は柱の相對せる二面に於て標點距離 33 cm. に就て測定し, 之に垂直なる方向の變形は柱の長さの中央と此點より兩端へ向つて各 33 cm. 宛の距離にある點との合計 3箇所の斷面に於て測定された, 變形測定用の裝置としては縦横共に Martens 式の反射鏡が用ひられた。

荷重は階段状に加へられ且つ各荷重階に達する毎に之を初荷重に復せしめた。荷重は時間の経済上より各荷重階につき唯一回加ふるに止め、同一荷重を數回反復作用せしむる事は試みられなかつた。供試體が約  $100 \text{ kg/cm}^2$  の應压力度を受けたる後は之を別の試験機に移して破壊荷重を求めた。従つて實驗の結果として得たるボアソン比の値もコンクリートの應压力度  $f_c = 100 \text{ kg/cm}^2$  以内に於て測定されたものである。

實験の結果は次の第十表に示す通りである。表中第 I 類の No. 3 の値を缺いたのは測定装置の故障により實験の結果が不確實なりしに基く、尙表に示すボアソン比の値は柱の中央部に於ける測定の結果を示したもので上下兩端に於ける値は之を略した。其理由は柱の軸の方向に於ける縮の測定が中央部唯 1 箇所に限られたるが故に  $\nu$  の値としても兩端に於けるものに比し、中央部の値が一層正確に近きに基く、又表中のコンクリート應力度  $f_c$  は各荷重階に相當する値であつて、ボアソン比  $\nu$  の値は常に之等の應力度から初荷重に相當する應力度  $f_c = 5.6 \text{ kg/cm}^2$  に復せしめて求めたるが故に既に述べたる諸氏の實験と同様にコンクリートの彈性變形を基として算出せるボアソン比なりと知るべきである。

## 第十表

ボアソン比																
コンクリート 強度 $f_c$ $\text{kg/cm}^2$	第 I 類				第 II 類				第 III 類				第 IV 類			
	堅筋 0 %, 軟筋 0 %			堅筋 1.23 %, 軟筋 1.21 %			堅筋 1.47 %, 軟筋 2.18 %			堅筋 1.7 %, 軟筋 3.6 %						
	No.	No.	No.	平均	No.	No.	No.	平均	No.	No.	No.	平均	No.	No.	No.	平均
5.6	0	0	—	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11.1	7.80	8.90	—	8.35	8.35	8.47	19.13	11.98	7.35	6.72	7.05	7.04	8.78	8.62	7.47	8.62
16.6	7.70	7.19	—	7.45	8.41	8.54	8.19	8.38	7.08	7.04	10.45	8.19	8.06	8.09	7.81	7.99
22.2	7.07	7.85	—	7.43	8.45	8.72	8.12	8.43	7.31	7.19	7.66	7.40	8.46	8.19	8.13	8.26
27.7	7.15	8.56	—	7.86	8.71	8.58	7.86	8.38	7.41	7.30	7.62	7.44	8.59	8.09	7.80	8.16
33.3	7.25	8.67	—	7.96	8.54	8.28	8.30	8.37	7.51	7.46	7.87	7.61	8.14	8.25	7.95	8.45
38.8	7.23	8.72	—	7.98	8.76	8.61	8.24	8.54	7.65	7.52	7.92	7.76	8.07	8.22	8.20	8.16
44.3	7.02	8.16	—	7.59	8.85	8.47	8.47	8.69	7.67	7.72	7.80	7.73	7.93	8.37	8.31	8.23
49.9	7.12	8.24	—	7.68	8.70	8.66	8.48	8.61	7.69	7.58	7.93	7.78	7.82	8.44	8.27	8.17
55.4	7.00	8.06	—	7.53	8.69	8.87	8.34	8.63	7.58	7.62	8.05	7.75	7.90	8.40	8.30	8.20

61.0	6.93	7.89	—	7.41	8.85	8.98	8.17	8.67	7.51	7.53	7.95	7.66	7.73	8.42	8.36	8.17
66.5	7.34	7.72	—	7.53	8.87	8.81	8.05	8.44	7.49	7.69	7.99	7.72	7.67	8.48	8.26	8.14
72.1	6.33	7.53	—	6.96	8.86	8.90	8.01	8.59	7.42	7.63	8.02	7.68	7.69	8.42	8.08	8.06
77.6	6.07	7.25	—	6.66	8.73	8.96	7.90	8.56	7.31	7.65	8.03	7.66	7.47	8.47	8.43	8.12
83.1	5.69	7.03	—	6.36	8.39	8.78	7.57	8.24	7.28	7.62	8.05	7.65	7.37	8.48	8.46	8.10
88.7	5.32	6.66	—	5.99	8.86	8.55	7.23	8.21	7.24	7.64	8.06	7.65	7.36	8.50	8.50	8.12
94.2	4.94	6.27	—	5.61	8.59	8.32	7.03	7.91	7.09	7.63	8.04	7.59	7.37	8.57	8.51	8.15
99.8	4.55	—	—	4.55	8.62	7.95	6.72	7.76	6.98	7.58	8.08	7.55	7.28	8.52	8.50	8.10
平均値	6.61	7.34	—	7.11	8.65	8.61	8.51	8.60	7.82	7.48	8.36	7.68	7.92	8.38	8.13	8.23

第十表の数字を見易からしめん  
が爲に圖上に示したるものは第六  
圖である。圖に示す I, II, III,  
IV の 4 曲線は第 I 類より第 IV  
類に至る 4 種の供試柱の結果を表  
はし其値は何れも各供試柱の値  
の平均を取つたものである。尙圖  
に於て應力度の變化に伴ふ $\sigma$  の値  
の變化に不規則な部分があつて曲  
線が平滑な形に得られなかつたの  
は前に述べたるが如く荷重を唯一  
回限り作用せしめて變形を測定し  
たるが故に正確なる變形を得ざり  
しに基く。

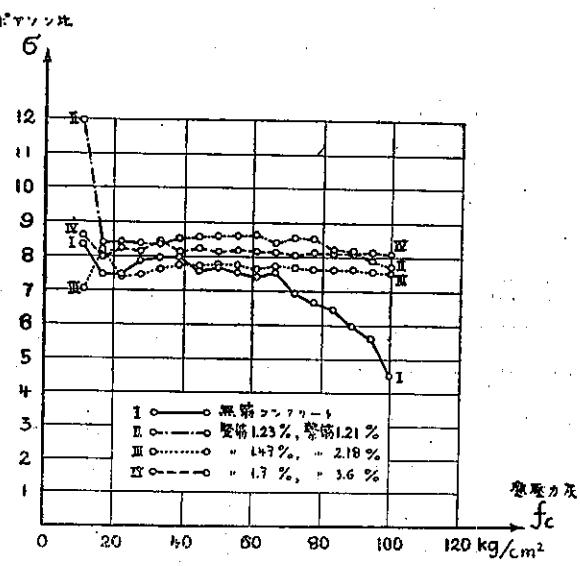
此實驗の結果に基き Kleinlogel 氏はポアソン比に關して下の如くに論じてゐる。  
無筋コンクリート（但し調合比 1:3:2, 水量 8.5 %, 材齡 45 日）に於ては應力度の大  
小に伴ふポアソン比の値は次の如くに假定し得。

$$\begin{array}{ll} f_c = 11.1-5.6 \text{ kg/cm}^2 & \sigma = 8-9 \\ f_c = 16.6-5.6 & \sigma = 7-8 \\ f_c = 38.8-5.6 & \sigma = 7-9 \\ f_c = 99.8-5.6 & \sigma = 4-6 \end{array}$$

測定の結果によればポアソン比の値は第十表に見るが如く  $f_c = 38.8 \text{ kg/cm}^2$  までは No. 1 の  
供試體に於て平均  $\sigma = 7$  に近く No. 2 の供試體に於て  $\sigma = 8.5$  に近い、故に結論として

許容應力度  $f_c = 40 \text{ kg/cm}^2$  以内に於ては無筋コンクリートのポアソン比の値は平均  
 $\sigma = 8$  と擇び得。

と論じてゐる。



第六圖 Kleinlogel 氏の實驗

尚此  $\sigma=8$  なる値を定むるに當つては第十表に省いた No. 3 の供試體の結果も参考にされてゐる、如何となれば No. 3 の供試體も裝置に故障なく測定を行ひ得たる範囲 ( $f_c=72.1 \text{ kg/cm}^2$  以下) に於ては常に  $\sigma=8$  に近き値を示したが故である。

更に大なる應力度に於ては表に見る如く  $f_c=100 \text{ kg/cm}^2$  に於て No. 1 に於ては  $\sigma=4.55$  に減じ、No. 2 に於ては約  $\sigma=6$  となる、No. 3 の供試體に於ける結果をも参考して

無筋コンクリートのボアソン比の値は  $f_c=100 \text{ kg/cm}^2$  に於て平均  $\sigma=5$  と假定し得。

との結論に達してゐる。

Kleinlogel 氏は又第六圖の曲線 I に見るが如く、 $\sigma$  の値が  $f_c=61 \text{ kg/cm}^2$  の附近より急に減少する點を考慮して

破壊荷重に近き應力度に於ては  $\sigma$  の値は 3-2 に近づくものと想像せらる。

と述べてゐる、而して此點は次の第五節に述べんとする Talbot 氏の實驗結果ともよく一致する所である、更に Kleinlogel 氏は其實驗によつて見出したる  $\sigma=8-5$  なる値が Talbot 氏の  $f_c=28-109 \text{ kg/cm}^2$  に對して見出せる  $\sigma=9.7-3.8$  なる値の中間に位する事によつて、其結果の一層信頼し得る所以となしてゐる、但し兩者の實驗値を比較せんとするに當つてはその供試體の形狀、調合比並に材齡等に於ける相違を考慮に入れる必要がある事は勿論である。

更に Kleinlogel 氏は  $\sigma$  の値と彈性變形との關係に就て次の如き結論を擧げてゐる。

ボアソン比の値はコンクリートの彈性的狀態に従つて變化し他の狀態が總て同一なりとすればコンクリートが壓縮されると従つて次第に速かに減少する、即ち變形度の增加に伴ふ  $\sigma$  の減少は直線狀に起るものと假定するを得ない。

又ボアソン比の値  $\sigma$  と彈性率  $E$  との關係に就ては長さの縮に對する彈性率  $E$  が減少するに伴つて  $\sigma$  の値も減少するとなしてゐるが、此法則に關しては氏自身も述べてゐるが如く本實驗は結果不充分なるが故に更に多數の供試體を用ひ、多數の荷重を反復作用せしむる實驗を行ひて決定すべき性質のものと信する。

之を要するに Kleinlogel 氏の實驗の結果によればコンクリートのボアソン比  $\sigma$  は應力度の增加に伴ふて減少する事となる、尚  $\sigma$  の曲線が破壊應力度に近づくに従ひ急に方向を轉ずる事に關しては Kleinlogel 氏は之を單なる横伸の絶對值又は  $\sigma$  の値によるものでなく、撓度曲線 (Durchbiegungslinienzüge) の方向の變化に基く影響によるものと説明してゐる。(撓度曲線に關しては Kleinlogel:—Zur Verwertung des Durchbiegungsdiagramms, „Beton u. Eisen“ 1908, Nr. 16; 1909, Nr. 1 u. 2 參照)

次に堅筋並に繫筋を有するコンクリートのボアソン比の値に關しては次の如き結論に達してゐる。

許容應力度の範圍内に於ては  $\sigma$  の曲線は總ての供試體を通じて比較的直線状に現はれ  $\sigma$  の値には變化少なくして

第 II 類の供試體に於ては	$\sigma = 8-9$
第 III 類の供試體に於ては	$\sigma = 7-8$
第 IV 類の供試體に於ては	$\sigma = 7.5-8.5$

を示し平均値としては  $\sigma = 8$  を得（第六圖曲線 II, III, IV 參照），更に大なる應力度に於ても  $\sigma$  の値は一般に許容應力度に對して示したる  $\sigma = 8$  なる値と大差なきが故にコンクリート又は繫筋を有するコンクリートに於て平均値を用ひて計算する事を許すものとせば  $f_c = 100 \text{ kg/cm}^2$  に於ても同じく  $\sigma = 8$  とする事が出来る。

$\sigma$  の曲線が補強を有する供試柱に於て大體直線状に現はれ其平均値が約  $\sigma = 8$  に得られたと云ふ事は第 I 類の無筋コンクリートの場合に比し，第 II, 第 III, 第 IV 類の鐵筋コンクリート柱に於て横伸の量が長さの壓縮さるゝ量に比して規則正しき關係に現はれたと云ふ事になる，Kleinlogel 氏は此點に基き補強を有するコンクリートに於ては  $\sigma = 8$  なる數を基礎とする事により，少くも  $f_c = 100 \text{ kg/cm}^2$  の範圍内に於ては長さの方向に於ける壓縮の量のみを知る事によつて直ちに横の方向に於ける彈性變形の量を見出しえしと論じてゐる。

更に Scheit 氏は別に上記の實驗に於ける測定値を用ひて全變形を計算の基礎とする場合のコンクリートのボアソン比を算出してゐる，其結果によれば第 I 類の無筋コンクリートの供試體 No. 1 に於ては  $\sigma$  の値が彈性變形によつて算出せる値に比して 10% 小に出で，供試體 No. 2 に於ては  $f_c = 60 \text{ kg/cm}^2$  の應力度に於て彈性變形によつて求めたる  $\sigma = 8$  と全く一致する値を示すも，之よりも小なる  $f_c = 20 \text{ kg/cm}^2$  に於ては  $\sigma = 8$  よりも 1.27 倍大なる値に出で，又之よりも大なる  $f_c = 90 \text{ kg/cm}^2$  に於ては  $\sigma = 8$  の 0.82 倍に當る小なる値に出た。

之を要するに Kleinlogel 氏の實驗はコンクリートのボアソン比の値と應力度の大小との關係に就て具體的の結果を示した唯一のものであるが，實驗方法として柱狀體の壓力による變形を取扱ひたる點に於て Rudeloff 並に Withey 兩氏の實驗と軌を一にし，從つて又同じ缺點を繰返してゐるものと見なければならない，例へば上記の  $\sigma$  の値を算定するに當つて用ひられた横伸の量の如きも柱の高さの中央に於て測定したものであるから試験機の加壓面と供試柱の端面との間に於ける摩擦が此部分に對して影響を與へないと假定し得る場合に於てのみ結果を信頼し得るものであるが Kleinlogel 氏の實驗に供せられた柱は直徑 33 cm に比して材長僅かに 1 m の短小なる形狀を有したるが故に此點にも疑點が存するものと云はねばならぬ，又現に柱の兩端即ち試験機の加壓面に近き部分に於て測定された横伸の量が却つて柱の中央部に於ける横伸の量よりも大に出でたる如き不合理なる結果を示せる供試體

もあり、又同じ供試體に於ても上下兩端によつて著しく横伸の量を異にせる如きもあつて、之等は供試體の製法特にコンクリートの打方による影響とも見らるゝが一面に於ては柱状體に壓力を作用せしむる場合に於て嚴密なる意味の一軸應力の狀態を來す事の困難なるを示すものと見るべきである。

Scheit 氏は更に其結論に於てボアソン比  $\sigma$  の値が比較的に大に得られたることに關し、之をコンクリートの材齡の低きによる結果なりとし、更に材齡の高まるに従つて  $\sigma$  の値は次第に減少し、類似の組成を有する石材のボアソン比の値に近づくものと假定し得べしと論じてゐる、然るに Scheit 氏の此假定は著者の實驗の結果によれば事實と一致せざるものなる事が確かめられた。(後出第三章、第八節結論の 3 參照)

### 第五節 Talbot 氏の實驗

A. Talbot 氏も University of Illinois に於て繫筋を施したるコンクリート柱の強度實驗 (Bulletin of the Engineering Experiment Station of the University of Illinois, No. 10, 1906) に於て變形の直接測定によつて得たるコンクリートのボアソン比に關して報告してゐる。

ボアソン比の測定に用ひられたのは無筋のコンクリート柱であつて長さ 3.05 m, 直徑 30.5 cm の圓形斷面を有し、調合比は 1 : 2 : 4 の軟練である。

實驗は材齡約 60 日に於て行はれ其際コンクリートは  $f_c = 113 \text{ kg/cm}^2$  の強度を示した、變形は上に述べたる諸氏の實驗と全く同様に柱の軸の方向と之に垂直なる方向とに於て測定されたものであるが其結果としてボアソン比の値はコンクリートの應力度  $f_c = 28-109 \text{ kg/cm}^2$  の間に於て  $\sigma = 9.8-3.8$  に見出され其平均値として約  $\sigma = 6.8$  を示した。

Talbot 氏は此實驗の結果としてコンクリートのボアソン比の値は一般の参考書等に示されてゐるボアソン比の値よりも大なるものゝ如しとなし、且つ其値は壓力を受くるコンクリートに於ては應力度の大小に従つて變化し、コンクリートの破壊應力度に達する少しく前に於て急に著しく減少すると論じてゐる、尙其値に關してはコンクリートの應力度の小なる間に於ては  $\sigma = 10$  或は之よりも稍小なる値を示し、破壊應力度に近づくに従つて急激に減少して  $\sigma = 4$  又は  $\sigma = 3.5$  に近づくものゝ如しと述べてゐる。

此實驗に於ける柱の横伸も Kleinlogel 氏の場合と同様に長さの中央に於て測定されたものであるが柱長が 3 m 以上に及んでゐるから柱の上下兩端に於ける試験機との間の摩擦による影響は之を除き得たるものと看做す事が出来る、但し本實驗の結果は Talbot 氏自身も其報告中に述べてゐる如く極めて概略的な試験的性質のものであつて、参考とするに價値が乏しきのみならず、更に本實驗に於けるボアソン比の値は總て柱の軸の方向と之に垂直なる

斷面の方向とに於ける全變形の量を基礎として算出したものであるから、之を兩者の方向に於ける彈性變形の量に基いて算出した他の諸氏の實驗の結果と比較する事が不可能である、其理由は既に Kleinlogel 氏の實驗結果に於て述べたるが如く、全變形に基く $\alpha$ と彈性變形に基く $\alpha$ とは一般に其値を異にするを以てである、Talbot 氏は尙此全變形を計算の基礎に置きたる事に關し鐵筋コンクリート構造の梁又は柱等に起る應力度の算定に際し、普通の假定に於ては應力度と變形度との關係式を應用するに當つて全變形の量を用ふるが故なりと論じてゐるが、特にコンクリートの場合に於ては一般に知らるゝが如く全變形と共に各荷重階に於ける殘留變形の量が大なるが故に之が應力度の値を決定するに當つて及ぼすべき影響も亦決して小なりとすべからず、故に殘留變形を無視したる全變形のみを用ひてコンクリートの彈性係數を論ずるは至當と認め難い、殊に從來の各種の材料の彈性に關する實驗に於ても常に彈性變形を見出す事を以て目的とし、現にボアソン比の値として普通に論ぜらるゝものも彈性變形の比を指し全變形の量に關するものにあらざるが故に、Talbot 氏の此實驗は特殊の例外的場合と見るべく、従つて本實驗の結果は一の参考としての價値を有するに止まるものと見るべきである。

## 第六節 實驗結果の綜合

以上各節に於て論じたる諸氏の實驗の結果を綜合するときは次の如き結論に達する。

1. コンクリートのボアソン比の値は應力度に從屬して變化す、但し其變化の狀態に關しては實驗者によりて説を異にし Bach 並に Graf 兩氏はボアソン比の値は應力度の大となるに從つて増加すとなし、(第三圖参照) Rudeloff 氏も柱頭なき柱の實驗に於ては小なる應力度に於けるボアソン比の値よりも大なる應力度に於ける値の方が大であるとなし(第四圖 I, II 曲線参照) Bach 並に Graf 兩氏と同じ結果を報告してゐるが、同じ Rudeloff 氏の實驗にても柱頭を有する柱の場合に於てはボアソン比の値が應力度の増加に伴ふて減少する(第四圖 III, IV 曲線参照)と報告して全く反対した結果を擧げてゐる、Withey 氏はボアソン比の値が應力度の増加に伴つて減少する方の説を述べ、Kleinlogel 氏も無筋コンクリートの場合には應力度の増大するに従つてボアソン比の値が減少する(第六圖 I 曲線参照)と論じてゐるが鐵筋を有するコンクリートに於ては應力度の値に無關係に略一定値を保つ(第六圖 II, III, IV 曲線参照)として更に別の結果を擧げてゐる、最後に Talbot 氏の實驗もボアソン比の値がコンクリートの破壊應力度に近づくに従ひ減少する事の著しき事を擧げて應力度の増加に伴つて値の減ずる方の説を述べてゐる、尙此破壊應力度に近づくに従つてボアソン比の値の減少する割合が著しく大となると云ふ事實は Kleinlogel 氏の無筋

コンクリート柱に於ける実験の結果とも全く一致する所である。

之を要するに在來の實驗に於てはコンクリートのボアソン比の値の應力度の増加に伴ふ變化に關して増減二様の正反対の説があつて、其何れを眞とすべきやを判定し難い狀態に在る。

2. ボアソン比の絶對値に關し之を比較に便せんが爲に供試體に於ける鐵筋の有無によつて無筋コンクリートと鐵筋コンクリートとに區分し、實驗者並に實驗方法によつて分類して示すときは第十一表に示す如き結果となる、但し本表に示す $\sigma$ の最大並に最小値は個々の供試體の各應力度に於ける値に就て求めたものであつて、平均値に示せる $\sigma$ は之等の各應力度に於ける値を平均したものである。

第十ー表

コンクリート種類	實驗者	實驗方法	最小値	ボアソン比 $\sigma$	最大値	平均値
無筋コンクリート	Bach; Graf	圓筒柱の捻力による實驗	3.40	7.00	4.60	
Rudeloff	柱の壓力による實驗	柱頭なき場合	6.80	7.10.	7.00	
		柱頭ある場合	6.20	8.60	7.06	
	Withey	柱の壓力による實驗	7.30	10.52	8.92	
	Kleinlogel	柱の壓力による實驗	4.55	8.90	7.11	
鐵筋コンクリート	Talbot	柱の壓力による實驗	3.80	9.80	6.80	
	Rudeloff	柱の壓力による實驗	3.70	8.20	6.50	
		柱頭なき場合	1.50	3.10	2.30	
		柱頭ある場合	7.30	12.00	9.49	
	Withey	柱の壓力による實驗	6.25	12.50	8.86	
	鐵筋量の異なる場合	5.26	12.50	7.62		
Kleinlogel	Withey	調合比の異なる場合	4.76	7.69	5.96	
		軸壓荷重	6.25	12.50	8.86	
		軸壓並に偏心荷重	6.72	19.13	8.60	
		第 II 類	6.72	10.45	7.68	
		第 III 類	7.28	9.78	8.23	
						平 均 7.25

此表によつて明かなるが如く、ボアソン比の値はコンクリートが鐵筋を有する場合も有せざる場合も實驗者によつて著しく其結果を異にし且つ同一實驗者に於ても其實驗の方法により又供試體の形狀等により値に甚しき相違を來し、最大値と最小値との差も總ての場合を通じ其開きの著しく大なるを見る、今之を特に無筋コンクリートの場合に就て示したものは第七圖である、即ち無筋の場合に於てもボアソン比の値は最小 $\sigma=3.40$  (Bach; Graf) より最大 $\sigma=10.52$  (Withey) に及び之を各實驗の平均値に就て見るも尙最小 $\sigma=4.60$  より最大 $\sigma=8.92$  の間にあつて、其差餘りに大なるが故に

之等の數字から定數としてのボアソン比の値を決定する事は殆ど不可能である。

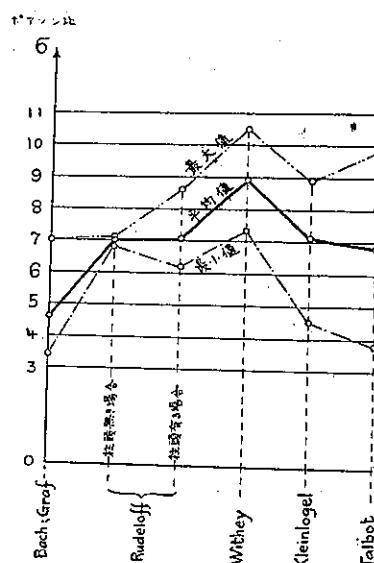
更に補強鐵筋を有するコンクリートのボアソン比に至つては其値一層不確實であつて第十一表に見るが如く、最小  $\sigma = 1.50$  (Rudeloff) より最大  $\sigma = 19.13$  (Kleinlogel) に及び之を其平均値に就て見るも尙最小  $\sigma = 2.30$  より最大  $\sigma = 9.49$  に亘り之を定數として取扱ふの不可能なるは勿論其何れの結果に對して信を置くべきかを判定する事さへも困難である。

尙第十一表に於ては試みに各實驗に於けるボアソン比の値の總平均を求めた、其結果は無筋コンクリートに於て  $\sigma = 6.92$  鐵筋を有するコンクリートに於て  $\sigma = 7.25$  を示し、偶然にも約  $\sigma = 7.0$  なる結果に一致してゐるが之勿論一つの参考資料たるに止まり、結局從來の實驗に於てはコンクリートのボアソン比の絶對值に關し何等一般的な法則が見出されてゐないと云ふ結論になる。

3. ボアソン比の値はコンクリートの調合比によつて變化し、應力度の小なる間は調合比の良きコンクリートのボアソン比の方が調合比劣れるコンクリートの場合よりも値が小である、但し大なる應力度に在りてはコンクリートの調合比に關せず略相等しき値を示す。(Withey)

4. ボアソン比の値はコンクリート内に於ける鐵筋の量によつて影響を受け柱状材に於ては堅筋の量が増すに伴ひボアソン比の値は増加し、繫筋の間隔が小になれば逆にボアソン比の値は減少す。(Withey)

之を要するにコンクリートのボアソン比は金屬等に於けるが如く一定の値を有する事なく應力度の大小、調合比の良否、水量の多少、材料に於ける粒の大小、材料の組成、鐵筋の量、供試體の形狀並に其製法、材齡の高低等による各種の影響を受けて複雑なる函數として表はさるべき性質のものであつて、尙嚴密には供試體の製作時並に製作時より試験期に至る貯藏期間に於ける空氣の溫度、濕度等によつても値に變化を來すべきものと考へらる。然るに從來の實驗の結果として明かにせられた性質は僅かに上記の調合比並に鐵筋量の影響に關する 2 項に止まり、其結論すらも尙決定的のものとするには根據の不充分たるを免れない、其他の諸性質に關しては殆ど全く未知の狀態に屬し、稀に發表せられたる研究ありとするも其結果



第七圖 從來の實驗に於けるボアソン比の値(無筋コンクリートの場合)

は全然相反するが如き結論を示して歸一する所なく、應用上の點より見て最も重要と見らるる強度計算に假定すべきボアソン比の數値に就てさへ何等決定する所の無い状態にある。

最後に上記各氏の研究を總括して其實驗の方法に關して寸評を試み度い。

今從來の實驗に用ひられたる供試體の形狀を見るに悉く柱状體であつて、其試驗方法は Bach 並に Graf 兩氏が捻力を用ひたるを除き他の四氏は全部壓力によつてゐる、之をボアソン比の算出の方法より見るときは Bach 並に Graf の兩氏が

$$\sigma = \frac{2}{\frac{E}{G} - 2}$$

の公式により  $E$  と  $G$  との測定値を用ひて  $\sigma$  の値を間接に算出したるを唯一の例外として、其他の諸氏は全部柱の壓力による變形を直接に測定して  $\sigma$  を求むる方法を採つてゐる。

之を理論的に見る時は  $\sigma = \frac{2}{\frac{E}{G} - 2}$  なる算式がコンクリートの場合にも當嵌まるものと

假定する範圍内に於て Bach 並に Graf 兩氏の實驗を最も完全に近い方法と認めることが出来る、たゞ Bach 並に Graf 兩氏の實驗が供試體の少數なりし事と應力度の範圍の局限されし事とによつて、其結果の價値を減じたことを遺憾とする。

Rudeloff 氏の柱頭なき柱の實驗は柱の横伸を測定するに當り標點距離の定め方が不精密なりし事と柱の兩端に近き部分と中央部分との横伸の量を等しきものと看做して計算を行ひたる點に著しき誤差があり、又軸の方向の縮も材長を通じて均一なるものと假定せるが故に其結果は一層不確實なるものと云はねばならぬ、同氏の柱頭ある柱を用ひたる實驗に於ては測定を 2 回に分ち、柱の中央部に於ける  $\sigma$  と端部に於ける  $\sigma$  とを區別したる點に於て前の實驗に於ける缺點の一部を除去したるものであるが供試柱に於ける鐵筋の有無により、又同じ無筋コンクリート又は鐵筋コンクリートの柱に於ても柱頭の有無並に柱長の差によつて  $\sigma$  の値に著しき相違があつて、而も其間に何等一定の法則を見出し得ず、殊に應力度の大小に伴ふ  $\sigma$  の値の變化に關しては此兩實驗の間に相衝突するが如き結果を來して同氏の實驗方法に缺點の存する事を示してゐる。

Withey 氏の實驗はボアソン比の値と鐵筋量との關係並にボアソン比の値に及ぼす調合比の影響に關して敎示したる點に於て有益なる研究と稱する事が出来る、此實驗の缺點としては變形の測定が柱の中央部唯 1箇所に限られたる事と、破壊應力度の  $1/4$  に等しき點のみにて  $\sigma$  を求めたる事とであつて、前者は Rudeloff 氏の實驗の缺點を繰返したものと云ふべく、後者は應力度の大小と  $\sigma$  の値の變化との關係を見出すに材料を不充分ならしめた憾がある、更に同氏の實驗が同一種類の柱を 2 本用ひ僅かに其 2 本の平均値に基いて結論を出してゐる點に著しく實驗の理論的價値を減じてゐるものがある。

Kleinlogel 氏の実験は各應力度の値に相當するポアソン比の値を具體的に示せる唯一の研究として貴重なる参考資料を與へるものであるが同氏の実験も亦柱を使用したる點に於て Rudeloff, Withey の兩氏の場合と同様の缺點を有し、殊に Kleinlogel 氏の場合には供試體の長さが斷面の徑に對して著しく小なりしが故に一般の壓力試験に於て衆知なる試験機と供試體との接觸面に於ける摩擦の影響に基き變形が材長を通じて不均一に現はれた事を考慮に入れる必要がある。

最後に Talbot 氏の実験は破壊應力度に近づくに従ひポアソン比の値が急に減少するとして Kleinlogel 氏の実験と一致する結果を示したる點に於て興を惹くものとすべきも、其値に關しては全變形を基礎として算出せるものなるが故に之を彈性變形による他の諸氏の實驗値と比較する事が不可能である。

之を要するに在來の各實験は何れも其研究せんとする目的が別にあつて、ポアソン比の値は單に副産的結果として算出されたものであるから其實驗方法の如きも之をコンクリートのポアソン比を測定する爲の方法として見る時は必ずしも適當なりとするを得ず、従つて又其實驗の結果が多種多様に表はれ、其間に何等の連絡をも見出し得なかつた事も亦當然とすべきである、殊に在來の實験に於て殆ど其全部を占めてゐる所の柱の壓力による變形を測定する方法は次の理由によつて之を不適當なりと認める。

1. 上下兩端より壓力を受ける材の變形は加壓面に於ける摩擦力により一般に太鼓形となリて現はれ、應力の分布も純理論的な一軸の壓力として生ずる事なきが故に縱縮と横伸との比も柱の全長に亘り變形を測定する斷面の位置によりて値を異にするべき事。
2. 殊に補強用の鐵筋を入れたる場合には豎筋並に繫筋の量又はその形狀によりコンクリートの變形に著しき影響を與へボアソン比の値として一樣の結果を得るの不可能なる事。

之により從來の實験が比較的精密なる裝置を用ひ細心なる注意の下に實施せられたるにも拘らず其結果に於て一定の法則に到達し得なかつた事は主として其方法が適切ならざりしに基くと云ふ結論になる。

以下に述べんとする著者の實験は上記の各實験に於ける結果に鑑み、從來の研究と全く趣を異にしたる方法によつて過去の實験に共通せる缺點を除去し以てコンクリートのポアソン比に關する諸性質を比較的精密に決定せん事を試みたものである。

### 第三章 著者 の 實験

#### 第一節 實験の原理

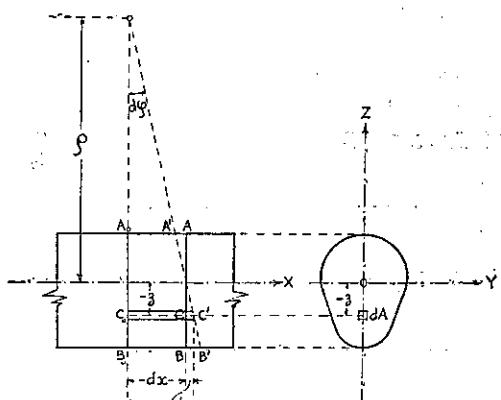
著者の試みたる實験はコンクリートのポアソン比を決定せんとするに當り供試體の形狀と

して梁を擡びてに弯曲荷重を作用せしめたる際に起る變形を測定して計算の基礎としたる點に於て在來の實驗と其方法を全く異にする。

一般に梁に弯曲荷重を作用せしめたる場合、梁は其長軸に平行なる方向に於て材の各部に長さの變化を受けると同時に此軸に垂直なる方向に於ても横伸若くは横縮による長さの變化が起る、即ち梁の長軸の方向に於ける變形度を  $e_x$ 、此軸に垂直なる断面内の中軸の方向に於ける變形度を  $e_y$ 、此二つに垂直なる方向の變形度を  $e_z$  とし、梁の解法に於ける一般的假定に従ひ弯曲によつて生ずる應力  $f$  は  $X$  軸の方向のみに作用するものとすれば第一章第一節に述べたる所により

$$e_y = e_z = -\frac{f}{\sigma E} = -\frac{1}{\sigma} e_x \quad \dots \dots \dots (14)$$

なる關係が成立つ、茲に  $E$  は材料の彈性率、 $\sigma$  はポアソン比を表す。



第八圖 弯曲を受くる梁の一部

今其際に起る變形の狀態を明かにせんが爲に第八圖を以て弯曲荷重を受くる梁の一部を表はすものとし小なる距離  $dx$  を以て相隣れる二つの平行なる断面  $A_0 B_0$ ,  $AB$  が梁の弯曲を受けたる後に於て  $A_0 B_0$ ,  $A' B'$  の如くなりたりとす、此梁の断面内に於て中軸より  $-z$  の距離にある任意の小なる面積  $dA$  を考へ、此  $dA$  の面に相當する梁の長軸に平行なる層を  $C_0 C$  とせば弯曲によつて起る此層の伸  $CC'$  は

$$CC' = dA x = -z d\varphi$$

にて表はさる、こゝに  $d\varphi$  は圖に示す如く  $A_0 B_0$  と  $A' B'$  の二つの面のなす角を示す、故に  $X$  軸の方向に於ける變形度は

$$e_x = \frac{CC'}{C_0 C} = \frac{dA x}{dA} = -z \frac{d\varphi}{dx} \quad \dots \dots \dots (15)$$

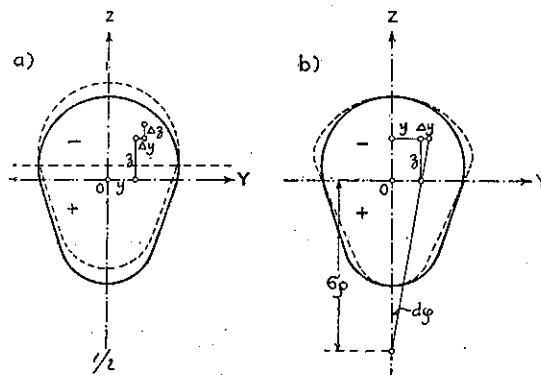
となる、然るに  $\frac{d\varphi}{dx}$  は梁の長軸に平行なる直線の中軸の位置に於ける弯曲を表はし、與へられたる断面の範囲内に於ては位置に關せざる定數である、故に此彈性曲線の曲率半径を  $\rho$  を以て示すときは (15) 式は

$$e_x = \frac{dA x}{dx} = -\frac{z}{\rho} \quad \dots \dots \dots (16)$$

となる、従つて (14) 式より

なる関係式を得らる。

今第九圖 a) に示す如く梁の断面内に其重心  $O$  を原點とし中軸を  $Y$  軸とした直角座標軸を考へ其断面内の任意の一點  $(y, z)$  の座標の伸を夫々  $4y, 4z$  とするときは



第九圖 梁断面の弯曲による變形

なるが故に縦座標  $z$  の伸は(17)式と(18)式との関係を用ひて

となる、但し中軸の反対側に於ては積分の限界が逆となるを以て上式の符號も亦反対となる、換言すれば彎曲を受ける材の断面内に於て應張側に於ては中軸に垂直なる方向に坐標の伸び起り、應張側に於ては逆に坐標の縮が起る、之によつて變形後に於ける中軸は第九圖 a) に點線を以て示すが如き位置に來り、結局中軸自身が應張側へ向つて平行に移動したるかの如き結果となる。

次に横座標  $y$  の伸  $4y$  を見出さんとす、上の場合と同様にして(17)式と(18)式より

なる関係を得、(20) 式を (19) 式と比較するに (19) 式に於ては  $y$  を含まざるが故に縦坐標の長さの変化は横坐標の値に無関係なるに反し (20) 式に於ては  $z$  を含むが故に横坐標の長さの変化は縦坐標の値によりて値を異にするを知る、故に今 (20) 式を任意の横坐標に沿ひ即ち  $z$  を定数として積分すれば

となる、(21)式の表はす關係を圖上に表せば第九圖 b) に點線を以て示したるが如き全斷面の歪を得、即ち斷面の中軸自身が  $\alpha$  の曲率半徑を以て彎曲せる結果となり、應張側に於ては中軸に平行なる坐標が伸び、應張側に於ては逆に坐標が縮を受くる事となる、之によつて彎曲によつて生ずる梁斷面の變形を明かにするを得た。

最後に梁の長軸の方向に於ける長さの變化  $\Delta x$  を求むれば (16) 式より直ちに

を得、(21) 式と (22) 式とを用ひて  $\frac{A_x}{x}$  と  $\frac{A_y}{y}$  との比を求むれば

となり(14)式の関係と結果の一一致を見るべし、故に今  $x$  と  $y$  を夫々梁の長軸の方  
向と之に垂直なる断面の中軸の方向とに於ける變形測定の標點距離とし、 $\Delta x$ ,  $\Delta y$  を以て夫々  
此兩標點距離の長さの變化を表はすものとすれば直接に此  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  を測定する事によつてボ  
アソン比の値を簡單且つ正確に算出し得る事となる。

著者の実験は如上の理論に基き梁に純彎曲荷重を作用せしめて起る変形を測定してコンクリートのボアソン比を見出さんとするものである。

實験の方法としては從來の實験によつて決定するを得ざりし各種の疑點を解決すると共に更に進んで從來の研究が未だ觸れなかつた諸點をも併せ攻究し以てコンクリートのボアソン比に關する諸性質を明かにせん事を期した、更に附隨的研究として變形の測定値を用ひてコンクリートの縱彈率  $E$ 、横彈率  $G$  並に彈率比 (Elastizitätsverhältniszahl, Modular ratio)  $\epsilon$  を算出し、ボアソン比  $\sigma$  と密接なる關係を有する之等の弾性係數間の關係を見出さん事を試みた、即ち著者の實験に於て攻究すべき諸點として擇びたる題目は次の如し。

1. ポアソン比の値と應力度との關係。
  2. 強度計算に假定し得べきポアソン比の値。
  3. ポアソン比の値に及ぼす材齡の影響。
  4. ポアソン比の値に及ぼす溫度並に濕度の影響。
  5. 應壓側に於けるポアソン比と應張側に於けるポアソン比との關係。
  6. ポアソン比によりて表はし得べき縱彈率と橫彈率との關係。

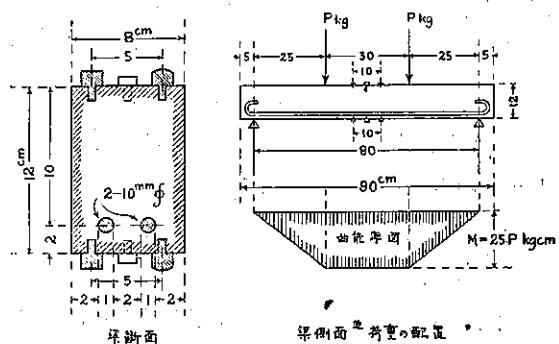
以上の内ボアソン比を單に應壓側のみに於て求むるに止めずして、更にコンクリートの應張強度以内に於て應張側に於ても之を測定し、以て兩者の關係を比較せんとしたる事並にコンクリートの材齡等による影響を見出さんとしたる事は特に新しき試みであつて著者の知る範圍に於て先例のないものである。

## 第二節 供試體の形狀

コンクリートのボアソン比として信頼するに足るべき値を見出さんが爲には必要にして且つ充分なる量の變形を測定し得べき供試體の形狀を定むる要あり、之が爲に著者は本實驗に入るに先立ち前後 2 回の準備實驗を行ひ、第一次に 1 個、第二次に 2 個合計 3 個の供試體を試験し、其結果として適當と信すべき形狀を決定するを得た、之等の準備實驗は 1923 年 12 月より 1924 年 3 月の間に行ひたるもので本實驗の基礎を成す興味ある研究の部分であるが其詳細に關して記述する事は本文を煩雑ならしむる恐あるが故に茲には簡単に供試體の形狀を決定するに至れる経過のみを抄錄するに止める。

### 1. 第一次準備實驗

第一次準備實驗に擇びたる供試體は第十圖に示すが如き  $8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$  の矩形斷面を有する長さ 90 cm の梁であつて早期の破壊を防ぎ且つ強度を増大せしめて多數の荷重階に於ける變形を測定せんが爲に其應張側に直徑 10 mm の丸鋼 2 本を配したものである。之を張間 80 cm の單梁として兩端を支持し、支承點より各 25 cm の點に集中荷重  $P \text{ kg}$  を作用せしめ、之によつて荷重作用點間の梁の部分に  $M = 25 P \text{ kg cm}$  の純曲能率が生ずる様に裝置した。



第十圖 第一次準備實驗供試梁

梁の中央に於ける應壓側の上端と應張側の下端とには第十圖に示す如く各 4 個の鐵製の鉗が石膏を用ひてコンクリートに取付けられてゐる、之は實驗に當り變形の測定に用ふべき裝置を取付けるためであつて、4 個の鉗の中 2 個は縱の方向の變形を測るべく梁の長軸の方向に配せられ其標點距離は 10 cm、他の 2 個は横の方向の變形を測るべく梁の長軸に直角の方向に取付けられ、其標點距離は 5 cm とした、尚供試體の形狀を斯の如く小に擇びたる理由は小型の試験機を用ひて實驗せんが爲であつて、試験機の小なる事は一般に實驗結果の比較的正確なる事を意味するからである。

第一次準備實驗としての梁は唯1個を製作するに止めた、梁は1924年2月11日 Dresden の工科大學に於ける材料試験所に於て著者の監督のもとに職工の手によつて製作された、供試體用の材料としては從來の實驗結果と比較する上の便宜より鐵筋コンクリートに關する獨逸委員會 (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton) に於て從來採用し來れる研究用の標準材料と一致せしむる事とし、コンクリートの調合比も之に準じて 1:4 (セメント 1 容積に河砂及河砂利 4 容積) を擇び、水量は 12% の重量比として中練とした、調合比の 1:4 は Rudeloft 氏の實驗とも一致し、一般工事に使用せらるべき適當なる調合比を標準として定めたものである、コンクリートは手練によりて作られ梁は木製の型を用ひて成形した。

供試梁は製作後 1 曜夜にして底面を除きたる 3 方の假枠を外し、之を濕氣を含める布を以て蔽ひて貯藏する事更に 10 日の後材齡 11 日に於て 2 月 22 日試験に供した、實驗は上記試験所内の機械室に於て行はれ職工の助力を得て著者自ら之が實行に當つた、荷重を作用せしむる爲に用ひた試験機は Amsler 式 5 ton 機であつて變形の微測定には Martens 氏の反射鏡裝置 (Spiegelapparat von Martens, Martens' mirror extensometer) を使用した、之等の實驗裝置並に實驗方法の詳細に關しては本實驗の項に於て詳述すべきが故に茲に略す。

第一次準備實驗の結果は測定し得たるコンクリートの變形の量が極めて小であつて、殊に應力度の小なる間に於ては斷面の方向に於ける變形の量が過小なるため測定の結果は不精密となり、従つてボアン比の値として報告するに足るべき確實なる數値を得るには到らなかつたが尙次の二つの事實を確かめる事が出來た。

1. 曲曲による梁の變形は本章第一節に述べたる理論に基く變形の狀態と實驗的によく一致す、即ち梁の應壓側に於ては軸の方向に縮が起ると同時に之に垂直なる方向に伸が起り、逆に應張側に於ては軸の方向に伸が生ずると同時に之に垂直なる方向には縮が起る。
2. 實驗に採用したる微測定の裝置はコンクリートのボアン比の値を測定する目的に對し其精密程度が充分であつて、たゞ標點距離を増大する事のみによつて充分に確實なる結果を見出す事を得。

以上の結果に基いて第二次の準備實驗が計畫された。

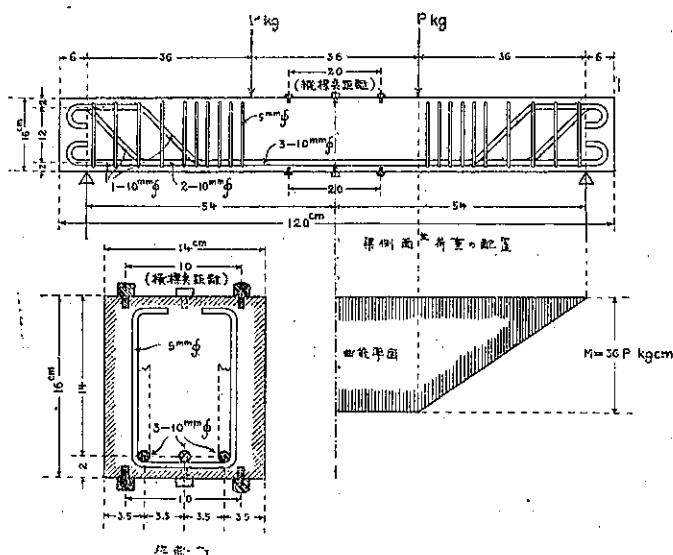
## 2. 第二次準備實驗

第二次準備實驗の供試體として擇んだ梁の形狀は第十一圖に示す通りである。

第一次實驗の供試體と比較して相違せる點は次の通りである。

1. 標點距離を増大したる事。

第一次實驗に於て梁の軸の方向に於て 10 cm, 之に垂直なる方向に於て 5 cm とし



第十一圖 第二次準備實驗並に本實驗用供試梁

たる標點距離が不充分にて實驗結果の不確實なりしに鑑み、第二次實驗に於ては之を 2 倍に増大して縦 20 cm 横 10 cm とした。

### 2. 梁の寸法を増大せる事。

標點距離を 2 倍にせる結果として梁の寸法も之に應じて増大する事の必要により第一次に於て 8 cm × 12 cm なりし断面を改めて 14 cm × 16 cm とせり。幅 14 cm は兩側に 2 cm 宛を残す事として横の標點距離の 10 cm に基いて定められ、縦の 16 cm は 5 ton 試験機を用ひたる際に轉曲荷重によつて起るコンクリートの應壓力度が約  $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$  に達する様に算定したものである、梁の断面を増大したる結果として長さも 90 cm より 120 cm に増加した、120 cm なる値は實驗に使用すべき試験機の最大張間に相當す。

### 3. 應剪鐵筋を配したる事。

第一次實驗に於ける梁は曲能率によらずして剪力に基く斜張力のために充分なる強度に達せざる間に破壊したるが故に第二次實驗に於ては剪力に對する補強を加へて更に高き荷重階まで實驗を續行し得る様に計つた、即ち應張側に於ける直徑 10 mm の鐵筋を 2 本より 3 本に増加し、其中の 2 本を傾斜鐵筋として曲上げると共に更に直徑 5 mm の丸鋼より成る繫筋 20 本を配した（第十一圖）、應剪鐵筋の計算に當つてはコンクリートの應剪强度を零とし、全部の應剪力は曲上げ筋と繫筋とが分擔するものと假定した、尚曲上げ筋の位置は之を可及的梁の両端に近く撰び標點距離内に於けるコンクリートの變形に及ぼす其影響を小ならしめた。

斯の如く梁の長さが増したる結果として張間も 108 cm に増大され、荷重  $P \text{ kg}$  は夫々之を三等分したる點に作用する事となり荷重作用點間の曲能率は  $M=36 P \text{ kg cm}$  を以て表はさるゝ事となつた（第十一圖）。

荷重作用點間の距離が 30 cm より 36 cm に増したる事は縦の方向の標點距離が増加せる點より見るも好都合であつて、實驗装置の取付け並に取扱ひの上に於て充分なる餘地を得たると共に荷重の作用點が測定點に接近せる事によつて起るべき材の變形上に及ぼす影響をも除き得たるものと假定する事が出来る。

微測定の裝置を取付くべき鐵鉗は第一次實驗に於けると全く同様のものを用ひ、其配置法も前と同様であつて、たゞ標點距離の増大に伴つて其間隔を増したのみである。

第二次準備實驗に用ふべき供試梁は 1924 年 3 月 11 日に前回と同様の方法を以て製作された、但し此實驗に於ては結果の確實を期せんが爲に同一の供試體を同時に 2 個製作して、其結果の平均を求むる事とした、供試體の材料、調合比並に水量等は第一次の實驗に於けると全く同様である。

供試體は製作後 24 時間に於て假枠を除き、以後は之を濕潤に保ちて貯藏し、No. 1 の記號を附したる梁は材齡 13 日に於て同月 24 日に、No. 2 の梁は更に 1 日遅れて同月 25 日に材齡 14 日を以て試験された。

實驗用試験機並に變形測定用裝置は前回に於けるものと全く同様であつたが、特に注意すべき點としては梁の不均一なる撓み或は試験機の不規則なる作用等によつて起るべき測定上の誤差を除かんが爲に 2 個の示針盤 (Zeigeran-Parat, Dialgage) を利用した裝置を考案して誤差の修正を試みた事である、此裝置に關しては本實驗の項に譲る。

第二次準備實驗の結果は極めて好成績であつて、之によつて次の諸點が確かめられた。

### 1. 供試體の形狀の適當なる事。

第一次實驗の供試體が剪力の爲に荷重の初期に於て破壊したるに反し、今回は兩供試體共に曲能率に基く鐵筋の應張力によつて破壊し、補強鐵筋の配置の適當なるを證し得たると共に 5 ton 試験機を殆ど其最高能率に近き荷重まで利用し得られて梁の寸法としても最も適當に設計せられたる事を確め得た。

### 2. 標點距離の大きさの充分なる事。

第一次に於ける標點距離を 2 倍に改めたる結果、梁の軸の方向の變形も、之に垂直なる方向の變形も共に充分なる大きさに於て測定せられ殊に前回に於て不充分なりし横伸の如きも小なる應力度の範圍に於てさへ既に確實と認め得べき程度の値に求まるを得た。

### 3. 誤差修正裝置の必要なる事。

著者の考案による修正装置を用ふる時は比較的簡単に誤差を算出し得る事を確かめると同時に其誤差の量は比較的大であつて之を無視し得ざる事が見出され今後の本實験に於ても此装置を引續き使用する事の必要なことが認められた。

之を要するに第二次準備實験の結果は殆ど總ての點に於て満足すべきものであつて、只最初の荷重並に荷重の間隔を稍大に取り過ぎたる爲に應張側に於けるボアソン比の値を龜裂發生前に於て僅か一點より得られなかつたといふ缺點を除き供試體の形狀並に實験の裝置としては大體に於て申分なく、此まゝの供試體を使用して直ちに本實験に着手し得る事を知つた。

今参考の爲に第二次準備實験の結果として得られたコンクリートのボアソン比  $\sigma_a$  (但し應壓側) の値を之に相當する應力度並に變形度と對照せしめて表示すれば第十二表の如くである、表中のコンクリートの應壓力度  $f_c$  の値はコンクリートの應張強度を零とし、彈率比  $\epsilon = 15$  と假定して、普通の單筋矩形梁に於ける算式を用ひ各荷重階に相當する曲能率の値に應じて算出したものである、又變形度の  $e_t$  は梁の軸の方向に於ける長さの縮を標點距離 20 cm に對する百分比として表はしたもので、 $e_t$  は之に垂直なる斷面の方向の長さの伸を標點距離 10 cm の百分比として表はしたものである、此際長さの變化の量としては常に彈性變形の値をとり、百分比の値としては之を見易からしめるが爲に  $\% 10^{-3}$  の形を用ひる事とした。

第十二表

荷重 $2P$ kg	コンクリート 應壓力度 $f_c$ kg/cm <sup>2</sup>	供試體 No. 1			供試體 No. 2			應壓側 ボアソン比 平均值
		彈性變形 $\% 10^{-3}$ $e_t$	ボアソン比 $\sigma_a = \frac{e_t}{e_t}$	彈性變形 $\% 10^{-3}$ $e_t$	ボアソン比 $\sigma_a = \frac{e_t}{e_t}$	彈性變形 $\% 10^{-3}$ $e_t$	ボアソン比 $\sigma_a = \frac{e_t}{e_t}$	
400	13.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.51
800	27.6	7.9	2.9	2.72	8.15	1.9	4.29	3.85
1200	41.4	18.5	5.2	3.53	17.35	4.2	4.13	4.02
1600	55.2	29.1	7.1	4.10	27.85	7.1	3.93	4.16
2000	69.0	40.8	9.4	4.35	39.25	9.9	3.97	4.58
2400	82.8	55.9	11.3	4.95	51.05	12.2	4.20	4.85
2800	96.6	70.85	14.0	5.06	64.0	13.8	4.64	4.82
3200	110.4	86.4	17.7	4.88	77.3	16.3	4.75	4.44
3600	124.2	101.15	23.9	4.24	90.3	19.5	4.63	4.40
4000	138.0	128.25	30.0	4.28	107.55	23.8	4.52	4.29
平均 値			4.24			4.34		

上表の結果を圖上に示せば第十二圖の如くになる、即ちコンクリートの應壓力度  $f_c$  を横座標にとり、彈性變形  $e_t$ ,  $e_t$  並にボアソン比  $\sigma_a$  を縦座標にとつて表はしたものである、圖に於て  $e_t$  を負の側に描いたのは長さの縮みたる事を示し、反対に  $e_t$  が正の符號を有するのは横の方向へ伸びたる事を表はす。

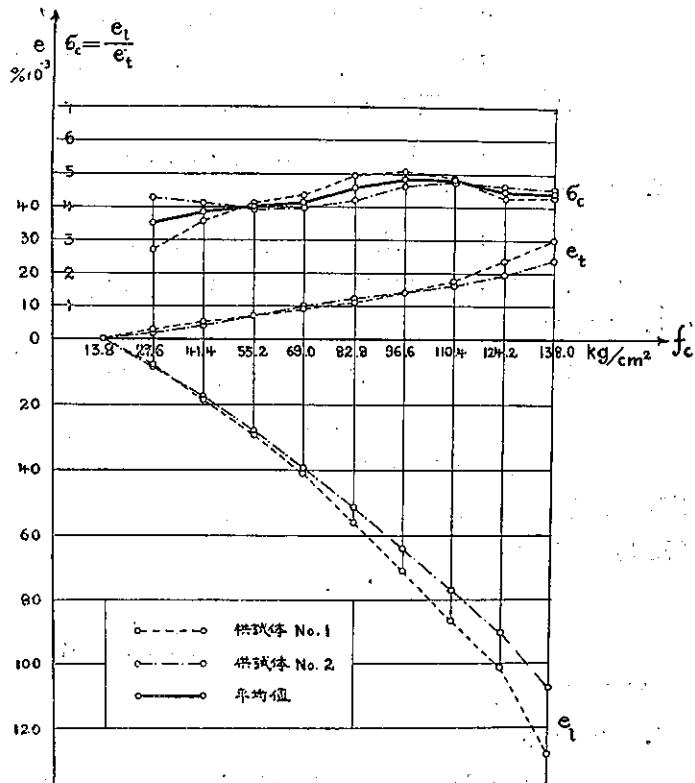
ボアソン比の曲線は圖に見る如く No. 1 並に No. 2 の兩供試體に於て極めて相接近して表はれ其値としては

供試體 No. 1 に於て最小 2.72 より最大 5.06 に及び其平均値に於て  $\sigma_c = 4.24$ ,

供試體 No. 2 に於て最小 3.93 より最大 4.75 に及び其平均値に於て  $\sigma_c = 4.34$

を示してゐる、更に之を第十二表の最末欄に示した兩供試體の平均値に就て見れば最小 3.51 より最大 4.85 までの間にあつて、之を應力度に關せざる定數と看做して求めたる總平均に於て  $\sigma_c = 4.29$  となる、第十二圖に示す太き曲線は即ち此兩供試體の平均値を示したものである。

此實驗は試験的性質のものであつて供試體の數も僅か 2 個に限られてゐるから勿論決定的の結論を得るには到らぬ  
 いけれども尙此實驗の結果としてコンクリートのボアソン比の値が應力度の大小によつて變化する事だけは確められた、今之を平均値の曲線に就て見るなれば應壓側に於けるコンクリートのボアソン比の値は應力度の小なる間は應力度の増加に伴つて次第に大となるも、應力度が或る一定の値に達したる後は値を増加する事なく、更に應力度が増して破壊に近づくに及んでボアソン比の値は逆に減少するものゝ如くである、尙其値としては應力度の小なる間に於て約  $\sigma_c = 4.0$ 、大なる應力度に於て  $\sigma_c = 5.0$  と假定し得るが如し。



第十二圖 應壓側コンクリートの弾性変形並にボアソン比。  
 (第二次準備實驗)

### 3. 本實驗用供試體

第二次準備實驗の結果の満足なりしに基き本實驗用の供試體として準備實驗に於けると全

く同形の梁を使用する事とした、但し本實験に於てはコンクリートの材齡の及ぼす影響を研究せんが爲に材齡を3期に分ち即ち成形後7日、28日並に45日の時期に於て各3個宛の供試體を試験する事とし合計9個の梁を製作する様に計畫した、尙材齡を比較的小に擇んだのはコンクリート工事に於ける假枠取外し時期に相當するコンクリートのボアソン比の値を見出さんとしたものである。

更に本實験に於ては直接ボアソン比の測定に用ふべき梁の外に参考として各材齡に於けるコンクリートの應壓並に應張強度を求めんが爲に應壓並に應張強度試験用の供試體を製作する事とした、即ち本實験用の供試體として製作すべきものは次の通りである。

#### 1. ボアソン比測定用供試梁(第十一圖参照)

形 狀:— 幅 14 cm; 縦 16 cm; 長 120 cm

補 強:— 應張鐵筋 10 mm  $\phi$  3 本, 中 2 本を曲上ぐ, 繫筋 5 mm  $\phi$  20 本

標點距離:— 縦 20 cm; 橫 10 cm 應壓應張兩側に各 4 個の鐵鉗を配す。

個 數:—  $3 \times 3 = 9$  (1 期に付 3 個宛 3 期)

#### 2. 應壓強度供試體

形 狀:— 積長各 20 cm を有する立方體

個 數:—  $3 \times 3 = 9$  (1 期に付 3 個宛 3 期)

#### 3. 應張強度供試體

形 狀:—  $20 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} = 320 \text{ cm}^2$  の矩形斷面を有し長さ 74 cm なる標準體  
(寫眞第四参照)

個 數:—  $2 \times 3 = 6$  (1 期に付 2 個宛 3 期)

應壓並に應張強度試験用の供試體は夫々同じ材齡に於て試験せらるべき梁と同時に且つ同材料を用ひて製作するものとする。

### 第三節 供試體の材料

供試體用の材料として使用せるものは次の如し。

#### 1. セメント

獨逸 Oppeln 所在 Oppelner Portland-Zement-Fabrik (舊名 F. W. Grundmann in Oppeln) 製品のポートランドセメント。

#### 2. 砂並に砂利

Dresden 近郊の Cossebaude に於ける Windschild & Langelott 會社採取場の供給によるもの。

#### 3. 鐵筋

應張鐵筋用の丸鋼並に繫筋用針金共に市場の出來合品による。

尙コンクリートの混和に使用したる水は Dresden 市上水道の給水による、今之等の材料に關して行ひたる試験の結果を示す時は下の如くになる。

### 1. セメント

使用せるセメントの重量は 1 litre のセメントを 10 litre の容器中に入れて 3 回測定を行ひたる結果其平均値として、單に容器にセメントを注ぎ込んだる場合に於て 1.261 kg を示し、手を以て容器を振搖せしめつゝ注ぎ込んだる場合に於て 1.571 kg を示した。

次に強度に關しては本實驗に使用せるセメントは Dresden の材料試験所に於て行はれたる Deutscher Ausschuss für Eisenbeton の實驗（同 Ausschuss 報告書 Heft 40 參照）に用ひたる材料と全く同一物なるが故に實驗の重複を避け同報告書に表はれたる實驗の結果を抄錄する事とした、即ちセメント試験は 3 期に別つて行はれ第 I 期 (1912 年) に於て 3 回、第 II 期 (1913 年) に於て 3 回、第 III 期 (1914 年) に於て 1 回合計 7 回の試験が行はれた。各 3 期に於ける平均値を用ひて凝結性並に強度に關する實驗の結果を表示すれば第十三表の如くである。

第十三表

試験期	凝結試験			強度試験					
	凝結の始 時間	凝結の終 時間	調度の 上昇 °C	應張強度 kg/cm <sup>2</sup>	7 日	28 日	應張強度 kg/cm <sup>2</sup>	7 日	28 日
第 I 期	4	7 $\frac{1}{4}$	4.4	26.7	38.5	226.5	427		
第 II 期	3 $\frac{3}{4}$	8 $\frac{3}{4}$	0.7	29.4	44.7	299	476		
第 III 期	5	7 $\frac{3}{4}$	1.2	23.9	39.3	275	460		
平均値	4 $\frac{1}{2}$	8	2.1	26.7	40.8	267	454		

### 2. 砂並に砂利

砂並に砂利も準備試験の項に述べたるが如く從來の實驗結果と比較する爲の便宜より Deutscher Ausschuss für Eisenbeton によつて行はれた實驗の材料と一致せしめた。

實驗に供したる凝元體は粒の大きさ 0-25 mm の砂交り砂利と粒の大きさ 0-7 mm の砂とより成り、之を別つて粒の大きさ 0-7 mm の砂 4 容積と粒の大きさ 7-25 mm の砂利 1 容積の比となる様に調合せしめた。

乾燥せる凝元體（砂並に砂利）の 1 litre の重量は單に積み上げたる状態に於て 1.617 kg 手を以て振搖しつゝ注ぎ込んだる状態に於て 1.840 kg を示した。

自然の状態に於て凝元體内に含有さる水分は之を乾燥せしめて秤量したる結果、乾燥時に於ける重量の 4.5% に當るを知つた。

尙節を用ひて試験したる結果は砂並に砂交り砂利に於て夫々次の如き組成を示した。

## 砂 の 組 成

5 mm の目を有する篩上の残渣	4.04 %
1 cm <sup>2</sup> に 20 孔を有する篩上の残渣	10.08
1 cm <sup>2</sup> に 60 " " " "	14.10
1 cm <sup>2</sup> に 120 " " " "	17.95
1 cm <sup>2</sup> に 300 " " " "	19.78
1 cm <sup>2</sup> に 500 " " " "	28.80
1 cm <sup>2</sup> に 900 " " " "	1.75
極微細な孔を有する篩上の残渣	2.40
散逸による消失	1.10

砂の密度としては単に積上げたる場合に於て 0.577, 振搖しつゝ積上げたる場合に於て 0.654 と見出された。

## 砂交り砂利の組成

25 mm の目を有する篩上の残渣	0.70 %
20 " " " " "	3.55
15 " " " " "	5.26
10 " " " " "	10.13
7 " " " " "	2.60
5 " " " " "	4.19
1 cm <sup>2</sup> に 20 孔を有する篩上の残渣	8.55
1 cm <sup>2</sup> に 60 " " " "	13.56
1 cm <sup>2</sup> に 120 " " " "	13.61
1 cm <sup>2</sup> に 300 " " " "	15.87
1 cm <sup>2</sup> に 500 " " " "	20.19
1 cm <sup>2</sup> に 900 " " " "	0.25
極微細な孔を有する篩上の残渣	1.06
散逸による消失	0.90

砂交り砂利の密度は単に積上げたる場合に於て 0.654, 振搖したる場合に於て 0.730 と得られた。

## 3. 鐵 筋

第一次準備實驗に着手するに先立つて豫め補強用鐵筋の強度試験を行つた。

供試體は直徑 10 mm 長さ 400 mm を有する丸鋼 3 本であつて何れも延製したまゝの鱗皮を有するものである, 試験機としては Amsler 式 5 ton 機を用ひ標點距離 200 mm として其中の 100 mm の部分に Martens 式反射鏡を裝置して變形を測定し, 試験の結果としては鐵筋の彈性率, 不屈限度 (Streck- oder Fliessgrenze, Yield point) 並に破壊限度に相當する各應力度, 破壊時に於ける伸度並に斷面の收縮度等を見出さんとした, 試験の結果を総合すれば第十四表の如くになる。

第十四表

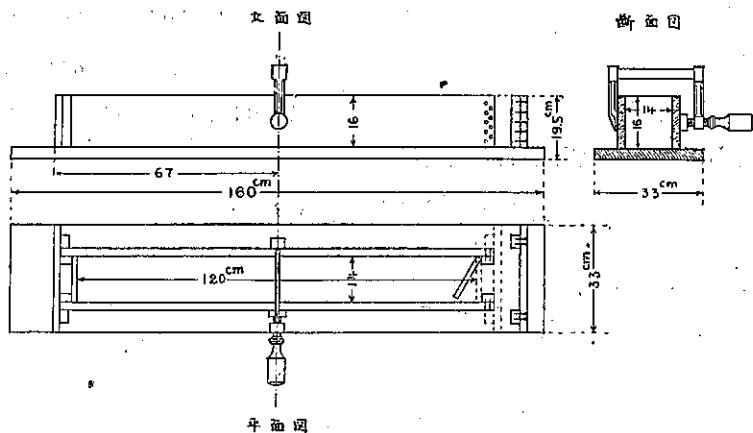
供試體 記號	鐵筋彈性率 $sE$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	不屈限度 $f_y$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	應張強度 $f_{max}$ $\text{kg}/\text{cm}^2$	$\frac{f_y}{f_{max}}$	材長伸度 $\varphi$ %	斷面收縮度 $\psi$ %
1	2,060,000	2,940	4,130	0.71	24.9	65.1
2	2,130,000	3,100	4,300	0.72	24.7	62.7
3	2,160,000	3,050	4,350	0.70	22.0	66.3
平均値	2,120,000	3,030	4,260	0.71	23.9	64.7

試験片は何れも其標點距離の附近に於て切斷し、切斷面は總ての供試片を通じて鈍色の核心を有する光輝ある結晶質の面を現はし、其形は鋸歯状を呈した、尙破壊後に於ける鐵筋の表面には龜裂其他の異状も認めなかつた。

#### 第四節 供試體の製作

##### 1. 假枠の形狀

ボアソン比測定用の供試梁を製作するに當つて使用した松材製假枠の構造並に寸法は第十三圖に示す通りである、平面圖並に立面圖に於て右方の半分は夫々假枠の組立方を説明的に



第十三圖 供試梁製作用の假枠

示したものである、又假枠の長さの中央部に示した一方に螺旋を有する枠は鐵製のものであつて假枠の側壁を外側より締付けて一定の幅に保ちコンクリートを拘固めるに當つて假枠が外方に向つて彎曲せんとするのを避けんが爲に用意した。

應張強度試験用のコンクリート供試體を打つ爲には稜長 20 cm を有する立方體の鐵製の型を用ひ應張強度試験用の供試體を作る型としては 16 cm × 20 cm の矩形斷面を有し兩端に頭を有する長さ 74 cm の鐵製の枠を使用した、之等の型の形狀は寫真第四に見る事が出来る。

## 2. コンクリートの調合

本実験に用ひたるコンクリートは第一次並に第二次の兩準備實驗に使用せるものを基礎とし、セメント 1 容積に砂及砂利 4 容積の調合比を採用した、但し各材料に含まれる水分の量が異なるが故に容積を用ひては正確なる調合比を得る事困難なるにより、調合は豫め測定したる 1 litre の重量を基とし、砂及砂利中に含まれたる水分を考慮して重量比に換算した、但し材料の量は乾燥状態に於ける重量を基礎として計算した。

供試體の製作は後に記す如く 3 回に分つて行はれた、毎回の製作に當つて要したる材料の量は次の如し。

$$(梁 3 個) + (應壓供試體 3 個) + (應張供試體 2 個) = 157 \text{ litre}$$

今掲固めによる容積の減少に備ふべき係数を 1.7 とすれば  $157 \times 1.7 = 267 \text{ litre}$  のコンクリートが必要となる、従つて 1 : 4 の容量比を重量比に換算すれば次表の如き結果となる。

材 料	容 量 比	1 litre の重量	重 量 比	
			乾燥せる場合	水分を含む場合
セメント	1 容積 = $\frac{267}{5} = 53.4 l$	1.261 kg	67.337 kg	67.337 kg
砂及砂利	4 容積 = $\frac{4}{5} \times 267 = 213.6 l$	1.617 kg	345.391 kg	361.560 kg
		合 計	412.728 kg	428.897 kg

但し上表に於て砂及砂利の水分を含む場合の重量は 10 kg の砂及砂利中に含まれる水分が 0.45 kg 即ち 4.5% と見出されたるが故に

$$\frac{345.391 \times 10}{9.55} = 361.560 \text{ kg}$$

として得られたものである。

今コンクリートの含むべき水量を準備實驗と同様に乾燥せる重量に對して 12% と定むれば其量は

$$\frac{412.728 \times 12}{100} = 49.524 \text{ litre}$$

となる然るに材料中には自然のまゝの状態に於て既に

$$361.560 - 345.391 = 16.169 \text{ litre}$$

の水を含むが故に調合に當つて加ふべき水量としては此兩者の差として

$$49.524 - 16.169 = 33.355 \text{ litre} \quad \text{となる。}$$

尙此實驗に於て擇びたる 12% なる水量は中練に相當するコンクリートを得んが爲に定めたものであつて、供試梁が其寸法の小なるに比して比較的多量の鐵筋を有するが故にコンクリートを鐵筋の間へ充分に打込むに適する様に計畫したものである、かくて出來上つた所謂中

練のコンクリートは之を堆積したる場合に於て表面の形が拠物線状若くは球状を呈する程度の軟かさを有した。

### 3. 製作並に貯藏

供試體は其數の多き爲と且つは準備實驗の經驗により 1 日 1 個以上の梁を實驗し得ざるを確めたるとにより、既に述べたるが如く其製作を 3 日間に分ち、毎日梁 3 個、應壓供試體 3 個、應張供試體 2 個宛を作る事とし、其期日としては 1924 年 4 月 7 日、同 9 日、同 12 日の 3 日が選ばれた、今各製作日に作られた供試體と其試験期日との關係を示せば次の第十五表に見るが如くであつて、梁並に應壓供試體に於ては各材齡に於て製作日を異にする 3 個の供試體を試験して其平均を求め、應張供試體に於ては同じく 2 個宛を試験して其平均を得る様に計畫した。

第十五表

製作期日	供試體記號			試験期日	材齡
	梁	應壓供試體	應張供試體		
{ 4 月 7 日	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	T <sub>1</sub>	4 月 14 日	7 日
4 月 9 日	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>	T <sub>2</sub>	4 月 16 日	
4 月 12 日	B <sub>3</sub>	C <sub>3</sub>	—	4 月 19 日	
{ 4 月 7 日	B <sub>4</sub>	C <sub>4</sub>	T <sub>4</sub>	5 月 5 日	28 日
4 月 9 日	B <sub>5</sub>	C <sub>5</sub>	—	5 月 7 日	
4 月 12 日	B <sub>6</sub>	C <sub>6</sub>	T <sub>6</sub>	5 月 10 日	
{ 4 月 7 日	B <sub>7</sub>	C <sub>7</sub>	—	5 月 22 日	45 日
4 月 9 日	B <sub>8</sub>	C <sub>8</sub>	T <sub>8</sub>	5 月 24 日	
4 月 12 日	B <sub>9</sub>	C <sub>9</sub>	T <sub>9</sub>	5 月 27 日	

各供試體は夫々上記の期日通りに Dresden 工科大學内の材料試験所に於て著者の監督の下に同所の職工 2 名の手によつて製作せられた。

コンクリートの混合には Eirich 式混和機（寫真第一）を使用し、前記の調合比による材料を機中に入れて最初 1 分間空練したる後漸時に水を加へつゝ 2 分間混和を續行した、かくて得たるコンクリートは所要の中練の状を呈した。

梁の製作に當つては水を以て潤したる木製假枠の内部に先づ應張側鐵筋の被覆に相當する厚のコンクリートを敷き充分に搾固めたる後寫真第二に示すが如く豫め組立てたる鐵筋を配置し後次第に籠を用ひてコンクリートを投入し、厚さ約 2 cm 宛の層状にして打上げた。

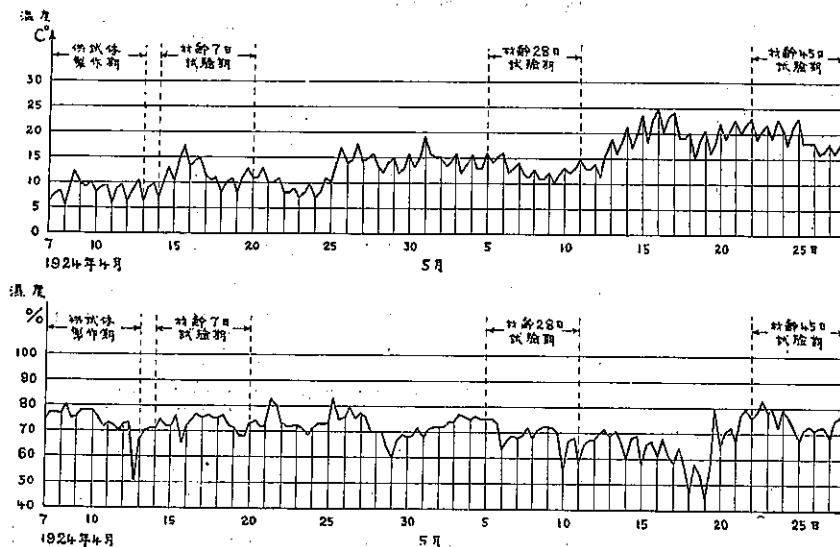
尚搾固めに當つては籠の外に鐵筋間に自由に挿入し得べき小なる槌の類を使用して可及的一様に打上げ、打終りたる後は假枠中央部の側方に擴がり出すを妨ぐ爲に第十三圖に示した鐵棒を用ひ、梁幅を正確に 14 cm に保たしめた。

應壓供試體並に應張供試體は豫め鐵製の型の内部に油を塗布したる後コンクリートを投入し、梁の場合と同じ器具を用ひて同じく層状に搾固めた。

各供試體は12晝夜の間型に入れたまゝ貯藏し、其間表面は濕氣を含ましめた囊を以て蔽つた、2晝夜の後側面の假枠を取除きたる後は側面をも同様に囊にて包み材齡7日に於て試験せらるべき供試體は材齡5日まで、其他の供試體は何れも製作後7日目に至るまで濕潤に保たしめた。

真寫第三は既に製作を了へたる梁とコンクリートを打つゝある假枠の形狀とを示し、寫真第四は應壓並に應張供試體の一部の完成したるものと鐵製の型内にコンクリートを打終りたる直後の狀態を表はすもので共に最終の製作日たる4月12日の撮影にかゝる。

尙参考の爲に供試體の製作期間並に試験期日に至るまでの貯藏期間に於ける毎日のコンクリート實驗室內に於ける空氣の溫度並に濕度を示せば第十四圖の如くである、但し此圖に於ける溫度並に濕度は共に午前六時、正午、午後六時、の3回の測定結果を記録したものであつて自記寒暖計並に自記濕度計の記録を基礎とした値である。



第十四圖 製作並に貯藏の期間に於ける空氣の溫度並濕度

## 第五節 コンクリート強度試験

ボアソン比測定用の梁に使用したコンクリートの強度を見出さんが爲に梁と同時に同材料を以て製作された應壓並に應張強度供試體は第十五表に示したる日程に従ひ7日、28日、45日の各材齡に於て同日に製作された梁と日を同じうして試験された、試験の方法並に其結果は下の通りである。

### 1. 應 壓 強 度

稜長20cmの立方體によるコンクリートの應壓強度試験は材料實驗室內に於て Amsler

式 150 t 試験機を用ひて行はれ、其際圧力はコンクリートを撫固めたる時の方向に對して垂直となる方向に加へられた。(寫真第五参照)

實驗の結果は第十六表に示す如くである。

第十六表

材齡 日	供試體 記號	製作期日	試験期日	供試體 重量 kg	應壓 斷面積 cm <sup>2</sup>	應壓強度	
						破壞荷重 kg	破壞應力度 kg/cm <sup>2</sup>
7	<i>C</i> <sub>1</sub>	4月7日	4月14日	17.1	400	27,400	68.5
	<i>C</i> <sub>2</sub>	4月9日	4月16日	17.0	400	31,800	79.5
	<i>C</i> <sub>3</sub>	4月12日	4月19日	17.1	400	36,800	92.0
平均				17.1	400	32,000	80.0
28	<i>C</i> <sub>4</sub>	4月7日	5月5日	16.9	400	58,600	146.5
	<i>C</i> <sub>5</sub>	4月9日	5月7日	16.8	400	59,400	148.5
	<i>C</i> <sub>6</sub>	4月12日	5月10日	17.0	400	68,000	170.0
平均				16.9	400	62,000	155.0
45	<i>C</i> <sub>7</sub>	4月7日	5月22日	16.9	400	58,800	147.0
	<i>C</i> <sub>8</sub>	4月9日	5月24日	16.8	400	65,400	163.5
	<i>C</i> <sub>9</sub>	4月12日	5月27日	17.0	400	72,000	180.0
平均				16.9	400	65,400	163.5

即ちコンクリートの應壓強度は其平均値に於て材齡が 7 日、28 日、45 日と進むに従ひ順次に 80 kg/cm<sup>2</sup>、155 kg/cm<sup>2</sup> 163.5 kg/cm<sup>2</sup> と増加した。

## 2. 應張強度

斷面 20 cm × 16 cm = 320 cm<sup>2</sup> を有する應張供試體の強度試験は同じ實驗室に於て Martens 式 50 t 機を用ひて行はれ張力を可及的正確に供試體の軸の方向に作用せしめんが爲には供試體と試験機との結合部分に石膏の層を敷いて應力度の分布を均一ならしむる様に計つた。(寫真第六参照)

實驗の結果は第十七表に示す通りである。

第十七表

材齡 日	供試體 記號	製作期日	試験期日	供試體 重量 kg	應張 斷面積 cm <sup>2</sup>	應張強度	
						破壞荷重 kg	破壞應力度 kg/cm <sup>2</sup>
7	<i>T</i> <sub>1</sub>	4月7日	4月14日	58.2	320	2,375	7.42
	<i>T</i> <sub>2</sub>	4月9日	4月16日	58.2	320	2,275	7.11
	平均			58.2	320	2,325	7.27
28	<i>T</i> <sub>4</sub>	4月7日	5月5日	57.5	320	2,500	7.81
	<i>T</i> <sub>5</sub>	5月14日	6月11日	56.8	320	2,250	7.03
	平均			57.15	320	2,375	7.42
45	<i>T</i> <sub>8</sub>	4月9日	5月24日	57.3	320	2,550	11.09
	<i>T</i> <sub>9</sub>	4月12日	5月27日	57.0	320	3,200	10.00
	平均			57.15	320	3,375	10.55

但し上表中の  $T_5$  は供試體  $T_6$  を實驗に際して誤つて破壊したるが故に其補充として製作したものである。

上記の結果によればコンクリートは其平均値に於いて材齡 7 日, 28 日, 45 日に對して夫々  $7.27 \text{ kg/cm}^2$ ,  $7.42 \text{ kg/cm}^2$ ,  $10.55 \text{ kg/cm}^2$  の應張強度を示した。

## 第六節 ボアソン比測定の實驗

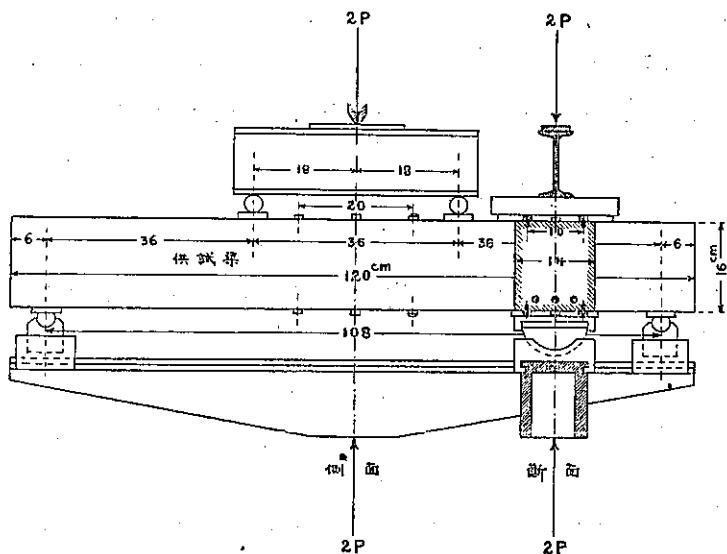
### 1. 實驗の方法

ボアソン比測定に關する實驗は Dresden 工科大學材料實驗室內に於て行はれ職工數名の助力を得て著者自ら其實行の任に當つた。

實驗は供試梁の材齡 7 日, 28 日, 45 日に於て夫々日程通り正確に行はれ試驗機としては準備實驗と同様に Amsler 式 5t 機を使用した, 實驗に關する裝置は第二次準備實驗に於けると全く同様であつて, 其配置の一般は寫眞第七に示す通りである。

寫眞の中央に見えるのは梁を載せた試驗機である, 試驗機を離れて其左右に立つ三脚を有する棒狀の臺は各々 2 個の望遠鏡を支持するものであつて之等の望遠鏡はコンクリートの變形を測定するために用ひられ, 右方の 1 對は梁の軸の方向の變形を, 左方の 1 對は之に垂直なる方向の變形を測定せんとするものである, 變形の測定裝置に關する詳細は次の項に譲る。

梁の支持並に荷重の狀態に關する詳細は寫眞第八に見る通りであつて第十五圖は更に之を



第十五圖 梁の支持並に荷重の狀態詳細圖

説明的に示したものである、即ち試験によつて加へられる荷重  $2P$  は供試體に架したる I 型鋼によつて 2 分され、張間の各 3 等分點に於て集中荷重  $P$  となつて梁に作用する、尙荷重の作用點に於ては荷重を可及的梁の中心線に作用せしむると共に其部分に於ける荷重の分布を均一ならしめる爲に寫真第八又は寫真第十に見るが如く、供試體と試験機との接觸する部分には薄き鐵板を挿入すると共に更に此鐵板と供試體との間にはセメントを以て薄い層を敷いた。

試験機による荷重の加へ方は次の如くである、先づ初荷重を  $2P=200 \text{ kg}$  とし此狀態に於て各測定裝置（後出）を基本の位置に合せ、次に荷重を増して  $2P=400 \text{ kg}$  とし其時の變形即ち全變形を測定したる後再び荷重を初荷重の  $2P=200 \text{ kg}$  に戻して其時の變形を測定し、こゝに殘留變形の量を求める、次に荷重を  $2P=600 \text{ kg}$  に増して其時の全變形を測り、更に之を初荷重  $2P=200 \text{ kg}$  に戻して其時の殘留變形を測定する、追つて斯の如くに荷重は階段狀に次第に増加して加へられ、且つ各荷重階毎に一旦之を初荷重の位置に戻して然る後に次の荷重階に高めた、尙此荷重階の間隔としては應力度がコンクリートの應張強度以内に相當する間、即ち  $2P=1,200 \text{ kg}$  までは  $200 \text{ kg}$  宛を増加し、應張側に最初の龜裂を見出したる後は此間隔を大にして  $400 \text{ kg}$  宛を増す事とした。

各荷重階毎に梁の變形を測定して全變形並に殘留變形の量を求むると共に供試體の表面を綿密に検して龜裂を見出し、更に進んで其龜裂の増大する状態を追究する事に努めた、龜裂の發見を容易ならしむる爲には豫め供試體の表面に石灰水を塗つて白色に仕上げ、龜裂を探す爲には電燈と廟大鏡とが用ひられた。

測定裝置に於ける變形の測定は常に充分にコンクリートの變形が終了したる後を待つて行ふ事とし、荷重階の間隔  $200 \text{ kg}$  宛の間は荷重が所要の値に達したる後 2 分間、 $400 \text{ kg}$  宛の荷重間隔に於ては同じく 4 分間の經過したる後に測定を行つた、之等の時間は準備實驗の結果を參照して定めたものであつて、變形が殆ど完全に終り、測定裝置に於ける目盛の移動が停止するに至る時間である。

尚材齡 28 日並に 45 日に於ける梁は 5t 試験機の能力以内に於ては破壊に到らなかつたので試験機並測定裝置の許す範圍内に於て變形の測定を終りたる後、微測定用の裝置を取り外して之を Amsler 式 150t 機に移し、破壊するまで荷重を加へて破壊應力度を決定した、寫真第九は 150t 試験機に於て破壊せる梁の 1 例を示す、即ち總ての供試體は此寫真に見るが如く彎曲荷重に基く應曲力によつて先づ應張側鐵筋の不屈限度が超過し、縦つて應張側に生じたる龜裂が増大して中軸の位置が上方に移動する爲に應壓側コンクリートの斷面積が縮小し、其結果としてコンクリートの應壓強度が超過せられて破壊を來した、破壊位置は常に寫真第九に見る如く最大曲能率の作用する部分即ち兩荷重の作用點間に現はれた、尙破壊が

最初鐵筋の不屈限度が超過せられたる事によつて起つたと云ふ事實は破壊時に於ける鐵筋の應張力度を豫め試験して得たる鐵筋の強度（第十四表）と比較する事によつて確かめ得たものである。

## 2. 變形測定の装置

梁の彎曲によつて生ずる軸の方向並に之に垂直なる方向に於けるコンクリートの變形を測定する爲には準備實驗に於けると同様に Martens 式反射鏡装置（Martenssche Spiegelapparat, Martens' mirror extensometer）を應用した、使用した鏡は合計 4 個であつて之を豫め供試體に取付けた鐵鉗の上に裝置して應壓應張の兩側に各 2 個宛配置した。

寫眞第十は應壓側に於ける反射鏡取付の狀態を示すもので軸によつて鐵鉗の上に支へられてゐる小なる二つの鏡の中、左方に在るものは梁の長軸の方向に於ける變形を測定するものであつて、右に見える方は之に垂直なる方向の變形を見出さんとするものである、應張側に於ける二つの鏡も全く之と同様に配置された、變形を測るべき標點距離即ち鐵鉗の中心間の距離は縦の方向に於て 200 mm、横の方向に於て 100 mm である。

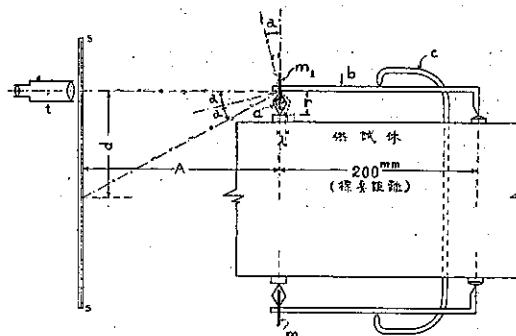
Martens 式反射鏡の構造に關しては周知なるが故に之を略し茲には専ら測定の方法に關して説明する事とする。

今應壓側に於ける軸の方向の變形を測定すべき鏡  $m_1$  を例にとりて測定の方法を示せば第十六圖の如くである、圖に於て  $a$  は平面鏡を支持し且つ鏡と共に回轉し得る菱形斷面の鋼製の軸とする、 $b$  は補助の鐵條であつて一端は鐵鉗の上に固定し、他の一端は之に設けられた溝と鐵鉗との間に鏡の菱形迴轉軸  $a$  を挟んで標點距離を定める用をなす、尚鐵條  $b$  は圖に示す如く針金を以て作つたバネ  $c$  によつて鉗の上に留まる様に工夫されてゐる、今供試體が標點距離以内に於て長さの變化  $\lambda$  (圖は縮みたる場合を示す) を生ずるときは菱形の軸  $a$  が迴轉し、從つて鏡  $m_1$  が迴轉する事となる、此鏡の迴轉せる量は望遠鏡  $t$  を用ひ之に映する測尺  $s$  の反射像の移動の量を讀んで測定する事が出来る。

此装置によつて得らるべき變形の廓大率は次の如くにして求めらる。第十六圖によつて知らるゝ如く、標點距離の長さの變化は

$$\lambda = r \sin \alpha$$

にて表はさる、こゝに  $r$  は菱形軸の幅を、 $\alpha$  は鏡  $m_1$  の迴轉したる角を示す、望遠鏡に映する



第十六圖 反射鏡による變形の測定法

測尺  $s$  の移動の長さ  $\alpha$  は光學に於ける反射の法則により

$$d = A \tan 2\alpha$$

こゝに  $A$  は鏡の反射面より測尺に至る距離を表す, 故に實在の變形と望遠鏡に於ける測定長との比としては

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{r \sin \alpha}{A \tan 2\alpha}$$

となる, 然るに  $\alpha$  は極めて小なる角なるを以て角の正弦を正切に等しと置くを得べく即ち充分なる近似値として

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{r}{2A}$$

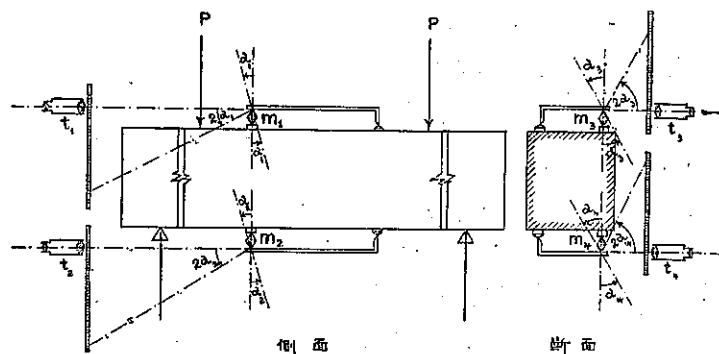
として表はし得。

著者の實驗に於ては鏡の菱形軸として幅  $r=4 \text{ mm}$  のものを用ひ鏡より測尺に到る距離としては  $A=2,000 \text{ mm}$  としたるが故に

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{4}{2 \times 2,000} = \frac{1}{1,000}$$

の割合となり, 例へば望遠鏡に於て測尺の像の移動  $1 \text{ mm}$  を測定したりとせば供試體に於ては  $\frac{1}{1,000} \text{ mm}$  の變形が起りたる事となる, 尚望遠鏡に映する測尺の像は廣大されて現はあるが故に  $\frac{1}{10} \text{ mm}$  までを比較的精密に目測するを得た, 故に本装置によればコンクリートの變形を  $\frac{1}{10,000} \text{ mm}$  まで精密に測定し得る事となる。

以上は例として應壓側に於ける縱の方向の變形測定用鏡に就て述べたものであるが他の三つの鏡に於ても全く同様の關係が成立つ, 今説明のために應壓應張兩側に於ける縱横四つの中の鏡の配置と其變形に當つての迴轉の方向を示せば第十七圖の如くである。



第十七圖 鏡の配置並に其迴轉の方向

圖に於て

- $m_1 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots$  應圧側の縦縮測定用鏡
- $m_2 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots$  應張側の縦伸測定用鏡
- $m_3 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots$  應圧側の横伸測定用鏡
- $m_4 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots$  應張側の横縮測定用鏡

を表はし、 $t_1, t_2, t_3, t_4$  は夫々  $m_1, m_2, m_3, m_4$  の鏡に對する望遠鏡を示す、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  は各鏡の廻轉すべき方向を説明するものである、之によつて見れば梁の軸の方向に於ける測尺の目盛は梁の變形が大となるに従つて應圧應張兩側共に下方に向つて移動し、斷面の方向に於ける目盛は逆に應圧應張兩側共に上方に向つて移動するを知る（望遠鏡並に測尺の配置に關しては寫真第七實驗裝置參照）。

### 3. 誤差修正の裝置

梁の彎曲による變形を測定してボアソン比を見出さんとする方法に於て最も起り易き測定上の誤差としては荷重が對稱的に作用せざる事によつて起る梁の不等なる撓み、或は試験機の作用の均齊ならざる事によつて起る長軸の方向に於ける標點距離の兩端の不等なる移動を擧げる事が出来る。

例へば第十八圖に於て  $LR$  を梁の彎曲を受くる前の標點距離兩端の位置とし、今梁が彎曲したる場合に何等かの原因によつて  $L$  と  $R$  とが平行なる移動をなさずして  $L'R'$  の如き位置に來れりとせん、今  $LR$  の直線と  $L'R'$  の直線とのなす角を  $\beta$  とせば  $\beta$  は同時に此不均齊なる移動によつて生ずべき反射鏡の廻轉角に於ける誤差の量を表はす事となる、故に望遠鏡に於ける測定上の誤差の値を  $k$  とすれば

$$k = A \tan 2\beta$$

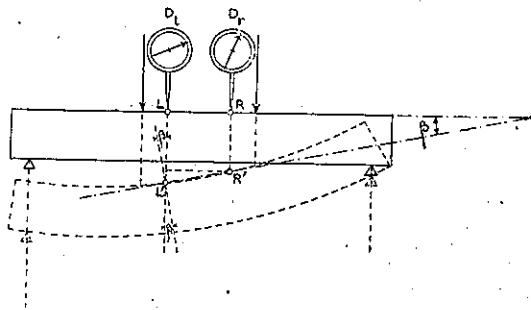
として表はさる、之を變形して

$$k = A \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta}$$

今  $\beta$  を極めて小なる角なりとして  $\tan^2 \beta = 0$  と置けば上式は近似的に

$$k = 2A \tan \beta$$

然るに第十八圖より



第十八圖 梁の不等なる移動による誤差

$$\tan \beta = \frac{LL' - RR'}{LR'}$$

故に求むる誤差の量は

となる、此式に於て  $A$  は鏡と測尺との間の距離、 $LR$  は標點距離として共に與へらる所なるが故に  $LL' - RR'$  即ち  $L$  點と  $R$  點との相對的移動の差が求めらるれば簡単に誤差  $b$  の値が算出し得る事となる。

以上の理論に基いて  $LL'$  の量と  $RR'$  の量を測定して  $L$  点と  $R$  点との移動の差を見出さんが爲に著者は  $L$ ,  $R$  の兩點に第十八圖に  $D_L$ ,  $D_R$  を以て示したる如く各 1 個の示針盤 (Zeigerapparat, Dialgage) を配置した。之等の示針盤は梁自身の移動を測定すべきものなるが故に梁を架したる試験機から分離せしめて空間に於ける不動點に固定せしめ上下動の量を圓盤上の示針に傳ふべき針の尖端のみを梁に接觸せしめた。使用した示指盤は Wawrziniok 式のもので其配置法は寫真第七、及第八に示した通りで又針の尖端が標點距離の兩端に於てコンクリート面に接してゐる部分の詳細は寫真第十一に見る通りである。尙針の尖端がコンクリート面を傷つける事を防ぐ爲には圖に見る如く鐵の小なる薄片が兩者の間に挿入された。

使用した示針盤の廓大率は 100 倍であつて  $\frac{1}{100}$  mm まで測定を精密に許したるが故に  $LL' - RR' = 0.01$  mm とせば標點距離  $LR = 200$  mm として

$$\tan\beta = \frac{0.01}{200} = 0.00005$$

即ち  $\beta = \tan^{-1} 0.00005$  までの角を測定し得るものである。

今左方の示針盤に於ける測定値を  $l$  とし右方の示針盤に於ける測定値を  $r$  とすれば兩示針盤の測定値の差  $D$  は

$$D = l - r = (LL' - RR') \times 100$$

を以て表はされ從つて

$$LL' - RR' = \frac{D}{100}$$

となる、又梁の軸の方向に於ける變形測定用の鏡  $m_1$  並に  $m_2$  に対する鏡より測尺までの距離は厳密には夫々 2,232.0 mm 並に 2,196.0 mm であつたが計算に便する様此兩者の平均に近き値をとりて  $A=2,200 \text{ mm}$  とするときは望遠鏡の測定に於ける誤差の値は (a) 式より

$$k = 2A \frac{LL' - RR'}{LR} = 2 \times 2,200 \times \frac{D}{200 \times 100}$$

即ち

となる、故に左右の兩示針盤に於ける目盛  $l$  並に  $r$  を讀んで其差  $(l-r)$  を知れば直ちに  
 (b) 式によつて望遠鏡の測定に及ぼすべき誤差の値を算出する事が出来る、但し此  $k$  の値を  
 用ふるに當つて注意すべき點は  $(l-r)$  の値の正負によつて  $k$  の値を望遠鏡の測定値に對し  
 て加ふべき場合と減ずべき場合とが起る事である、即ち若し  $(l-r)$  が正なれば常に誤差  $k$  は  
 加ふべく、逆に  $(l-r)$  が負なれば常に誤差  $k$  を減すべきであつて、且つ此法則は應壓應張  
 兩側共に當嵌まる所である、其理由は第十七圖の反射鏡の廻轉方向を示す圖に更に角  $\beta$  の影  
 響を加へる事によつて容易に見出しえる所である。 (未完)

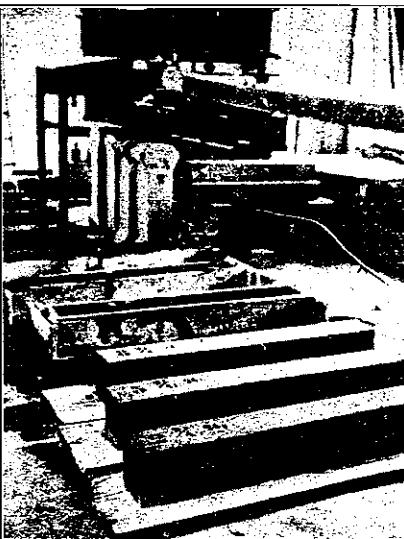
(未完)

Eirich 式コンクリート混和機



写真第一

供試體の製作



写真第三

應歟並に應張供試體の製作



写真第四



写真第二

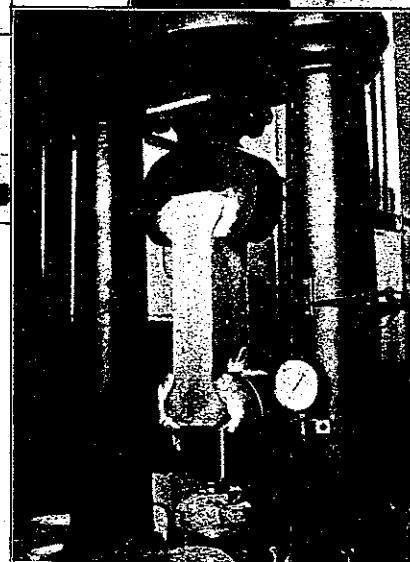
補強用鐵筋



写真第五

コンクリート應歟強度試験

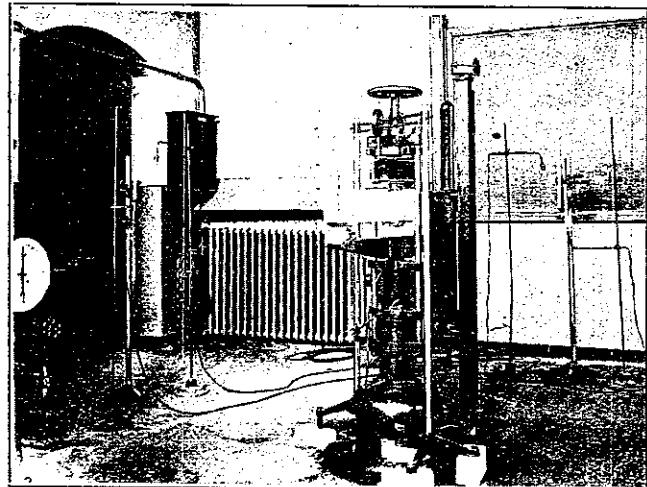
写真第六



コンクリート應張強度試験

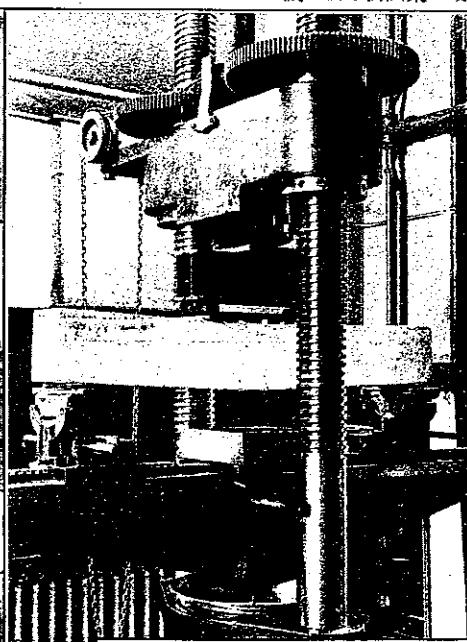
寫真第七

實驗装置の一般

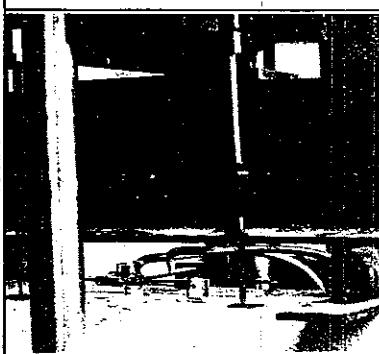


寫真第九

150 t 機に依る供試梁の破壊

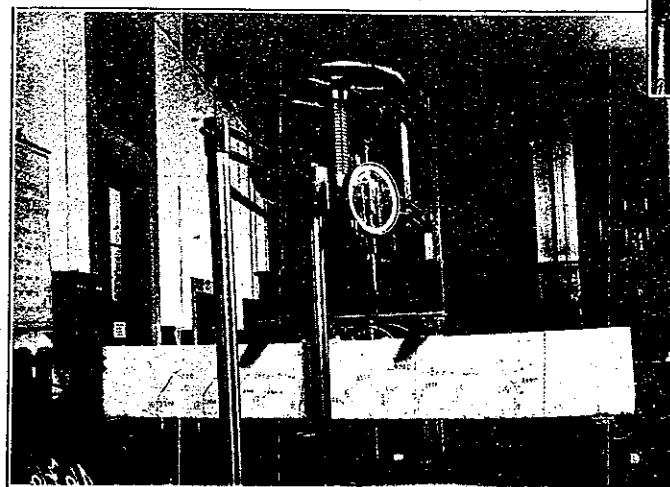


寫真第十一



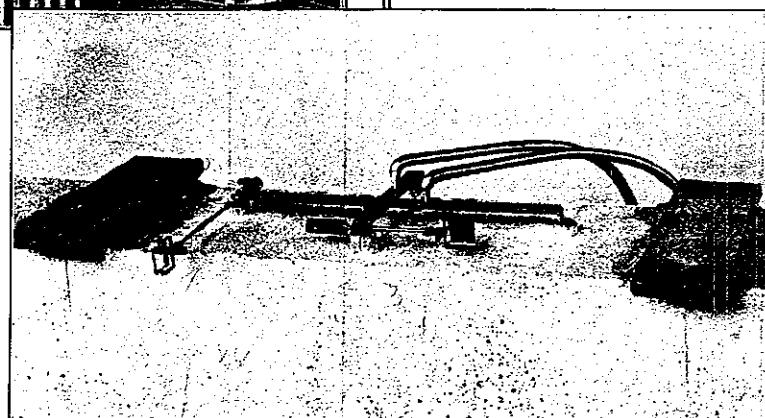
誤差修正装置の一部詳細

寫真第八



梁の支持並に荷重の状態

寫真第十



変形測定装置