

論 說 報 告

土木學會誌 第十卷第一號 大正十三年二月

堤防内の暗梁に於ける縦斷面の計算法

會員 工學士 鈴木 雅 次

内 概 梗 概

本論は彈性基礎の理論に立脚して暗梁の縦斷面の計算法を述べたるものにして、第一節に於ては暗梁の縦斷面の計算に注意すべきを論じ第二節に於ては荷重の取り方と地杭の支持力に就て述べ第三節に於ては此計算法のよつて来る所以を論じ結局地杭基礎の支持力の不足は暗梁の沈下によつて生ずる耐支力の増加に依つて補はるゝものとなし最後の第四節に於ては此計算法を實例に適用せるものを示せり

緒 言

此論文は大正七年四月の始め頃之を書き上げたものなるが從來河川附帶の暗渠設計に當つて専ら其横斷面の計算のみに重きを置き、縦斷面に就ては殆んど考慮せられざるがため、屢々暗渠は横に龜裂を生じ甚しく破壊するものありしを聞きたり、就中暗渠下の反力の取り方は全く不明にして其計算法の如きも確かなるものを聞かざりしかば著者は彼の彈性基礎の理論に出發して、更に實用に適するが如き簡易なる計算法に取纏めしもの即ち之なり、然るに、余の考案せる、此計算の理論は當時同室に机を並べつつありし、畏友、金森誠之君、宮本武之輔君とに依つて先づ之を認められ、續いて、内務省東京土木出張所内の友人諸兄よりも、亦採用せらるゝの榮を得、爾來、利根川、荒川、等に於ける、暗渠設計の理論は假令、細節に多少の差異あるも、其根本に於て、之が計算の法を同ふするもの多きが如し。

然るに、最近に至り、某河川附帶の暗渠の設計を見るに、猶ほ此計算法と其趣を異にするものあるを知れり、されば、東京土木出張所内にては、既に採用せられつゝある、計算法も、其他には未だ廣く知られざるを思ひ、一方、先輩並に編輯者の御勸誘もありしを以て、遂に此論文を筐中より取り出し茲に發表することとなす。

大正七年四月より今日に至る迄では相當の歲月を經過せしを以て、或は之と近似のもの世に表はれしことありしや否や不明なれども、當時既に之が、著者の創意なりし事實は自他の明かに認めし所なるを以て、今更めて茲に公表するに何等の支障なきを信ず。

之が根本の理論は今に至るも變らざれども、其後、細節に就ては、多少改良を可とするもの無きにあらず、然れども、茲になるべく原文に近きものを發表し以て先づ諸賢の御叱正を待つを其順序なりと思ふ。

本文が永く箇中に埋まりつゝありし間に此計算法は益々廣がり數多くの暗渠が此理論に依つて造られ、然も數年後の今日に於て、何れも好成績なるを示しつゝあるを以て、結局、其數年間は證明期間として本論文に幸いせるを喜ぶ

第一節 縦断面計算の必要

河川の堤防に於ける、暗渠の設計に當り、之が横断面の土壓に對する計算は充分に行はるゝ如くなれども、其縦断面の研究に就ては當時、全く考へ至らざる所なりき。

然るに、實際の結果よりすれば、寧ろ横断面の計算よりも、縦断面の計算を一層、嚴密に行ふ必要甚多きを思ふ。

勿論、地杭其他の施工法に依つて、確實に充分なる支持力を有する地盤に於ては、斯の如き考慮を要せざるが、一般に河川附近の地質は餘り、強固ならず、就中下流に及ぶに従ひ柔弱の地盤多く、甚しきは沮洳の地にさへ暗渠築造のやむなきに至る例少しとせず。

かゝる柔き地盤に於て、單に杭打などにては、到底、上部の荷重に耐へずして、暗渠は次第に沈下を起す、後に述ぶる彈性基礎の理論によつて、暗渠が沈下すれば沈下する程、其地盤の支持力は増加し、やがて上部の荷重と平衡の状態に及んで、其沈下は止む。

暗渠上の荷重（但し暗渠の縦の方向に就て）は言ふ迄でもなく、堤防の横断面より想像し得るが如く、決して、等布荷重ならず、然るに一方、暗渠の下の反力分布の状態は後に述ぶるが如く、暗渠上の荷重分布の状態と大に其趣を異にし、稍々等布反力に近きが爲め、其間に挟まれし、一條の構造物たる、暗渠は其縦の方向に對し、或る彎曲應力、並に剪應力とを生ずるや明かなり。

從て、當初暗渠の設計に際して、若し此縦の方向へ起る諸應力に對し、何等備

ふるの所なければ、暗渠は遂に折れて、所々に横龜裂を生ずるや必然なり。

然し、暗渠に萬一、横龜裂を生ずとも、其際充分沈下して、荷重と反力とが能く平衡すれば、之れ以上裂目の増大を來すが如き事無しと考へ、之を重要視せざる人なきにあらず。

されど、實際河川に附帶する、暗渠は他の場合と異なり、時々洪水に依つて、水位の差を起し、従つて水壓に變化あり、その爲め土砂は漸次、其裂目を通じて、或は流出し、再び附近の地盤の平衡を破り、一度龜裂の入りし、暗渠は愈、不同の沈下を起し益々裂目は増大することありて、遂に此弱點より堤防の決潰するなきを何人か保せざる。

されば設計の初めより、縦の方向の計算に就ても、充分研究し、決して斯の如き横龜裂の入らざる様に設計することは、最も必要なりと信ず。

猶ほ茲に一言すべきは、本文に於て、取り扱ふ土質は、全部一樣にて、均一の支持力を有する、一般の場合のみを論ずるものにして、地盤の強弱、交互せるが如き、特種のもの敢て、觸れざる所なり、又本文は根本の理論に重きを置き、細節は後の討議にゆずる。

第二節 暗渠上の荷重と基礎の地杭

暗渠の縦の方向に沿ひて、かゝる荷重の總和は、言ふ迄でもなく、堤防の横断面に該當する、土砂の重量なれども、直接暗渠の上に及ぼす荷重分布の大小は、堤防横断面の形狀の輪廓よりも、稍々等布の傾向に緩和せるものあるべし、而して之が緩和の程度を知るは、實際に當つて、困難なりしかば、設計の計算用荷重としては、堤防横断面の形狀と略同様に分布さるゝものと思ふるを至當なりとす、蓋し、此假定と實際との間に僅少の誤差ありとするも、その誤差は安全の側に入るべきものなり。

然るに、當時著者の關係せし暗渠上の堤防横斷の輪廓は、第五圖甲に示すが如きものなりしかば、或る不等邊三角形を以て最も都合よく、之を包み得て、甚しき差異を認めざりき、されば實際の計算には、便宜此近似なる不等邊三角形のエクイバレント・ロードを以て其荷重とみなすこととせり。

其後大正十年余は、米國オハヨー州マヤミ川改修工事を視察せし時、或る土堰堤の土壓を測るに饅頭形をなす小さき土壓計に電流を通じて、堤内の土壓を詳細に調査しつゝあるを見しが、暗渠の荷重分布の模様を精確に測るに之を應用せば、

最も便なるべしと考へたり、但し之は後年のことにて、設計當時は斯の如き事も知らず、唯だ、後に述ぶる弾性基礎論の始めの假定の一たる「基礎の沈下は反力の大小に正比例する」ことより思ひ付き當時既に築かれたる、附近の堤防沈下の模様をその横断面に就て調べ、此沈下曲線を以て、暗渠上の荷重のエクイバレント・ロードの外郭を表はす曲線に利用せんと工夫せしが、實際の設計々算に當つては結局、前に述べし堤防横断面の形をとるを、其原則とし便宜、之を包む近似の不等邊三角形を以てするものと、著しき差なきを知れり。

以上は暗渠の縦の方向に就て、之にかゝる荷重のみを記したるが、次に暗渠の横断面に於て、其荷重を暗渠の横幅だけ取るか、或は之より小さく取るか、又は更に、それよりも多く假定すべきやを簡単に述べん。

前に記せし、土壓計の如きものを以て、調査せば或は之に就て大略の概念を得るやも知れざれど、當時未だ其材料なきが故に、現場を参照して、次の如く假定せり。

築堤の後、歳月を経るに従つて、堤防の地盤は次第に沈下し、殊に堤防の中央部に近く其著しきを見る、而して今堤防の一部へ暗渠を設けんとするや、其局所へ高く盛土をなし、充分沈下壓縮せしめ地盤の相當固まりたる後を待つて、之を更に掘鑿して其所へ暗渠を築造するを例とす。

然るに、暗渠の工事中、或は排水掘鑿等の種々なる作業のため、多少固まれる地盤の土砂も或は擾亂せられ、初めの盛土の効果を保ち得ざる所を生ず。

即ち、施工に必要なる、掘鑿場面の中にて暗渠下の基礎は地抗、其他に依つて相當の耐支力を増す、又掘鑿せられざる兩側の残れる部分も、比較的強く固まり居れども、ただ其兩者の間に挟まれる部分、換言すれば、暗渠の左右側と掘鑿されずに残る兩側との間に挟まる部分の耐支力は、比較的柔弱にして、地盤の沈下も亦多く起る傾きあるべし。

されば余が、初めて設計せし暗渠に於ては、前述の兩者間に挟まれる土砂の重量を二分して、其一半が暗渠上の土砂と共に暗渠の基礎に及ぼす總荷重と假定したり、(第三圖参照) 其後に設計せしものは、單に暗渠當上の土砂の重量のみを以て計算を進めしこともあり、然れども、此横断面の荷重の取り方に就ては、本文要旨より見れば畢竟細節とも言ふを得べし、蓋し之が假定の差異は單に第四圖或は第五圖等の係數のみを換ゆれば足るを以てなり。

又地杭の問題も本文の要旨以外なるを以て、詳細に述べるをさくるなれども、暗渠縦断面に起る懸案の彎曲率と剪應力とをなるべく小さくする爲めには、地杭の配列に就て相當の考慮を要す、言ふ迄もなく、此彎曲率と剪應力とを小ならしむるには、暗渠上の荷重分布の大小に應じて、地杭の數を加減すべき者にして、後に述ぶる實例に於ては當上の荷重に略比例する様に地杭を配列せしめたり、(第四節地杭の表参照)

然れども、實際當上の荷重に應ずるだけの地杭の數は、荷重の最大なる附近即ち堤防の中央部の近く等に於て、甚しく其多數を要求するものあるべし。

されど地杭は地杭との間隔を餘り近よらすは、地杭の効果を大に減ずる恐あり換言すれば當上荷重が要求するだけの地杭の全數を打ち得ざる場合多きものなり、斯の如くして地杭基礎の支持力に不足を生じたる時は何に依つて補はるやと言ふに、そは、次節に述ぶる彈性基礎の理論に基き、暗渠自身の沈下に依つて、地盤を壓縮し、之より生ずる耐支力の増加を待つの外なきなり。

以下、述ぶる所に於ては、計算上の便宜より、先づ地杭基礎の支持力は初めに當つて之を豫定し、總荷重の中より、其量を差し引き、殘の量を結局の荷重と考へ、之に應ずる反力は彈性基礎より生ずる耐支力のみとして、彎曲率、剪應力其他の計算を進めたり、

第三節 彈性基礎の理論

既に記すが如く、一條の細長さ、構造物たる、暗渠の上にある、荷重分布の有様を、堤防横断面近似の不等邊三角形と假定し、其下の反力は構造物の沈下量に正比例して増加し、遂に上下、兩力の平衡を待つて止むものとなす、更に其間構造物自體の撓曲をも考へ、從つて反力にも若干の影響を及ぼすものとして、之を數學的に探究し以て、懸案の彎曲率、剪應力、其他の式を求むれば以下述ぶる所の如くなる。

以下現はれ來る、諸式の中に用ふる記號を列記せん。

p 暗渠即ち構造物下の反力

q 荷重

ρ 荷重の單位重量

C 沈下反力の定數

y 沈下

$x, l, l_1, l_2 \dots$ 各々圖に示すが如く元點よりの横距離

$M \dots$ 構造物内に起る彎曲率

$Q \dots$ 構造物内に起る剪應力

$\beta \dots$ 構造物の幅員

$\theta \dots$ 撓曲々線と横軸となす角度

$E \dots$ 構造物の彈性率

$J \dots$ 構造物の斷面率

此場合構造物の斷面率 J は常に定數なりと假定せり。

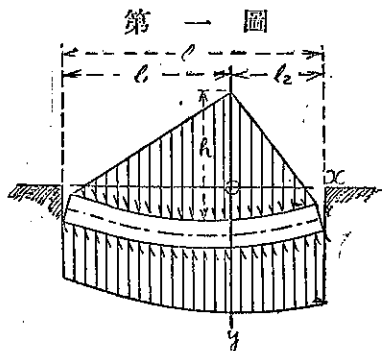
又彈性基礎論に於て普通行はるゝ假定、即ち、沈下と反力とは正比例をなす事は (1) 式の如く表はすを得

$$p = Cy \dots \dots \dots (1)$$

又一般に $\frac{dM}{dx} = Q$

$$\frac{dQ}{dx} = \beta(p - q)$$

故に $\frac{d^2 M}{dx^2} = \beta(p - q)$



又 $M = EJ \frac{d^2 y}{dx^2}$

故に $EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -\beta(p - q) = -\beta Cy + \beta q$ (2)

又式を簡単にせんが爲め、便宜次の如く置き換へる。

$$\sqrt[4]{\frac{4EJ}{C\beta}} = L$$

$$\frac{x}{L} = \xi$$

斯の如くして (2) 式は次の如くなる。

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} = -4y + \frac{4}{C} q \dots \dots (2a)$$

前に述べたる、不等邊三角形をなす荷重とは次の式にて表はさる。

$$q = \rho \frac{h}{l_2} (l_2 - x) \quad \text{但し } x \geq 0 \text{ なる時}$$

$$= \rho \frac{h}{l_1} (l_1 + x) \quad \text{但し } x \leq 0 \text{ なる時}$$

即ち (2.) 式は次の如く表はすを得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 y}{d\xi^4} + 4y &= -\frac{4\rho h L}{Cl_2} \xi + \frac{4\rho h}{C} & \text{但し } \xi \geq 0 \\ \frac{d^4 y}{d\xi^4} + 4y &= \frac{4\rho h L}{Cl_1} \xi + \frac{4\rho h}{C} & \text{但し } \xi \leq 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (2.)$$

此微分方程式を解けば 次の (3) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \{ (U_1 e^\xi + U_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (V_1 e^\xi + V_2 e^{-\xi}) \sin \xi \} + \frac{\rho h L}{Cl_2} \xi + \frac{\rho h}{C} & \text{但し } \xi \geq 0 \\ &= \frac{1}{2} \{ (U_1' e^\xi + U_2' e^{-\xi}) \cos \xi + (V_1' e^\xi + V_2' e^{-\xi}) \sin \xi \} \\ &\quad + \frac{\rho h L}{Cl_1} \xi + \frac{\rho h}{C} & \text{但し } \xi \leq 0 \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{2} [\{ (U_1 + V_1) e^\xi - (U_2 - V_2) e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1 - V_1) e^\xi \\ &\quad + (U_2 + V_2) e^{-\xi} \} \sin \xi] - \frac{\rho h L}{Cl_2} & \text{但し } \xi \geq 0 \\ &= \frac{1}{2} [\{ (U_1' + V_1') e^\xi - (U_2' - V_2') e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1' - V_1') e^\xi \\ &\quad + (U_2' + V_2') e^{-\xi} \} \sin \xi] + \frac{\rho h L}{Cl_1} & \text{但し } \xi \leq 0 \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= (V_1 e^\xi - V_2 e^{-\xi}) \cos \xi - (U_1 e^\xi - U_2 e^{-\xi}) \sin \xi & \text{但し } \xi \geq 0 \\ &= (V_1' e^\xi - V_2' e^{-\xi}) \cos \xi - (U_1' e^\xi - U_2' e^{-\xi}) \sin \xi & \text{但し } \xi \leq 0 \\ \frac{d^3 y}{dx^3} &= \{ -(U_1 - V_1) e^\xi + (U_2 + V_2) e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1 + V_1) e^\xi \\ &\quad + (U_2 - V_2) e^{-\xi} \} \sin \xi & \text{但し } \xi \geq 0 \\ &= \{ -(U_1' - V_1') e^\xi + (U_2' + V_2') e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1' + V_1') e^\xi \\ &\quad + (U_2' - V_2') e^{-\xi} \} \sin \xi & \text{但し } \xi \leq 0 \end{aligned} \right\} (3.)$$

此 (3) 式に於ける、八つの定数 $U_1, U_2, V_1, V_2, U_1', U_2', V_1', V_2'$ が決定されるならば此問題は解かれしこととなる。

然るに $p = Cy$

$$\tan \theta = \frac{1}{L} \cdot \frac{dy}{d\xi}$$

$$M = -\frac{C\beta L^2}{4} \cdot \frac{d^2y}{d\xi^2}$$

$$Q = -\frac{C\beta L}{4} \cdot \frac{d^3y}{d\xi^3}$$

(a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{而して、元點に於ては } y, \tan \theta, M, Q \text{ は左右互に相連續す、即ち } y, \frac{dy}{d\xi} \\ \frac{d^2y}{d\xi^2}, \frac{d^3y}{d\xi^3}, \text{ は } \xi=0 \text{ に於て左右共に同様の價を持つ} \end{array} \right.$

(b) $\left\{ \begin{array}{l} \text{又、構造物の兩端にては } M=0 \text{ なるべきを以て } \xi=-\lambda_1 \text{ 及び } \xi=\lambda_2 \text{ ならば } \\ \frac{d^2y}{d\xi^2} = 0 \end{array} \right.$

(c) $\left\{ \begin{array}{l} \text{同様に構造物の兩端に於ては } Q=0 \text{ なるべきを以て、} \\ \xi=-\lambda_1 \text{ 及び } \xi=\lambda_2 \text{ ならば } \frac{d^3y}{d\xi^3} = 0 \end{array} \right.$

$$\text{但し } \lambda_1 = \frac{l_1}{L} \quad \lambda_2 = \frac{l_2}{L}$$

以上の (a) (b) (c) の中に含む、八つの條件によつて、 $U_1, U_2, V_1, V_2, U_1', U_2', V_1', V_2'$ の八つの定数は定まる理なり、即ち斯の如くして決定せる八定数の價は (4) 式並に (5) 式に示すが如し。

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= u \{ e^{\lambda_1} \sin \lambda (\cos \lambda_2 - \sin \lambda_2) + e^{-\lambda_2} \sin h \lambda (\cos \lambda_1 + \sin \lambda_1) \} \\ &\quad + v \{ e^{\lambda_1} \sin \lambda \cos \lambda_2 - e^{-\lambda_2} \sin h \lambda \cos \lambda_1 \} \\ U_2 &= u \{ e^{-\lambda_1} \sin \lambda (-\cos \lambda_2 - \sin \lambda_2) + e^{\lambda_2} \sin h \lambda (-\cos \lambda_1 + \sin \lambda_1) \} \\ &\quad + v \{ e^{-\lambda_1} \sin \lambda \cos \lambda_2 + e^{\lambda_2} \sin h \lambda \cos \lambda_1 \} \\ V_1 &= u \{ e^{\lambda_1} \sin \lambda (\cos \lambda_2 + \sin \lambda_2) + e^{-\lambda_2} \sin h \lambda (\cos \lambda_1 - \sin \lambda_1) \} \\ &\quad + v \{ e^{\lambda_1} \sin \lambda \sin \lambda_2 + e^{-\lambda_2} \sin h \lambda \sin \lambda_1 \} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 V_2 &= u \{ e^{-\lambda_1} \sin \lambda (\cos \lambda_2 - \sin \lambda_2) + k^{\lambda_2} \sin h \lambda (\cos \lambda_1 + \sin \lambda_1) \} \\
 &\quad + v (e^{-\lambda_1} \sin \lambda \sin \lambda_2 + e^{\lambda_2} \sin h \lambda \sin \lambda_1) \\
 U_1' &= U_1 - K \\
 U_2' &= U_2 + K \\
 V_1' &= V_1 - K \\
 V_2' &= V_2 + K
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

(4) 並に (5) の式に於ける K, λ, u, v は次の如きものを表はす。

$$\left. \begin{aligned}
 K &= \frac{\rho h}{2C} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \\
 \lambda &= \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{l}{L} \\
 u &= K \frac{\cos h \lambda_1 \sin \lambda_1 - \sin h \lambda_1 \cos \lambda_1}{\sin^2 \lambda - \sin h^2 \lambda} \\
 v &= K \frac{2 \sin h \lambda_1 \sin \lambda_1}{\sin^2 \lambda - \sin h^2 \lambda}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

斯の如くして、求むる八定数は完全に決定せられたり。猶ほ (3) 式を書き直せば次の如し。

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2} \{ (U_1 e^\xi + U_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (V_1 e^\xi + V_2 e^{-\xi}) \sin \xi \} \\
 &\quad - \frac{\rho h}{C \lambda_2} \xi + \frac{\rho h}{C} \quad \text{但し } \xi \geq 0 \\
 &= \frac{1}{2} [\{ (U_1 - K) e^\xi + (U_2 + K) e^{-\xi} \} \cos \xi + \{ (V_1 - K) e^\xi \\
 &\quad + (V_2 - K) e^{-\xi} \} \sin \xi] + \frac{\rho h}{C \lambda_1} \xi + \frac{\rho h}{C} \quad \text{但し } \xi \leq 0 \\
 &\quad p + C y \\
 \tan \theta &= \frac{1}{2L} [\{ (U_1 + V_1) e^\xi - (U_2 - V_2) e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1 + V_1) e^{-\xi} + (U_2 + V_2) e^{-\xi} \} \sin \xi] \\
 &\quad - \frac{\rho h}{C \lambda_2} \quad \text{但し } \xi \geq 0 \\
 &= \frac{1}{2L} [\{ (U_1 + V_2 + 2K) e^\xi - (U_2 - V_2 + 2K) e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ U_1 - V_1 \} e^\xi \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (U_2 - V_2)e^{-\xi} \sin \xi + \frac{\rho h}{C\lambda_1} \quad \text{但し } \xi \leq 0 \\
 M = & -\frac{C\beta L^2}{4} \{ (V_1 + V_2)e^{\xi} - V_2e^{-\xi} \} \cos \xi - (U_1e^{\xi} - U_2e^{-\xi}) \sin \xi \\
 & \quad \text{但し } \xi \geq 0 \\
 = & -\frac{C\beta L^2}{4} [\{ (V_1 - K)e^{\xi} - (V_2 - K)e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1 - K)e^{\xi} \\
 & - (U_2 + K)e^{-\xi} \} \sin \xi] \quad \text{但し } \xi \leq 0 \\
 Q = & -\frac{C\beta L}{4} [\{ -(U_1 - V_1)e^{\xi} + (U_2 + V_2)e^{-\xi} \} \cos \xi - \{ (U_1 + V_1)e^{\xi} \\
 & + (U_2 - V_2)e^{-\xi} \} \sin \xi] \quad \text{但し } \xi \leq 0 \\
 = & -\frac{C\beta L}{4} [\{ -(U_1 - V_1)e^{\xi} + (U_2 + V_2)e^{-\xi} \} \cos \xi \\
 & - \{ (U_1 + V_1 - 2K)e^{\xi} + (U_2 - V_2 + 2K)e^{-\xi} \} \sin \xi] \\
 & \quad \text{但し } \xi \geq 0
 \end{aligned} \quad (7)$$

以上述べ來りし所によつて、彈性基礎の理論に従ふ、暗渠の縦の方向に起る、彎曲率並に剪應力其他の諸式を得たり。

即ち若し、其煩を厭はざれば、此等の式に與へられたる實數を代入し、ハイバボリック函數表等の諸表を用ひて、其彎曲率、或は、剪應力等を算出し得るの理なれども、この如きは、徒に計算複雑にして、實際の暗渠設計用として適せざるや明かなり、されば之を相當に簡易化して實用にもよく適せしめん事を工夫せん。(7)式より暗渠下の反力を次の如き式に書き表はすを得。

$$\begin{aligned}
 p = Cy = & \frac{C}{2} \{ (U_1e^{\xi} + U_2e^{-\xi}) \cos \xi + (V_1e^{\xi} + V_2e^{-\xi}) \sin \xi \} \\
 & - \frac{\rho h}{\lambda_2} \xi + \rho h \quad \text{但し } \xi \geq 0 \\
 = & \frac{C}{2} [\{ (U_1 - K)e^{\xi} + (U_2 + K)e^{-\xi} \} \cos \xi + \{ (V_1 - K)e^{\xi} \\
 & + (V_2 - K)e^{-\xi} \} \sin \xi] + \frac{\rho h}{\lambda_1} \xi + \rho h \quad \text{但し } \xi \leq 0
 \end{aligned} \quad (7a)$$

然るに、此式より實際の反力を算出することは、既述の如く可能なれども、頗る煩雜にして實用に適せざるが、若し其際構造物に撓曲の弛み起らずと假定せば p の式は (7a) 式の如く複雑の形をとらず、單に直線を以て表はせば足る。

實際暗渠の如く比較的マツシブなるメイツンリー構造物が、起す撓曲は頗る小なるものにして、(7) 式或は (7a) 式に依つて之を計算するも亦多くの場合、必ずや、其撓曲の差は極めて小にして初めの設計用の計算としては其影響を考へ入るゝの要なきものあるべし。

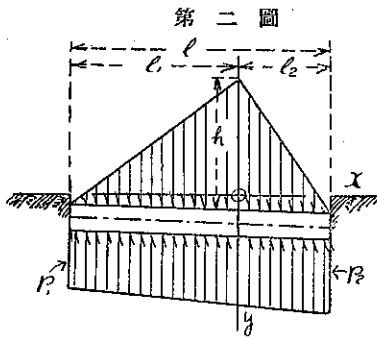
斯の如くして p を直線にて表はせば次の如くなる

$$p = Cy = CUx + CV \dots \dots \dots (8)$$

(8) 式の定數 U と V とは次の二つの條件に依つて決定さる

- (d) $\left\{ \begin{array}{l} \text{荷重の總量と反力の總量とは相等しきため、荷重を表はす上の不等邊三} \\ \text{角形と下の四邊形との兩面積は相等しかるべし} \end{array} \right.$
- (e) 又、其兩者の重心位置は同一の垂直線の中に合すべし

$$\left. \begin{array}{l} U = \frac{\rho h}{Cl^2} (l_1 - l_2) \\ V = \frac{\rho h}{Cl^2} (l_1^2 + l_2^2) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (9)$$



即ち (8) の式は次の如くなる

$$p = Cy = \frac{\rho h}{l^2} \{ (l_1 - l_2)x + (l_1^2 + l_2^2) \} \dots (10)$$

此式に於て最も都合よきは、沈下反力の定數 C の消去せられたることにして、上の荷重の形が解かれれば直に其反力を算出し得るの便あり。

猶ほ此式を圖に表はすには、 x が l_1 なる所の p を p_1 とし、 x が $+l_2$ なる所の p を p_2 と稱すれば

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{\rho h}{l^2} \{ (l_1 - l_2)l_2 + (l_1^2 + l_2^2) \} \\ p_2 = \frac{\rho h}{l^2} \{ -(l_1 - l_2)l_1 + (l_1^2 + l_2^2) \} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

此 p_1 と p_2 の價を、暗渠兩端の下へ、適當なる縮尺を以て畫き、之を直線にて結べば、反力の分布圖を得るなり。

以上は暗渠上の荷重分布の形を不等邊三角形となせし場合なるが、其他任意の形狀のエクイバレント・ロードを用ふるも、全く之と同様の手段を以て (8) 式より出發して解くを得べし。

斯の如くして、反力分布の状況を明かにせる後は、既知の荷重と其反力とを用ひ、兩者の間に挟まれる構造物たる暗渠の各部分に起る彎曲率と剪應力とを算出するは容易にして、更に此等の諸應力に耐へ得る様に暗渠の縦断面の形を定むることも、普通一般の構造物の設計と何等變ることなし。

猶ほ、此計算法を實例に就て次の節に述べん。

第四節 設計計算の實例

前節の後半部に於て述べし、暗渠縦断面の計算法は其荷重の形狀の如何に關せず甚簡易にして、設計用として最便利なる形となれり、猶ほ其要點の順序を箇條書として列記せば次の如し。

- (一) 地杭等の基礎の耐支力が、荷重に比して、不足する場合に於て、其不足を補ふは、暗渠自體の沈下に依つて基礎の地盤は壓縮せられ、漸次その耐支力を増加し、遂に上下の荷重と反力とが互に平衡するものなり、との理論に此計算法は立脚す。
- (二) 反力分布の狀態は直線形に變化するものと假定す、而して之が直線式の定數は、上下の荷重と反力とが相等しきこと、並に兩者の重心の位置が同一垂直線中にかさなる、との二條件によつて決定し得。
- (三) 荷重と反力との分布狀態を知る後は、暗渠の各部分に於ける彎曲率と剪應力とを算出し、此等に耐へ得るが如く暗渠の縦断面を適當に設計するものなり、實際暗渠は全部單一體として計算するや論なし。

以上は計算の要項を略記するに過ぎざれども、實際に當りては之が細節に關して種々なる工夫をなすことあり、例へば總荷重分布圖の中より既知の地杭支持力圖或は、沈下反力圖の一部分をも引き去りし結果を以て結局の荷重分布圖と考へ、其時に於ける殘餘の反力を以て、之に對する未知の反力と考へるを以て便となすことあり(第四圖 B 並に第五圖丙參照)又荷重並に反力の分布圖の面積に乗すべき係數は初め基礎にかゝる、土砂の單位重量 p を以てすれども、圖面の縮尺の都合により、それよりも小さき任意の數を其係數となすあり、(第四圖 C 參照)又設計用の彎曲率と剪應力との實數を算出するには、之を川表と川裏とに分ち暗渠の兩端を各起點となすを以て便とす。(後に述ぶる彎曲率剪應力表と其式參照)

以上の方針を以て設計せし、暗渠計算實例の概要を以下順を逐て記さん。

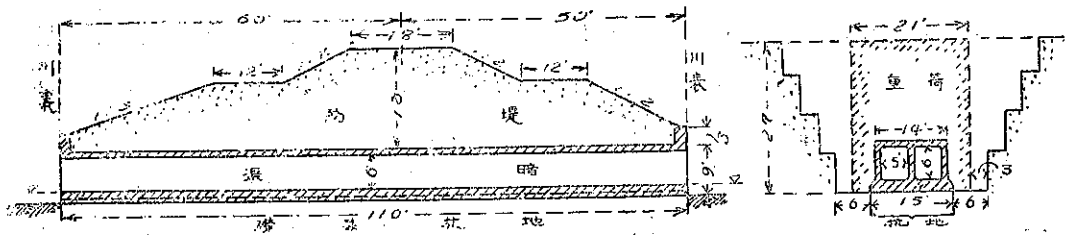
實例暗渠の寸法並に堤防の断面等は第三圖に示すが如し。

嘗て第二節に述べしが如く、安全のため暗渠の横幅 15 尺の間にかゝる、荷重を幅員 21 尺の土の重量と假定す。

又、堤防断面に近似の不等邊三角形は第五圖甲に示すが如き形なり。

暗渠下の地質は青灰色の細砂にして末口 5 寸長 21 尺の松杭一本にて安全支持力 8,900 封度を有し、13,400 封度に至れば明に沈下す。

第三圖 (略圖)



第五圖甲に示す總荷重を便宜横へ、10 尺毎に區分して、其各を q_n と名づけ、夫れに必要な地杭の數を N (但し、地杭一本支持力を 13,400 封度と假定せし場合) 並に N' (但し、地杭の支持力を 8,900 封度とせる場合) と稱し、此等を計算して表にあらわせば次の如くなる。

	ω	q_n	N	N_1
川表より	0—10 ^尺	324,000 ^封	24 ^本	37 ^本
	10—20	383,000	29	43
	20—30	441,000	33	51
	30—40	500,000	38	57
	40—50	558,000	42	63
川裏より	60—50	563,000	42	64
	50—40	515,000	38	58
	40—30	464,000	35	53
	30—20	417,000	31	47
	20—10	368,000	27	42
	10—0	318,000	24	36

但し $\begin{cases} N = q_n \div 13,400 \\ N' = q_n \div 8,900 \end{cases}$

此表の如く、暗渠の基礎幅、15 尺、長 10 尺の狭き場面へ、64~50本の如き過多の地杭を打ち込むには不可にして、高々 40 本程を限度と思へり、換言せば安全支持力、8,900 封度を以て充分に設計する事は不可能に屬し、唯だ辛じて 13400 封度にて算出せる杭の數 N 本を打ち得るに過ぎず、従て基礎の耐支力は總荷重大略 $1/3$ の不足を見込まざるべからず、此不足せる反力即ち總荷重大略は暗渠の沈下による支持力の増加に依つて補ふは既に屢々述べし所なり。

第五圖乙並に第四圖の略圖 (A) は總荷重と地杭の支持力並に沈下反力 (未知) 等を示す、此中前に記せし如く、上下相消し合ひ得べき荷重と反力の一部とを差し引き、結局残りたるもの、即ち直接彎曲率と剪應力との計算に關係あるもののみを畫けば第五圖丙並に第四圖の略圖 (B) の如くなる。

此等の圖の面積に乗すべき係數は暗渠の單位幅ならば、 ρ の數價を以てするを便となし、暗渠全體に就てならば更に之を其幅員即ち 15 倍すべきなり、因に土の重量は 1 立方尺 100 封度とせしが、既述の如く、横幅 21 尺の土の重量を暗渠の

下幅 15 尺を以て受け持たしむるが爲め、 ρ は遂に 140 封度とせるなり。

第五圖乙並に第四圖の略圖 (B) の如く、其係數を 140 封度とせば圖面の縮尺小に過ぎ不便多きを以て、便宜其係數を 30 封度として圖に表はるる形を擴大すれば第五圖丙並に第四圖の略圖 (C) となる。

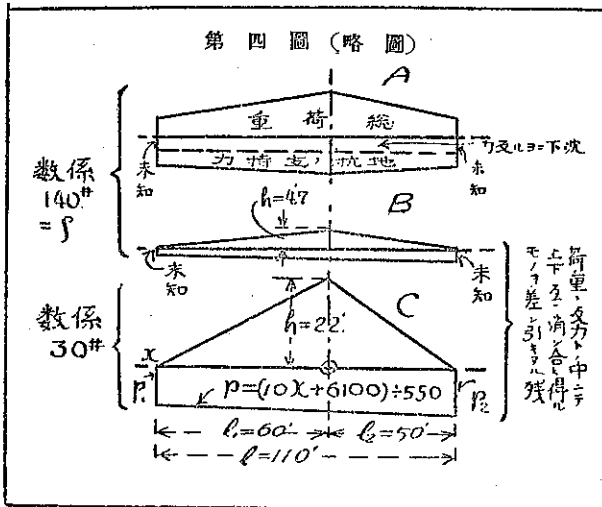
第四圖の略圖 (C) に於て荷

重の値は明かなれど反力は未知なり、而し此反力は前節の (10) 式に依つて求むるを得。

$$p = Cy = \frac{\rho h}{P} (l_1 - l_2)x + (l_1^2 + l_2^2)$$

然るに $l_1 = 60'$, $l_2 = 50'$, $l = l_1 + l_2 = 110'$, $h = 22'$, $\rho = 30 \#$

即ち $p = \frac{30}{550} (10x + 6,100)$

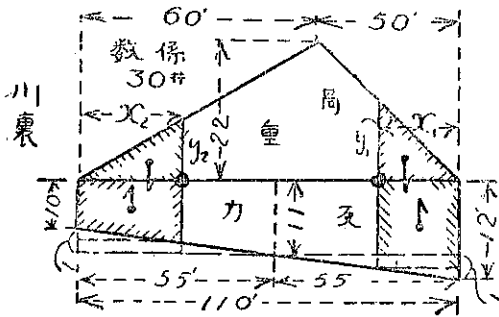


此式より p_1 と p_2 を算出し之を係数 30# にて割り、其數値を暗渠の兩端下にとりて其二つを直線にて結べば反力の分布圖を畫くを得べし

この如くして、荷重と反力との分布圖を知れる後は、所要の彎曲率と剪應力との數値は各部分に就て容易に算出するを得、但し嘗て述べしが如く之を川表と川裏とに分ち其起點を各々暗渠の兩端に置くを便と思ふ、以下記す記號の意味は次の如し。

M_1 は川表より x_1 尺の所に起る彎曲率但し單位幅即ち 1 尺幅に就てなり、 M_1' は川裏より x_2 尺の所に起る彎曲率但し單位幅に就てなり、 M_2 川表より x_1 の處に起る彎曲率なれども暗渠の全幅員即ち 15 尺幅に起るものを示す、 M_2' は川裏より x_2 尺の所に起る彎曲率但し 15 尺幅に就てなり。

第四圖 (略圖) 其二



Q_1 は川表より x_1 尺の所に起る剪應力但し單位幅に就てなり、 Q_1' は川裏より x_2 尺の所に起る剪應力但し單位幅に就てなり、 Q_2 は川表より x_1 尺の所に起る剪應力なれども暗渠の全幅員 15 尺に就てなり、 Q_2' は川裏より x_2 尺の所の剪應力但し 15 尺幅に就てなり、因に暗渠の全幅員に就て算出せるも

のは暗渠の全断面を單一體と見なして設計するの時、直に之を用ひ得べし。

此等の記號を用ひて、彎曲率並に剪應力を表はす諸式を求めん。

第四圖略圖其二に於て川裏の彎曲率と剪應力との式は次の如くして求めらる。

$$M_2' = 30 \times 12 \left[\left\{ \frac{x_2}{2} \cdot 11x_2 - \left(1 \cdot \frac{55-x_2}{55} \cdot x_2 \cdot \frac{x_2}{2} \right) - \left(1 \cdot \frac{x_2}{55} \cdot \frac{x_2}{2} \cdot \frac{2x_2}{3} \right) \right\} - \frac{x_2 y_2}{3} \cdot \frac{x_1}{3} \right] \quad (＂ \#)$$

但し $y_2 = \frac{22}{60} x_2$

$$= 360 \{ x_2^2 (5 - 0.058x_2) \} \quad (＂ \#)$$

$$M_2 = 360 \{ x_2^2 (5 - 0.058x_2) \} \times 15$$

$$= 5,400 \{ x_2^2 (5 - 0.058x_2) \} \quad (＂ \#)$$

$$Q_1' = 30 \left\{ 11x_2 - \frac{1 + \frac{55 - x_2}{55}}{2} x_2 - \frac{x_2 y_2}{2} \right\} \quad (\#)$$

$$= 30(10x_2 - 0.17x_2^2) \quad (\#)$$

$$Q_2' = 450(10x_2 - 0.17x_2^2) \quad (\#)$$

又川表に於ける彎曲率と剪應力との式は次の如くして求められる。

$$M_1 = 30 \times 12 \left[\left\{ \frac{x_2}{2} 11x + \left\{ 1 - \frac{55 - x_1}{55} x_1 - \frac{x_1}{2} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 - \frac{x_1}{55} \cdot \frac{x_1}{2} \cdot \frac{2x_1}{3} \right) \right\} - \frac{x_1 y_1}{2} \cdot \frac{x_1}{2} \right]$$

$$\text{但し } y_1 = \frac{22}{55} x_1$$

$$= 360x_1^2(6 - 0.076x_1) \quad (＂\#)$$

$$M_2 = 360x_1^2(6 - 0.076x_1) \times 15$$

$$= 5,400 \{ x_1^2(6 - 0.076x_1) \} \quad (＂\#)$$

$$Q_1 = -30 \left\{ 11x_1 + \frac{1 + 1 \cdot \frac{55 - x_1}{55}}{2} x_1 - \frac{x_1 y_1}{2} \right\}$$

$$= -30(12x_1 - 0.23x_1^2) \quad (\#)$$

$$Q_2 = -450(12x_1 - 0.23x_1^2) \quad (\#)$$

此等の式を圖に畫けば第五圖丁、戊の如き形となる、又之を 10 尺毎に計算して其數値を表記せば次の如くなる。

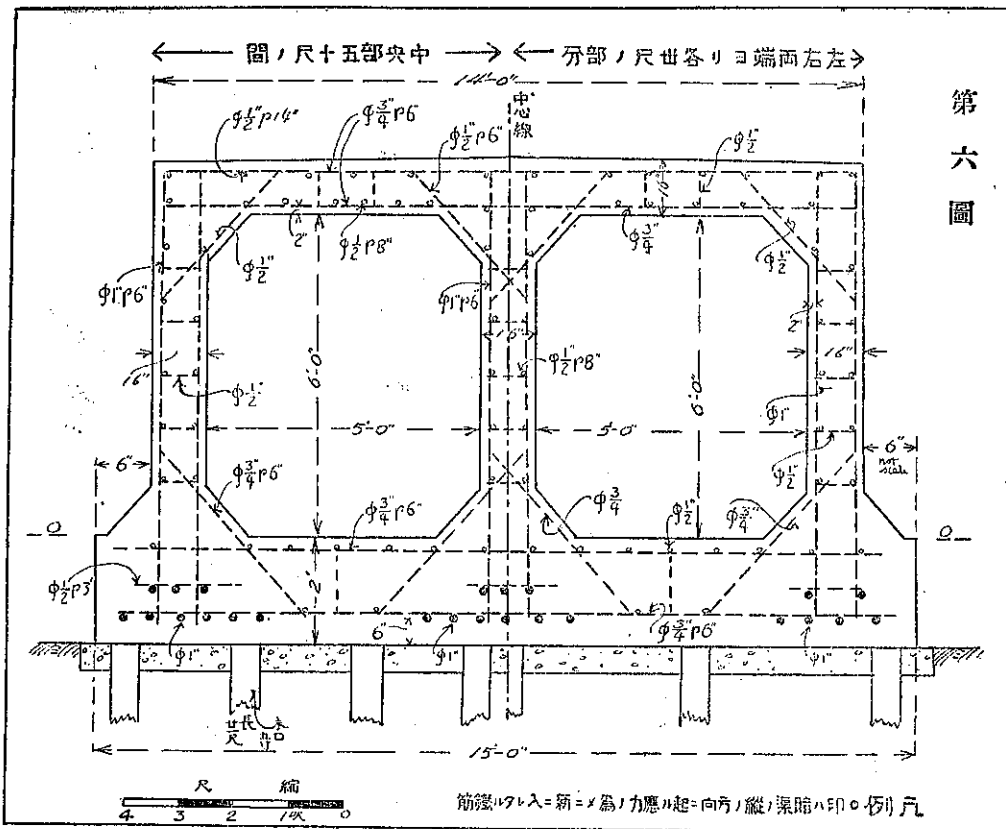
x_1 又は x_2	彎曲率		剪應力	
	M_1 又は M_1'	M_2 又は M_2'	Q_1 又は Q_1'	Q_2 又は Q_2'
0	0(＂#)	0(＂#)	0(#)	0(#)
10	189,000	2,835,000	2,900	43,650
20	644,000	9,660,000	4,440	66,600
30	1,210,000	18,150,000	4,590	68,850
40	1,600,000	24,000,000	3,360	50,400
50	1,980,000	29,700,000	750	11,250

川表より

川裏より	50	1,890,000	28,350,000	750	11,250
	40	1,540,000	23,100,000	2,580	38,700
	30	1,050,000	15,750,000	9,870	58,050
	20	550,000	8,250,000	3,720	55,800
	10	159,000	2,385,000	2,430	36,450
	0	0	0	0	0

斯の如くして彎曲率と剪應力との數値を明に知りたる後の暗渠の設計は普通の鐵筋混凝土梁の計算と何等異なる所なきを以て今更之を贅するに及ばざるが、結局、川裏並に川表から、各 30 尺迄の間は、新に其テンション・サイド、に徑 1 吋の丸鋼 18 本を縦の方向へ列べ、其他の中心部は徑 1 吋の丸鋼 27 本を入れるの要あり、但し、此縦の方向に入るべき鐵筋の配列は第六圖に見るが如く、暗渠の側壁又は中壁の下方に當る部分へ集むるを可とするは勿論なり。

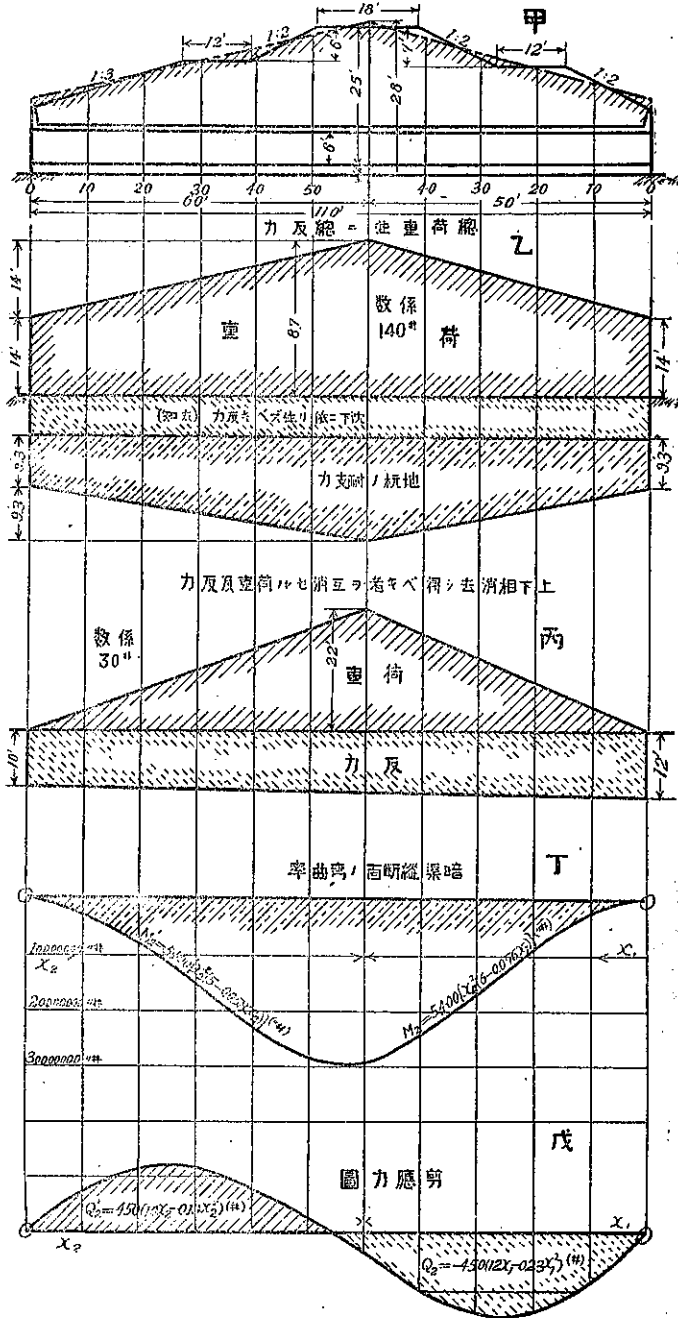
尙ほ剛度極て大なる場合の諸式の算出に於ては、次號に於て再び述ぶる所あるべし。



第六圖

第五圖

暗渠縦断面 = 並面断面堤防



(完)