

論 說 報 告

土木學會誌 第十一卷第五號 大正十四年十月

✓ 拱橋の設計に就て

會員 工學博士 大河戸宗治

内 容 梗 概

第二章に於ては拱橋の理論に付きて略説し、半拱載荷 (Half loading) の場合に拱環の所要断面が決定せらるゝものとすれば等布動荷重の $\frac{1}{2}$ の量が全拱上に賦載せられたるとき、乃ち基準載荷 (Normalbelastung) の場合に生ずる壓力線と拱軸曲線とを一致せしむるを以て最も經濟的であることを説明し、第二章に於ては拱頂に於ける拱環の厚が與へられたるとき基準載荷の場合に於ける壓力線と一致する拱軸曲線を求むる方法を述べ、且つ拱頂に於ける拱環の厚と拱軸曲線との關係を明かにし、第三章に於ては半拱載荷の場合に壓力線が拱環の断面の 3 等分圓 (Middle third) 内を常に通過するに必要な拱環の厚を求むる方法を述べ、之と同時に拱頂に於ける拱環の厚と拱軸曲線との關係を研究し、第二章の所論と相俟て拱環の設計に最も必要な拱環の厚さと拱軸曲線とを同時に決定する方法を記述し、第四章に於ては上記の方法を應用したる實例神田川拱橋の設計を記し理論と實際とよく一致することを示し、第五章に於ては其結論を述ぶることとした。

緒 言

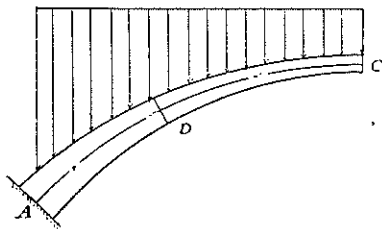
拱橋の設計に於て最も重要な事柄は拱軸線の形狀及拱環の厚さを最も適當に決定することである。而して拱橋の大體の形狀は拱下を通過する車輛若しくは船舶の大きさ、洪水位との關係、或は施工上の便宜、又は美觀上等よりして大略之を決定し得るも、其拱軸曲線の良否は拱橋の強度に著しく重大の關係を有するのであるから精密なる研究をなして決定すべきものである。然るに從來の方法は大略其形狀の適否を研究するのみで圓弧橢圓又は拋物線を使用し、稍進歩したる方法としては壓力線に近き三心圓、又は五心圓を使用するのである。斯の如く拱軸曲線は割合に簡単に決定せらるゝも之に反して拱環の厚さは初め實例、又は實驗公式によりて假定し、拱を設計し理論的に其強度を審査し適當に其断面を修正し、更に亦其強度を考査し、再び其断面を修正するのである。乃ち試索法によりて最も經濟的断面を求むるのである。故に拱軸曲線を適當に撰定すれば尙ほ断面を減少し得るのであるから最も經濟的なる設計法としては拱軸曲線をして或は等布動荷重作用の場合に生ずる壓力線と一致せしめ、拱環に生ずる彎曲率の値を最小にし之に

適合する断面を設計するにあるのである。予適々東京上野間高架線中にある神田川拱橋を設計するに當り聊か研究する所ありたるを以て次に之を述べんとするのである。然るに本論は拱橋のあらゆる場合を論ずるのではなく單に無鉸拱橋にて左右等齊、拱は混凝土又は鐵筋混凝土より成り、拱腹は土砂を以て充填せられ動荷重は等布動荷重にして拱環の厚さは普通行はるゝ如く拱橋の一半上に等布動荷重積載せられるときに之を決定するものとしたのである、其他一般の場合に適合すべき理論は他日の研究に譲づることとした。

第一章 拱に関する一般理論

第一節 總說

本論は先に緒言に於て述べたる如く主として鐵筋混凝土拱橋に就き論ずるものであるから普通一般に使用せらる左右等齊の無鉸拱橋の場合を説くことゝす。然るに既に吾人の知る如く無鉸拱橋の強度を算出するには先づ彈性理論によりて3個の未知數乃ち普通拱頂に於ける水平推力 H_0 、垂直剪力 V_0 、及彎曲率 M_0 を算出するの必要がある。然るに彈性理論は既に設計を了したる拱橋に於て初めて之を應用し得るものなるが故に拱環の厚さ、形狀及拱に作用する荷重等既知の場合にのみ應用し得るに過ぎないのである。依て拱橋を設計するに當りては初め假定的拱橋を設計し、其大さを基礎とし彈性理論を應用し3個の未知數 H_0 、 V_0 及 M_0 を求め、次に拱橋各部に於ける強度を算出し其強度不充分の點に對しては断面を増補し、其餘りあるものに對しては之を減少し、拱環の形狀及断面を整正し、更に其強度を吟味し、數次此方法を繰り返し最も經濟的形狀と断面とを撰定するのである。故に初めに或る拱を假定的に設計するに當り適當の指針となるべき方法必



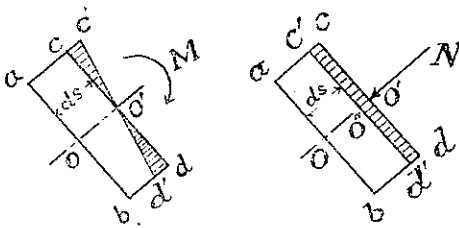
第一圖

要である。然らざれば拱の設計を幾回遣り直すも完全のものを得ること難く、且つ又多大の時間を空費するのである、依て初めより適當なる拱を設計する方法を知ること最も必要なることを痛感し、之に關し少しく研究したる所あるを以て茲に之を記述することゝしたのである。

第二節 曲桁の弾性變形

第一圖に於て示す如く曲桁 AC あり、其一断面に於ける彎曲率を M 、直壓力を N とし此が爲めに生ずる C 點の移動を論究せん。

今 D 點に於て幅 ds を有する曲桁の一部 $abcd$ を取り出し、其受くる應力によりて生ずる弾性的變形を考ふるに、先づ第一に彎曲率 M による變形、第二に直壓力 N による變形とに分つことが出来るのである。



第二圖

第二圖に於て示す如く矩形體 $abcd$ は彎曲率 M の作用を受けて $abc'd'$ に變形するものと假定す、乃ち中立軸 oo' は何等の變化を受けざるも ac は ac' となり bd は bd' となり ac は cc' 丈け伸長し bd は dd' 丈け短縮したるものと思ふ、換言すれば面 cd は $c'd'$ に變形したる

ものとする、今面 cd と $c'd'$ とがなす角を $d\varphi$ とすれば

$$d\varphi = \frac{cc'}{o'c} = \frac{dd'}{o'd} \quad *$$

又 $oo' = ds$ 、 ac に作用する應力度を σ_0 、断面の隋性力率を I 、拱環の材質の弾性係数を E とすれば

$$\sigma_0 = \frac{M}{I} o'c$$

$$cc' = \frac{\sigma_0}{E} ds$$

なるにより

$$d\varphi = \frac{M}{EI} ds \dots \dots \dots (1)$$

今第三圖に於て示す如く D 點に於て $d\varphi$ 丈け DC が回轉したる場合に C は C' に移動し其水平移動量を dAx 、垂直移動量を dAy とすれば

$$CC' = DCd\varphi$$

$$dAx = CC' \sin \varphi = CC' \frac{CD'}{DC}$$

$$= CD'd\varphi$$

$$= (y - y_0)d\varphi \dots \dots \dots (2)$$

註 φ 小故 $d\varphi \div \tan d\varphi$.

同様にして $d\Delta y = x d\varphi \dots\dots\dots (3)$

(1), (2) 及 (3) より

$$d\Delta x = M(y - y_0) \frac{ds}{EI} \dots\dots (4)$$

$$d\Delta y = Mx \frac{ds}{EI} \dots\dots (5)$$

今 C 點の總水平移動量を Δx , 總垂直移動量を Δy とすれば Δx 及 Δy は (4) 及 (5) を C 點より A 點まで積分したものなるが故に

$$\Delta x = \int_c^A \frac{M}{EI} (y - y_0) ds \dots\dots\dots (6)$$

$$\Delta y = \int_c^A \frac{M}{EI} x ds \dots\dots\dots (7)$$

又 D 點に於て其斷面が $d\varphi$ 丈け回轉すれば, C 點に於ても其斷面は $d\varphi$ 丈け回轉するを以て C 點に於ける斷面の總回轉角を $\Delta\varphi$ とすれば

$$\Delta\varphi = \int_c^A d\varphi = \int_c^A \frac{M}{EI} ds \dots\dots\dots (8)$$

次に直壓力の爲めに拱軸線の壓縮せらるゝ量を $d\Delta s$, 斷面積を F とすれば

$$d\Delta s = \frac{N}{EF} ds$$

なるを以て此が爲めに生ずる C 點の水平移動量 $d\Delta x$ は

$$d\Delta x = \frac{N}{EF} \cos \varphi ds$$

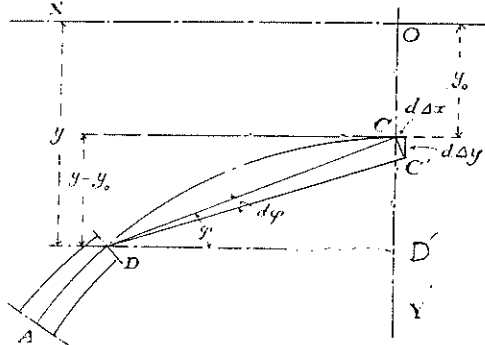
然るに $\cos \varphi = \frac{dx}{ds}$

なるが故に $d\Delta x = \frac{N}{EF} dx \dots\dots\dots (9)$

C 點の垂直移動量 $d\Delta y$ は同様にして之を求むることが出来る, 即ち

$$d\Delta y = \frac{N}{EF} dy \dots\dots\dots (10)$$

依て直壓力 N の爲めに生ずる C 點の總水平移動量 Δx は



第三圖

$$\Delta x = \int_c^1 \frac{N}{EF} dx \dots\dots\dots (11)$$

總垂直移動量 Δy は

$$\Delta y = \int_c^1 \frac{N}{EF} dy \dots\dots\dots (12)$$

故に彎曲率 M 及直壓力 N の爲めに生ずる C 點の水平移動量 Δx , 垂直移動量 Δy 及回轉角 $\Delta\varphi$ は次の如くなる

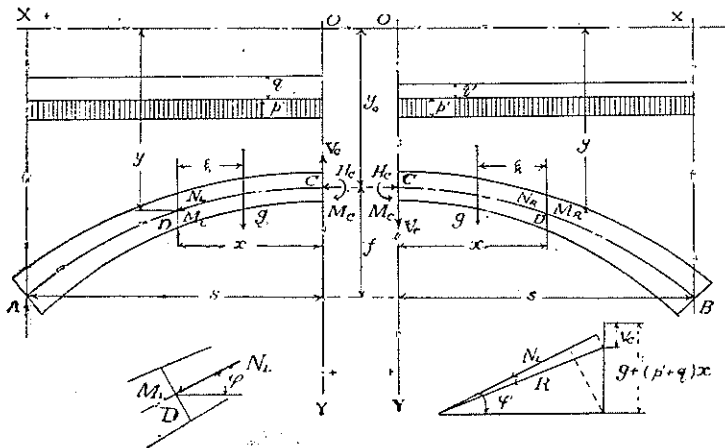
$$\Delta x = \int_c^1 \frac{M}{EI} (y - y_0) ds - \int_c^1 \frac{N}{EF} dx \dots\dots\dots (13)$$

$$\Delta y = \int_c^1 \frac{M}{EI} x ds + \int_c^1 \frac{N}{EF} dy \dots\dots\dots (14)$$

$$\Delta\varphi = \int_c^1 \frac{M}{EI} ds \dots\dots\dots (15)$$

第三節 拱に関する彈性理論

拱の所有形狀に付きて其理論を詳述することは頗る困難なるを以て本論に於ては其最も普通に行はるゝ所の無鉸拱橋で今圖に於て示す如く拱を拱頂に於て左右に折半し拱頂 C 點に於て生ずる水平推力 H_c , 垂直剪力 V_c , 及彎曲率 M_c の 3 未知數を彈性理論により求むるの方法を述べやう, 一たび之を求め得るならば拱環の各點に於ける應力は普通の方法によりて算出することが出来るのである, 第四圖に於て



第四圖

- C ; 拱の頂點
 A ; 左起拱點
 B ; 右起拱點
 l ; 支間
 s ; $l/2$
 H_c ; C 點に作用する水平推力
 V_c ; C 點に作用する垂直剪力
 M_c ; C 點に作用する彎曲率
 D ; 左半部の拱軸線上の任意の一點
 D' ; 右半部に於て左半部の D 點と等齊にある拱軸線上の任意の一點
 O ; 坐標軸の原點
 x, y ; D 點の坐標
 F ; D 點に於ける拱環の斷面積
 I ; D 點に於ける斷面の隋性力率
 p ; 等布動荷重
 p' ; 等布動荷重の一部
 q ; 左半部に於て等布動荷重 p' の上に更に積載せらるゝ等布動荷重
 q' ; 右半部に於て等布動荷重 p' の上に更に積載せらるゝ等布動荷重
 g ; C 點より D 點に至る間の靜荷重の總量
 m_L ; 左半部に於て等布動荷重によりて D 點に於て生ずる彎曲率
 m_R ; 右半部に於て等布動荷重によりて D' 點に於て生ずる彎曲率
 m_a ; 左半部に於て靜荷重によつて D 點に於て生ずる彎曲率
 m_a' ; 右半部に於て靜荷重によりて D' 點に於て生ずる彎曲率
 M_L ; 左半部 D 點に於ける彎曲率
 M_R ; 右半部 D' 點に於ける彎曲率
 N_L ; 左半部 D 點に於ける直壓力
 N_R ; 右半部 D' 點に於ける直壓力

とし第四圖の如き左右等齊の拱に就てのみ論ずることとする。今同圖に於て示す如く拱軸線は全拱上に p' なる等布動荷重滿載せられたるときに生ずる壓力線と一致する様に撰定せられたるものと假定し、拱の左半部には更に q なる等布動荷

重積載せられ、右半部には q' なる等布動荷重積載せらるゝものと考え、乃ち拱の左半部には結局 $(p'+q)$ なる等布動荷重、右半部には $(p'+q')$ なる等布動荷重積載せられてあるのである。この場合左半部 AC は A 點に於て固定せられ、 C 點に於て放端なる一個の肱木桁なるを以て C 點の水平移動量 Δx 、垂直移動量 Δy 、回轉角 $\Delta\varphi$ は (13)、(14) 及び (15) より

$$\Delta x = \int_c^A \frac{M_L}{EI} (y-y_0) ds - \int_c^A \frac{N_L}{EF} dx \dots\dots\dots (16)$$

$$\Delta y = \int_c^A \frac{M_L}{EI} x ds + \int_c^A \frac{N_L}{EF} dy \dots\dots\dots (17)$$

$$\Delta\varphi = \int_c^A \frac{M_L}{EI} ds \dots\dots\dots (18)$$

又右半部も左半部と同様に一個の肱木桁なるを以て其 C 點の水平移動量 $\Delta x'$ 、垂直移動量 $\Delta y'$ 、及び回轉角 $\Delta\varphi'$ は前同様の方法を以て之を求むることが出来る、而して元來 C 點は同一拱の共有點なるを以て次の關係を有するのである、即ち

$$\Delta x = -\Delta x', \quad \Delta y = \Delta y', \quad \Delta\varphi = -\Delta\varphi'$$

故に此の關係より次の式を得るのである

$$\int_c^A \frac{M_L}{EI} (y-y_0) ds - \int_c^A \frac{N_L}{EF} dx = - \int_c^B \frac{M_R}{EI} ds + \int_c^B \frac{N_R}{EF} dx \dots (19)$$

$$\int_c^A \frac{M_L}{EI} x ds + \int_c^A \frac{N_L}{EF} dy = \int_c^B \frac{M_R}{EI} x ds + \int_c^B \frac{N_R}{EF} dy \dots\dots (20)$$

$$\int_c^A \frac{M_L}{EI} ds = - \int_c^B \frac{M_R}{EI} ds \dots\dots\dots (21)$$

上記の 3 式は起拱點 A 及 B に於て拱は絶對的に移動、若しくは回轉せざるものと假定し、且つ剪力の影響による歪みは之を省略して誘導せられたのであるから拱臺若しくは拱脚の移動或は回轉する場合には是が爲めに生ずる影響を考慮するの必要なること勿論である。

而して M_L 、 M_R 、 N_L 及 N_R は第四圖に於て見る如く

$$M_L = M_c - H_c (y-y_0) + m_d + m_i - V_c x \dots\dots\dots (22)$$

$$M_R = M_c - H_c (y-y_0) + m'_d + m'_i + V_c x \dots\dots\dots (23)$$

$$N_L = H_c \cos \varphi + \{(p'+q)x + g - V_c\} \sin \varphi \dots\dots\dots (24)$$

$$N_R = H_c \cos \varphi + \{(p'+q')x + g + V_c\} \sin \varphi \dots\dots\dots (25)$$

註

$$m_d = m_d'$$

方程式 (19), (20) 及 (21) に於て (22) 乃至 (25), の M_L , M_R , N_L 及 N_R の値を

代入し, 且つ拱は左右等齊なるにより $\int_c^A = \int_c^B$ なるを以て

$$(19) \text{より} \quad \int_c^A [2M_c - 2H_c(y-y_0) + 2m_i + m_i + m_i'] (y-y_0) \frac{ds}{EI} \\ - \int_c^A [2H_c \cos \varphi + \{(2p' + q + q')x + 2g\} \sin \varphi] \frac{dx}{EF} = 0 \quad (26)$$

$$(20) \text{より} \quad \int_c^A (m_i - m_i') \frac{x ds}{EI} - 2V_c \int_c^A \frac{x^2}{EI} ds + (q - q') \int_c^A \frac{x \sin \varphi}{EF} dy \\ - 2V_c \int_c^A \frac{\sin \varphi}{EF} dy = 0 \dots \dots \dots (27)$$

$$(21) \text{より} \quad 2M_c \int_c^A \frac{ds}{EI} - 2H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{EI} ds + 2 \int_c^A \frac{m_i}{EI} ds \\ + \int_c^A \frac{(m_i + m_i')}{EI} ds = 0 \dots \dots \dots (28)$$

次に

$$m_i = \frac{1}{2} (p' + q) x^2, \quad m_i' = \frac{1}{2} (p' + q') x^2$$

なるを以て

$$m_i - m_i' = \frac{1}{2} (q - q') x^2, \quad m_i + m_i' = \frac{1}{2} (2p' + q + q') x^2$$

故に (27) より

$$V_c = \frac{(q - q')}{4} \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds + 2 \int_c^A \frac{x \sin \varphi}{F} dy}{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds + \int_c^A \frac{\sin \varphi}{F} dy} \dots \dots \dots (29)$$

(28) より

$$M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{m_i}{I} ds - \frac{1}{4} (2p' + q + q') \int_c^A \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \quad (30)$$

上記 M_c の値を (26) 式に代入し H_c の値を求むれば次の如くなる

$$\begin{aligned}
 H_c = & \left[\int_c^A \frac{m_a (y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} - \int_c^A \frac{g \sin \varphi}{F} dx \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} (2p' + q + q') \left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0) x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} - 2 \int_c^A \frac{x \sin \varphi}{F} dx \right\} \right] \\
 & \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}} + \int_c^A \frac{\cos \varphi}{F} ds}{\dots\dots\dots} \dots\dots\dots (31)
 \end{aligned}$$

普通拱橋の設計に於ては直壓力の作用によつて生ずる拱軸の短縮による影響を無視するを以て之が影響を表はす F を含む項を (29) 及 (31) に於て零とするときは此の場合に於ける V_c 及 H_c は次の如くなる。

$$V_c = \frac{(q-q')}{4} \frac{\int_c^A \frac{x^3}{I} ds}{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds} \dots\dots\dots (32)$$

$$\begin{aligned}
 H_c = & \left[\int_c^A \frac{m_a (y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} (2p' + q + q') \left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0) x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right\} \right] \\
 & \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}{\dots\dots\dots} \dots\dots\dots (33)
 \end{aligned}$$

$$M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{m_a}{I} ds - \frac{1}{4} (2p' + q + q') \int_c^A \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \dots\dots\dots (34)$$

第四節 半拱載荷の場合

拱環は普通拱の一半上に等布動荷重積載せられたるときに最大彎曲率を生ずるものと假定し、拱環の厚さを決定するを以て此の場合に於ける V_c , M_c 及 H_c を求むれば次の如くなる。

第四圖に於て

$$p' + q = p, \quad q' = -p' \quad (\dot{\nu} \circ)$$

なるときは右半部に於ける等布動荷重の總量は p となり、左半部に於ては零となる、即ち半拱載荷の場合となるのである。従て (29) 乃至 (34) 式に於て

$$\begin{aligned} q - q' &= p - p' - (-p') \\ &= p \\ 2p' + q + q' &= p' + q + p' + q' \\ &= p \end{aligned}$$

なるを以て

$$V_c = \frac{p}{4} \frac{\int_c^1 \frac{x^3}{I} ds + 2 \int_c^1 \frac{x \sin \varphi}{F} dy}{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds + \int_c^1 \frac{\sin \varphi}{F} dy} \dots\dots\dots (35)$$

$$M_c = \frac{H_c \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^1 \frac{m_a}{I} ds - \frac{p}{4} \int_c^1 \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} \dots\dots (36)$$

$$\begin{aligned} H_c = & \left[\frac{\int_c^1 \frac{m_a (y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{m_a}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} - \int_c^1 \frac{g \sin \varphi}{F} dx}{+ \frac{p}{4} \left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0) x^2}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} - 2 \int_c^1 \frac{x \sin \varphi}{F} dx \right\}} \right] \\ & \frac{\int_c^1 \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} + \int_c^1 \frac{\cos \varphi}{F} dx}{\dots\dots\dots (37)} \end{aligned}$$

直壓力の爲めに生ずる拱軸短縮の影響を省略するときは

$$V_c = \frac{p}{4} \frac{\int_c^A \frac{x^3}{I} ds}{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds} \dots\dots\dots (38)$$

$$M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{m_a}{I} ds - \frac{p}{4} \int_c^A \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \dots\dots\dots (39)$$

$$H = \frac{\left[\int_c^A \frac{m_a (y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} + \frac{p}{4} \left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right\} \right]}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}} \dots\dots (40)$$

第五節 拱軸線を決定すべき等布動荷重の量

拱環に生ずる應力を算出するに當り直壓力の作用による拱軸短縮の影響を省略するを普通とし、且つ又最大正負彎曲率は半拱載荷の場合に生ずるものと思ふるを以て拱環の厚さ又は拱軸線を求める場合には斯の如く假定するも差支無かるべし、故に第三節に於て q 及 q' が零なる場合には (32) より

$$V_c = 0$$

$$(33) \text{ より } M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{m_a}{I} ds - \frac{1}{2} p' \int_c^A \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \dots\dots (41)$$

$$= \frac{\int_c^A \left[H_c (y-y_0) - m_a - \frac{1}{2} p' x^2 \right] \frac{ds}{I}}{\int_c^A \frac{ds}{I}}$$

然るに等布動荷重 p' が全拱上に載荷せられたるときに生ずる壓力線は拱軸線と一致するものと假定せるを以て拱軸の任意の點に於ける彎曲率は零となるのであるから

$$M_c = 0$$

$$M_L = -H_c(y - y_0) + m_a + \frac{1}{2} p' x^2 = 0 \quad \left[M_L = \frac{1}{2} p' x^2 \right]$$

故に (41) 式は零となるのである 乃ち。

$$M_c = 0 \dots\dots\dots(42)$$

又 (33) より H_c は

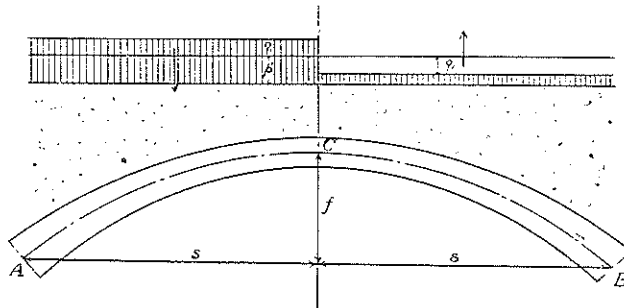
$$H_c = \frac{\int_c^1 \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{m_a}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} + \frac{p'}{2} \left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} \right\} \dots\dots(43)$$

$$\frac{\int_c^1 \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^1 \frac{ds}{I}}$$

次に $q' = -q$ なる場合乃ち第五圖に示す如く荷重載荷せられたるときに拱頂に生ずる V_c, H_c 及 M_c を求むれば次の如くなる

(32) 式に於て $q' = -q$ とをせば

$$V_c = \frac{q}{2} \frac{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds} \dots\dots\dots(44)$$



第五圖

(33) 式に於て $q' = -q$ とをけば

$$H_c = \left[\begin{aligned} & \frac{\int_c^A \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \\ & + \frac{p'}{2} \left\{ \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right. \end{aligned} \right]$$

$$\frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}$$

乃ち(43)式と同値である、言を換へて云へば $q = q' = 0$ の場合も $q' = -q$ の場合も H_c は互に等しいのである次に M_c は (34) より (Normal bending) (右半 p' 左半 p)

$$M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{m_a}{I} ds - \frac{p'}{2} \int_c^A \frac{x^2}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}}$$

上式に於ける H_c は(41)式に於ける H_0 と同値なるを以て

$$M_c = 0$$

となるのである。而して此場合に於て拱軸の任意の點に於ける彎曲率は次の如くなる

$$M_L = -H_c(y-y_0) + m_a + \frac{1}{2}(p'+q)x^2 - V_c x$$

$$M_R = -H_c(y-y_0) + m_a + \frac{1}{2}(p'-q)x^2 + V_c x$$

然るに

$$H_c(y-y_0) - m_a - \frac{1}{2}p'x^2 = 0 \quad \left[M_L = 0 \text{ p.12 4行目} \right]$$

なるにより

$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{1}{2}qx^2 - V_c x \\ M_R &= -\frac{1}{2}qx^2 + V_c x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

故に

$$M_L = -M_R$$

乃ち $M_L = -M_R$ となりて $q = -q'$ なるときは拱環の各點に於ける正負彎曲率の量は等量にして其符號は相反するのである。故に拱環の斷面を最小ならしむるには

$$q = -q'$$

なることを要す。然るに拱環の斷面乃ち厚さは半拱載荷の場合に決定せらるゝものとすれば

$$p' + q = p, \quad q' = -p'$$

ならざるべからず従て上記の3式より

$$p' = \frac{1}{2}p \dots\dots\dots(46)$$

乃ち拱環の斷面を最も經濟的に設計せんと欲せば $\frac{1}{2}p$ が全拱上に載荷せられたるときに生ずる壓力線に一致する様拱軸線を撰定することが必要である、此の荷重法を基準載荷 (Normalbelastung) と云ふのである。

従て基準載荷の場合に於ては

$$\begin{aligned}
 &V_c = 0 \\
 &M_c = 0 \\
 &H_c = \left[\int_c^1 \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{m_a}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{p}{4} \left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^1 \frac{x^2}{I} ds \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} \right\} \right] \dots\dots\dots(47) \\
 &\quad \frac{\int_c^1 \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \left\{ \int_c^1 \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^1 \frac{ds}{I}} \\
 &M_L = 0 \\
 &M_R = 0
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} N_L &= H_c \sec \varphi \\ N_R &= H_c \sec \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

拱軸線が基準荷重のときに生ずる壓力線と一致する様撰定せらるゝ場合には半拱荷重のとき拱頂に生ずる V_c, H_c, M_c 等は次の如くなる

$$V_c = \frac{p}{4} \frac{\int_c^{-1} \frac{x^3}{I} ds}{\int_c^{-1} \frac{x^2}{I} ds} \dots\dots\dots (49)$$

$$M_c = 0$$

H_c は基準荷重のときの H_c 乃ち (47) に等し、 M_L 及 M_R は (45) 式に於て $q = \frac{1}{2}p$ とをけば

$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{1}{4} px^2 - V_c x \\ M_R &= -\frac{1}{4} px^2 + V_c x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

直壓力の量は (34) 及 (35) に於て $p' = \frac{1}{2}p, q = \frac{1}{2}p, q' = 0$ とをけば

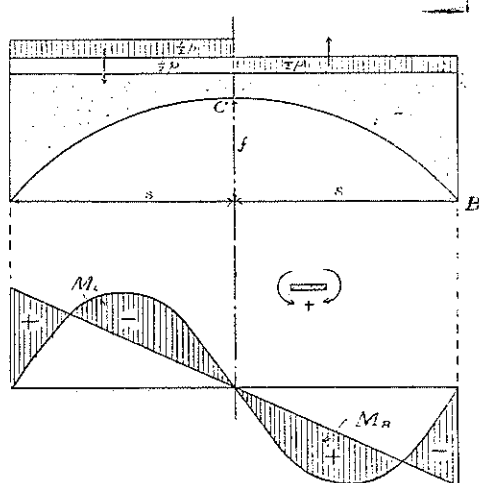
$$N_L = H_c \cos \varphi + (px + g - V_c) \sin \varphi \dots\dots\dots (51)$$

$$N_R = H_c \cos \varphi + (g + V_c) \sin \varphi \dots\dots\dots (52)$$

半拱荷重の場合に於ける彎曲率を圖示すれば第六圖の如くなる

第五節 温度の變化に伴ふ應力

無鉸拱橋に於ては温度の變化に伴ひ拱橋に應力を生ずるものにして温度の増加に伴ひ拱橋の伸延せんとする力は拱頂に於ける水平推力の増加を招來し延ひて亦 M_c の増大を來すのである、之に反し温度の下降に際しては如上と反對の現象を呈するのである。今温度の上昇を T とし拱環の膨脹係數を ω とすれば拱頂 C に於ける水平移動 dx 及斷面の回轉角 $d\varphi$ は共に零なるにより (16) 及 (18) より



第六圖

$$\Delta x = \int_c^A \frac{M_t(y-y_0)}{EI} ds - \int_c^A \frac{N_t}{EF} dx + T\omega s = 0 \dots\dots\dots(53)$$

$$\Delta \varphi = \int_c^A \frac{M_t}{EI} ds = 0 \dots\dots\dots(54)$$

又温度の變化によりて拱頂に生ずる水平推力を H_t 、彎曲率を M_t とすれば

$$M_t = M_c - H_t(y-y_0)$$

$$N_t = H_t \cos \varphi$$

故に (53) 及 (54) より

$$\int_c^A \frac{\{M_c - H_t(y-y_0)\}(y-y_0)}{EI} ds - \int_c^A \frac{H_t \cos \varphi}{EF} dx + T\omega s = 0$$

$$\int_c^A \frac{M_c - H_t(y-y_0)}{EI} ds = 0$$

上式より

$$M_t = H_t \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \dots\dots\dots(55)$$

$$H_t = \frac{ET\omega s}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}} \dots\dots\dots(56)$$

上式に於ては拱軸短縮による影響を省略したのである。

第六節 直壓力の爲めに生ずる拱軸短縮の影響

拱橋に生ずる應力の計算に於ては普通拱軸線の短縮による影響を省略して H_c 、 V_c 及 M_c を算出し拱軸線短縮の爲めに生ずる H_c 及 M_c は別に計算するのである。今拱軸線短縮の影響をも考慮したる場合の拱頂に於ける水平推力を H_c 、拱軸線短縮の影響を無視したる場合のものを H_c' 、次に該影響のみによる水平推力を ΔH_c とすれば

$$H_c = H_c' + \Delta H_c$$

(31) 式より

$$\begin{aligned}
 H_c = & \left[\frac{\int_c^A \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} (2p' + q + q') \left\{ \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I}}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right\} \right] \\
 & \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}{\int_c^A \left\{ H_c \cos \varphi + (g + p' + \frac{q+q'}{2}) \sin \varphi \right\} \frac{dx}{F}} \\
 & \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}{\int_c^A \left\{ H_c' \cos \varphi + (g + p' + \frac{q+q'}{2}) \sin \varphi \right\} \frac{dx}{F}}
 \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned}
 \Delta H_c = & \frac{\int_c^A \left\{ H_c \cos \varphi + (g + p' + \frac{q+q'}{2}) \sin \varphi \right\} \frac{dx}{F}}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}} \\
 & \frac{\int_c^A \left\{ H_c' \cos \varphi + (g + p' + \frac{q+q'}{2}) \sin \varphi \right\} \frac{dx}{F}}{\int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}} \quad \text{p. 913} \\
 & \frac{\int_c^A \frac{N_t}{F} dx}{\int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}} \quad \text{(24).} \\
 & \dots \dots \dots (57)
 \end{aligned}$$

拱軸線が壓力線と一致する場合には

$$N_L = H_c \sec \varphi$$

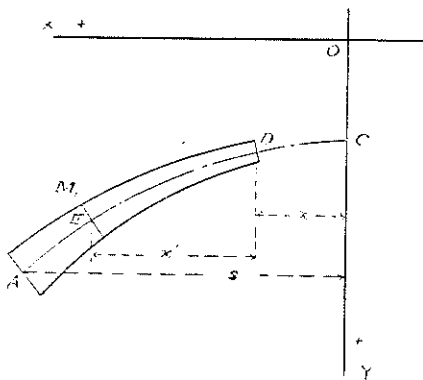
断面が $\sec \varphi$ に比例して増加する場合には拱頂の断面積を F_0 とすれば

$$F = F_0 \sec \varphi$$

然るときは ΔH_c の値は次の如くなるのである。

$$\Delta H_c = \frac{\frac{H_c}{F_0} s}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}$$

上式を温度の變化の爲めに生ずる水平推力 H_c を表はす式 (56) と比較するときは全く同一の式たることを知るのである、乃ち分子の Tws は拱環の水平に於ける伸縮を表はし、 $\frac{H_c}{EF_0} s$ も亦拱環の直壓力による水平短縮を表はすので、温度下降の場合に相當するのである。故に



第七圖

拱環の任意の一點 D の撓度 Δy を求むるには之を二つに分ち其一は彎曲率による撓度其二は直壓力による撓度とするを便なりとす。第七圖に於て任意の一點 E に於ける彎曲率を M_L 、拱軸の長さ ds 間に於ける角度の變形を $d\varphi$ 、 ED 間の水平距離を x' とし M_L のために D の垂直沈下を $d\Delta y$ とすれば

$$d\Delta y = x' d\varphi$$

然るに
$$d\varphi = \frac{M_L}{EI} ds$$

なるを以て
$$d\Delta y = \frac{M_L x'}{EI} ds$$

故に
$$\Delta y = \int_D^A \frac{M_L x'}{EI} ds \dots\dots\dots (60) \checkmark$$

故に直圧力の影響と同一の結果を生すべき温度の下降量 T は

$$ET\omega s = \frac{H_c}{F_0} s$$

$$\therefore T = \frac{H_c}{E\omega F_0} \dots\dots\dots (58)$$

全半拱載荷の場合に於て静動兩荷重より生ずる拱腰に於ける縁維應力を 500 #/sq. とすれば

$$500 = \frac{2N}{F}$$

$$= \frac{2H_c \sec \varphi}{F_0 \sec \varphi}$$

故に $\frac{H_c}{F_0} = 250 \text{ #/sq.}$

今 $E=2,000,000 \text{ #/sq.}$, $\omega=0.0000055$ とすれば

$$T = \frac{250}{2,000,000 \times 0.0000055}$$

$$= 22.97$$

乃ち直圧力の影響と同一の結果を生すべき温度の下降量は約 22.97 である。

第七節 撓度

$$= \int_c^A \frac{M_L x}{EI} ds + \int_c^A \frac{N_L}{EF} dy$$

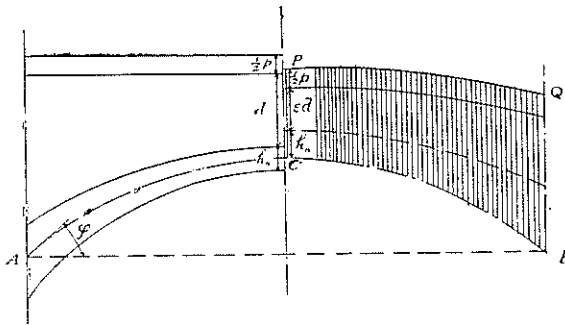
$$= \sum_c^A \frac{M_L \Delta s}{EI} x + \sum_c^A \frac{N_L \Delta s}{EF} \sin \varphi \dots\dots\dots (63)$$

第二章 拱軸線の形状

第八節 拱軸線と壓力線

拱軸曲線は拱に作用する外力の平衡曲線乃ち壓力線と一致せしむるを以て最も策の得たるものなることは既に屢々論じたる如くである。然るに其平衡曲線は動荷重配置の状態によりて種々變化するものであるから動荷重が如何なる状態にあるときを撰定するかは大に研究するの必要がある、今までに研究せられたる所に

よれば静荷重のみ作用する場合に生ずる最大應力が動荷重の作用によりて生ずる最大應力と等量にして其生ずる遠維は同一断面，反對側にある様に拱軸線を撰定するのである。乃ち静荷重の外に動荷重の一部が全拱上に載荷せられたる場合に生ずる平衡曲線を拱軸線として採用するのである，而して其載荷したる動荷重の一部を取り去り静荷重のみ作用する場合の最大應力と動荷重によりて生ずる最大應力とを相等しからしむるのである，従て拱軸曲線の撰定に當て動荷重の幾部分を全拱上に載荷したるとき決定すれば可なるかは實に困難の問題である，普通石拱橋に於ける如く温度の變化，拱軸の短縮より生ずる影響を考慮せず單に等布



第 八 圖

動荷重が拱の一半上に積載せられたるときは拱環に生ずる應力最大となるものと考えるときは，既に第一章第五節に於て述べたる如く，等布動荷重の半量が全拱上に積載せられたる場合に生ずる平衡曲線乃ち壓力線を拱軸線として採用するを以て最

も經濟なりとするのである，而して此の載荷法を基準載荷と云ふことは前に述べたる通りである，然るを以て基準載荷の場合に於ける平衡曲線を求め之を拱軸線に撰定することとし其曲線を求むる方法を次に述ぶることとする。

第八圖に於て

l_0 ; 拱頂 C に於ける拱環の厚さ

d ; 拱頂に於ける土砂の厚さ

p ; 等布動荷重を拱環と同質のものに換算したる高さ

ed ; 土砂を拱環と同質のものに換算したる高さ，従て

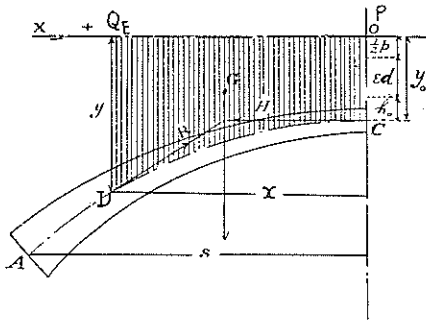
e ; $\frac{\text{土砂の單位重量}}{\text{拱環の單位重量}}$

とし同圖右半部に於て示す如く拱軸線上に拱環，土砂及等布動荷重の $1/2$ 量を拱環と同質のものに換算したる高を置くときは其上部限界線 PQ ，乃ち荷重線 (Load contour) と拱軸線 CB との間に挟まれたる高さは其點に於ける荷重の量を表はすべく，而して此荷重線 PQ は普通曲線となるものである，次に荷重線が水平線と

なる場合と曲線となる場合とに分ち平衡曲線を求める方法を述べやう。

第九節 荷重線 PQ が水平なる場合

荷重線 PQ が水平となる場合は實際に於ては殆んど絶無である、而して此場合に於ける平衡曲線は變垂曲線 (Transformed catenary) となることは Rankine 氏



第九圖

著 Applied Mechanics に於て説明せる通りである、今第九圖に於て示す如く ADC は平衡曲線と一致する拱軸曲線とし此の曲線上に拱環、拱腹材及等布動荷重の半量（乃ち基準載荷の場合）を拱環と同質のものに換算したる高を置くと其荷重線 PQ が水平線となりたりと假定す、今此の水平線を X 軸とし O を坐標軸の原点とし OC を

Y 軸とすれば

$$OC = \frac{P}{2} + sd + h_0$$

$$OE = x$$

$$ED = y$$

u ; 面積 $OCDE$

w ; 拱環の單位重量

G ; 面積 $OCDE$ の重量

とすれば

$$G = wu = w \int_0^x y dx$$

H を拱頂 C 點に作用する水平推力とし

$$H = wa^2$$

と假定すれば

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{d^2u}{dx^2} = \frac{G}{H} = \frac{u}{a^2}$$

$$= \frac{1}{a^2} \int_0^x y \, dx$$

故に

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{a^2} \int_0^x y \, dx$$

依て

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y}{a^2}$$

(微分方程式)

従て

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{y^2}{a^2} + C$$

註

$$\frac{dy}{dx} = p$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx}$$

$$= \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= \frac{dp}{dy} p$$

$$= \frac{1}{a^2} y$$

$$\therefore p \cdot \frac{dp}{dy} = \frac{1}{a^2} y \cdot y$$

$$\therefore p^2 = \frac{1}{a^2} y^2 + C$$

$$\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{y^2}{a^2} + C$$

$\frac{dy}{dx} = 0$ のときは $y = y_0$ なるを以て

$$C = -\frac{y_0^2}{a^2}$$

故に

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{1}{a^2}(y^2 - y_0^2)$$

従て

$$\frac{dy}{\sqrt{y^2 - y_0^2}} = \frac{dx}{a}$$

之を積分すれば

$$\log \left\{ \frac{y + \sqrt{y^2 - y_0^2}}{y_0} \right\} = \frac{x}{a}$$

$$\left[x=0, y=y_0 \therefore C=0 \right]$$

$$y = \frac{y_0}{2} \left\{ e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right\} \dots \dots \dots (64)$$

註
一階に於
 $\log [y + \sqrt{y^2 - y_0^2}] = \frac{x}{a} + C$
 $x=0, y=y_0 \therefore C = \log y_0$

64) 式は 求むる所の平衡曲線にして乃ち變垂曲線なることを知る 今雙曲餘弦 (Hyperbolic cosine) を用ひて之を表はすときは

$$\cosh \frac{x}{a} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

なるを以て (64) 式は次の如くなる

$$y = y_0 \cosh \frac{x}{a} \dots \dots \dots (65)$$

又

$$u = \int_0^x y \, dx$$

註

$$y + \sqrt{y^2 - y_0^2} = y_0 e^{\frac{x}{a}}$$

$$\therefore y - \sqrt{y^2 - y_0^2} = y_0 e^{-\frac{x}{a}}$$

$$\therefore y = \frac{y_0}{2} \left[e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right]$$

$$\left[\because \text{両式を和すれば} \right]$$

$$y_0^2 = y^2$$

$$= \int_0^x \frac{y_0}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) dx$$

別解.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y}{a^2} \quad \dots (1)$$

$$y = y_0 + \frac{x}{1!} y_0' + \frac{x^2}{2!} y_0'' + \frac{x^3}{3!} y_0''' + \frac{x^4}{4!} y_0^{(4)} + \dots \quad \dots (2)$$

$$(1) \text{ により } y'' = \frac{y}{a^2} \quad \therefore y_0'' = \frac{y_0}{a^2}$$

$$y''' = \frac{y'}{a^2} \quad \therefore y_0''' = \frac{y_0'}{a^2}$$

$$y^{(4)} = \frac{y''}{a^2} \quad y_0^{(4)} = \frac{y_0''}{a^2}$$

$$y^{(5)} = \frac{y'''}{a^2} \quad y_0^{(5)} = \frac{y_0'''}{a^2} = \frac{y_0'}{a^4}$$

$$y = y_0 + \frac{x}{1!} y_0' + \frac{x^2}{2!} \frac{y_0''}{a^2} + \frac{x^3}{3!} \frac{y_0'''}{a^2} + \frac{x^4}{4!} \frac{y_0^{(4)}}{a^2} + \dots$$

$$x=0, \quad y = y_0^C. \quad (\because y_0^C \text{ is arclength of } \frac{y_0}{a} \therefore y_0 =$$

$$x=0, \quad y' = 0.$$

$$y' = y_0' + 2 \cdot \frac{x}{2!} \frac{y_0''}{a^2} + 3 \frac{x^2}{3!} \frac{y_0'''}{a^2} + \dots$$

$$\therefore y_0' = 0.$$

$$\therefore y = y_0 \left[1 + \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^4}{4!} + \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^6}{6!} + \dots \right]$$

$$= y_0 \cosh \frac{x}{a}$$

$$= \frac{ay_0}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

雙曲正弦を用ひて上式を表はすときは

$$\sinh \frac{x}{a} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

なるを以て

$$u = ay_0 \sinh \frac{x}{a} \dots\dots\dots (66)$$

又

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx}$$

$$= \frac{y_0}{2a} \left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

$$= \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a} \dots\dots\dots (67)$$

次に

$$H = wa^2$$

$$G = H \frac{dy}{dx}$$

$$R = \sqrt{G^2 + H^2}$$

$$= H \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}$$

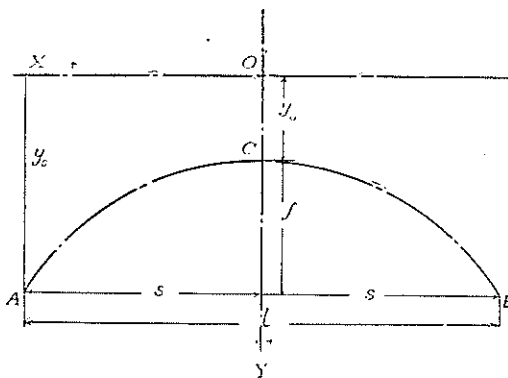
$$= H \sec \varphi \dots\dots\dots (68)$$

$$G = W \cdot u = W \cdot ay_0 \sinh \frac{x}{a}$$

$$\therefore G = H \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= Wa^2 \cdot \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$$

$$= W \cdot a \cdot y_0 \sinh \frac{x}{a}$$



第十圖

第十圖に於て

f ; 拱矢

l ; 支間

s ; $l/2$

y ; 起拱點に於ける拱軸曲線の

縦距とすれば $y_s = f + y_0$

然るに $y_s = y_0 \cosh \frac{s}{a}$ なるを以て

$$\frac{y_s}{y_0} = \cosh \frac{s}{a}$$

故に

$$\cosh \frac{s}{a} = \frac{y_0 + f}{y_0} \dots\dots\dots (69)$$

従て

$$a = \frac{s}{\text{arc cosh} \frac{y_0 + f}{y_0}} \dots \dots \dots (70)$$

(69) 式又は (70) より周率 a を算出することが出来るから (65) より雙曲餘弦の表を用ひて x の任意の値に對して y の値を求むることが出来る, 故に變垂曲線乃ち拱軸曲線の坐標を算出することを得るのである。

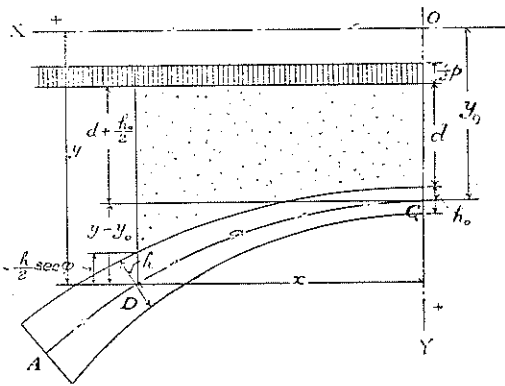
第十節 荷重線が曲線となる場合

前節に於ては荷重線が水平となる場合の平衡曲線, 乃ち拱軸線を求めたるも斯の如き場合は絶無なるにより本節に於ては最も普通に生ずる, 荷重線が曲線となる場合の拱軸線を求むる方法を述べよう。

第十一圖に於て示す如く AC を平衡曲線と一致する拱軸線とし

y_0 ; 拱頂 C の縦距

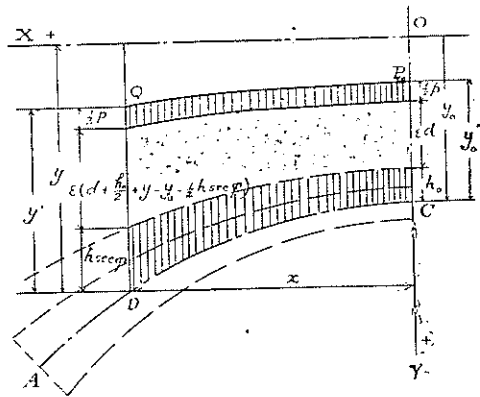
x, y ; 拱軸上に於ける任意の一點 D の坐標



第十一圖

- h_0 ; 拱頂に於ける拱環の厚さ
- h ; D 點に於ける拱環の厚さ
- ϕ ; D 點に於て拱軸線の水平線となす角
- p ; 等布動荷重を拱環と同質のものに換算したる高さ

第十二圖は凡ての荷重を拱環と同質のものに換算したる高を拱軸線上に置き其荷重線 PQ を求めたる圖にして荷重線 PQ が水平線とならずして一曲線となりたる場合を示すものである, 今拱頂に於ける荷重の高を y'_0 , D 點に於けるものを y' とす, 然るときは



第十二圖

$$y_0' = \frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \dots\dots\dots(71)$$

$$y' = \frac{p}{2} + \varepsilon \left(d + \frac{h_0}{2} + y - y_0 - \frac{h}{2} \sec \varphi \right) + h \sec \varphi \dots\dots\dots(72)$$

上式 y' の値は近似値を表はすものなれども其誤差は極めて小なるを以て以下(72)式を以て y' の値と假定す。

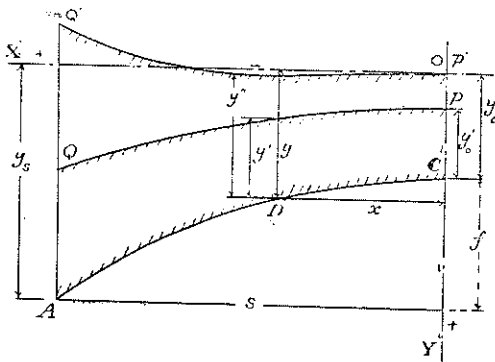
今拱環の断面は $\sec \varphi$ に比例して増加するものとすれば

$$h = h_0 \sec \varphi$$

なるを以て

$$y' = \frac{p}{2} + \varepsilon(d + y - y_0) + h_0 + h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \tan^2 \varphi \dots\dots\dots(73)$$

y' は荷重線 PQ と拱軸線 AO との間に狭まれたる高さ、乃ち荷重の量を表はす



第十三圖

を以て第十三圖に於て示す如く是等の縦距に或係數 β を乗ずるときは PQ 線は新なる荷重線 $P'Q'$ となるのである、此の場合に β を適當に撰定すれば此新荷重線 $P'Q'$ をして水平若しく水平線に近き曲線となすことを得るのである。

今坐標原點を O とし、 O を通して水平線 OX を引き之を X 軸とし拱軸

線 AO の縦距を頂點に於て y_0 、起拱點に於て y_s 、 D 點に於て y とし且つ

$$y_0 = \beta y_0', \quad y'' = \beta y'$$

次に $P'Q'$ を水平若しくは水平に近き曲線となさしむる爲めには OX と $P'Q'$ との差を最小なしむる様 β を撰定せねばならぬ、乃ち

$$\sum (y - y'') = 0$$

又は

$$\int_0^s (y - y'') dx = 0$$

乃ち
$$\int_0^s y dx = \int_0^s y'' dx \dots\dots\dots(74)$$

上式 (74) より β の値を求め $P'Q'$ を畫くときは $P'Q'$ 線は殆んど OX と一致するのである、故に之を一致するものと假定すれば拱軸線は前節と同じく變垂曲線となり其式は次の如くなる

$$y = y_0 \cosh \frac{x}{a}$$

上式に於て

$$\begin{aligned} y_0 &= \beta y' \\ &= \beta \left(\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \right) \dots\dots\dots(75) \end{aligned}$$

今

u ; 面積 $OXAC$

w' ; 面積 $P'Q'AC$

とすれば

$$\begin{aligned} u &= \int_0^s y dx \\ &= ay_0 \sinh \frac{s}{a} \dots\dots\dots(76) \end{aligned}$$

而して $P'Q'$ 線と AC との間に挟まれたる縦距 y'' は

$$\begin{aligned} y'' &= \beta y' \\ &= \beta \left\{ \frac{p}{2} + \varepsilon (d + y - y_0) + h_0 + h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \tan^2 \varphi \right\} \dots\dots\dots(77) \end{aligned}$$

然るに

$$y = y_0 \cosh \frac{x}{a}$$

$$\tan \varphi = \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$$

なるを以て

$$\begin{aligned} y'' &= \beta \left(\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \right) + \beta \varepsilon (y - y_0) + \beta h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \tan^2 \varphi \\ &= y_0 + \beta \varepsilon y - \beta \varepsilon y_0 + \beta h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{y_0^2}{a^2} \sinh^2 \frac{x}{a} \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned}
 w' &= \int_0^s y'' dx \\
 &= \int_0^s \left\{ y_0 + \beta \varepsilon y - \beta \varepsilon y_0 + \beta h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{y_0^2}{a^2} \sinh^2 \frac{x}{a} \right\} dx \\
 &= y_0 s + \beta \varepsilon y_0 a \sinh \frac{s}{a} - \beta \varepsilon y_0 s + \beta h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{y_0^2}{4a^2} \left(a \sinh \frac{2s}{a} - 2s \right) \dots (75)
 \end{aligned}$$

(74) 式により $u = w'$

なるを以て (76) 及 (78) より

$$\begin{aligned}
 y_0 s (1 - \beta \varepsilon) - y_0 a (1 - \beta \varepsilon) \sinh \frac{s}{a} + \beta h_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{y_0^2}{4a^2} \left\{ a \sinh \frac{2s}{a} - 2s \right\} &= 0 \\
 -(1 - \beta \varepsilon) \left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right) + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{\beta h_0 y_0}{4a^2} \left\{ \sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right\} &= 0
 \end{aligned}$$

故に

$$1 = \beta \left[\varepsilon + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{h_0 y_0}{4a^2} \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right)} \right] \dots \dots \dots (79)$$

又

$$y_0 = \beta \left(\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \right)$$

故に

$$\beta = \frac{y_0}{\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0} \dots \dots \dots (80)$$

(79) 及 (80) より次の式を得

$$\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 = \varepsilon y_0 + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \frac{h_0 y_0^2}{4a^2} \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right)} \dots \dots \dots (81)$$

又第十三圖に於て

$$\begin{aligned}
 y_0 + f &= y_0 \cosh \frac{s}{a} \\
 f &= y_0 \left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

* 註 $\int \sinh^2 x dx = \frac{1}{2} (\sinh x \cosh x - x)$

$$y_0 = \frac{f}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \dots \dots \dots (82)$$

(S1) 及 (S2) より

$$\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 = \frac{\varepsilon f}{\cosh \frac{s}{a} - 1} + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \frac{h_0}{4a^2} \left\{ \frac{f}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \right\}^2 \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right)}$$

従て

$$\frac{\varepsilon}{\cosh \frac{s}{a} - 1} = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \left(\frac{f}{l}\right)^2 \left\{ \frac{\frac{s}{a}}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \right\}^2 \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right)} \right] \dots (83)$$

上式に於て ε, p, d, f 及び s は設計上始めより決定し得るを以て該式中の未知数は a 及 h_0 なり、故に h_0 を或る方法によりて決定すれば該式より s/a を算出することが出来る而して (S2) 式より y_0 を求むれば變垂曲線の式

$$y = y_0 \cosh \frac{v}{a}$$

より拱軸線を決定し得るのである。

次に此方法の適否を検する爲めに β を算出し、 y 及 y'' を求め $P'Q'$ 線と OX 線との差を算出し、 $P'Q'$ 線と OX 線とが一致するものと假定して可なるや否やを検すべし。

上記 s/a の値を求むる算式 (S3) は頗る煩雜なるを以て圖式法によりて h_0/f と s/a との關係を表はす曲線を求め、次に h_0/f に相當する s/a を求むるを以て便なりとするのである。

今
$$C' = \frac{\varepsilon}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \dots\dots\dots (84)$$

$$C'' = \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \left\{ \frac{\frac{s}{a}}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \right\}^2 \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a}\right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a}\right)} \dots\dots\dots (85)$$

とすれば (83) 式は

$$C = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \left\{ 1 - \left(\frac{f}{l}\right)^2 C'' \right\} \dots\dots\dots (86)$$

となる、次に拱環は鐵筋混凝土より成り其 1 立方呎の重量を 150 封度とし填充土砂の重量を 1 立方呎に付 100 封度 110 封度及 120 封度の 3 種とし之に對する ε の値を夫々 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 及 ε_3 とすれば

$$\varepsilon_1 = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}, \quad \varepsilon_2 = \frac{110}{150} = \frac{11}{15} = 1.1\varepsilon_1, \quad \varepsilon_3 = \frac{120}{150} = \frac{4}{5} = 1.2\varepsilon_1$$

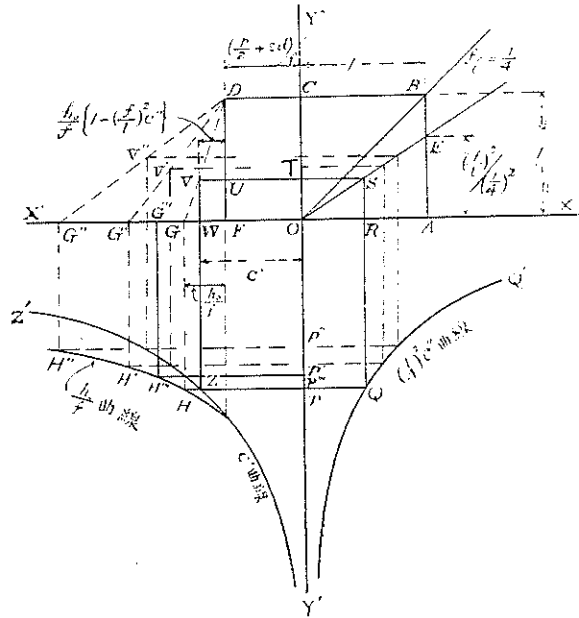
となる、次に (84) 式に於て $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 及 ε_3 に對する C' の値を夫々 C_1', C_2' 及 C_3' とし (85) 式に於て C'' の値を夫々 C_1'', C_2'' 及 C_3'' とし、是等 C' 及 C'' の値を算出すれば第一表の如くなる、該表中 C'' の値に $(1/4)^2$ を乘したるは圖式上の便利に出でたるものにて他に何等の理由あるにあらず、只其の値を適當に減小したるに止まるのである

第一表 C' 及 $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値

$\frac{s}{a}$	C_1'	C_2'	C_3'	$(\frac{1}{4})^2 C_1''$	$(\frac{1}{4})^2 C_2''$	$(\frac{1}{4})^2 C_3''$
0.6	3.5939	3.9533	4.3127	3.6762	3.4924	3.3086
0.7	2.6123	2.8735	3.1348	2.6978	2.5629	2.4280
0.8	1.9759	2.1735	2.3711	2.0622	1.9591	1.8560
0.9	1.5393	1.6932	1.8472	1.6246	1.5434	1.4621
1.0	1.2275	1.3503	1.4730	1.3118	1.2462	1.1806
1.1	0.9973	1.0970	1.1968	1.0808	1.0268	0.9727
1.2	0.8223	0.9045	0.9868	0.9044	0.8592	0.8140
1.3	0.6866	0.7553	0.8239	0.7678	0.7294	0.6910
1.4	0.5793	0.6372	0.6952	0.6592	0.6262	0.5933
1.5	0.4930	0.5423	0.5916	0.5716	0.5430	0.5145
1.6	0.4226	0.4649	0.5071	0.4999	0.4749	0.4499
1.7	0.3646	0.4011	0.4375	0.4406	0.4186	0.3965

1.8	0.3163	0.3479	0.3796	0.3908	0.3712	0.3517
1.9	0.2753	0.3028	0.3304	0.3457	0.3312	0.3138
2.0	0.2414	0.2655	0.2897	0.3127	0.2981	0.2814
2.1	0.2120	0.2332	0.2544	0.2818	0.2677	0.2536
2.2	0.1869	0.2056	0.2243	0.2549	0.2422	0.2294
2.3	0.1651	0.1816	0.1981	0.2318	0.2202	0.2087
2.4	0.1463	0.1609	0.1756	0.2109	0.2003	0.1898
2.5	0.1299	0.1429	0.1559	0.1927	0.1831	0.1734
2.6	0.1156	0.1272	0.1387	0.1766	0.1678	0.1589
2.7	0.1030	0.1133	0.1236	0.1622	0.1541	0.1460

第十四圖に於て示す如く OY' 上に s/a を置き、 OX 上に $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値を示す様に QQ' 曲線を畫く、乃ち $s/a = OP$ のとき $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値は OR である、又 OX' 上に C' の値を示す様に曲線 ZZ' を畫き $s/a = OP$ なるとき C' の値は OW である、又 $OA = OC = 1$ とし正方形 $OABC$ を作り、 $AE = (\frac{f}{l}) / (\frac{1}{4})^2$ に取り O と E とを結び QR の延長線と S に於て交らしめ S より水平線を引き OY と T に於て交らしむるときは $\triangle OSR$ 及 $\triangle OEA$ は相似形なるを以て



第十四圖

$$SR = \frac{AE}{OA} \times OR$$

然るに

$$AE = \left(\frac{f}{l}\right)^2 / \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$OA = 1$$

$$OR = \left(\frac{1}{4}\right)^2 C''$$

なるを以て

$$SR = \left(\frac{f}{l}\right)^2 C''$$

$OT = SR$ なるを以て

$$OT = \left(\frac{f}{l}\right)^2 C''$$

従て

$$TC = 1 - \left(\frac{f}{l}\right)^2 C'' \dots\dots\dots (87)$$

又

$$DC = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f}$$

に取り垂直線 DF を引き ST の延長線と U に於て交らしむ、次に ZW の延長線と STU の延長線との交點を V とし、 DV を結び其の延長線が OX' を切る點を G とすれば

$$TU = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f}$$

$\triangle DVU$ 及 $\triangle DGF$ は相似形なるを以て

$$UV = GF \times \frac{DU}{DF}$$

$DU = TC$, $DF = 1$ なるを以て

$$\begin{aligned} UV &= GF \times TC \\ &= GF \left\{ 1 - \left(\frac{f}{l}\right)^2 C'' \right\} \dots\dots\dots (88) \end{aligned}$$

然るに

$$UV + UT = OW$$

乃ち

$$UV + \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} = C' \dots\dots\dots (89)$$

(88) より

$$C' = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + GF \left\{ 1 - \left(\frac{f}{l}\right)^2 C'' \right\} \dots\dots\dots (90)$$

(86) と (90) とを比較すれば

$$GF = \frac{h_0}{f}$$

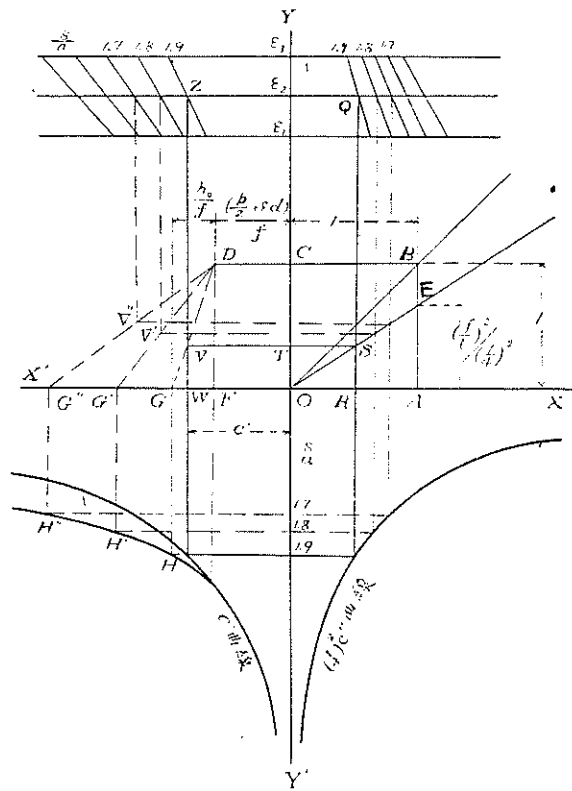
なることを知るのである、故に $h_0/f = GF$ なるときは s/a の値は OP である。今

G より垂直線を引き PZ の延長線と H に於て交らしめ、又 $s/a = OP'$ の場合に於ける h_0/f の値 FG' を求め前同様にして H' を求め、順次 s/a の任意の値に對する H'' 等を求め H, H', H'' 等を結ぶ曲線を畫くときは此の曲線は h_0/f と s/a との關係を表はす曲線にして乃ち (83) 式を表はす曲線である、故に之を h_0/f 曲線と命名せり、換言すれば h_0/f の任意の値に相當する s/a の値を求むるには F より h_0/f に等しく $G'''F$ を取り、 G''' より垂直線 $G'''H'''$ を引き h_0/f 曲線と H''' に於て交らしめ、之より水平線を引き OY' を切る點を P''' とすれば求むる s/a の値は OP''' である、斯の如く s/a の値を任意に假定して h_0/f 曲線を畫き置くときは h_0/f の任意の値に相當する s/a の値を容易に見出すことが出来るのである。

次に C' 及 $(\frac{1}{4})^2 C''$ 曲線、乃ち ZZ' 及 QQ' を畫く代りに第十五圖に於て示す如く $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 及 ε_3 に對する水平線 3 本を引き右側に於て夫々 $s/a = 0.6, 0.7, 0.8, \dots$ 2.6, 2.7 に對する $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値を置き、左側に於て夫々 $s/a = 0.6, 0.7, 0.8, \dots$ 2.6, 2.7 に對する C' の値を置き s/a の同じ値に對する $(\frac{1}{4})^2 C''$ 、或は C' の値を表はす點を結びて $s/a = 0.6, 0.7, 0.8, \dots$ 2.6, 2.7 なる線群を引き第十四圖に於けると同様に

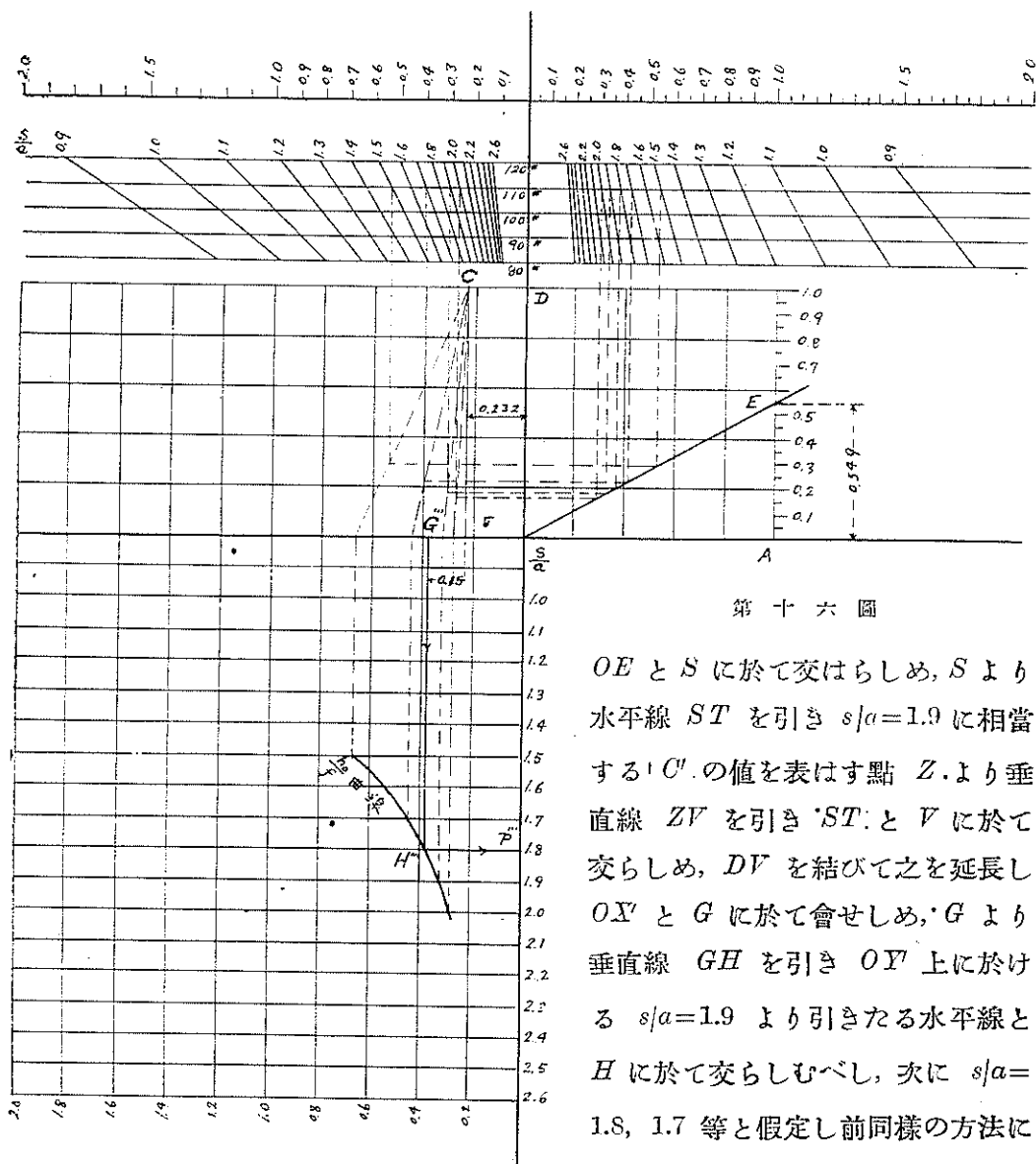
$$AE = \left(\frac{f}{l}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2, DC = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f},$$

$AB = DF = 1$ なる線を引き、 ε の



第十五圖

値を例へば ε_2 とし $s/a = 1.9$ に對する $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値を表はす點 Q より垂直線を下し



第十六圖

OE と S に於て交はらしめ、S より水平線 ST を引き $s/a=1.9$ に相當する C' の値を表はす點 Z. より垂直線 ZV を引き ST. と V に於て交はらしめ、DV を結びて之を延長し OX' と G に於て會せしめ、G より垂直線 GH を引き OX' 上に於ける $s/a=1.9$ より引きたる水平線と H に於て交らしむべし、次に $s/a=1.8, 1.7$ 等と假定し前同様の方法にて H', H'' 等を求め H, H', H'' 等を

結ぶ曲線 $H H' H''$ を畫くときは求むる所の h_0/f 曲線を得るのである。

第十六圖は第十五圖に倣ひ第一表によりて C' 及 $(\frac{1}{4})^2 C''$ の値を $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 及 ε_3 線上に置き s/a 線群を畫きたるものである

$$l=108' \quad \text{乃ち} \quad s=54'$$

$$f=20'$$

$$d=3'.5$$

動荷重の量 p は 1 平方呎に付 620 封度, 鐵筋混凝土の 1 立方呎の重量を 150 封度, 土砂の重量を 110 封度とすれば

$$\varepsilon = \frac{110}{150} = 0.7333$$

$$p = \frac{620}{150} = 4.1333$$

$$\begin{aligned} \frac{p}{2} + \varepsilon d &= \frac{4.1333}{2} + 0.7333 \times 3.5 \\ &= 4.6333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} &= \frac{4.6333}{20} \\ &= 0.232 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{f}{l}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} &= \frac{\left(\frac{20}{108}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} \\ &= 0.549 \end{aligned}$$

$AE=0.549$, $DC=0.232$ とし第十五圖に於けると同様の方法にて h_0/f 曲線 HH' H' を求め, 次に

$$h_0=3'$$

なるときは

$$\frac{h_0}{f} = 0.15$$

なるを以て $FG'''=0.15$ とし G''' より垂直線 $G'''H'''$ を引き h_0/f 曲線と H''' に於て交らしめ, H''' より水平線を引き OY' と P''' に於て會せしむるれば求むる $s/a=OP'''$ 乃ち 1.8 なることを知る。

第三章 拱環の厚さ

第十一節 拱環断面の變化

凡そ構造物の断面は力學上必要の大きさにて設計するのが最も經濟であることは言ふまでもないことである、然し構造上、或は使用材料の市場に於ける形狀、或は美觀上よりして理論上より算出せられたる断面となすことが出来ないことは屢々あるのである、特に拱橋の如きものにありては斯る場合が多いのである。

拱環に生ずる彎曲率は拱腰及起拱點に於て最大となり、其中間に於て甚しく小となるので理論上より算出せられたる断面を使用するときは美觀上甚たしく醜いのであるから普通拱環の厚さ h は拱頂に於ける厚さ h_0 に對し次の如く變化せしむるのである、乃ち

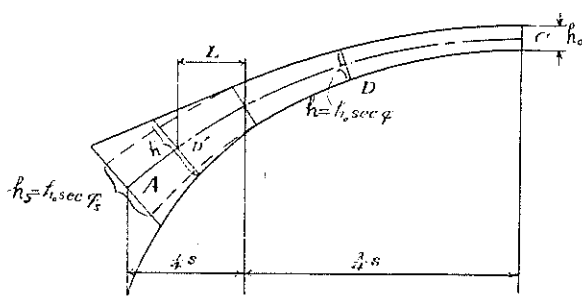
$$h = h_0 \sec \varphi$$

然し起拱點附近に於ては彎曲率急激に増加するを以て起拱點に於ける厚さ h_s は普通 h_0 の二倍乃至二倍半とするのである、而して其増加の割合を予は次の如く定めたのである。第十七圖に於て示す如く拱頂 C より $\frac{3}{4}s$ までは

$$h = h_0 \sec \varphi \dots\dots\dots(91)$$

$\frac{3}{4}s$ より起拱點に至る間は

$$h = h_0 \sec \varphi + \frac{(h_s - h_0 \sec \varphi_s) L^2}{\left(\frac{1}{4}s\right)^2} \dots\dots\dots(92)$$



第十七圖

線となす角

φ_s : 起拱點に於て拱軸線の水平線となす角

上式に於て

h ; 任意の一點 D に於ける拱環の厚さ

h_0 ; 拱頂に於ける拱環の厚さ

h_s ; 起拱點に於ける拱環の厚さ

φ ; D 點に於て拱軸線の水平

L ; $\frac{3}{4}s$ 點より D' 點に至る水平距離

次に h_s と h_0 との比を k とすれば

$$\frac{h_s}{h_0} = k$$

(92) は次の如くなる

$$\frac{h}{h_0} = \sec \varphi + \frac{(k - \sec \varphi_s) L^2}{\left(\frac{1}{4}s\right)^2} \dots\dots\dots (93)$$

而して k は $\sec \varphi_s$ 又は普通 2.0 乃至 2.5 である。

第十二節 拱環の厚を決定すべき條件

拱環の厚は拱環に作用する直壓力及彎曲率によりて生ずる最大應力度によりて決定せらるゝこと普通の構造物と同様なるも其最大應力度を生ずべき條件は拱橋の形狀及其用途によりて異なるものである、乃ち扁平拱 (Flat arch) にありては彎曲率よりも直壓力の作用大にして断面の大きさは主として直壓力によりて支配さる、普通の拱橋にありては鐵道橋と公道橋とによりて其條件異なるのであるが、公道橋にありては動荷重の量、靜荷重に比して小なるを以て壓力線は容易に断面の 3 等分圏内に入り、動荷重より生ずる彎曲率、從て少^く温度の變化によりて生ずる彎曲率は比較的大なるを以て扁平拱^と同じく直壓力を主とし、之に温度の變化に伴ふ彎曲率より生ずる應力を副とし拱環の断面決定さるべきである、之に反して鐵道橋にありては動荷重の量大なるを以て拱環の大きさは主として動荷重によりて支配さる、乃ち半拱載荷の場合に其壓力線を拱環の断面の 3 等分圏内にあらしむる様厚を決定すれば充分にて、温度の變化に伴ふ彎曲率及直壓力は影響するところ少し、本論は鐵道橋を主として論ずるものなるが故に拱環の断面は半拱載荷の場合に壓力線が常に断面の 3 等分圏内にありて且つ最も最小なる厚を求むる方法を研究することゝす。

第十三節 拱環に生ずる最大彎曲率及直壓力

拱環は半拱載荷の場合に其断面を決定することゝ假定せるを以て此の場合に於ける最大彎曲率及直壓力を算出する方法を述べん。

拱軸線は動荷重の半量、乃ち $\frac{1}{2}p$ が全拱上に載荷せられたるとき換言すれば基準載荷の場合に生ずる壓力線に一致する様撰定せられたるを以て M_L 及 M_R は何れに於ても零となるのである。

$$M_L = -H_c(y-y_0) + m_a + \frac{1}{4}px^2 = 0$$

次に基準載荷の場合に於ける H_c は (47) 式より

$$H_c = \frac{\left[\frac{\int_c^A \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} + \frac{p}{4} \left\{ \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right\} \right]}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}$$

乃ち半拱載荷の場合の H_c と同値である、次に半拱載荷の場合に於ける M_c は (47) により

$$M_c = 0$$

基準載荷の場合に於ける拱軸曲線は第二章の方法によりて之を求め、且つ壓力線と一致するものと假定すれば、變垂曲線の理によりて其頂點に生ずる水平推力 H_c は曲線の縦距が β 倍せられたるを以て

$$H_c = \frac{\alpha a^2}{\beta}$$

拱環に使用せる材料の單位重量を重量の單位とすれば

$$H_c = \frac{a^2}{\beta}$$

次に半拱載荷の場合に於ける V_c は (38) より

$$V_c = \frac{p}{4} \frac{\int_c^A \frac{x^3}{I} ds}{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds}$$

従て

$$V_c = \frac{ps}{4} \frac{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{ds}{I}}{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{ds}{I}} \dots\dots\dots(95)$$

今

$$\gamma = \frac{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{ds}{I}}{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{ds}{I}} \dots\dots\dots(96)$$

とをけば

$$V_c = \frac{1}{4} ps\gamma \dots\dots\dots(97)$$

半拱載荷の場合に拱環に生ずる彎曲率 M_L 及 M_R は (50) より

$$M_L = \frac{1}{4} px^2 - V_c x$$

$$M_R = -\frac{1}{4} px^2 + V_c x$$

(97) より

$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{p}{4} (x^2 - s\gamma x) \\ M_R &= -\frac{p}{4} (x^2 - s\gamma x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(98)$$

(98) 式より M_L と M_R とは其實値相等しく其符號相反することを知らしめて最大彎曲率は剪力の零となる點に於て生ずるを以て其點乃ち拱腰の點の x の値を求めれば次の如くなる

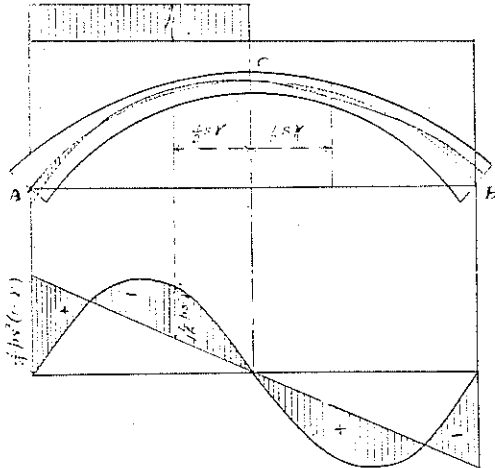
$$\frac{dM}{dx} = \frac{p}{4} (2x - s\gamma) = 0$$

$$x = \frac{s\gamma}{2} \dots\dots\dots(99)$$

拱腰に於ける最大彎曲率を M_0 とすれば

$$M_0 = -\frac{ps^2\gamma^2}{16} \dots\dots\dots(100)$$

此點に於ける拱軸線の水平線となす角を ϕ_0 とすれば



第十八圖

$$\begin{aligned} \tan \varphi_0 &= \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a} \\ &= \frac{y_0}{a} \sinh \frac{sy}{2a} \dots (101) \end{aligned}$$

起拱點に於ける彎曲率を M_s とすれば (98) 式に於て x を s とすれば之を求むることが出来る

$$M_s = \frac{ps^2}{4}(1-\gamma) \dots (102)$$

半拱載荷の場合に於ける彎曲率圖を示せば第十八圖の如くなる

直壓力の量は (51) 及 (52) より

$$\left. \begin{aligned} N_L &= H_c \cos \varphi + (px + g - V_c) \sin \varphi \\ N_R &= H_c \cos \varphi + (g + V_c) \sin \varphi \end{aligned} \right\} \dots (103)$$

第十四節 半拱載荷の場合に於ける V_c の値

半拱載荷の場合に於ける V_c の値は (97) 式より

$$V_c = \frac{1}{4} ps\gamma$$

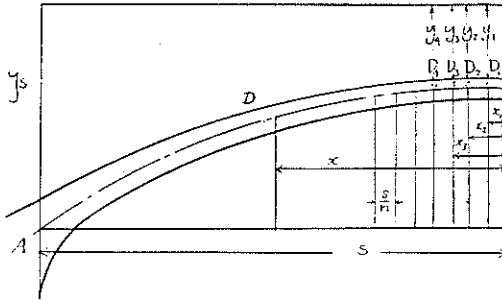
上式に於て γ は (96) 式より

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{ds}{I}}{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{ds}{I}} \\ &= \frac{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{\sec \varphi}{I} dx}{\int_c^A \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{\sec \varphi}{I} dx} \dots (104) \end{aligned}$$

今 s を n 等分し $\frac{s}{n} = \Delta x$ とすれば

$$\gamma = \frac{\sum \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{\sec \varphi}{I} \Delta x}{\sum \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{\sec \varphi}{I} \Delta x} \dots (105)$$

今第十九圖に於て示す如く



第十九圖

今 s を n 等分し拱環を $D_1 D_2 D_3$ 等に於て Δx の部分に分ち $C D_1 D_2 D_3 \dots A$ 等に於ける断面の厚さ $h_0 h_1 h_2 h_3 \dots h_s$, 隋性力率を夫々 $I_0 I_1 I_2 I_3 \dots I_s$, 拱軸線の水平線となす角を夫々 $\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots \varphi_s$, 分割點の横距を夫々 $x_0 x_1 x_2 x_3 \dots s$, 縦距を夫々 $y_0 y_1 y_2 y_3 \dots y_s$, とすればシン

プソンの法測によりて (福田博正, 工業雜誌, p. 390)

$$\sum \left(\frac{x}{s} \right)^3 \frac{\sec \varphi}{I} \Delta x = \frac{1}{3I_0} \left[\left(\frac{x_0}{s} \right)^3 \sec \varphi_0 + 4 \left(\frac{x_1}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_1} \sec \varphi_1 + 2 \left(\frac{x_2}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_2} \sec \varphi_2 + \dots + 4 \left(\frac{x_{n-1}}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_{n-1}} \sec \varphi_{n-1} + \frac{I_0}{I_s} \sec \varphi_s \right] \Delta x$$

$$\sum \left(\frac{x}{s} \right)^2 \frac{\sec \varphi}{I} \Delta x = \frac{1}{3I_0} \left[\left(\frac{x_0}{s} \right)^2 \sec \varphi_0 + 4 \left(\frac{x_1}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_1} \sec \varphi_1 + 2 \left(\frac{x_2}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_2} \sec \varphi_2 + \dots + 4 \left(\frac{x_{n-1}}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_{n-1}} \sec \varphi_{n-1} + \frac{I_0}{I_s} \sec \varphi_s \right] \Delta x$$

故に

$$\gamma = \frac{\left(\frac{x_0}{s} \right)^3 \sec \varphi_0 + 4 \left(\frac{x_1}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_1} \sec \varphi_1 + 2 \left(\frac{x_2}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_2} \sec \varphi_2 + \dots}{\left(\frac{x_0}{s} \right)^2 \sec \varphi_0 + 4 \left(\frac{x_1}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_1} \sec \varphi_1 + 2 \left(\frac{x_2}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_2} \sec \varphi_2 + \dots} + \frac{4 \left(\frac{x_{n-1}}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I_{n-1}} \sec \varphi_{n-1} + \frac{I_0}{I_s} \sec \varphi_s}{4 \left(\frac{x_{n-1}}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I_{n-1}} \sec \varphi_{n-1} + \frac{I_0}{I_s} \sec \varphi_s} \dots \dots \dots (106)$$

今

$n=8$

$\frac{s}{a} = 1 \quad 1.4 \quad 1.8 \quad 2.2 \quad 2.6$

$\frac{f}{l} = 0.1 \quad 0.15 \quad 0.2 \quad 0.25 \quad 0.3$

$$\frac{h}{h_0} = \sec \varphi$$

$$\frac{h_s}{h_0} = 2.0 \quad 2.5 \quad 3.0$$

とし γ の値を (106) により算出せん

$$(60) \text{ 式より} \quad y = y_0 \cosh \frac{x}{a}$$

$x=s$ のときは $y=y_0+f$ なるを以て

$$y_0 + f = y_0 \cosh \frac{s}{a}$$

故に

$$y_0 = \frac{f}{\cosh \frac{s}{a} - 1}$$

$$= \frac{2 \frac{f}{l} s}{\cosh \frac{s}{a} - 1}$$

$$\delta S = \frac{2 \frac{f}{l}}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \dots \dots \dots (107)$$

とすれば

$$y_0 = Ss \dots \dots \dots (108)$$

次に

$$\frac{x}{a} = \frac{s}{a} \frac{x}{s}$$

故に (62) より

$$\tan \varphi = \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$$

$$= \frac{y_0}{s} \frac{s}{a} \sinh \frac{s}{a} \frac{x}{s}$$

$$\delta S \frac{s}{a} \sinh \frac{s}{a} \frac{x}{s} \dots \dots \dots (109)$$

(107) 式より S を算出すれば第二表の如くなり、(109) 式より φ を求むれば第三表に示す如くなる、従て $\sec \varphi$ は第四表の如くなる。

拱環の厚が C 點より $\frac{3}{4}s$ 迄は $\sec \varphi$ に比例して増加するものとすれば $h/h_0 = \sec \varphi$ なるを以て第四表の $\sec \varphi$ の値に等しく $\frac{3}{4}s$ より起拱點まで (SS) 式に

第二表 S の値

$\frac{s}{a}$	$\frac{f}{l} \cdot 0.10$	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	0.36826	0.55238	0.73651	0.92064	1.10477
1.4	0.17378	0.26067	0.34755	0.43444	0.52123
1.8	0.09490	0.14235	0.18980	0.23725	0.28470
2.2	0.05606	0.08403	0.11211	0.14014	0.16817
2.6	0.034668	0.05200	0.06934	0.08667	0.10400

第三表 φ の値

$\frac{s}{a}$	$\frac{x}{a}$	$\frac{f}{l}$		0.10		0.15		0.20		0.25		0.30	
		°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
1.0	0.125	2°	39'	3°	58'	5°	17'	6°	35'	7°	53'		
	0.250	5	19	7	57	10°	32	13	5	15	36		
	0.375	8	3	11	58	15	47	19	28	22	59		
	0.500	10	52	16	3	21	0	25	38	29	56		
	0.625	13	47	20	13	26	9	31	32	36	32		
	0.750	16	51	24	26	31	12	37	8	42	15		
	0.875	20	3	28	42	36	8	42	23	47	36		
1.000	23	24	32	59	40	53	47	15	52	23			
1.4	0.175	2	27	3	40	4	54	6	7	7	19		
	0.350	4	53	7	26	9	52	12	16	14	37		
	0.525	7	37	11	21	14	58	18	29	21	52		
	0.700	10	28	15	29	20	16	24	46	28	59		
	0.875	13	33	19	53	25	45	31	5	35	53		
	1.050	16	58	24	35	31	23	37	20	42	28		
	1.225	20	44	29	35	37	7	42	25	48	38		
1.400	24	52	34	48	42	49	49	12	54	16			
1.8	0.225	2	13	3	20	4	26	5	32	6	38		
	0.450	4	33	6	48	9	2	11	14	13	25		
	0.675	7	5	10	34	13	57	17	15	20	27		
	0.900	9	57	14	44	19	57	24	24	27	45		
	1.125	13	14	19	27	25	12	30	28	35	13		

	1.350	17°	5'	24°	45'	31°	34'	37°	32'	42°	40'
	1.575	21	33	30	33	38	18	44	38	49	50
	1.800	26	41	37	1	45	9	51	39	56	27
2.2	0.275	1	58	2	57	3	56	4	55	5	53
	0.550	4	5	6	6	8	7	10	7	12	5
	0.825	6	29	9	41	12	49	15	52	18	50
	1.100	9	22	13	53	18	14	22	23	26	18
	1.375	12	52	18	55	24	33	29	43	34	25
	1.650	17	12	24	53	31	44	37	43	42	52
	1.925	22	29	31	49	39	37	45	59	51	9
2.200	28	49	39	30	47	43	53	58	58	46	
2.6	0.325	1	43	2	34	3	25	4	16	5	7
	0.650	3	36	5	23	7	10	8	55	10	41
	0.975	5	51	8	44	11	35	14	23	17	6
	1.300	8	43	12	55	17	2	20	57	24	41
	1.625	12	25	18	16	23	45	28	49	35	26
	1.950	17	15	24	58	31	5	37	49	42	58
	2.275	23	28	33	3	40	57	47	20	52	28
2.600	31	8	42	9	50	22	56	28	61	5	

第四表 sec φ の値

$\frac{s}{a}$	$\frac{x}{a}$	$\frac{f}{l}$				
		0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	0.125	1.0011	1.0021	1.0043	1.0066	1.0095
	0.250	1.0043	1.0097	1.0171	1.0266	1.0382
	0.375	1.0100	1.0222	1.0392	1.0606	1.0862
	0.500	1.0183	1.0406	1.0711	1.1092	1.1539
	0.625	1.0297	1.0657	1.1140	1.1732	1.2419
	0.750	1.0449	1.0984	1.1691	1.2543	1.3510
	0.875	1.0644	1.1401	1.2332	1.3538	1.4820
	1.000	1.0896	1.1921	1.3227	1.4732	1.6353
1.4	0.175	1.0009	1.0021	1.0037	1.0057	1.0082
	0.350	1.0038	1.0035	1.0150	1.0331	1.0334
	0.525	1.0089	1.0199	1.0351	1.0544	1.0775
	0.700	1.0169	1.0377	1.0660	1.1013	1.1432
	0.875	1.0286	1.0634	1.1099	1.1677	1.2342
	1.050	1.0453	1.0997	1.1714	1.2577	1.3556
	1.225	1.0692	1.1499	1.2541	1.3767	1.5131
	1.400	1.1022	1.2178	1.3633	1.5304	1.7123

1.8	0.225	1.0007	1.0017	1.0030	1.0047	1.0067
	0.450	1.0032	1.0040	1.0126	1.0195	1.0281
	0.675	1.0077	1.0173	1.0301	1.0471	1.0673
	0.900	1.0153	1.0340	1.0638	1.0981	1.1300
	1.125	1.0273	1.0605	1.1052	1.1602	1.2240
	1.350	1.0462	1.1011	1.1737	1.2610	1.3600
	1.575	1.0752	1.1622	1.2743	1.4052	1.5507
	1.800	1.1192	1.2524	1.4179	1.6117	1.8094
2.2	0.275	1.0006	1.0013	1.0024	1.0037	1.0053
	0.550	1.0025	1.0057	1.0101	1.0158	1.0227
	0.825	1.0064	1.0145	1.0256	1.0396	1.0566
	1.100	1.0135	1.0301	1.0529	1.0815	1.1155
	1.375	1.0258	1.0571	1.0994	1.1514	1.2122
	1.650	1.0468	1.1023	1.1758	1.2641	1.3644
	1.925	1.0823	1.1768	1.2931	1.4391	1.5942
	2.200	1.1413	1.2960	1.4863	1.6999	1.9285
2.6	0.325	1.0004	1.0010	1.0018	1.0028	1.0040
	0.650	1.0020	1.0044	1.0079	1.0122	1.0176
	0.975	1.0052	1.0117	1.0208	1.0324	1.0463
	1.300	1.0117	1.0260	1.0459	1.0708	1.1011
	1.625	1.0240	1.0531	1.0925	1.1413	1.1983
	1.750	1.0471	1.1031	1.1677	1.2650	1.3666
	2.275	1.0899	1.1930	1.3240	1.4755	1.6604
	2.600	1.1683	1.3438	1.5677	1.8102	2.0681

第五表 $\frac{7}{8}s$ 點に於ける $\frac{h}{h_0}$ の値

k	$\frac{s}{a}$	$\frac{f}{l}$				
		0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
2.0	1.0	1.2921	1.3421	1.4076	1.4900	1.5734
	1.4	1.2937	1.3455	1.4133	1.4941	1.5849
	1.8	1.2954	1.3492	1.4197	1.5023	1.5981
	2.2	1.2970	1.3528	1.4265	1.5141	1.6121
	2.6	1.2980	1.3558	1.4321	1.5230	1.6414
2.5	1.0	1.4171	1.4671	1.5326	1.6150	1.6984
	1.4	1.4187	1.4705	1.5383	1.6191	1.7099
	1.8	1.4204	1.4742	1.5447	1.6273	1.7231

	2.2	1.4220	1.4778	1.5515	1.6391	1.7371
	2.6	1.4230	1.4898	1.5571	1.6480	1.7494
	1.0	1.5421	1.5921	1.6576	1.7400	1.8234
	1.4	1.5437	1.5955	1.6633	1.7441	1.8319
3.0	1.8	1.5454	1.5992	1.6697	1.7523	1.8481
	2.2	1.5470	1.6023	1.6765	1.7641	1.8621
	2.6	1.5480	1.6058	1.6821	1.7730	1.8744

よりに増加するものとすれば h/h_0 は (89) より算出することが出来る, 今 $k=2$,

2.5 3 に對し $\frac{7}{8}s$ に於ける h/h_0 の値を示せば第五表の如くなる

断面の隋性力率 I は

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

と假定すれば

$$\frac{I_0}{I} = \left(\frac{h_0}{h}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{h}{h_0}\right)^3} \dots \dots \dots (110)$$

(110) の假定の下に γ の値を (106) 式によりて算出すれば第六表に示す如くなる

第六表 γ の値

$\frac{h_s}{h_0} = kc$	$\frac{s}{\alpha}$	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
2	1.0	0.6774	0.6768	0.6763	0.6759	0.6758
	1.4	0.6774	0.6768	0.6763	0.6757	0.6753
	1.8	0.6775	0.6770	0.6762	0.6756	0.6748
	2.2	0.6777	0.6772	0.6761	0.6752	0.6745
	2.6	0.6779	0.6773	0.6760	0.6752	—
2.5	1.0	0.6585	0.6576	0.6564	0.6551	0.6541
	1.4	0.6585	0.6573	0.6561	0.6548	0.6735
	1.8	0.6584	0.6573	0.6560	0.6546	0.6526
	2.2	0.6586	0.6573	0.6557	0.6539	0.6521
	2.6	0.6584	0.6570	0.6558	0.6538	0.6515
3	1.0	0.6444	0.6431	0.6417	0.6399	0.6384
	1.4	0.6443	0.6429	0.6413	0.6394	0.6376
	1.8	0.6443	0.6430	0.6410	0.6392	0.6368

2.2	0.6444	0.6429	0.6408	0.6385	0.6363
2.6	0.6444	0.6430	0.6408	0.6383	0.6354

上表に於て見る如く γ の値は s/a の値に影響せらるゝこと少なく、故に $k=2.0$, 2.5 及 3 の場合に對し其平均値を求むれば第七表の如くなる。

第七表 γ の平均値

$k = \frac{h_s}{h_0}$	$\frac{f}{l}$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
2		0.6776	0.6770	0.6762	0.6755	0.6751
2.5		0.6585	0.6573	0.6560	0.6544	0.6528
3		0.6444	0.6430	0.6411	0.6491	0.6369

上表より最小自乗法により γ の値を表はす公式を求むれば

$$\gamma = 0.6366 + 0.0092(4.15 - k)^2 - \{0.045 - 0.01(3.75 - k)^2\} \frac{f}{l} \quad \dots (111)$$

上式に於て示す如く γ の値は s/a に無關係にして k 及 f/l の値に支配さるゝのである。

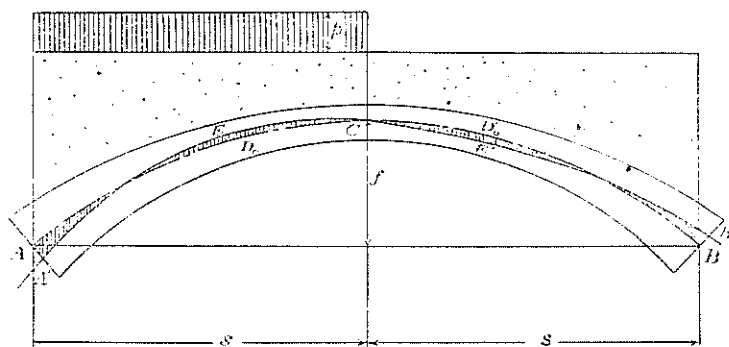
第十五節 拱環の厚を求むる新法

本節に於て述べんとする方法は予の研究によるものにして前に述べたる如く主として鐵道橋に應用するのである。

此の方法は半拱載荷の場合に壓力線が拱環斷面の 3 等分圏内にある様に厚を定むるものにて、從て公道橋や扁平拱に對しては多少の修正を要するも鐵道橋に對しては頗る有益であると考へらる。

從來石工拱橋にありては半拱載荷の場合に壓力線が斷面の 3 等分圏内にある様に設計して強度は多く充分であつた、近來學術の進歩に伴ひ、彈性理論を應用し靜動荷重及溫度の變化に伴ふ最大應力を算出し以て拱の強度を検することゝなつた、普通の拱にありては石材、煉瓦又は鐵筋混凝土等を使用するを以て抗壓強度は常は充分なるも抗張強度頗る脆弱である、故に使用材料の性質上成るべく應張力を生ぜざらしむるを得策とするのである、依て靜動荷重のみの應力に對しては應壓力のみを生ずる様にし、溫度の變化に對しては等量の應壓力及應張力を生ずるを以て之に相當する強度を有せしむるを可とする、乃ち鐵筋混凝土拱橋にありて

は特に斯の如くなすを有利なりと考ふるのである。乃ち鐵筋は温度の變化に伴ふ應力に對して相當挿入することゝし普通其量は拱環の斷面の $4/1,000$ にて充分である。



第二十圖

拱軸線を基準載荷の場合に壓力線と一致する様撰定し、直壓力の影響を無視するときは半拱載荷の場合に於ける壓力線及彎曲率は第二十圖に示す如く、乃ち壓力線 $A'ECE'B'$ は左起拱點 A に於ては拱軸線の下方にありて拱頂に近づくに従ひ拱軸線を横切りて上方に出て拱腰 D_0 點に於て最も遠く離れ、之より再び拱軸線に近づき拱頂 C に於て拱軸線を横切り、其より下方に出て拱腰 D'_0 點に於て最も遠く離れ、再び拱軸線を横切りて上方に出て、右起拱點に於て最も遠く離るのである、今此壓力線の偏倚を A 點に於て $+e_0$ 、 D_0 點に於て $-e_0$ とすれば右半部 D'_0 點に於て $+e_0$ 、 B 點に於て $-e_0$ となるのである、故に A 及 D_0 點に於て壓力線が斷面の 3 等分點を通過すれば D'_0 及 B 點に於ても亦 3 等分點を通過すべし、斯く $AD_0D'_0B$ に於て壓力線が斷面の 3 等分點を通過する様拱橋を設計すれば最も經濟的なのである。

拱腰 D_0 點に於ける最大彎曲率を M_0 とし、拱頂 C に於ける水平推力を H_c 、 D_0 點に於ける拱軸線の水平線となす角を φ_0 とすれば D_0 點に於ける直壓力 N は

$$N = H_c \sec \varphi_0$$

(100) より M_0 は

$$M_0 = -\frac{ps^2 \gamma^2}{16}$$

故に

$$-e_0 = -\frac{M_0}{N}$$

乃ち
$$e_0 = \frac{1}{16} \frac{ps^2 \gamma^2}{H_c} \cos \varphi_0$$

然るに $H_c = \frac{a^2}{\beta}$ なるを以て

$$e_0 = \frac{1}{16} \frac{\beta ps^2 \gamma^2}{a^2} \cos \varphi_0 \dots\dots\dots (112)$$

壓力線が拱腰に於て断面の 3 等分點を通過するものとすれば断面の厚さ h は

$$\begin{aligned} h &= 6e_0 \\ &= \frac{3}{8} \beta p \left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2 \cos \varphi_0 \end{aligned}$$

然るに又 $h = h_0 \sec \varphi_0$ なるを以て

$$h_0 = \frac{3}{8} \beta p \left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2 \cos^2 \varphi_0 \dots\dots\dots (113)$$

上式に於て

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{y_0}{\frac{p}{2} + 2d + h_0} \\ &= \frac{f}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right)} \frac{1}{\left(\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \right)} \end{aligned}$$

(101) より
$$\cos^2 \varphi_0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{y_0}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a} \right)^2}$$

故に
$$h_0 = \frac{3}{8} p \frac{f \left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right) \left(\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0 \right) \left\{ 1 + \left(\frac{y_0}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a} \right)^2 \right\}}$$

依て
$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = \frac{3}{8} \frac{p}{f} \frac{\left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right) \left\{ 1 + \left(\frac{y_0}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a} \right)^2 \right\}} \dots\dots\dots (114)$$

上式に於て
$$C_0 = \frac{3}{8} \frac{\left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right) \left\{ 1 + \left(\frac{y_0}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a} \right)^2 \right\}} \dots\dots\dots (115)$$

とをけば (114) は次の如くなる

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = C_0 \frac{p}{f} \dots \dots \dots (116)$$

今

$$\frac{s}{a} = 1.0 \quad 1.4 \quad 1.8 \quad 2.2 \quad 2.6$$

$$\frac{f}{l} = 0.1 \quad 0.15 \quad 0.20 \quad 0.25 \quad 0.3$$

$$\frac{h_s}{h_0} = k = 2.0 \quad 2.5 \quad 3.0$$

の場合に於ける C_0 の値を計算すれば第八表の如し

第 八 表 C_0 の 値

$\frac{h_s}{h_0}$	$\frac{f}{l}$ $\frac{s}{a}$	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
		1.0	0.3118	0.3054	0.2966	0.2866
2.	1.4	0.2889	0.2836	0.2764	0.2676	0.2582
	1.8	0.2616	0.2572	0.2513	0.2446	0.2366
	2.2	0.2312	0.2280	0.2236	0.2182	0.2123
	2.6	0.2004	0.1978	0.1946	0.1903	0.1823
2.5	1.0	0.2950	0.2887	0.2807	0.2708	0.2602
	1.4	0.2736	0.2675	0.2610	0.2528	0.2436
	1.8	0.2472	0.2428	0.2372	0.2306	0.2229
	2.2	0.2185	0.2152	0.2108	0.2056	0.1997
	2.6	0.1891	0.1868	0.1835	0.1795	0.1749
3.0	1.0	0.2826	0.2764	0.2688	0.2600	0.2493
	1.4	0.2618	0.2566	0.2499	0.2419	0.2332
	1.8	0.2367	0.2326	0.2271	0.2208	0.2133
	2.2	0.2093	0.2062	0.2017	0.1966	0.1909
	2.6	0.1815	0.1789	0.1755	0.1715	0.1670

上表 C_0 の値は h_s/h_0 の値が 2.0, 2.5 或 3.0 なる場合に拱腰に於て壓力線が断面の 3 等分點を通過することを條件として算出したるものなるが故に起拱點に於ては壓力線は必ずしも断面の 3 等分點を通過するものではない。若し壓力線が 3 等分點以内を通過する際には此表を用ひて求めたる h_0 を拱頂に於ける拱環の厚さとして可なるが、反對に壓力線が断面の 3 等分點以外を通過するときは起拱點に於て

3等分點を通過せしむる爲めに h_0 の値を増加せねばならぬ、故に起拱點に於て壓力線が斷面の3等分點を通過することを條件として亦 h_0 の値を算出し、二者の中孰れか大なる方を採用するときは壓力線は常に斷面の3等分圈内にありて拱腰若しくは起拱點の孰れかに於て斷面の3等分點を通過するのである、次に起拱點に於て壓力線が斷面の3等分點を通過することを條件とし h_0 の値を求むる方法を述べよう。

起拱點に於ける彎曲率を M_s 、直壓力を N_s 、斷面の厚を h_s とすれば壓力線が斷面の3等分點を通過する爲めには

$$h_s = \frac{6M_s}{N_s}$$

M_s は (102) より

$$M_s = \frac{ps^2}{4} (1-\gamma)$$

N_s は (103) より

$$\begin{aligned} N_s &= H_c \cos \varphi_s + (ps + g - V_c) \sin \varphi_s \\ &= H_c \cos \varphi_s + \left(\frac{1}{2}ps + g\right) \sin \varphi_s + \left(\frac{1}{2}ps - V_c\right) \sin \varphi_s \end{aligned}$$

然るに基準荷荷の場合に於ける壓力線は拱軸線と一致するものと假定せるを以て

$$H_c \cos \varphi_s + \left(\frac{1}{2}ps + g\right) \sin \varphi_s = H_c \sec \varphi_s$$

故に
$$N_s = H_c \sec \varphi_s + \left(\frac{1}{2}ps - V_c\right) \sin \varphi_s$$

従て
$$h_s = \frac{\frac{3}{2}ps^2(1-\gamma)}{H_c \sec \varphi_s + \left(\frac{1}{2}ps - V_c\right) \sin \varphi_s}$$

然るに
$$H_c = \frac{\alpha^2}{\beta}, \quad V_c = \frac{1}{4}ps\gamma \quad \text{なるを以て}$$

$$h_s \frac{\alpha^2}{\beta} \sec \varphi_s + \frac{1}{2}ps h_s \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s = \frac{3}{2}ps^2(1-\gamma) \dots (117)$$

上式に於て第二項は第一項に比して非常に小なるを以て之を省略することを得るも、今 h_s は普通支間の 1/20 乃至 1/40 なるを以て之を 1/30 と假定し

$$h_s = \frac{s}{15}$$

とし (117) 式第二項に挿入するときは

$$h_s \frac{a^2}{\beta} \sec \varphi_s + \frac{1}{30} ps^2 \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s = \frac{3}{2} ps^2 (1 - \gamma) \dots (118)$$

(S0) 及 (S2) より

$$\beta = \frac{y_0}{\frac{p}{2} + \varepsilon l + h_0}, \quad y_0 = \frac{f}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \quad \text{なるを以て}$$

$$h_s \frac{\left(\frac{p}{2} + \varepsilon l + h_0\right) \left(\cosh \frac{s}{a} - 1\right)}{f} a^2 \sec \varphi_s = \frac{3}{2} ps^2 (1 - \gamma) - \frac{ps^2}{30} \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s$$

今 $\frac{h_s}{h_0} = k$ とすれば

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon l}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = \frac{p}{f} \left(\frac{s}{a}\right)^2 \frac{\left\{ \frac{3}{2} (1 - \gamma) - \frac{1}{30} \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s \right\}}{k \sec \varphi_s \left(\cosh \frac{s}{a} - 1\right)} \dots (119)$$

上式に於て

$$C_s = \left(\frac{s}{a}\right)^2 \frac{\left\{ \frac{3}{2} (1 - \gamma) - \frac{1}{30} \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s \right\}}{k \sec \varphi_s \left(\cosh \frac{s}{a} - 1\right)} \dots (120)$$

とをけば (119) 式は

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon l}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = C_s \frac{p}{f} \dots (121)$$

(120) 式より $\frac{s}{a}$ 及 k が

$$\frac{s}{a} = 1.0 \quad 1.4 \quad 1.8 \quad 2.2 \quad 2.6$$

$$\frac{f}{l} = 0.1 \quad 0.15 \quad 0.2 \quad 0.25 \quad 0.3$$

$$k = \frac{h_s}{h_0} = 2.0 \quad 2.5 \quad 3.0$$

なる場合に於ける C_s の値を算出すれば第九表の如くなる

第九表 C_s の値

k	$\frac{f}{s}$ $\frac{f}{a}$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
		1.	0.4101	0.3689	0.3280	0.2937
	1.4	0.3665	0.3299	0.2940	0.2615	0.2334
	1.8	0.3254	0.2894	0.2549	0.2233	0.1994
2	2.2	0.2811	0.2462	0.2142	0.1873	0.1651
	2.6	0.2368	0.2040	0.1752	0.1517	—
	1.0	0.3402	0.3135	0.2788	0.2505	0.2253
	1.4	0.3108	0.2804	0.2502	0.2230	0.1995
2.5	1.8	0.2760	0.2459	0.2170	0.1910	0.1708
	2.2	0.2384	0.2093	0.1825	0.1599	0.1414
	2.6	0.2009	0.1734	0.1492	0.1296	0.1141
	1.0	0.2953	0.2723	0.2425	0.2181	0.1965
3	1.4	0.2698	0.2436	0.2176	0.1942	0.1740
	1.8	0.2396	0.2136	0.1889	0.1664	0.1489
	2.2	0.2070	0.1818	0.1588	0.1394	0.1234
	2.6	0.1745	0.1507	0.1299	0.1130	0.0995

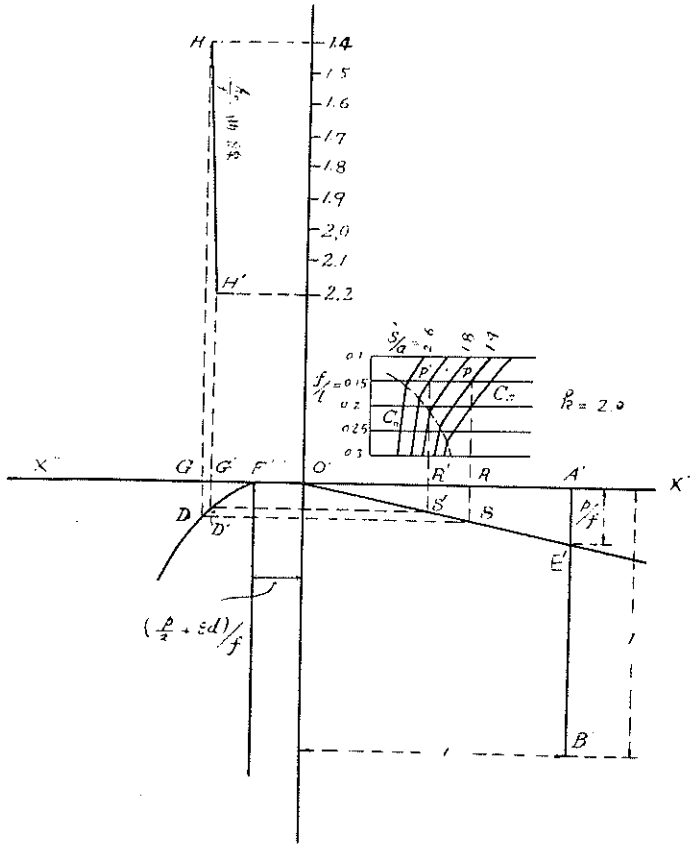
h_0 の値は C_0 及 C_s の中何れか大なる方によりて決定せらる、乃ち C_0 が C_s より大なるときは壓力線は拱腰に於て断面の3等分點を通過し、 C_s が C_0 より大なるときは起拱點に於て壓力線が断面の3等分點を通過するのである、故に h_0 を決定すべき C_0 及 C_s は之を實線にて表はした。

拱橋の設計に當りては豫め $s, f, d, p,$ 及び ϵ 等は任意に決定し得るも、基準載荷の場合に壓力線と一致する拱軸曲線は h_0 を先づ決定しなければ此の曲線を求むることは出來ない、乃ち s/a の値を算出することを得ないのである、然し或る方法を以て s/a を求め得、且つ k を任意に假定すれば h_0 を決定することを得るのである、乃ち方程式 (116) 或は (121)

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \epsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = C_0 \frac{p}{f}$$

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \epsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = C_s \frac{p}{f}$$

を用ひて h_0 を算出することが出来るのである、今 k を 2 と假定し圖式法によりて s/a の任意の値に相當する h_0/f の値を求むる方法を次に述べやう



第二十一圖

第二十一圖に於て示す如く O' を原點とし、 $O' X''$ 線上に C_0 又は C_s の値を示す様に右側上部に C_0 及 C_s 曲線を畫く、圖は $k=2$ の場合に $f/l=0.1, 0.150, 0.20, 0.25, 0.3$ に對し $s/a=1.0, 1.4, 1.8, 2.2, 2.6$ とし C_0 及 C_s の値を示す場合を畫きたるものである、右側下部に於ては $O' A' = A' B' = 1$ とし、 $A' B'$ 上に p/f に等しく $A' E'$ を取り $O' E'$ 線を引く、左側下部に於ては $O' F'$ を $\frac{(\frac{p}{2} + \epsilon d)}{f}$ に等しく取り、 h_0/f の値が $F' G'$ となると

$$G' D' = F' G' (O F' + F' G') = \frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \epsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} \dots\dots\dots (122)$$

なる様に D' 點を求め、次に h_0/f の値が $F' G$ なるとき

$$G D = F' G (O F' + F' G)$$

なる様に D 點を求め、斯く h_0/f の値を任意に假定して $D D'$ 等を求め曲線 $D D' F'$ を引く、今 $k=2, f/l=0.15$ なるとき h_0/f の値を求めんとせば先づ s/a を 1.4

と假定し圖の右側上部に於て $f/l=0.15$ と $s/a=1.4$ との交點 P を見出し、之より垂直線 PR を引き $O'X''$ と R に於て交らしむ、然るときは $O'R$ は C_0 又は C_s (此例に於て C_s の値) の値を示すのである、次に PR を延長し $O'E'$ と S に於て交らしむれば

$$RS = C_s \frac{p}{f}$$

S より水平線を引き曲線 $DD'F'$ を D に於て切り、 D より垂直線を引き $O'X'''$ と G に於て交らしむ然るときは圖上より

$$RS = DG$$

なること明かである、然るに作圖により

$$DG = F'G (OF' + F'G) = RS$$

$$= \frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = C_s \frac{p}{f}$$

故に $F'G$ は $s/a=1.4$ なる場合に方程式(121)を満足せしむるを以て $F'G$ は求む所の h_0/f の値である、又 $s/a=2.2$ なる場合に h_0/f の値を求めんとせば前同様に P' より $P'R'S'$ を引き、次に S' より $S'D'$ を引き D' より垂直線 $D'G'$ を引けば $F'G'$ は求むる所の h_0/f の値である、今 DG を延長し OY' 上の $s/a=1.4$ を示す點より水平線を引き H に於て交らしめ、次に $D'G'$ を延長して $a/s=2.2$ を示す點より水平線を引き H' に於て交らしめ斯くして $s/a=1.4$ 1.6 1.8 2.2 に對し $HH' H'' H'''$ 等を求め是等の點を結ぶ曲線 HH' を畫けば此曲線は s/a と h_0/f との関係、乃ち (116) 式又は (121) 式を表す曲線である、例へば $s/a=1.4$ に對する h_0/f を求むるには $s/a=1.4$ を示す點より水平線を引き曲線 HH' と H に於て交らしめ H より垂直線を引き $O'X'''$ と G に於て交らしむべし、然るときは $F'G$ は求むる所の h_0/f である、斯の如く此曲線は s/a と h_0/f との關係を表はすを以て之を第二 h_0/f 曲線と名づけ先に第二章に於て拱軸線を求むる場合の h_0/f 曲線を第一 h_0/f 曲線と名づくることゝす。

第一 h_0/f 曲線は基準載荷の場合に壓力線が拱軸線と一致することを條件とし

て誘導したる方程式 (S3)

$$\frac{\varepsilon}{\cosh \frac{s}{a} - 1} = \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \left(\frac{f}{l} \right)^2 \left\{ \frac{\frac{s}{a}}{\cosh \frac{s}{a} - 1} \right\}^2 \frac{\left(\sinh \frac{2s}{a} - \frac{2s}{a} \right)}{\left(\sinh \frac{s}{a} - \frac{s}{a} \right)} \right]$$

が示す曲線にして h_0/f と s/a との関係を表はすものである、第二 h_0/f 曲線は半拱載荷の場合に壓力線が拱腰又は起拱點に於て斷面の3等分點を通過することを條件として誘導したるものにして方程式 (114) 及 (119)

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = \frac{3}{8} \frac{p}{f} \frac{\left(\frac{s\gamma}{a} \right)^2}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right) \left\{ 1 + \left(\frac{y_0}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a} \right)^2 \right\}}$$

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\} = \frac{p}{f} \left(\frac{s}{a} \right)^2 \frac{\left\{ \frac{3}{2} (1 - \gamma) - \frac{1}{30} \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right) \sin \varphi_s \right\}}{k \sec \varphi_s \left(\cosh \frac{s}{a} - 1 \right)}$$

を表はす曲線にして h_0/f 及 s/a の関係を示すものである、然るに(114) 及 (119) 式にある γ は k の函數なるが故に k を豫め決定するときは (S3) 及 (114) 或は (S3) 及 (119) は共に h_0/f 及 s/a の函數なるを以て是等の方程式より代數的に兩方程式を満足する h_0/f 及 s/a の値を算出することが出来る、然れども兩方程式は頗る複雑なるにより之より h_0/f 及 s/a の値を代數的に求むることは不可能であるが圖式法によるときは容易に之を求むることが出来る。

第一 h_0/f 曲線を求むる圖式法第十六圖と、第二 h_0/f 曲線を求むる方法の第二十一圖とを同一圖上に書き、第一 h_0/f 曲線と第二 h_0/f 曲線の交點 I を求め、 I より水平線を引き OY と切る點を P とすれば OP は求むる所の s/a にして、又 I より垂直線を引き OX' 又は $O'X''$ と切る點を G とすれば FG 又は $F'G$ は求むる所の h_0/f の値である、何んとなれば I は第一及第二 h_0/f 曲線の共通點なるを以て OP 及 FG は同時に第一及第二曲線、乃ち方程式 (S3) 及 (114) 或は (S3) 及 (119) を満足するからである、乃ち此の方法によるときは拱軸曲線と拱環の厚を同時に求むることが出来るので従來の方法に比して非常に簡捷であると

思ふ。

次に例を擧げて拱軸線を決定すべき s/a , 及拱環の厚を求むる方法を述べよう。

拱環は鐵筋混凝土より成り, 拱脊は砂利を以て充填せられ鐵筋混凝土の1立方呎の重量を150封度, 砂利の重量を110封度とし, 動荷重の量を1平方呎に付620封度とし以下次の如く假定す。

$$l = 108', \quad s = 54', \quad f = 20', \quad d = 3.5', \quad k = 2.0$$

然るきは

$$\frac{f}{l} = \frac{20}{108} = 0.1852$$

$$\frac{\left(\frac{f}{l}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{(0.1852)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}$$

$$= 0.549$$

$$\varepsilon = \frac{110}{150} = 0.73333$$

$$p = \frac{620}{150} = 4.1333$$

故に

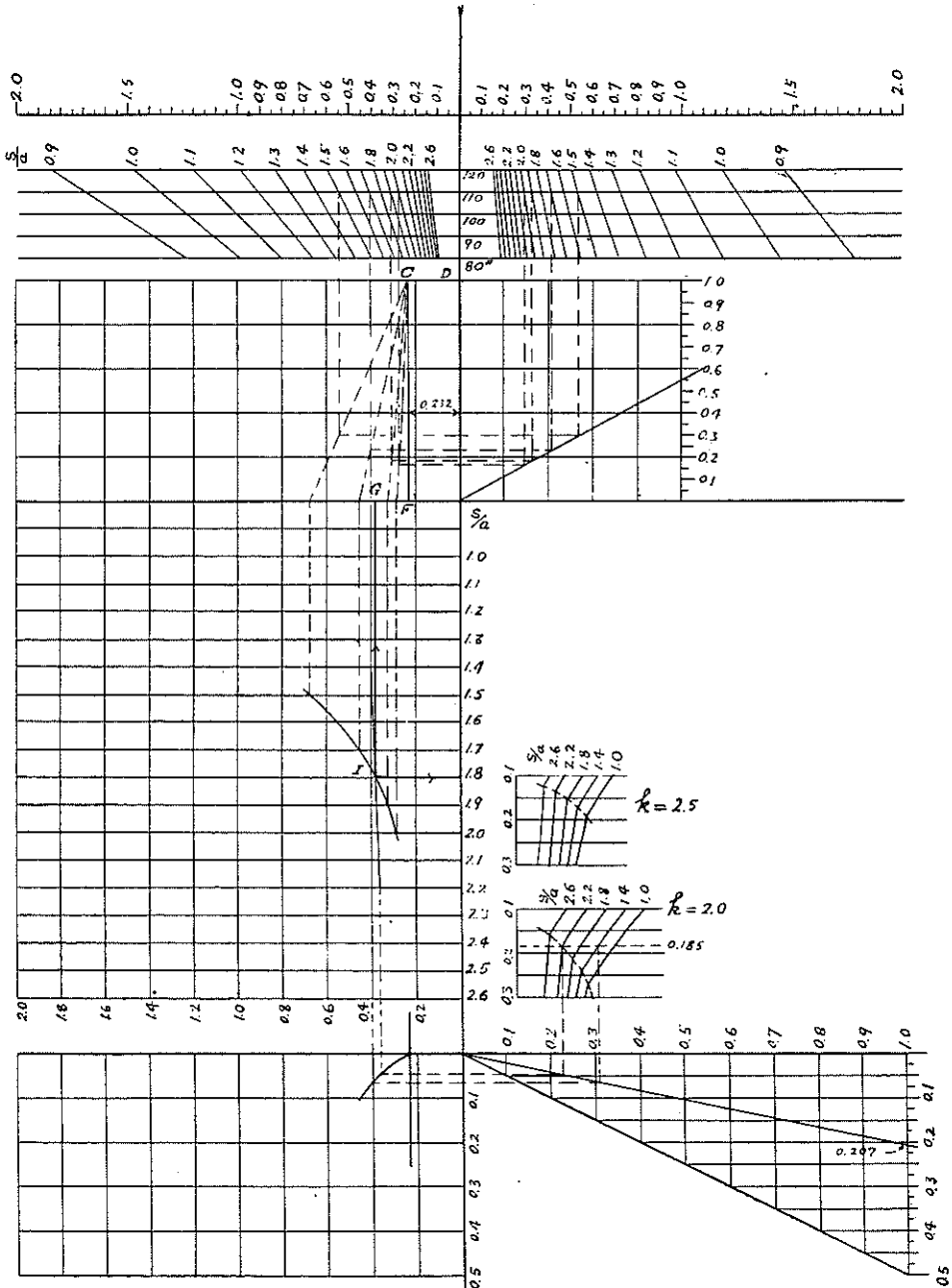
$$\frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} = \frac{\frac{4.1333}{2} + 0.7333 \times 3.5}{20} = 0.232$$

$$\frac{p}{f} = \frac{4.1333}{20} = 0.207$$

故に拋物線 $F' D D'$ を畫く爲めに次の如く

$$\frac{h_0}{f} = 0.018, \quad 0.068, \quad 0.118, \quad 0.168, \quad 0.218$$

と假定し $\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_0}{f} \right\}$ の値を求むれば下の如くなる



第二十二圖

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_n}{f} \right\} = 0.9045, \quad 0.0204, \quad 0.0413, \quad 0.0672, \quad 0.0981$$

先に説明せる如く第一及第二 h_0/f 曲線を畫き、其交點 I より水平及垂直二線を引くときは第二十二圖に於て見る如く

$$\frac{h_0}{f} = 0.15 \quad \text{乃ち} \quad h_0 = 3 \text{ 呎}$$

$$\frac{s}{a} = 1.8 \quad \text{乃ち} \quad a = 30 \text{ 呎}$$

前記の方法で拱環の斷面を定むるときは壓力線は拱腰、若しくは起拱點の孰れか一方に於て斷面の 3 等分點を通過するも他方に於て斷面に餘裕を生ずるのである、故に壓力線が拱腰及起拱點に於て孰れも斷面の 3 等分點を通過する様に斷面を撰定するのが最も得策であるから次に其方法を述べやう。

半拱載荷の場合に壓力線が拱腰及起拱點に於て斷面の 3 等分點を通過する様拱環を設計するには始より $h_s/h_0 = k$ の値を決定せずして k を變數と考へ之を理論的に求むることが必要である。

壓力線が拱腰に於て斷面の 3 等分點を通過する爲めには方程式(114) 又は (116) を必須條件とし、又起拱點に於て斷面の 3 等分點を通過する條件としては方程式(119) 又は (121)を必要とするを以て同時に拱腰及起拱點に於て斷面の 3 等分點を通過する爲めには (116) 及 (121) を同時に満足せしむる様 h_0/f を撰定することが必要である (116) 及 (121) 式

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_n}{f} \right\} = C_0 \frac{p}{f}$$

$$\frac{h_0}{f} \left\{ \frac{\frac{p}{2} + \varepsilon d}{f} + \frac{h_n}{f} \right\} = C_s \frac{p}{f}$$

に於て見る如く同一の h_0 が兩式を満足せしむるには C_0 と C_s と相等しきことを要するのである、此値を C_0' とすれば (115) 及 (120) より

$$C_0 = \frac{3}{8} \frac{\left(\frac{s\gamma}{a}\right)^2}{\left(\cosh \frac{s}{a} - 1\right) \left\{ 1 + \left(\frac{\gamma}{a} \sinh \frac{s\gamma}{2a}\right)^2 \right\}}$$

$$= \left(\frac{s}{a}\right)^2 \frac{\left\{ \frac{3}{2}(1-\gamma) - \frac{1}{30}\left(1-\frac{\gamma}{2}\right) \sin \varphi_s \right\}}{k \sec \varphi_s \left(\cosh \frac{s}{a} - 1\right)} \dots\dots (123)$$

上式に於て γ の値は (111) より

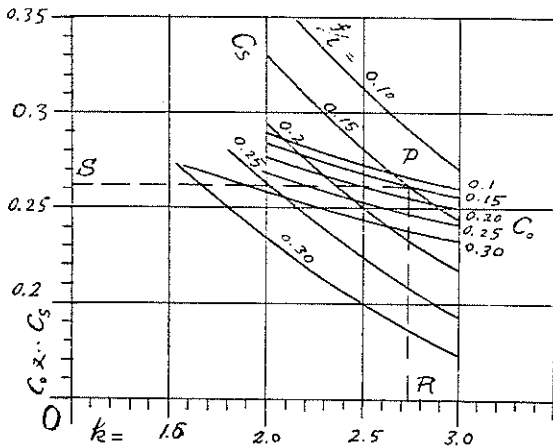
$$\gamma = 0.6366 + 0.0092(4.15 - k)^2 - \left\{ 0.045 - 0.01(3.75 - k) \right\} \frac{f}{l}$$

上記の兩式より

$\frac{s}{a} = 1.0$	1.4	1.8	2.2	2.6
$\frac{f}{l} = 0.10$	0.15	0.20	0.25	0.30

なる場合に對し k の値を算出することを得べく、從て C_0' の値を (115) 又は (120) より計算することが出来る。

k の値は (123) 及 (111) の兩式より代數的に算出することは困難なるを以て圖式法によるを簡便なりとす、第二十三圖に於て示す如く $s/a = 1.0 \ 1.4 \ 1.8 \ 2.2 \ 2.6$ なる場合に於て k の値を x 軸上に、 C_0 及 C_s の値を y 軸上に表はし第八表及第九



第二十三圖

表により C_0 及 C_s の曲線を畫き例へば $s/a = 1.4$ なる場合に $f/l = 0.15$ なるとき k 及 C_0' の値を求めんとせば $f/l = 0.15$ に相當する C_0 及 C_s 曲線の交點 P より垂直線及水平線を引き x 及 y 軸と R 及 S に於て交らしむ、然るときは OR は k の値を OS は C_0' の値を表はすのである、乃ち $k = OR$ とすれば $C_0 = C_s$ となり壓力線は拱

腰及起拱點に於て斷面の3等分點を通過するのである。

又 k 及 C_0' を求むるに C_0 及 C_s を k の函數とし、次の如く假定し

$$C_0 = a + bk + ck^2 \dots\dots\dots(124)$$

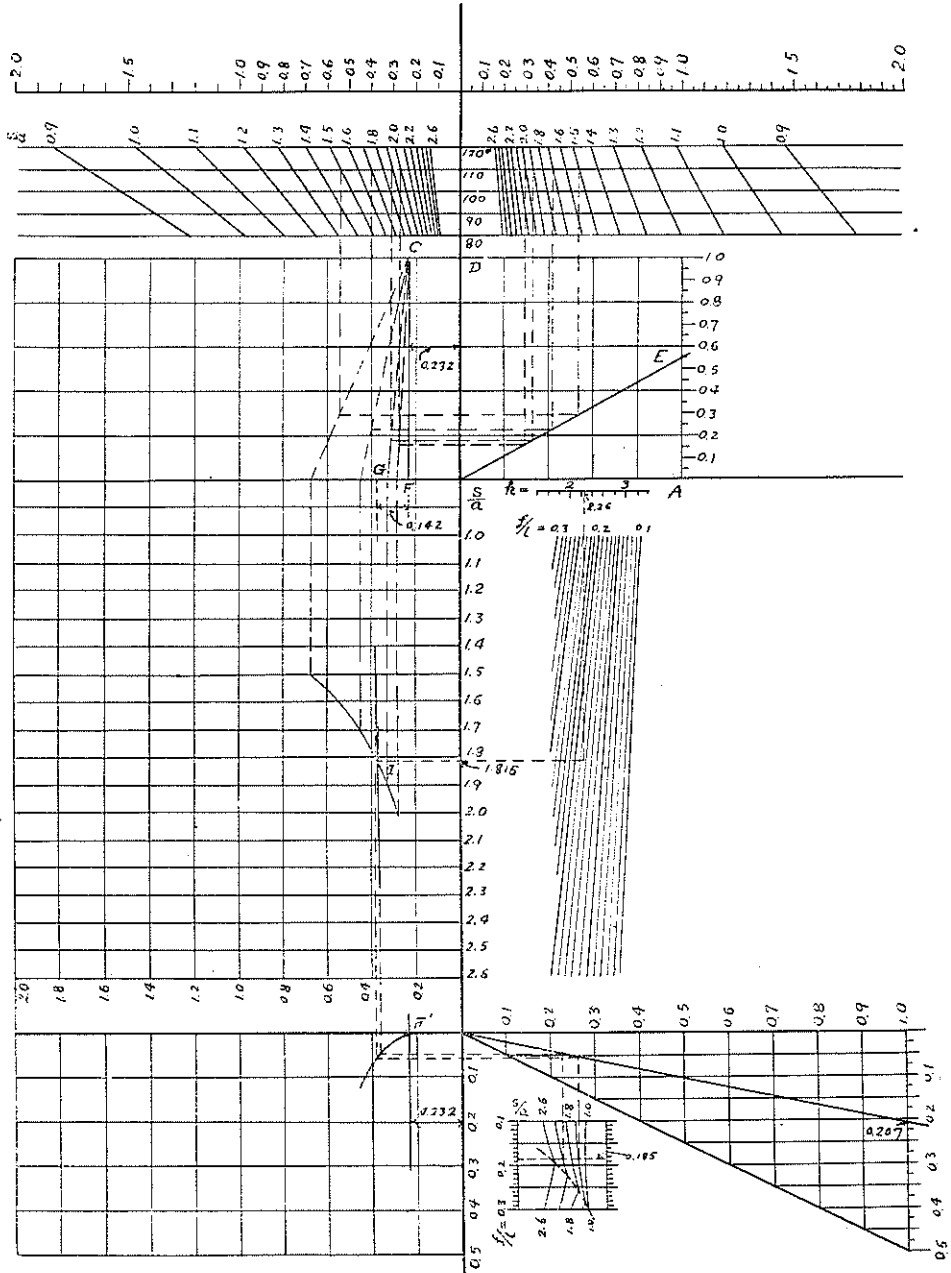
$$C_s = a' + b'k + c'k^2 \dots\dots\dots(125)$$

最小自乘法によつて係數 a, b, c, a', b', c' を求め、兩式より k の値を算出し、此 k の値を用ひて (115) 若しくは (120) より $C_0 = C_s$ なる C_0' の値を算出するのである、此方法によりて求めたる k 及 C_0' の値は第十表に示す通りである、同表中肉太線の右側にありては k は $\sec \varphi_s$ より小なるを以て此欄内には C_0 及 $\sec \varphi_s$ の値を記入した

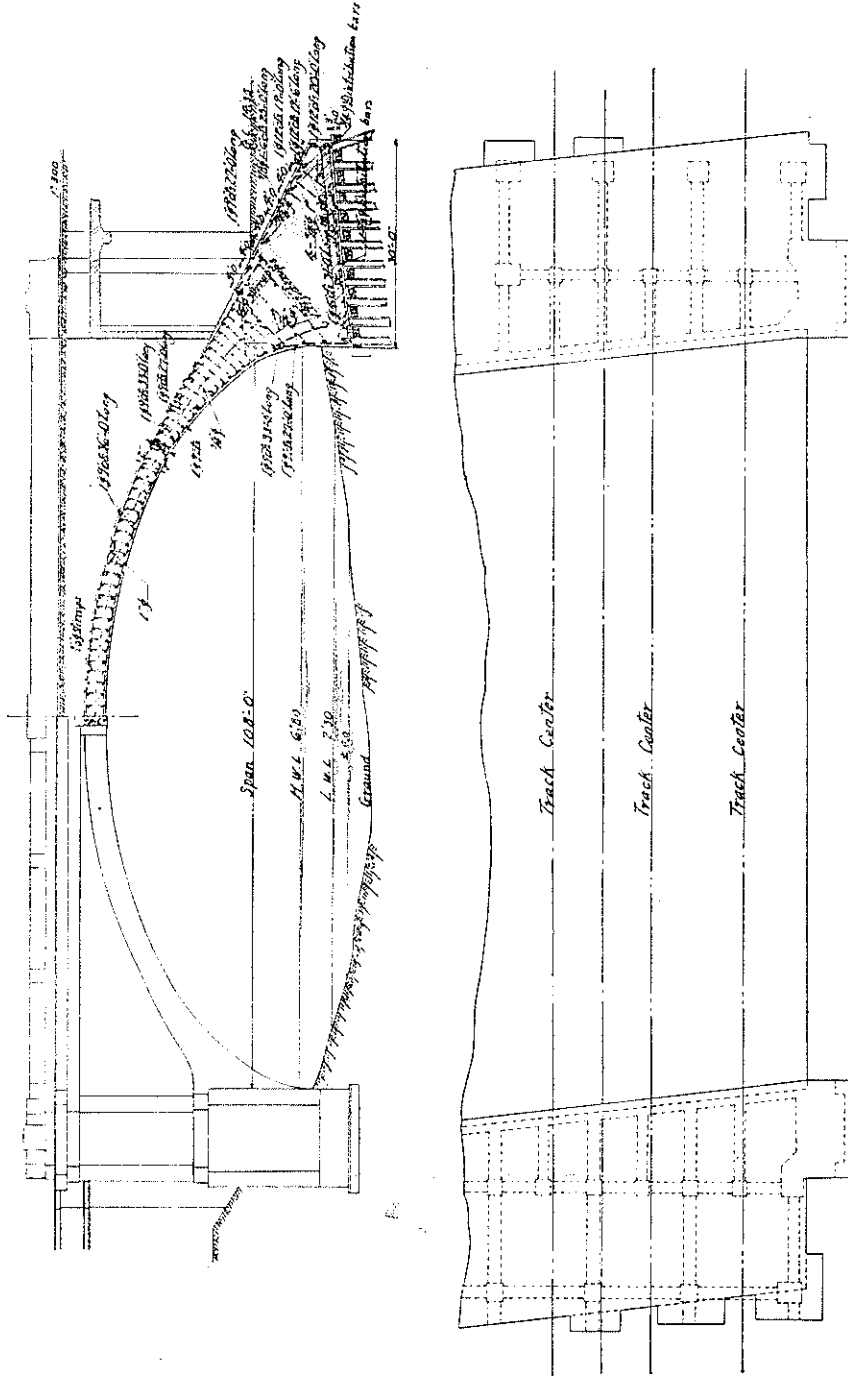
第十表 k 及 C_0' の値

$\frac{s}{a}$	$\frac{f}{l}$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	k	3.26	2.90	2.53	2.16	1.78
	C_0'	0.277	0.278	0.280	0.281	0.284
1.4	k	3.17	2.76	2.34	1.92	1.71
	C_0'	0.259	0.261	0.266	0.270	0.270
1.8	k	3.07	2.60	2.12	1.64	1.81
	C_0'	0.235	0.240	0.248	0.253	0.244
2.2	k	2.95	2.41	1.85	1.70	1.93
	C_0'	0.210	0.218	0.228	0.228	0.216
2.6	k	2.80	2.19	1.57	1.81	2.07
	C_0'	0.184	0.198	0.208	0.195	0.182

C_0' の値を用ひて第二 h_0/f 曲線を畫く方法は第二十一圖に於て C_0 及 C_s を用ひて第二 h_0/f 曲線を求めたると全く同一にして第二十四圖に示す如くである、而して k の値を求むるに同圖右側上方に示す如く OX 上に k の値を示し、 OY' 上に s/a の値を示し第十表により $f/l = 0.1, 0.15, 0.20, 0.25, 0.3$ に對し s/a と k の關係を表はす曲線を畫くべし、然るときは $f/l = 0.15$ の場合に $s/a = 1.4$ に對する k の値を求むるには $s/a = 1.4$ より水平線を引き $f/l = 0.15$ 曲線と Q に於て交らしめ、 Q より垂直線を引き OX を T に於て切らしむれば OT は求むる所の k の値である。



第二十五圖



第二十六圖

第四章 實例

第十六節 總説

以上論じ來りたる方法が實際に適合することを證する爲め此の方法を應用したる神田川拱橋の實例を細説することゝす。

(1) 位置及地形 神田川拱橋は東京上野間高架鐵道線路が神田川を横斷する箇所に架設するもので、其平面圖及斷面圖は第二十六圖に示す如く徑間は河幅より考へて 108 呎に定め、拱矢は施工基面、水位、通船の關係より 20 呎と決定し、拱頂に於ける砂利の厚さは動荷重の撃衝を輕減する爲めに軌條底面より 3 呎 6 吋と定めたのである乃ち

$$l=108', s=54', f=20', d=3.5'$$

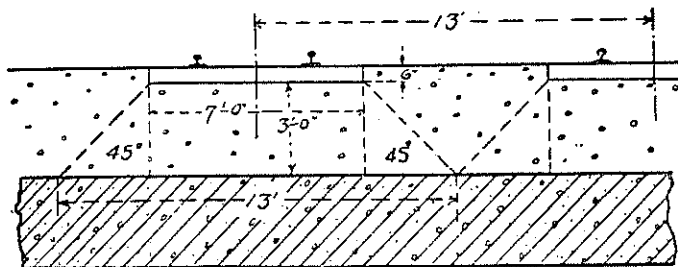
(2) 靜荷重 鐵筋混凝土 1 立方呎の重量を 150 封度、拱脊に充填すべき砂利の重量を、110 封度とし、軌道の重量を省略し其代りに砂利が軌條底面まで充填せられたるものと考へて靜荷重を算出せり、而して拱の強度計算に當りては重量は凡て拱環の單位重量 150 封度を單位とせり、從て砂利の換算率 ε は

$$\varepsilon = \frac{110}{150} = 0.7333$$

(3) 動荷重 動荷重は E 40 とし之を等布動荷重とすれば次の如くなる、第二十七圖に示す如く軌道間の中心距離は 13 呎、砂利の厚さ 3 呎 6 吋、枕木の長 7 呎、厚 6 吋とすれば輪荷重の分布せらるゝ幅は $7+3 \times 2=13$ 呎にして軌道の中心距離に等し、故に等布動荷重の量 p は輪荷重の輪距 5 呎なるを以て

$$p = \frac{40000}{13 \times 5} = 620 \# / \text{sq}'$$

即ち 1 平方呎に付 620 封度なり之を鐵筋混凝土の重量にて換算すれば



第二十七圖

$$p = \frac{620}{150} = 4.1333 \text{ 呎}$$

即ち p は 4.1333 呎なり、

第十七節 拱環の形状及厚

拱環の厚さ及拱軸線の曲線を求める方法は第三章の例に於て述べたり、其結果によれば拱環の厚は 2.84 呎、 s/a の値は 1.815、 k は 2.26 なり、然るに本拱橋は斜角約 82 度にして、線路は 1/150 の勾配をなし、且つ鐵筋の量を出來得る丈減少する目的を以て拱環、の厚を 3 呎と決定し、従て s/a は 1.8 となり、 k は 2.5 としたのである

$$h_0 = 3 \text{ 呎}, \quad \frac{s}{a} = 1.8$$

故に
$$a = \frac{s}{1.8} = \frac{54}{1.8} = 30 \text{ 呎}$$

$$y_0 = \frac{f}{\cosh \frac{s}{a} - 1} = \frac{20}{3.1075 - 1} = 9.49 \text{ 呎}$$

$$y_s = 9.49 + 20 = 29.49 \text{ 呎}$$

$$\beta = \frac{y_0}{\frac{p}{2} + \varepsilon d + h_0} = \frac{9.49}{\frac{4.1333}{2} + 3.5 \times 0.7333 + 3} = 1.2432$$

$$\frac{y_0}{a} = \frac{9.49}{30} = 0.3163$$

$$\frac{h_s}{h_0} = 2.5$$

故に
$$h_s = 3 \times 2.5 = 7.5 \text{ 呎}$$

又
$$\tan \varphi = \frac{y_0 \sinh \frac{x}{a}}{a}$$

$$y = y_0 \cosh \frac{x}{a}$$

拱頂 C より $\frac{1}{2}s$ までは

$$h = h_0 \sec \varphi$$

$\frac{1}{2}s$ より起拱點 A までは

$$h = h_0 \sec \varphi + \frac{(h_s - h_0 \sec \varphi_s) L^2}{(\frac{1}{4}s)^2}$$

今 s を 20 等分し、各分割點に於ける $y, \varphi, \sec \varphi, h$ 等を算出すれば第十一表の如くなる

第十一表

分割點	$\frac{x}{a}$	$\cosh \frac{x}{a}$	$\sinh \frac{x}{a}$	$y = y_0 \cosh \frac{x}{a}$	φ	$\sec \varphi$	$h_0 \sec \varphi$	h
0	0.00	1.0000	0.0000	9.4900	0°-00.0'	1.0000	3.000	3.000
1	0.09	1.0041	0.0901	9.5289	1°-37.2'	1.0004	3.001	3.001
2	0.18	1.0162	0.1810	9.6437	3°-14.2'	1.0016	3.005	3.005
3	0.27	1.0367	0.2733	9.8383	4°-55.3'	1.0037	3.011	3.011
4	0.36	1.0555	0.3678	10.1116	6°-36.9'	1.0067	3.020	3.020
5	0.45	1.1030	0.4653	10.4675	8°-23.0'	1.0108	3.032	3.032
6	0.54	1.1494	0.5666	10.9078	10°-09.0'	1.0159	3.048	3.048
7	0.63	1.2051	0.6725	11.4364	12°-00.9'	1.0224	3.067	3.067
8	0.72	1.2706	0.7833	12.0530	13°-55.8'	1.0303	3.091	3.091
9	0.81	1.3464	0.9015	12.7773	15°-54.2'	1.0398	3.119	3.119
10	0.90	1.4331	1.0265	13.6001	17°-59.4'	1.0514	3.154	3.154
11	0.99	1.5314	1.1598	14.5330	20°-08.2'	1.0651	3.195	3.195
12	1.08	1.6421	1.3025	15.5835	22°-23.1'	1.0815	3.245	3.245
13	1.17	1.7662	1.4558	16.7612	24°-43.3'	1.1009	3.303	3.303
14	1.26	1.9045	1.6209	18.0737	27°-08.8'	1.1238	3.371	3.371
15	1.35	2.0583	1.7991	19.5333	29°-38.7'	1.1506	3.452	3.452
16	1.44	2.2288	1.9919	21.1513	32°-12.6'	1.1819	3.546	3.682
17	1.53	2.4174	2.2003	22.9411	34°-50.4'	1.2184	3.655	4.199
18	1.62	2.6255	2.4276	24.9160	37°-31.2'	1.2608	3.782	5.007
19	1.71	2.8549	2.6740	27.0930	40°-13.4'	1.3097	3.929	6.106
20	1.80	3.1075	2.9422	29.4900	42°-58.4'	1.3660	4.098	7.500

上表に於て $\frac{3}{4}s$ より s までは

$$h = h_0 \sec \varphi + \frac{(h_s - h_0 \sec \varphi_s) L^2}{(\frac{1}{4}s)^2}$$

なるを以て

$$\text{分割點 } h_0 \sec \varphi + \frac{(h_s - h_0 \sec \varphi_s) L^2}{(\frac{1}{4}s)^2} = h$$

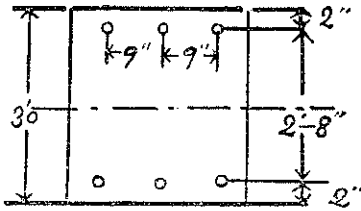
$$16 \quad 3.546 + \frac{7.5 - 4.098}{25} = 3.682$$

$$17 \quad 3.655 + \frac{7.5 - 4.098}{25} \times 4 = 4.199$$

$$18 \quad 3.782 + \frac{7.5 - 4.098}{25} \times 9 = 5.007$$

$$19 \quad 6.929 + \frac{7.5 - 4.098}{25} \times 16 = 6.106$$

$$20 \quad 4.098 + \frac{7.5 - 4.098}{25} \times 25 = 7.500$$



第二十八圖

鐵筋の量は拱頂に於て斷面の $4/1,000$ 乃ち溫度の變化に對應する程度の少量とし直徑 1 吋の丸棒を 9 時間隔に上下に配列すること第二十八圖に示す通りである、乃ち幅 1 呎に對する鐵筋の斷面積 F_s は次の如し

$$F_s = 2 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times \frac{12}{9} = 2.094 d^2 = 0.01454 d^2$$

$$nF_s = 14 \times 0.01454 = 0.2036 d^2$$

各分割點に於ける混凝土斷面の隋性力率 I_c 、鐵筋の隋性力率 I_s 及其合成隋性力率 I を算出すれば第十二表の如くなる

第十二表

分割點	I_c			I_s			I
	h	h^3	$\frac{bh^3}{12}$	d	d^2	$14F_s d^2$	
0	3.000	27.0000	2.2500	1.333	1.7769	0.3618	2.6118
1	3.001	27.0270	2.2523	1.334	1.7796	0.3623	2.6148
2	3.005	27.1352	2.2613	1.336	1.7819	0.3634	2.6247
3	3.011	27.2981	2.2748	1.339	1.7929	0.3650	2.6398
4	3.020	27.5436	2.2953	1.343	1.8036	0.3672	2.6625
5	3.032	27.8732	2.3228	1.349	1.8198	0.3705	2.6933
6	3.048	28.3168	2.3597	1.357	1.8414	0.3749	2.7346
7	3.067	28.8497	2.4041	1.367	1.8687	0.3805	2.7846
8	3.091	29.5323	2.4610	1.379	1.9016	0.3872	2.8482
9	3.119	30.3421	2.5285	1.393	1.9404	0.3951	2.9236
10	3.154	31.3751	2.6146	1.410	1.9881	0.4048	3.0194
11	3.195	32.6146	2.7179	1.431	2.0478	0.4169	3.1348
12	3.245	34.1699	2.8475	1.456	2.1199	0.4316	3.2791
13	3.303	36.0351	3.0029	1.485	2.2052	0.4490	3.4519
14	3.371	38.3047	3.1921	1.519	2.3074	0.4698	3.6619

15	3.452	41.1351	3.4279	1.559	2.4305	0.4943	3.9227
16	3.682	49.9173	4.1593	1.674	2.8023	0.5704	4.7303
17	4.200	74.0880	6.1740	1.933	3.7365	0.7808	6.9348
18	5.003	125.6010	10.4668	2.337	5.4616	1.1120	11.5788
19	6.107	227.7633	18.9803	2.887	8.3348	1.6970	20.6773
20	7.500	421.8750	35.1363	3.583	12.8379	2.6138	37.7701

第十八節 基準荷荷の場合に於ける H_c 及 M_c 並に壓力線の偏倚

前節に於て求めたる拱軸線は基準荷荷の場合に生ずる壓力線と全然一致するものにあらざるも殆んど一致するものと云ふことが出来るのである。次に此の場合に於ける壓力線の偏倚を算出して見やう、先づ第十三圖に於ける荷重限界線、 P' 、 Q' を求むれば

$$\begin{aligned}
 y'' &= \beta y' \\
 &= \beta \left\{ \frac{p}{2} + \varepsilon \left(d + \frac{h_0}{2} + y - y_0 - \frac{h \sec \varphi}{2} \right) + h \sec \varphi \right\} \\
 &= \beta \left\{ \frac{p}{2} + \varepsilon d + \frac{\varepsilon h_0}{2} - \varepsilon y_0 + \varepsilon \left(y - \frac{h \sec \varphi}{2} \right) + h \sec \varphi \right\} \\
 &= 1.2432 \left\{ -1.2259 + 0.73333 \left(y - \frac{h \sec \varphi}{2} \right) + h \sec \varphi \right\}
 \end{aligned}$$

上式より y'' 及 $y - y''$ の値を算出すれば第十三表の如くなる

第十三表

分點割	y	y''	$y - y''$
0	9.4900	9.4900	0.0000
1	9.5289	9.5271	0.0018
2	9.6437	9.6377	0.0070
3	9.8383	9.8248	0.0135
4	10.1119	10.0882	0.0234
5	10.4675	10.4320	0.0355
6	10.9078	10.8585	0.0493
7	11.4364	11.3712	0.0652
8	12.0580	11.9765	0.0815
9	12.7773	12.6782	0.0991
10	13.6001	13.4857	0.1144
11	14.5330	14.4043	0.1282
12	15.5835	15.4464	0.1371
13	16.7612	16.6199	0.1413
14	18.0737	17.9380	0.1377

15	19.5333	19.4114	0.1219
16	21.1513	21.1855	-0.0342
17	22.9411	23.4192	-0.4781
18	24.9160	26.1618	-1.2458
19	27.0930	29.4736	-2.3806
20	29.4902	33.4280	-3.9328

上表に於て見る如く $(y-y'')$ の値は拱頂より分割點 (13) に至る間は極めて小にして最大僅かに 0.1413 呎に過ぎない、乃ち $P' Q'$ は殆んど x 軸と一致するのである、故に拱軸線と壓力線とは殆んど一致することを豫想し得るのである。

次に基準載荷の場合に於ける H_c は半拱載荷の場合のものに等しきを以て直壓力の影響を無視したる場合の H_c は (40) より

$$H_c = \frac{\int_c^A \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{m_a}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} + \frac{p}{4} \left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}} \right\} - \frac{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}{\int_c^A \frac{ds}{I}}$$

上式に於て $ds = \sec \varphi dx$ なるを以て

$$\int_c^A \frac{m_a(y-y_0)}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s m_a(y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{m_a}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s m_a \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{ds}{I} = \frac{1}{I_0} \sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{(y-y_0)x^2}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s (y-y_0)x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{x^2}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi dx$$

$$\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds = \frac{1}{I_0} \sum_0^s (y-y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \phi dx$$

今 $(y-y_0)$, $(m_a + \frac{1}{4} px^2)$, $\frac{I_0}{I} \sec \phi$, $(y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \phi$, $(y-y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \phi$, $(m_a + \frac{1}{2} px^2) \frac{I_0}{I} \sec \phi$ 等の値を表にすれば第十四表の如くなる

第十四表

分割點	$y-y_0$	$m_a + \frac{1}{4} px^2$	$\frac{I_0}{I} \sec \phi$	$(y-y_0) \frac{I_0}{I}$ $\times \sec \phi$	$(y-y_0)^2 \frac{I_0}{I}$ $\times \sec \phi$	$(m_a + \frac{1}{4} px^2) \frac{I_0}{I}$ $\times \sec \phi$
0	0.0000	0.000	1.0000	0.0000	0.0000	0.000
1	0.0389	28.159	0.9995	0.0389	0.0015	28.144
2	0.1537	111.249	0.9967	0.1532	0.0235	110.882
3	0.3483	252.067	0.9931	0.3459	0.1205	250.328
4	0.6217	449.846	0.9875	0.6139	0.3817	444.223
5	0.9775	707.137	0.9802	0.9581	0.9366	693.136
6	1.4173	1,025.391	0.9703	1.3737	1.9505	994.937
7	1.9464	1,407.276	0.9590	1.8666	3.6331	1,349.577
8	2.5680	1,856.002	0.9448	2.4262	6.2306	1,753.551
9	3.2873	2,375.181	0.9289	3.0536	10.0380	2,206.306
10	4.1101	2,968.609	0.9095	3.7381	15.3641	2,699.950
11	5.0430	3,641.072	0.8874	4.4752	22.5632	3,231.087
12	6.0935	4,397.927	0.8614	5.2489	31.9844	3,788.374
13	7.2712	5,246.070	0.8330	6.0569	44.0410	4,369.976
14	8.5837	6,190.982	0.8016	6.8907	59.0613	4,962.691
15	10.0437	7,241.596	0.7661	7.2742	77.2749	5,547.787
16	11.6613	8,406.363	0.6526	7.6102	88.7444	5,485.992
17	13.4511	9,696.234	0.4589	6.1727	83.0297	4,449.802
18	15.4260	11,123.386	0.2884	4.3872	67.6762	3,207.985
19	17.6030	12,704.710	0.1654	2.9115	51.2513	2,101.359
20	20.0000	14,459.879	0.0945	1.8892	37.7840	1,365.880
		$\Sigma =$	15.927	66.953	593.212	48,469.521

上表より

$$\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \phi = \frac{1}{3} \left\{ 1 + 4 \times 0.9995 + 2 \times 0.9967 + 4 \times 0.9931 \right. \\ \left. + \dots + 4 \times 0.1654 + 0.0945 \right\}$$

$$=15.927$$

$$\sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 66.953$$

$$\sum_0^s (y-y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 583.213$$

$$\sum_0^s \left(m_a + \frac{1}{4} px^2 \right) \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 48,469.521$$

$$\sum_0^s \left(m_a + \frac{1}{4} px^2 \right) (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 420,690.332$$

故に

$$H_c = \frac{420,690.332 - \frac{48,469.5 \times 583.213}{15.927}}{583.213 - \frac{(66.953)^2}{15.927}}$$

$$= 721.077$$

基準荷重の場合の M_c は荷重限界線 $P' Q'$ が $O X$ と一致すれば零となるのであるが、前に云へる如く全く一致せず僅かに少許の差あるを以て M_c も亦零に近き値となるのである。(34) より

$$\begin{aligned} M_c &= \frac{H_c \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x - \sum_0^s \left(m_a + \frac{1}{4} px^2 \right) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x} \\ &= \frac{721.077 \times 66.953 - 48,469.521}{15.927} \\ &= -2.283 \end{aligned}$$

次に

$$N_L = H_c \cos \varphi + \left(g + \frac{1}{2} px \right) \sin \varphi$$

$$M_L = M_c - H_c (y-y_0) + m_a + \frac{1}{4} px^2$$

なるを以て壓力線の拱軸線を離るゝ偏倚 e_0'

$$e_0' = \frac{M_L}{N_L}$$

は第十五表及第十六表より算出することを得るのである、 e_0' の負値は壓力線が拱軸線の下方にあることを示し、其正值は上方にあることを表はすのである、而して該表に於て見る如く偏倚は大體に於て僅かに 1 厘乃至 5 厘にして起拱點に於てする斷面の 7 呎 6 時に對して僅かに 3 分 6 厘に過ぎず、故に之を普通の縮尺にて圖上に表はすこと困難なるを以て是以上拱軸線を訂正するの必要なのみならず、又壓力線と一致するものと假定して應力を算出するも差支ないのである乃ち

$$H_c = \frac{\alpha^2}{\beta} = \frac{30^2}{1.2432} = 723.938$$

$$M_c = 0$$

H_c にありては精算と略算との差僅かに 2.801 にして約 4/1,000 の差に過ぎず又 M_c の精算の値は 2.283 なるを以て是亦零と假定するも差支ないのである。

第 十 五 表

分割點	$\cos \phi$	$H_c \cos \phi$	$\sin \phi$	$(g + \frac{1}{8} px) \sin \phi$	N_L
0	1.0000	721.077	0.0000	0.000	721.077
2	0.9984	719.923	0.0565	2.341	722.264
4	0.9933	716.246	0.1150	9.676	725.922
6	0.9843	709.756	0.1762	22.813	732.569
8	0.9706	699.877	0.2407	43.051	742.928
10	0.9511	685.816	0.3089	72.253	758.069
12	0.9246	666.708	0.3808	112.878	779.586
14	0.8898	641.614	0.4563	168.186	809.800
16	0.8461	610.103	0.5330	241.517	851.620
18	0.7931	571.886	0.6090	338.563	910.449
20	0.7321	527.900	0.6812	468.126	996.026

第 十 六 表

分割點	M	$H_c(y - y_0)$	$ma + \frac{1}{4} px^2$	M_L	N_L	e_0
0	-2.283	0.000	0.000	-2.283	721.077	-0.0032
2	„	-110.830	+111.249	-1.864	722.264	-0.0026
4	„	-448.294	+449.846	-0.731	730.922	-0.0010
6	„	-1,022.343	+1,025.391	+0.765	732.569	+0.0010
8	„	-1,851.726	+1,856.002	+1.993	742.928	+0.0028
10	„	-2,963.699	+2,968.609	+2.627	758.069	+0.0035
12	„	-4,393.883	+4,397.927	+1.761	773.586	+0.0023
14	„	-6,189.509	+6,190.982	-0.810	809.800	-0.0010

16	-2.233	-8,408.695	+8,406.363	-4.615	851.620	-0.0050
18	„	-11,123.333	+11,123.336	-2.230	910.449	-0.0024
20	„	-14,421.540	+14,459.879	+36.056	996.026	+0.0362

第十九節 半拱載荷の場合に於ける V_c , H_c 及 M_c 並に壓力線の偏倚
半拱載荷の場合に於ける V_c は (97) より

$$V_c = \frac{1}{4} ps\gamma$$

(105) より

$$\gamma = \frac{\sum_0^s \left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{I_0}{I} \sec \phi \Delta x}{\sum_0^s \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{I_0}{I} \sec \phi \Delta x}$$

第十七表

分割點	$\frac{I_0}{I} \sec \phi$	$\left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{I_0}{I} \sec \phi$	$\left(\frac{x}{s}\right)^3 \frac{I_0}{I}$ × sec φ	$(y-y_0) \left(\frac{x}{s}\right)^2 \frac{I_0}{I}$ × sec φ
0	1.0000	0.00000	0.00000	0.000000
1	0.9995	0.00250	0.00012	0.000097
2	0.9967	0.00997	0.00100	0.001532
3	0.9931	0.02234	0.00335	0.007783
4	0.9875	0.03950	0.00790	0.024556
5	0.9802	0.06126	0.01532	0.059881
6	0.9703	0.08733	0.02620	0.123813
7	0.9590	0.11743	0.04112	0.228659
8	0.9448	0.15117	0.06047	0.388192
9	0.9239	0.18810	0.08465	0.618354
10	0.9095	0.22738	0.11369	0.924525
11	0.8874	0.26844	0.14764	1.353748
12	0.8614	0.31010	0.18606	1.889704
13	0.8330	0.35194	0.22876	2.559040
14	0.8016	0.39278	0.27495	3.371543
15	0.7661	0.43093	0.32320	4.327988
16	0.6526	0.41766	0.33413	4.870528
17	0.4539	0.33156	0.28182	4.459776
18	0.2844	0.23036	0.20733	3.553632
19	0.1654	0.14927	0.14181	2.627629
20	0.0945	0.09476	0.09446	1.889200

第十七表より

$$\sum_0^s \left(\frac{x}{s} \right)^3 \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 2.52969$$

$$\sum_0^s \left(\frac{x}{s} \right)^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 3.84075$$

$$\text{故に } V_c = \frac{4.13333}{4} \times 54 \times \frac{2.52969}{3.84075} = 36.752$$

今 V_c を求むるに當り公式 (111) を用ふれば

$$\gamma = 0.6366 + 0.0092(4.15 - k)^2 - \{0.045 - 0.01(3.75 - k)^2\} \frac{f}{l}$$

上式に於て

$$k = 2.5$$

$$\frac{f}{l} = \frac{20}{108} = 0.1852$$

故に

$$\gamma = 0.65625$$

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{4.13333}{4} \times 54 \times 0.65042 \\ &= 36.619 \end{aligned}$$

公式 (111) を用ひて求めたる V_c の値は精算の結果によるものに甚だ近きことを見る、故に此公式を使用するも差支なきことを知ることが出来る。

次に H_c 及 M_c は基準載荷の場合に等しきを以て

$$H_c = 721.077$$

$$M_c = -2.283$$

拱環の任意の點に於ける M_L は

$$\begin{aligned} M_L &= M_c - H_c(y - y_0) + m_a + \frac{1}{2}px^2 - V_c x \\ &= \left\{ M_c - H_c(y - y_0) + m_a + \frac{1}{4}px^2 \right\} + \frac{1}{4}px^2 - V_c x \end{aligned}$$

故に M_L は基準載荷の場合の M_L に $\left(\frac{1}{4}px^2 - V_c x \right)$ を加へたるものに等しいの

である、又

$$M_R = \left\{ M_c - H_c(y - y_0) + m_a + \frac{p}{4}x^2 \right\} + V_c x - \frac{p}{4}x^2$$

上式より M_L 及 M_R を算出すれば第十八表の如くなる

第十八表

分割點	$M_c - H_c(y - y_0) + ma + \frac{p}{4}x^2$	$\frac{p}{4}x^2$	$V_c x$	M_L	M_R
0	-2.283	0.000	0.0000	-2.283	-2.283
2	-1.864	30.132	198.4608	-170.193	+166.465
4	-0.731	120.528	396.0216	-277.125	+275.663
6	+0.765	271.188	595.3824	-323.429	+324.959
8	+1.993	482.112	793.8432	-309.738	+313.724
10	+2.627	753.300	992.3040	-236.377	+241.631
12	+1.761	1,084.752	1,190.7648	-104.252	+107.774
14	-0.810	1,476.468	1,389.2256	+94.432	-96.052
16	-4.615	1,928.448	1,587.6864	+336.147	-345.377
18	-2.230	2,440.692	1,786.1472	+656.315	-660.775
20	+33.056	3,013.200	1,984.6080	+1,064.648	-992.536

拱環の任意の點に於ける N_L 及 N_R は

$$N_L = H_c \cos \varphi + (g + px - V_c) \sin \varphi$$

$$N_R = H_c \cos \varphi + (g + V_c) \sin \varphi$$

上式より N_L 及 N_R を計算すれば第十九表の如くなり、壓力線の拱軸線を離るゝ偏倚 e_0 は

$$e = \frac{M_L}{N_L}$$

或は

$$e_0 = \frac{M_R}{N_R}$$

第十九表

分割點	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	g	N_L	N_R
0	1.0000	0.0000	0.000	721.077	721.077
2	0.9984	0.0565	30.276	720.818	723.710
4	0.9933	0.1150	61.816	724.262	737.581
6	0.9843	0.1762	95.989	731.992	733.145
8	0.9706	0.2407	134.217	744.827	741.029
10	0.9511	0.3089	178.104	763.953	752.185
12	0.9246	0.3808	229.464	791.089	768.083
14	0.8898	0.4563	290.467	828.676	790.924
16	0.8461	0.5330	361.652	879.617	823.622
18	0.7931	0.6090	455.492	949.235	871.663
20	0.7321	0.6812	575.604	1,047.010	945.027

なるを以て第十八及第十九表を用ひて計算し、且 $h/6$ と比較すれば第二十表に示す如く壓力線は何れに於ても断面の 3 等分圏内にあることを知るのである。

第二十表

分割點	e_0 (左半部)	e_0 (右半部)	$h/6$
0	-0.003	-0.003	0.500
2	-0.236	+0.230	0.501
4	-0.383	+0.379	0.503
6	-0.442	+0.443	0.508
8	-0.416	+0.424	0.515
10	-0.310	+0.321	0.526
12	-0.132	+0.140	0.541
14	+0.114	-0.121	0.562
16	+0.382	-0.419	0.614
18	+0.688	-0.758	0.835
20	+1.017	-1.050	1.250

第二十節 全拱載荷並に靜荷重のみ作用する場合に於ける

H_c , M_c 及彎曲率並に直壓力

全拱載荷の場合の H_c は (33) 式より

$$H_c = \frac{\int_c^A \frac{(m_a + \frac{1}{2}px^2)(y-y_0)}{I} ds - \frac{\int_c^A \frac{(m_a + \frac{1}{2}px^2)}{I} ds \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}{\int_c^A \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^A \frac{ds}{I}}}$$

(34) より

$$M_c = \frac{H_c \int_c^A \frac{(y-y_0)}{I} ds - \int_c^A \frac{(m_a + \frac{1}{2}px^2)}{I} ds}{\int_c^A \frac{ds}{I}}$$

故に前同様の方法にて

$$H_c = 883.309$$

$$M_c = -46.929$$

次に

$$N_L = H_c \cos \varphi + (g + px) \sin \varphi$$

$$M_L = M_c - H_c(y - y_0) + m_a + \frac{1}{2}px^2$$

$$e_0 = \frac{M_L}{N_L}$$

なるを以て M_L , N_L 及 e_0 を計算すれば第二十一表の如くなる

第二十一表

分割點	M_L	N_L	$e_0 = \frac{M_L}{N_L}$
0	-46.929	833.309	-0.053
2	-41.312	884.867	-0.047
4	-25.708	889.634	-0.029
6	-2.705	898.133	-0.003
8	+22.847	911.135	+0.025
10	+44.192	929.605	+0.048
12	+53.334	955.984	+0.056
14	+38.462	939.800	+0.039
16	-12.647	1,036.470	-0.012
18	-108.776	1,100.283	-0.099
20	-240.030	1,190.818	-0.202

静荷重の場合に於ける H_c 及 M_c は

$$H_c = 558.845$$

$$M_c = 42.363$$

 M_L , N_L 及 e_0 を計算すれば第二十二表に示す通りである

第二十二表

分割點	M_L	N_L	e_0
0	+42.363	558.845	+0.076
2	+37.586	559.661	+0.067
4	+24.247	562.210	+0.043
6	+4.236	566.985	+0.007
8	-18.861	574.721	-0.033
10	-39.237	586.533	-0.067
12	-49.784	604.088	-0.082
14	-40.081	629.980	-0.064
16	+3.419	666.770	+0.005
18	+104.314	721.115	+0.145
20	+312.142	801.234	+0.390

第二十一節 温度の變化の影響

混凝土は熱の不良導體であるから混凝土内に於ける温度の變化は外氣の温度の變化と同一ではない常に著しく小なるものである、而して混凝土内に於ける温度は外氣に於ける温度より約一箇月位後れて昇降し、且其温度は非常に低いのである、特に拱脊を砂利にて充填せる本拱橋の如きものにありては外氣に於ける温度の變化を 90 度とすれば混凝土内に於けるものを其 2/3 乃ち 60 度と假定するを適當と認むるので、故に鐵筋混凝土拱橋の計算に於て直壓力の影響を無視したる場合には其影響が約 20 度の温度の下降に等しきを以て結局温度の變化量は 80 度となる、即ち變化量を ± 40 度と假定し應力を算出するのが妥當である。

今混凝土の彈性係數 E を

$$\begin{aligned} E &= 2,000,000 \text{ #/sq} \\ &= 288,000,000 \text{ #/sq} \end{aligned}$$

とし、鐵筋混凝土の單位重量 150 封度にて之を表はすときは

$$\begin{aligned} E &= \frac{288,000,000}{150} \\ &= 1,920,000 \end{aligned}$$

温度の變化量を ± 40 度とし

$$\omega = 0.0000055$$

とすれば (56) 式により

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{Et\omega s}{\int_c^s \frac{(y-y_0)^2}{I} ds - \frac{\left\{ \int_c^s \frac{(y-y_0)}{I} ds \right\}^2}{\int_c^s \frac{ds}{I}}} \\ &= \frac{I_0 Et\omega s}{\sum_y (y-y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x - \frac{\left\{ \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x \right\}^2}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x}} \end{aligned}$$

$t = +40$ 度の場合には

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{2.6118 \times 1,920,000 \times 40 \times 0.0000055 \times 54}{814.777 + 36.804} \\ &= 69.957 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (55) \text{ より } M_t &= \frac{H_t \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x} \\
 &= H_t \frac{108.772}{43.004} = H_t \times 4.2036 = 294.071
 \end{aligned}$$

温度の變化 ± 40 度に伴ふ彎曲率及直壓力を算出すれば第二十三表の如くなる

第二十三表

分割點	M_t	$H_t(y-y_0)$	M	N
0	± 294.07	0	± 294.071	± 69.957
2	”	∓ 10.752	± 283.319	± 69.845
4	”	∓ 43.492	± 250.579	± 69.488
6	”	∓ 99.185	± 194.886	± 68.859
8	”	∓ 179.650	± 114.421	± 67.900
10	”	∓ 287.530	± 6.541	± 66.536
12	”	∓ 426.283	∓ 132.212	± 64.682
14	”	∓ 600.490	∓ 306.419	± 62.248
16	”	∓ 815.790	∓ 521.719	± 59.191
18	”	$\mp 1,079.157$	∓ 785.086	± 55.485
20	”	$\mp 1,399.140$	$\mp 1,105.059$	± 51.216

第二十二節 直壓力の影響を考慮したる場合

拱環に作用する直壓力は拱環を短縮するを以て温度の下降による拱環の短縮と同一の影響を生ずることは先に説明せる通りである、今直壓力の影響を考へ H_c , M_c 及 V_c を求め之を直壓力の影響を省略したる場合のものに比較し温度約 20 度の下降による影響と殆んど同一なることを證明しやう。

(1) 半拱載荷の場合

(29) 式に於て $q-q'=p$ とすれば

$$\begin{aligned}
 V_c &= \frac{p}{4} \frac{\int_c^A \frac{x^3}{I} ds + 2 \int_c^A \frac{x \sin \varphi}{F} dy}{\int_c^A \frac{x^2}{I} ds + \int_c^A \frac{\sin \varphi}{F} dy} \\
 &= \frac{p}{4} \frac{\sum_0^s x^3 \frac{I_0}{I} \sec \varphi + 2 \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} x \sin \varphi \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}}{\sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi + \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} \sin \varphi \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}}
 \end{aligned}$$

第十七表及第二十四表により

$$\sum_0^s x^3 \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 2.52969 \times 54^3$$

$$\sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi = 3.84075 \times 54^2$$

$$\sum_0^s \frac{F_0}{F} \frac{x}{s} \sin \varphi \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a} = 1.8614$$

$$\sum_0^s \frac{F_0}{F} \sin \varphi \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a} = 2.51488$$

故に

$$V_c = \frac{4.1333}{4} \times \frac{2.52969 \times 54^3 + 2 \times \frac{2.612}{3.204} \times 1.8614 \times 54}{3.84075 \times 54^2 + \frac{2.612}{3.204} \times 2.51488}$$

$$= 36.762$$

第二十四表

分割點	$\frac{x}{s}$	$\frac{F_0}{F}$	$\sin \varphi$	$\frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$	$\frac{F_0}{F} \sin \varphi$	$\frac{x}{s} \frac{F_0}{F} \sin \varphi$
				$\times \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$	$\times \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$	$\times \frac{y_0}{a} \sinh \frac{x}{a}$
0	0.00	1.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000
1	0.05	0.9997	0.0283	0.0285	0.00081	0.00004
2	0.10	0.9984	0.0565	0.0573	0.00323	0.00032
3	0.15	0.9966	0.0858	0.0864	0.00739	0.00111
4	0.20	0.9938	0.1150	0.1163	0.01329	0.00266
5	0.25	0.9901	0.1458	0.1472	0.02125	0.00531
6	0.30	0.9852	0.1762	0.1792	0.03111	0.00933
7	0.35	0.9795	0.2097	0.2127	0.04369	0.01529
8	0.40	0.9724	0.2407	0.2479	0.06092	0.02437
9	0.45	0.9642	0.2740	0.2851	0.07532	0.03389
10	0.50	0.9541	0.3089	0.3247	0.09570	0.04785
11	0.55	0.9426	0.3443	0.3668	0.12049	0.06627
12	0.60	0.9290	0.3808	0.4120	0.14575	0.08745
13	0.65	0.9136	0.4182	0.4605	0.17594	0.11436
14	0.70	0.8962	0.4563	0.5127	0.20966	0.14676
15	0.75	0.8764	0.4946	0.5691	0.24669	0.18501
16	0.80	0.8245	0.5330	0.6300	0.27686	0.22149
17	0.85	0.7275	0.5713	0.6961	0.28931	0.24592
18	0.90	0.6149	0.6090	0.7678	0.28751	0.25877
19	0.95	0.5077	0.6458	0.8458	0.27731	0.26345
20	1.00	0.4159	0.6812	0.9306	0.26365	0.26365
					$\Sigma = 2.51488$	1.86140

V_c の値は 36.762 となり直圧力の影響を無視したる場合の値 36.752 に比し其差僅かに 0.01 乃ち 1/3,000 に過ぎざるが故に V_c に対しては直圧力の影響を省略するも何等差支はないのである。

(31) 式より H_c は

$$H_c = \frac{\sum_0^s m_a (y - y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{\sum_0^s m_a \frac{I_0}{I} \sec \varphi \sum_0^s (y - y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi} - \frac{\frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} g \sin \varphi + \frac{1}{4} (2p' + q + q') \left\{ \sum_0^s (y - y_0) x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{\sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi \sum_0^s (y - y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi} - 2 \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} x \sin \varphi \right\}}{\sum_0^s (y - y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{\left\{ \sum_0^s (y - y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \right\}^2}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi}} + \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} \cos \varphi$$

上式に於て半拱載荷の場合には

$$2p' + q + q' = p$$

なるを以て第二十五表より

第二十五表

分割點	$g + \frac{1}{2} px$	F_0/F	$\sin \phi$	$\frac{F_0}{F} \left(g + \frac{1}{2} px \right) \sin \phi$	$\frac{x}{s} \frac{F_0}{F} \sin \phi$	$\frac{F_0}{F} \cos \phi$
0	0.000	1.0000	0.0000	0.000	0.000000	1.0000
1	20.631	0.9997	0.0283	0.584	0.001415	0.9993
2	41.436	0.9984	0.0565	2.337	0.005641	0.9968
3	62.545	0.9966	0.0858	5.348	0.012826	0.9929
4	84.136	0.9938	0.1150	9.616	0.022857	0.9871
5	106.385	0.9901	0.1458	15.357	0.036089	0.9795
6	129.469	0.9852	0.1762	22.475	0.052078	0.9697
7	153.566	0.9795	0.2097	31.543	0.071890	0.9580
8	178.857	0.9724	0.2407	41.863	0.093623	0.9438
9	205.567	0.9642	0.2740	54.309	0.118886	0.9273
10	233.904	0.9541	0.3089	68.937	0.147361	0.9074

11	264.103	0.9426	0.3443	85.711	0.178495	0.8850
12	296.424	0.9290	0.3308	104.864	0.212258	0.8590
13	331.155	0.9136	0.4182	126.524	0.248314	0.8299
14	368.587	0.8962	0.4563	150.729	0.286255	0.7974
15	409.045	0.8764	0.4946	177.308	0.325101	0.7617
16	453.126	0.8245	0.5330	199.130	0.351567	0.6976
17	501.656	0.7275	0.5713	208.499	0.353278	0.6699
18	555.932	0.6149	0.6090	208.132	0.337027	0.4877
19	617.255	0.5077	0.6458	202.331	0.311479	0.3876
20	687.204	0.4159	0.6812	194.650	0.283311	0.3045
			$\Sigma =$	1,813.724	3.31062	16.7206

$$H_c = \frac{1,135,863.897 - \frac{130,867.720 \times 180.772}{43.004} - \frac{2.612}{3.204} \times 1,813.72 \times 2.7}{1,754.674 - \frac{(180.772)^2}{43.004} + \frac{2.612}{3.204} \times 16.721 \times 2.7}$$

$$= 685.222$$

全拱載荷の場合には

$$2p' + q + q' = 2p$$

故に

$$H_c = 685.222$$

$$+ \frac{\frac{p}{4} \left\{ \sum_0^s (x-y_0) x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{\sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi} - 2 \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} x \sin \varphi \right\}}{\sum_0^s (y-y_0)^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{\left\{ \sum_0^s (y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \right\}^2}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi} + \frac{I_0}{F_0} \sum_0^s \frac{F_0}{F} \cos \varphi}$$

$$= 685.222 + 154.742$$

$$= 839.964$$

静荷重のみの場合の H_c

$$H_c = 685.222 - 154.742$$

$$= 530.480$$

M_c の値は (30) 式より

$$M_c = \frac{H_c \sum_0^s (y - y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \sum_0^s m_a \frac{I_0}{I} \sec \varphi - \frac{1}{4} (2p' + q + q') \sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi}{\sum_0^s \frac{I_0}{I} \sec \varphi}$$

基準載荷及び半拱載荷の場合には

$$2p' + q + q' = p$$

$$H_c = 685.222$$

なるを以て

$$M_c = \frac{685.222 \times 66.953 - 48,314.335}{15.927}$$

$$= -153.00$$

全拱載荷の場合には

$$M_c = -229.14$$

静荷重のみの場合には

$$M_c = -76.87$$

今直圧力の影響を考慮したる場合と然らざる場合とを比較すれば次の第二十六表の如くなる

第二十六表

	直圧力の影響を 省略したる場合	直圧力の影響を 考慮したる場合	前二者の差	温度 40 度下 降したる場合	
半拱載荷 の場合	$H_c \dots$ $M_c \dots$	721.077 -2.283	685.222 -153.003	-35.855 -150.72	-69.957 -294.071
全拱載荷 の場合	$H_c \dots$ $M_c \dots$	883.309 -46.929	839.964 -229.137	-43.345 -182.208	— —
静荷重の みの場合	$H_c \dots$ $M_c \dots$	558.845 42.363	530.480 -76.872	-28.365 -119.235	— —

直圧力の影響を温度の下降度にて示せば半拱載荷の場合には

$$T = \frac{35.855}{69.957} \times 40 = 20.5$$

又は

$$T = \frac{150.72}{294.071} \times 40 = 20.5$$

全拱載荷の場合には

$$T = \frac{43.345}{69.957} \times 40 = 24.^\circ 8$$

静荷重のみの場合には

$$T = \frac{28.355}{69.957} \times 40 = 16.^\circ 2$$

又半拱載荷の場合に於て (58) より T を算出すれば

$$\begin{aligned} T &= \frac{H_c}{E \omega F_0} \\ &= \frac{721 \times 150}{2,000,000 \times 0.0000055 \times 3 \times 144} \\ &= 22.^\circ 8 \end{aligned}$$

乃ち $22.^\circ 8$ となり稍實際の値に近きことを知る。

第二十三節 應力

拱環の各點に於て半拱載荷の場合、全拱載荷の場合、静荷重のみの場合及温度の變化に伴ふ場合の彎曲率及直壓力を求め、各點に於ける最大彎曲率並に其際に生ずる直壓力を求むれば第二十七表、第二十八表、第二十九表に示す如し、今拱環に生ずる應力を次の式によりて計算すれば拱環に生ずる最大應力は第三十表に示す如くなる

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_0 \\ \sigma_u \end{array} \right\} = \frac{N_x}{F} \mp \frac{M_x}{I} \frac{h}{2}$$

表に於ては力の單位重量は鐵筋混凝土の單位重量となせるを以て應力を¹平方時に付き封度にて表はす場合には之に $150/144$ を乗ずることが必要である。

第二十七表 温度の變化に伴ふ彎曲率及直壓力

分割點	M_t	$M_t(y-y_0)$	M	N
0	294.071	0.000	±294.071	±69.957
2	"	-10.752	±283.319	±69.845
4	"	-43.492	±250.579	±69.488
6	"	-99.185	±194.886	±68.859
8	"	-179.650	±114.421	±67.900
10	"	-287.530	±6.541	±66.536
12	"	-426.283	∓132.212	±64.682
14	"	-600.490	∓306.419	±62.248
16	"	-815.790	∓521.719	±59.191

18	294.071	-1,079.157	±785.086	±55.483
20	„	-1,399.140	±1,105.069	±51.216

第二十八表 最大彎曲率

分割點	半拱載荷の場合		全拱載荷 の場合	靜荷重の みの場合	溫度の 變化±40°	最大彎曲率	
	左半部	右半部				左半部	右半部
0	-2.283		-46.929	+42.363	±294.071	-343.283	+336.434
2	-170.193	+166.465	-41.312	+37.586	±283.319	-453.520	+449.764
4	-277.125	+275.663	-25.708	+24.247	±250.579	-527.704	+526.242
6	-323.429	+324.959	-2.705	+4.236	±194.886	-518.315	+519.845
8	-309.738	+313.724	+22.347	-18.861	±114.421	-424.159	+428.145
10	-236.377	+241.631	+44.492	-39.237	±65.511	-242.918	+248.172
12	-104.252	+107.774	+53.334	-49.784	±132.212	-236.464	+239.986
14	+94.432	-96.052	+38.462	-40.081	±306.419	+400.851	-402.471
16	+336.147	-345.377	-12.647	+3.419	±521.719	+857.886	-867.096
18	+656.315	-660.775	-198.776	+104.314	±785.086	+1,441.401	-1,445.861
20	+1,064.648	-992.536	-240.030	+312.112	±1,105.069	+2,169.917	-2,097.605

第二十九表 最大彎曲率を生ずる場合の直壓力

分割點	半拱載荷の場合		全拱載荷 の場合	靜荷重の みの場合	溫度の 變化±40°	直 壓 力	
	左半部	右半部				左半部	右半部
0	721.077		883.309	558.845	±69.957	813.352	628.802
2	720.818	723.710	884.867	559.661	±69.845	650.973	703.555
4	724.262	727.581	889.634	562.210	±69.488	654.774	797.069
6	731.992	733.145	898.153	566.985	±63.859	663.133	802.004
8	744.829	741.029	911.135	574.721	±67.900	676.927	808.929
10	763.953	752.185	929.005	586.533	±66.536	697.417	818.721
12	791.089	768.083	955.084	604.088	±64.682	855.771	703.401
14	828.676	790.924	989.800	629.980	±62.248	766.428	852.172
16	879.617	823.622	1,036.470	666.770	±59.191	820.426	882.813
18	949.235	871.663	1,100.283	721.115	±55.483	893.752	927.146
20	1,047.010	945.037	1,190.818	801.534	±51.216	995.794	996.253

第三十表 應 力

分割點	M	N	F	I	h/2	$\sigma_c \# / \square''$	$\sigma_t \# / \square''$
0	+336.434	628.802				13.60	395.30
	-343.283	813.252	3.2036	3.6118	1.5000	469.80	59.10
2	-453.512	650.973	3.2086	2.6247	1.5025	—	—
4	-527.704	654.774	3.2236	2.6625	1.5100	522.30	-100.20
6	-518.315	663.133	3.2516	2.7346	1.5240	—	—
8	-424.159	676.927	3.2946	2.8482	1.5455	—	—

10	-242.918	697.417	3.3576	3.0194	1.5770	—	—
12	-236.464	855.771	3.4486	3.2791	1.6225	—	—
14	+400.851	766.428	3.5746	3.6619	1.6855	—	—
16	+857.866	820.426	3.8856	4.7303	1.8410	-127.80	567.70
18	+1,441.401	893.752	5.2106	11.5788	2.5035	-146.00	503.30
20	+2,169.917	995.794	7.7036	37.7701	3.7500	-89.70	359.00

上表に於て見る如く應壓力は最大 567#/□" にして 600#/□" より少なく、又應張力は 146#/□" にして 150#/□" より小なり、而して應力度を求むるに當り E の値を抗壓力及抗張力に對し同一と假定せるが故に實際の値は應壓力は此計算より大に應張力は遙かに小である。

第二十四節 撓 度

拱頂に於ける撓度は (63) より

$$\Delta y = \sum_0^s \frac{M_L \Delta s}{EI} x + \sum_0^s \frac{N_L \Delta s}{EF} \sin \varphi$$

故に全拱載荷の場合には

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{1}{EI_0} \left\{ M_c \sum_0^s x \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x - H_c \sum_0^s x(y-y_0) \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x \right. \\ &\quad \left. + \sum_0^s m_n x \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x + \frac{p}{2} \sum_0^s x^2 \frac{I_0}{I} \sec \varphi \Delta x \right\} \\ &\quad + \frac{1}{EF_0} \left\{ \frac{H_c y_0}{a} \sum_0^s \sinh \frac{x}{a} \frac{F_0}{F} \cos \varphi \Delta x \right. \\ &\quad \left. + \frac{y_0}{a} \sum_0^s (g+px) \sinh \frac{x}{a} \frac{F_0}{F} \sin \varphi \Delta x \right\} \\ &= 0.0249 \text{ 呎} \\ &= 5/16 \text{ 吋} \end{aligned}$$

温度の變化 ± 40 度により拱頂の昇降は

$$\begin{aligned} \Delta y &= \sum_0^s \left\{ M_t - H_t(y-y_0) \right\} \frac{\Delta s}{EI} x + \sum_0^s \frac{H_t \cos \varphi \Delta s}{EF} \sin \varphi \\ &= 0.0493 \text{ 呎} \\ &= 5/8 \text{ 吋} \end{aligned}$$

依て拱橋の反り (camber) は拱架の沈下を見込み拱頂に於て 0.0312 呎とし、起拱點に於て零とし、次の第三十一表の示す如くなしたり

第三十表

分割點	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
反り	0.0312	0.0307	0.0300	0.0284	0.0262	0.0234	0.0200	0.0159	0.0159	0.0059	0.0000

第五章 結論

1. 拱軸線と壓力線との一致。

第二章及第三章に於て記述せる方法によつて拱環の形狀及厚を決定するときは拱軸線と壓力線とは殆んど一致せしむることが出来る、乃ち第四章設計實例に於て見る如く直壓力の爲め拱環短縮の影響を省略する場合に於て壓力線の拱軸線を離るゝ偏倚は起拱點に於て最大にして 0.036 呎なるも其他の點に於ては孰れも 0.005呎以下なるを以て殆んど一致するものと云ふことを得べし、乃ち此方法によるときは吾人が常に拱の設計に於て最も努力すべき壓力線と拱軸線と一致を容易に實現することが出来るのである。

2. 拱環の經濟的設計。

普通石工拱の設計に於けるが如く拱環の直壓力による拱環短縮の影響を省略する場合に拱環の最も經濟的設計法は等布動荷重の量を全拱上に積載したときに生ずる壓力線と拱軸線を一致せしめ、且つ拱環の厚さは半拱載荷の場合に壓力線が拱腰及起拱點に於て断面の3等分點を通過する様になすことである。然るに此の新方法によれば容易に之等の條件を充たす拱軸線及拱環の断面を求むることが出来る。

3. 直壓力の影響を考慮する場合。

直壓力の爲めに生ずる拱環短縮の影響は温度の下降と等しき影響を與ふるものなるが故に温度の變化に伴ふ場合と共に算出するを便なりとするのである、而して其温度下降の量は (58) 式より計算するも實際の値と殆んど一致するのである。

4. 温度の變化に伴ふ應力。

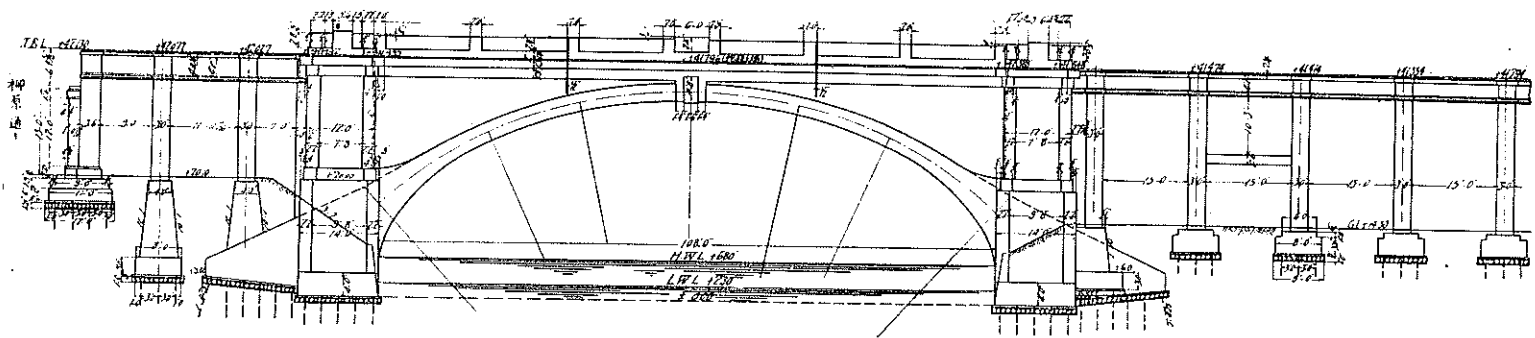
混凝土内に於ける温度と外氣の温度は如何なる關係及状態にあるかに就ては各所に就て實地研究せられたるも未だ完全なる法則を發見するに至らない。然れども普通混凝土内に於ける温度の變化量は外氣に於けるものの約 $\frac{2}{3}$ なるを以て外氣の温度が華氏 10 度より 100 度の間に變化するものとすれば混凝土内に於ける温度の變化は 90 度の $\frac{2}{3}$ 乃ち 60 度にして最低 25 度、最高は 85 度なり、故に平均温度 55 度のとき混凝土を築造すれば温度の變化は ± 30 度である然れ

ど何れの國に於ける示方書に於ても築造當時の溫度を基準として溫度の變化を規定せず、只單に ± 30 度となすを普通とするのである、故に本設計に於ては直壓力の影響を溫度に換算した量 20 度を 60 度に加へ溫度の變化量を ± 40 度としたるのである、尙溫度の變化量に就ては相當研究する必要ありと思ふ。

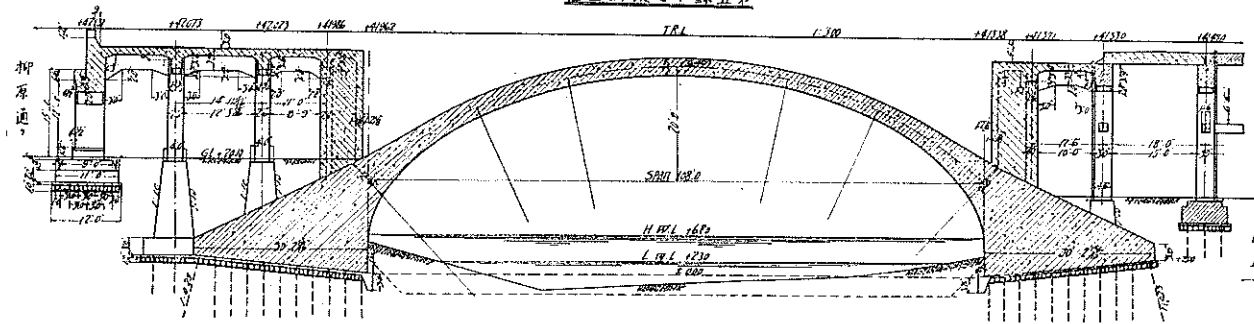
末尾に載せたる附圖は著者が本理論によりて設計し、且工事を實施せる神田川橋拱橋設計圖である。 (完)

神田川拱橋設計圖

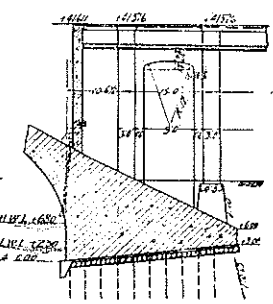
圖面側制東



圖面斷線心中線五第



圖面側制東終三第

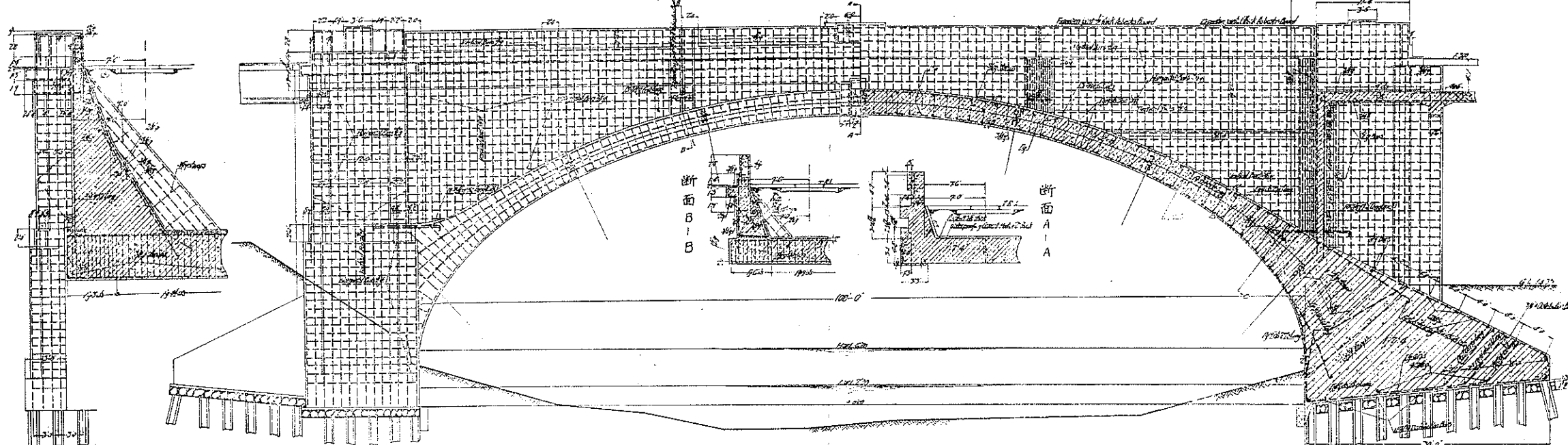


神田川拱橋設計圖

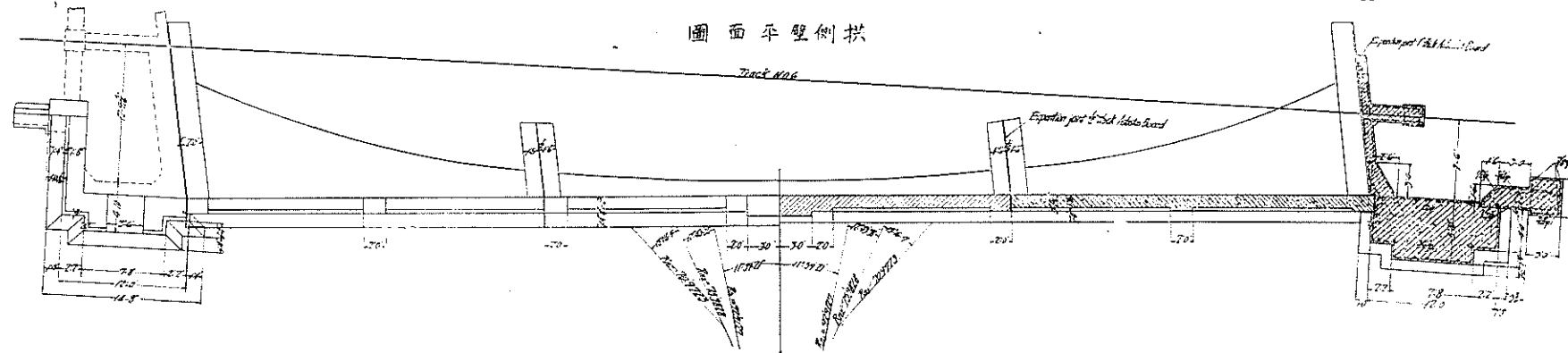
C-C 面斷

外裝拱

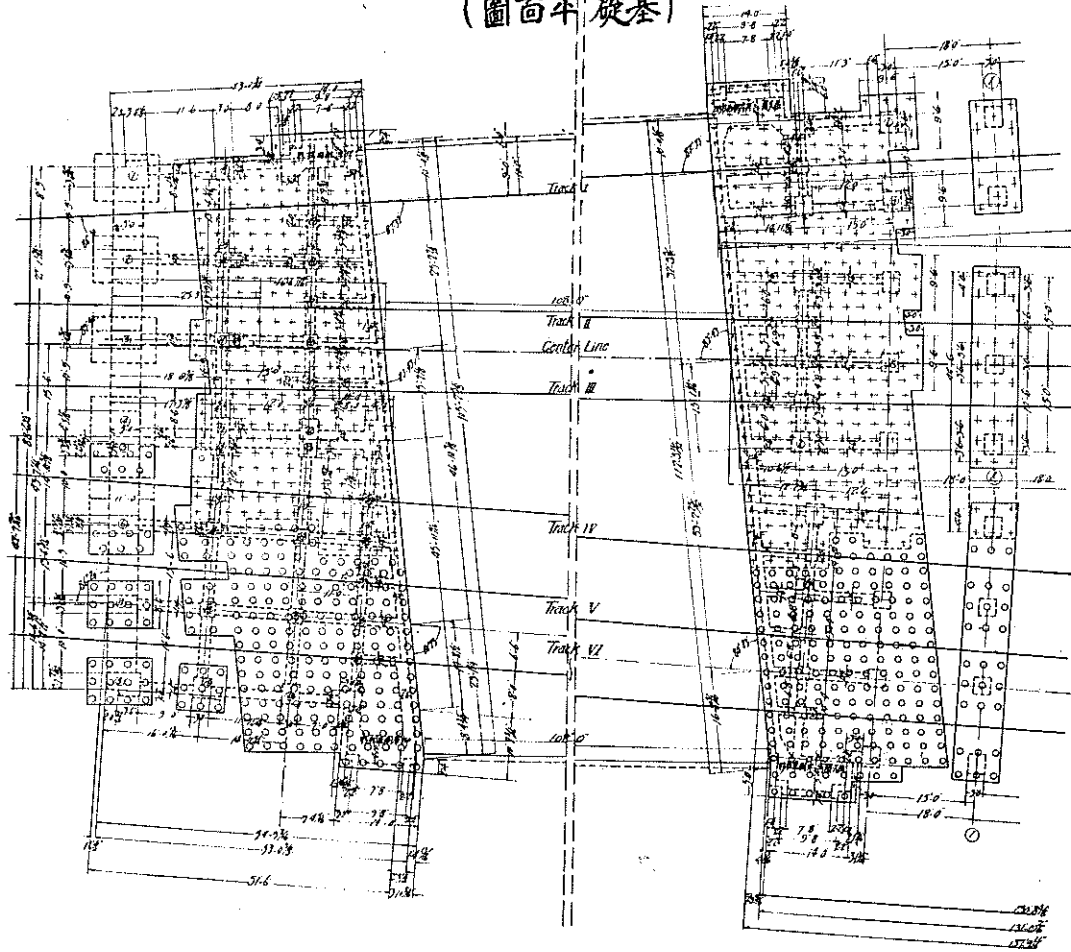
拱面斷



拱側雙平面圖



神田川拱橋設計圖
(基礎平面圖)



附圖第三

(土木學會誌第十一卷第五號附圖)