論說報告

土木學會誌　第五卷第三號　大正八年六月

塔狀構造物ノ震動並ニ其耐震性ニ就テ

會員　工學士　物部長穗

目次

第一節　塔狀構造物ノ震動並ニ耐震性ニ關スル研究ノ發達
第二節　均一斷面ヲ有スル彈性柱ノ振動週期
第三節　固有週期ニ對スル在來公式
第四節　均一斷面柱ノ固有振動
第五節　錐體ノ振動ニ對スルきるひほっふ氏ノ解法
第六節　截頭中空錐體ノ振動
第七節　任意形狀ノ構造物ノ週期ヲ算出スル著者ノ方法
第八節　諸材料ノ彈性率(E)ニ就テ
第九節　基礎沈下ノ週期ニ及ホス影響
第一〇節　構造物固有週期ノ實測
第一一節　煙突ノ振動週期ノ算定
第一二節　塔ノ振動週期ノ算定

第一三節　壔體ノ第二次振動
第一四節　地震ニ强制サルヽ振動
第一五節　風壓ト地震トノ比較
第一六節　構造物耐震强ノ算定法
第一七節　塔狀構造物ノ破壞狀態
第一八節　抵抗ヲ受クル壔體ノ振動
第一九節　振動ニ依ル塔狀構造物ノ檢査

第一節　塔狀構造物ノ震動並ニ耐震性ニ關スル研究ノ發達

本邦ハ世界有數ノ地震國ニシテ古來其慘害ヲ蒙ムリシコト頗ル頻頻ナリ從テ建築物ノ如キハ自然的ニ低クシテ輕キ木造平家ヲ用ヒ以テ消極的耐震法ヲ全ウセリト雖モ近世泰西文明ノ波及ニ伴ヒ建築物ハ種々ノ必要上ヨリ高壯ニシテ沈重ヲ極メ學理ニ基キテ積極的耐震法ヲ講スルニアラスンハ到底其安定ヲ期スル能ハサルニ到レリ玆ニ於テ明治廿五年六月震災豫防調査會ノ成立ヲ見諸學者ノ努力研究スル所トナリ地震ノ性狀ヲ研究スル地震學先ツ起リ今日ニ於テハ其進步世界ニ冠タルニ到レリ次テ建築物耐震性ノ積極的研究ヲ促シ是亦最近著シキ進步ヲ成シタリ而テ本編ニ於テ論究セントスル塔狀構造物即煙突、燈臺、塔等ハ形狀著シク細長ニシテ震動ヲ感受スルコト頗ル鋭敏ニ其耐震力特ニ薄弱ナルモノナリ明治二十七年六月二十日ニ於ケル東京附近ノ激震ハ其最大水平加速度下町ノ沖積層地ニ於テ約一千粍秒(佐野工學博士ノ震度ハ地震加速力ヲ重力加速度ヲ以テ除シタルモノナルヲ以テ此場合ハ震度約〇・一ナリ)ト稱セラレ之ヲ濃尾大震ニ於ケル名古屋附近ノ夫ニ比スレハ僅ニ二分ノ一乃至三分ノ一ニ過キス當時一般建築物ノ被害

ハ僅少ナリシニ拘ラス煉瓦造煙突ノ損害ハ頗ル多大ニシテ稍長大ナル煙突ハ其大多數ヲ破壞サレタリ(震災豫防調査會報告第五號同上第二十八號參照)茲ニ於テ塔狀構造物ノ耐震性研究ノ必要ヲ生シ大森理學博士ハ地震力ノ作用、材料ノ强弱、破壞ノ狀況等ニ關シ或ハ試驗體ニ就キ或ハ實物ニ就キテ精細多樣ナル實驗的研究ヲ遂ケラレ柱狀物體ニ作用スル震動水平力ノ算出法ヲ考案シ該問題解決ノ根柢ヲ築カレタリシカ(震災豫防調査會報告第二十八號參照)工學的範疇ニ屬スル構造物ノ彈性的震動現象ニ關シテハ未タ徹底的ノ解決ヲ見サリキ

而テ現今塔狀構造物ノ設計ニハ歐米非地震地方ノ方針ヲ其儘踏襲シ自重及風力ニ對シテ構造物ノ安全ヲ算證スルニ止メ充分ナル風壓ヲ採算スルニ於テハ期セスシテ耐震的安定ヲ併有スヘシト做スモノヽ如キモ斯ノ如キハ非常ナル誤認ニシテ歐米ニ於テ使用スル最大風壓一平呎五〇听ヲ以テシテモ同一程度ノ安全率ヲ以テ抵抗シ得ヘキ震度ハ僅カニ〇・一ヲ出テサル事尠ナカラス然ルニ本邦地震地方ニ於テハ沖積層地ニ對シテ〇・三洪積層地ニ對シテモ尙〇・一五ノ震度ヲ豫期セサルヘカラサルハ今日學者ノ定論ニシテ而モ後來論スルカ如ク構造物ノ上部ハ尙一層大ナル震度ヲ參酌セサルヘカラサルヲ以テ風壓本位ノ設計方針ハ之ヲ本邦地震地方ニ移植スルノ甚タ危險ナルヲ思ハサル能ハス

抑モ塔狀構造物ノ耐震性ハ地震ノ震度、週期等ニ係ハルハ勿論自己ノ構造ト頗ル微妙ナル關係ヲ有シ殆ント同樣ナル外形ヲ以テシテ或物ハ根本ニ於テ或者ハ上部ニ於テ最大應力ヲ發生スル事アルヘク此等ヲ豫メ推定センニハ一ニ彈性的震動性ノ科學的研究ニ俟タサルヘカラス

煙突ノ震害ハ稍上部ニ於ケル破折ニシテ其高サハ全長ノ約二分ノ一乃至五分ノ四平均$\frac{2}{3}$ノ附近ニ存スル事ハ既ニ明治二十四年十月ノ濃尾大震ニ於テ注目サレタル現象ニシテ當時中央氣象臺長中村理學博士ハ煙突ハ其震動ニ際シテ生スル不動點ニ於テ破壞スルナルヘシト說明セラレ

タリシモ其何故ニ然ルカハ未タ說カレサリキ(震災豫防調査會報告第二十八號第四十六頁)而テ明治二十七年ノ激震ニ於テ破壞サレタル烟突モ亦同樣ニシテ高サノ半以上ノ點ニ於テ破折セリ茲ニ於テ大森理學博士ハ眞野、田中館兩博士ノ測定ニ係ハル高サ一九六尺ノ煙突ノ振動週期カ〇・五五秒乃至〇・九九秒ナリシ事實ヨリ推論シテ長大ナル煙突ノ振動週期ハ大地震ノ夫レニ比シテ著シク長大ナルヘシト做シ一方煙突ノ高サハ地動ノ振幅ニ比シ極メテ大ナルヲ以テ地震ニ際シ煙突ノ爲スヘキ運動ハ全ク自由ナル剛體ノ棒カ其一端ニ於テ衝擊ヲ受クル場合ト同一ニシテ擊點ヨリ三分ノ二ニ於テ衝心(Center of percussion)ヲ生シ此點ニ於テ最大應力ヲ發生シ以テ破折ノ因ヲ爲スモノナルヘシト解說セラレタリ(前揭報告第二十八號第五〇頁)而テ佐野工學博士ハ其著家屋耐震構造論ニ於テ(震災豫防調査會報告第八十三號(甲)第一二九頁參照)斯ノ如キ現象ハ煙突ノ週期カ地震ノ夫ニ比シ非常ニ大ナル場合ニハ發生シ得ヘカランモ普通煙突ノ場合ノ如ク其差僅少ニシテ殆ント同一程度ノ値ヲ有スル場合ニ對シテハ說明頗ル困難ナルヲ說カレタリ尙此等構造物ヲ剛體ナリト假定スル事モ亦問題ノ根義ニ反スルノ惧ナキニアラス

而テ佐野工學博士ハ地震ニ際シテ煙突ノ爲ス運動ハ一ノ强迫振動(Forced oscilation, 博士ノ所謂加力振動ナリ)ニシテ從テ其作用現象ヲ明カナラシメンニハ先ツ自己振動ノ正確ナル週期ヲ算定スルノ必要ナル事ヲ主張セラレタリ然ルニ柱狀彈性體ノ振動週期ノ算定ハ今日頗ル困難ナル問題ニシテ完全ニシテ齊等ナル彈性ヲ有スル物質ヨリ成リ其斷面均一ニシテ一端完全ニ固定サルヽ場合ニ對シテハ之ヲ理論的ニ算定スルヲ得ヘク其運動等ニ關シテモ既ニ十九世紀初頭ヨリ多數ノ物理學者ニ依リテ研究セラレタリ此等ハ Lord Rayleigh:— Theory of Sound Vol. I ノ第二五五頁ヨリ第三〇五頁ニ亘リ其詳細ヲ記述セリ故ニ若シ實際ノ構造物ニシテ斷面均一下端ノ固定完全ナルニ於テハ容易ニ其週期及振動現象ヲ算定スル事ヲ得ヘク週期(T)ヲ與フル公式ハ

茲ニ

$$T=C\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

T=週期(秒)　l=固定端ヨリ上端ニ到ル柱ノ長サ

r=斷面ノ環動半徑　ρ=材料單位容積ノ質量

E=材料ノ彈性率　$C\fallingdotseq 1.787$（但シ最長固有週期ニ對スルモノ）

ニシテ諸要素ハ凡テ同系單位ヲ用フヘク例ヘハl及rヲ尺ヲ以テ現ハサハρハ一尺立方ノ質量ニシテEハ一尺平方ニ對スル力ヲ以テ現ハシρ及Eヲ現ハス力モ亦同一單位例ヘハ听ヲ用フヘシ而シテ佐野工學博士ハ其著家屋耐震構造論第一三〇頁(震災豫防調査會報告第八十三號甲)ニ於テ上式ニ依テ實際煙突ノ週期ヲ算出セントシ先ツ例ヲ東京帝國大學舊衛生學教室跡ニ在リシ高サ二四・二呎ノ煉瓦煙突ニ採リタリ該煙突ハ附圖第一ニ示セル如ク斷面均一ナラサルヲ以テ其平均斷面ヲ有スルモノト假定シ材料一立呎ノ重量ヲ一一二听トシ彈率Eヲ一平方呎ニ就キ一億六千萬听呎ト做シ〇・〇六秒ナル週期ヲ得次ニ京都帝國大學機械學教室附屬ノ煉瓦煙突(附圖第二)ニ適用シ長サヲ五〇呎トシ其他ハ前例ニ遵ヒ週期〇・二秒ヲ得ラレタリ然ルニ此等二煙突ノ週期ハ曩ニ大森博士ノ實測ニ依リ前者ハ〇・三六秒後者ハ一・〇一秒ニシテ實ニ算出値ノ五・六倍ニ當レルヲ以テ(Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages. No. 12 參照)煙突週期ハ到底單純ナル理論公式ヲ以テ算出シ得ヘキニアラスト做シ其理由ハ蓋シ實物ニ於テ其基礎ハ完全ナル固定ニ頗ル遠キ狀態ナルニ因ルト論斷セラレタリ

抑モ一端固定ナル條件ハ振動ニ際シ其端ニ於テ柱軸カ不動ノ位置ヲ保チ且ツ其方向モ亦不變ナルヲ意味スルモノニシテ普通ノ構造物ニ於テモ上體ノ振動ニツレ基礎カ左右ニ滑動スルカ如キ事ハ先ツ無之キモノト考ヘテ差支ナク軸線ノ方向ニアリテハ基礎下面カ振動ニ際シ不均等ノ沈

下ヲ爲サヽル以上ハ不變ナリト雖モ通例ノ基礎ニ於テハ完全ニ之ヲ期待スル事困難ニシテ脆弱ナル地盤ニ不注意ナル工法ヲ爲スニ於テハ沈下不平均ノ度モ亦稍著シカルヘク從テ上體ノ週期ニ及ホス事モ亦些少ニハアラサルヘシ然リト雖モ不均等ノ沈下ニ因ル基礎面ノ傾斜ハ之ヲ軸線上端ノ鉛直線ニ對スル傾斜ニ比スレハ固ヨリ比肩スヘキ程度ノモノニアラサルニ因リ以テ公式ノ根柢ヲ覆ヘシ得ヘシトハ想像シ得サル所ナリ予ハ後節基礎ノ沈下ニ因ル振動週期ノ變化ヲ詳論スヘク尚變斷面ノ場合ニ其平均面積ヲ用フルノ當ヲ得サルハ勿論ニシテ之ニ對スル解決ハ新ニ開拓セサルヘカラサル所ナリト雖モ今試ミニ博士ノ與ヘラレタル要素ニ依リ前記煙突ノTヲ算出センニ

衞生學教室煙突

$$T=1.787\frac{\overline{24.2}^2}{0.74}\sqrt{\frac{112}{32\times160,000,000}}=0.21\text{ sec.}$$

同樣ニ後者ニ對シテハ約〇·六九秒ヲ得タリ即博士ノ得ラレタル値ニ比スレハ著シク大ニシテ實際ノ値ニ稍接近シ一層精致ナル理論ヲ用ヒナハ實際ノ週期ヲ算定シ得ヘキ曙光ヲ與フルモノナリ依テ著者ハ先ツ塔狀構造物ノ耐震性ノ根柢タルヘキ固有週期ノ理論的算定法ヲ探究シ更ニ進ンテ實際構造物ノ振動及其耐震性ニ關シテ研究ノ歩ヲ進メントス

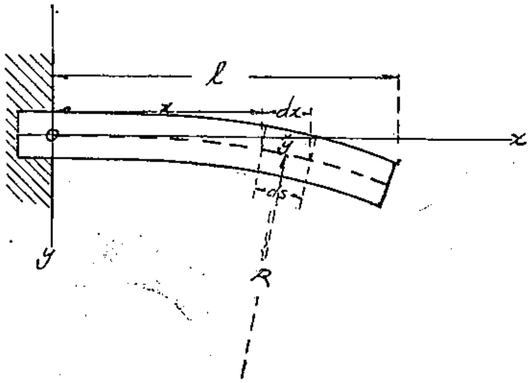
第二節　均一斷面ヲ有スル彈性柱ノ振動週期

第一圖ノ如キ柱體アリテ其一端カCニ於テ固定サレ他端カ全ク自由ニシテ何等ノ外力ニ作用サレサル時該柱ノ振動ハ一ノ自由振動ニシテ其材質及寸法ニヨリテ一定ノ振動ヲ爲ス

今次ノ如キ記號ヲ用フ

E＝物質ノ彈性率　　I＝斷面ノ慣性能率

A ＝ 斷面積
l ＝ 安定ノ位置ニ於ケル柱軸ノ總長
x ＝ 安定ノ位置ニ於テO點ヨリノ距離
s ＝ 運動ノ爲メ屈曲セル場合ノO點ヨリノ距離
R ＝ 曲率半徑
r ＝ 環動半徑 ＝ $\sqrt{\frac{I}{A}}$
ρ ＝ 物質單位容積ノ質量



第一圖

今 x ナル距離ニ於テ δs ナル微區間ヲ考ヘ其有スル位置ノ勢力 δE_p ヲ求ムルニ

$$\delta E_p = \frac{1}{2}EI\frac{\delta s}{R^2} = \frac{1}{2}EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx$$

故ニ柱全體ノ有スル E_p ハ

$$E_p = \frac{EI}{2}\int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

同様ニ δs 微區間ノ有スル運動ノ勢力 δE_k ヲ求ムレハ

$$\delta E_k = \frac{1}{2}\rho A\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \delta x + \frac{1}{2}\rho I\left(\frac{d}{dt}\cdot\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

茲ニ右邊第二項ニ於テ $\frac{dy}{dx}$ ハ區間ノ角變位ヲ現ハシ $\frac{d}{dt}\cdot\frac{dy}{dx}$ ハ其ノ角速度ヲ現ハシ從ツテ第二項ハ廻轉運動ニ對スル勢力ヲ現ハスモノナリ故ニ全柱體ノ有スル E_K ハ

$$E_k = \frac{\rho A}{2}\int_0^l \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dx + \frac{\rho I}{2}\int_0^l \left(\frac{d}{dt}\cdot\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

今運動ニ對スル抵抗ヲ無視スル時ハ振動體ノ有スル總勢力ハ不變ナリ即

$$E_p+E_k=\frac{EI}{2}\int_0^l\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2dx+\frac{\rho A}{2}\int_0^l\left(\frac{dy}{dt}\right)^2dx+\frac{\rho I}{2}\int_0^l\left(\frac{d}{dt}\cdot\frac{dy}{dx}\right)^2dx=\text{const.}$$

振幅ノ微小ナル普通ノ振動ニ於テハ第三項ハ他ノ兩項ニ比シテ極メテ小ナルヲ以テ之レヲ無視シtニ就キテ微分スレハ

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{EI}{2}\int_0^l\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2dx\right\}+\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\rho A}{2}\int_0^l\left(\frac{dy}{dt}\right)^2dx\right\}=0$$

各分子ノ運動ハ凡テ單一振動ナルヲ以テ

$$y=u\sin pt$$

茲ニ

$u=x$ノ函數ニシテtニ無關係ナル式

$p=$單位時間ノ振動數$=\frac{2\pi}{T}$

$T=$振動週期(秒)

然ルトキ積分記號中ノyニ上記ノ式ヲ代入シtニ就キテ微分スレハ

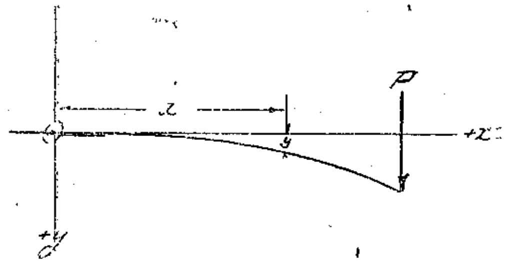
$$p^2\rho A\int_0^l u^2dx=EI\int_0^l\left(\frac{\partial^2u}{\partial x^2}\right)^2dx$$

$$\therefore\quad p^2=\frac{EI\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\rho A\int u^2dx}\quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

茲ニuハ運動中ノ、柱軸ノ形ヲ現ハスモノニシテ其形カ自由端ニ水平力Pヲ加ヘタル時ノ柱ノ形狀ニ等シト假定スレハ柱軸ノ形ヲ現ハス代數式ハ、

$$y=\frac{P}{6EI}(3lx^2-x^3)$$

ヲ以テ現ハス事ヲ得之ニ種々ノ係數ヲ乘スレハ種々ナル瞬間ニ於ケル柱軸ノ位置ヲ知リ得ヘシ



第二圖

而テp又ハ週期Tヲ計算スル爲メニ上記ノ如キ柱軸形ヲ假定スルモ其誤差ハ微小ニシテ1.7%ニ過キス (Lord Rayleigh:— Theory of Sound, Vol. 1, p. 287) 由テ

$$u=(3lx^2-x^3)$$

$$\therefore\quad p^2=\frac{EI\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\rho A\int u^2\,dx}=\frac{EI\,12l^3}{\rho A\,\frac{33}{35}l^7}=12.75\frac{r^2E}{l^4\rho}$$

$$\therefore\quad T=\frac{2\pi}{p}=1.77\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\qquad\cdots\cdots(4')$$

然ルニ實際ハ1.77ニアラスシテ1.787位ナリ

次ニ柱體ノ斷面カ極メテ徐々ニ變化スル柱體ヲ考フルニA Iハ共ニxノ函數ナリ依ッテA_0 I_0ヲ以テ其平均値トシ各點ニ於ケルA及Iヲ$A_0+\delta A$及$I_0+\delta I$ニテ現ハセハ其振動數p'ハ

$$p'^2=p^2\left\{1+\frac{\int\delta I\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{I_0\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}-\frac{\int\delta A\,u^2\,dx}{A_0\int u^2\,dx}\right\}\qquad\cdots\cdots(5)$$

玆ニp^2ハ假想柱(斷面A_0、慣性能率I_0ヲ有スル壔體)ニ對スルモノニシテ其値ハ

$$p^2=\frac{EI_0\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\rho A_0\int u^2\,dx}$$ (Theorey of Sound, Vol. I, p. 291 參照)

而テ墻體ニ對シテハ第二次以上ノ高次ノ振動ニ對スル振動數ヲ算出シ得ルヲ以テ之ニ因テ今一層精確ナル p' ノ値ヲ得ヘシト雖モ其實地上ノ適用ハ甚タ複雜ニシテ殆ント不可能ナリト云フヲ妨ケス (Theorey of Sound, Vol. I, p. 113—p. 118 參照)

第三節 固有週期ニ對スル在來公式

玆ニ藉リ來ラントスル實例ハ久原鑛業會社佐賀關精錬所ノ大煙突ニシテ高サ五五〇呎底部直徑 $42'-8''$ ヲ有シ 1:2:3.5 配合ノ鐵筋混凝土ヨリ成ル(附圖第三)而テ其振動週期ノ實測ハ大正五年十二月大森理學博士ニヨリテ行ハレタル所ニシテ其成績ノ詳細ハ擧ケテ Bulletin of the Imperial Earthquake Investigation Commitee, Vol. IX. No. I. ニ在リ

予ハ先ツ(6)式ヲ適用センカ為メ各斷面ノ A I r ヲ算出シ依テ各ノ平均値 A_0 I_0 r_0 ヲ求メ更ニ此等ノ變化ヲ現ハシ得ル簡單ナル數式ヲ作ラントス

Δl ハ各斷面ノ代表スヘキ區間ノ長サヲ示シ A_0 ハ

$$A_0=\frac{\Sigma A\Delta l}{l}$$

ニシテ I_0 ハ A_0 斷面ノ慣性能率ニシテ δA δI ハ

$$\delta A=A-A_0,\qquad \delta I=I-I_0$$ ナリ

$$A_0=144\ \mathrm{ft}^2,\quad I_0=17{,}950\ \mathrm{ft}^4,\quad r_0=\sqrt{\frac{I_0}{A_0}}=11'.1$$

該煙突ニ於テハ其表面ノ縦斷形ハ殆ント指數曲線ニシテ略次式ヲ以テ現ハシ得

$$\delta A = ce^{-ax} - b = 357\,e^{-\frac{x}{47}} - 145$$

$$\delta I = c_1 e^{-a_1 x} - b_1 = 63{,}300\,e^{-\frac{x}{53}} - 16{,}200$$

次ニ $\int \delta A\, u^2 dx$ 及 $\int \delta I \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 dx$ ヲ求ムレハ

$$\int \delta A\, u^2 dx = \left(\frac{c}{1-a} e^{-ax} - b\right) \int u^2 dx$$

$$\int \delta I \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 dx = \left(\frac{c_1}{1-a_1} e^{-a_1 x} - b_1\right) \int \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 dx$$

然ルニ公式(6)ニ依リ

$$p'^2 = p^2 \left\{ 1 + \frac{\int \delta I \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 dx}{I_0 \int \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 dx} - \frac{\int \delta A\, u^2 dx}{A_0 \int u^2 dx} \right\}$$

$$= p^2 \left\{ 1 + \frac{\frac{c_1}{1-a_1} e^{-a_1 x} - b_1}{I_0} - \frac{\frac{c}{1-a} e^{-ax} - b}{A_0} \right\}$$

之ニ a b c a_1 b_1 c_1 等ヲ挿入シテ計算スレハ

$$p'^2 = 1.767\,p^2 \qquad \therefore \quad \frac{T'}{T} = \frac{p}{p'} = \frac{1}{1.33}$$

茲ニ T' ハ實際ノ煙突ノ週期ヲ意味ス

然ルニ公式(4')ニヨリ　$T=1.77\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$　ナルヲ以テ今　$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$　ノ値ヲ定ムル爲メニ混凝土ノ彈率ヲ鋼ノ九分ノ一、一立呎ノ重量ヲ145听トスレハ

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}}=\sqrt{\frac{30,000,000\times144}{9}\cdot\frac{32.2}{145}}=1.03\times10^4$$

$$\therefore\quad T'=\frac{1}{1.33}\cdot1.77\frac{\overline{55\,ft}^2}{11.1}\cdot\frac{1}{1.03\times10^4}=3.54\text{秒}$$

然ルニ實測ノ結果ニ依レハ該煙突ノ週期ハ2.53秒乃至2.58秒ナルヲ以テ計算値トハ稍著シキ差ヲ有ス

依テ更ニ公式(4)ニ立歸リ變化スヘキA及Iヲ積分記號ノ內ニ入レ即

$$p^2=\frac{\int EI\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\int\rho A\,u^2\,dx}$$

ナル形トナシ上端ニ單位水平力ヲ加ヘタル場合ノ實際ノuノ現式ヲ求メ是ヨリ分母子ヲ算定セントス今第二圖ニ於テ固定端ヨリxノ距離ノ點ノ變位ヲyヲ以テ現ハシMヲ其點ノ彎曲力率トスレハ

$$y=\int_0^x\int_0^x\frac{M}{EI}dx\,dx=x\int_0^x\frac{M}{EI}dx-\int_0^x\frac{Mx}{EI}dx$$

全長ヲ多數ノ小區間ニ分割シ各區間ニ對シ　$EI\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2\delta x$,　$\rho A\,u^2\,\delta x$　等ヲ算出シ之ヲ集合シテ積分ノ値ヲ求メントス

$$M=l-x,\qquad u=c\delta\qquad 及\qquad \frac{d^2u}{dx^2}=c\,\frac{l-x}{EI}$$

ナルヲ以テ

$$p^2=\frac{E\int_0^l I\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\rho\int_0^l A\,u^2\,dx}=\frac{E}{\rho}\cdot\frac{\int_0^l I\,\frac{c^2M^2}{I^2}dx}{\int_0^l Ac^2\left(\iint\frac{M}{I}dx\,dx\right)^2dx}=\frac{E}{\rho}\cdot\frac{\int_0^l \frac{M^2}{I}dx}{\int_0^l A\left(\iint\frac{M}{I}dx\,dx\right)^2dx}$$

然ルニ

$$u=\int_0^x\int_0^x\frac{M}{I}dx\,dx=x\int\frac{M}{I}dx-\int\frac{Mx}{I}dx=x\sum_0^x\frac{M}{I}\delta x-\sum_0^x\frac{Mx}{I}\delta x=x\sum_0^x\frac{l-x}{I}\delta x-\sum_0^x\frac{(l-x)x}{I}\delta x$$

依テ柱體ヲ多數ノ區間ニ分チ各區間ニ對シテ所要項ヲ算出シ之ヲ積算スレハ

$$\therefore\quad \int_0^l A\,u^2\,dx=4\times 85.6\times 10^8$$

$$\int_0^l\frac{M^2}{I}dx=1,127$$

$$\therefore\quad p=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\sqrt{\frac{1,127}{4\times 85.26\times 10^8}}=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\cdot\frac{1.82}{10^4}$$

$$\therefore\quad T=\frac{2\pi}{\rho}=\frac{2\times 3.14\times 10^4}{1.82\times 1.03\times 10^4}=3.35\,秒$$

即公式(6)ヲ用フルモノヨリハ稍良好ナル値ヲ得タリト雖モ其勞力ノ多大ナリシニ係ラス誤差ハ實用上無視シ得サル程度ノモノナリ

次ニ佐野工學博士ハ既ニ第一節ニ述ヘタル如ク理論的算法ヲ到底行ハルヘカラサルモノトナシ之ニ實驗的ノ係數ヲ乘シTヲ與フル公式(震災豫防調査會報告第八三號甲第一三〇頁以下)

$$T=10\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

ヲ發表セラレタリ而テ鐵筋混凝土ノ場合 $\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ノ値ヲ入ルレハ $T=\frac{l^2}{850\,r}$ トナル今試ミニ前例ノ場合ニ適用スルニ

$l=550'$　$r=11.1$　$\therefore$　$T=32.0$ sec.

即之ヲ實値2.58秒ニ比スレハ其過大ニ失スルヤ明カナリ

斯ノ如ク在來ノ方法ハ何レモ勞多クシテ而モ其結果實用ニ足ラサルヲ以テ新ニヨリ少ナル勞力ヲ以テヨリ以上ノ結果ヲ與フルカ如キ算法ノ案出ヲ必要トスルニ到レリ予ハ次節以下ニ於テ新方法ヲ發表スルニ當リ先ツ均一斷面柱ノ固有振動 (Free vibration) ニ就キ其性質ノ詳細ヲ論セントス

第四節　均一斷面柱ノ固有振動

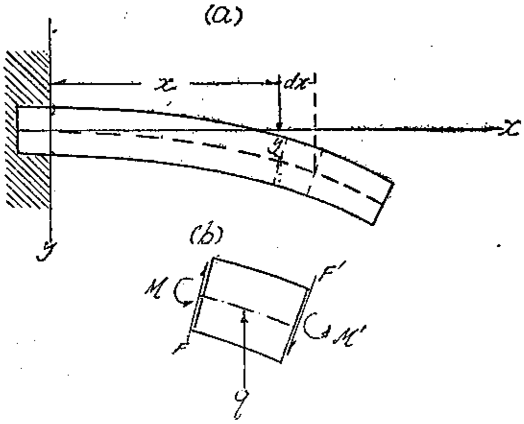
第三圖(a)ハ振動シツヽアル柱體ノアル瞬間ニ於ケル位置ヲ示シ同(b)ハ柱體ノ微區間ニシテ之ニ作用スル諸種ノ力ヲ示スモノナリ今 A I ρ E 等ヲ前節同様ノ記號トスレハ dx 區間ニ作用スル力ハ

x 斷面ニ作用スル彈性力 (Elastic force) $=F$

$x+dx$　同　上　$=F'=F+\frac{\partial F}{\partial x}dx$

外部ヨリ作用スル抵抗力(柱ノ單位長ニ付キ q) $=q\,dx$

今該區間ノ重心カ安全平衡ノ位置即 x 軸ヨリノ變位ヲ y トス



第三圖

レハ其加速度ハ $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ ナリ依テ區間 dx ノ運動方程式ハ

Resultant external force = mass × a celeration

ニシテ即チ

$$F-q\,dx-\left(F+\frac{\partial F}{\partial x}dx\right)=\rho A\,dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\therefore\quad \frac{\partial F}{\partial x}+q+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad \cdots\cdots(a)$$

今區間ノ方向ノ變化ハ微少ナルヲ以テ之ヲ無視スレハ之ニ作用スル能率ノ合成ハ零ナルヘシ依テ區間ノ下端ニ於テ能率ヲ取レハ

$$M-M'-F'dx+q\,dx\frac{dx}{2}=0 \qquad 茲ニ \qquad M'=M+\frac{\partial M}{\partial x}dx$$

$$\therefore\quad -\frac{\partial M}{\partial x}dx-\left(F+\frac{\partial F}{\partial x}dx\right)dx+\frac{q}{2}dx^2=0$$

然ルニ F ハ彈性體ノ彎曲ニヨリテ生スル彈性力ナルヲ以テ

$$F=-\frac{\partial M}{\partial x} \quad \cdots\cdots(b)$$

然ルニ　$M=-EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$　ナルヲ以テ

$$F=\frac{\partial}{\partial x}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \qquad \therefore\quad \frac{\partial F}{\partial x}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \quad \cdots\cdots(c)$$

依テ之ヲ (a) 式ニ挿入スレハ

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+q+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

是即彈性柱體振動ノ一般的微分方程式ニシテ E I ρ A 等カ均一ナラサル場合ニハ之ヲ x ノ函數トシテ現ハシ微分方程式中ニ入ルヽヘシ若シ抵抗 q ヲ無視スル時ハ

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad\cdots\cdots\cdots(6')$$

而シテ斷面均一ナラサル時ハ(6)及(6')ハ複雜ナル四次偏微分方程式ニシテ一般ニ解決不可能ナルモノナリ次ニ斷面均等ナリトスレハ(7)式及(7')式ハ

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+q+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad \text{又ハ} \quad \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{\rho A}{EI}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \quad\cdots\cdots\cdots(7')$$

次ニ混雜ヲ避クル爲メ $\frac{E}{\rho}=b^2$, $\frac{I}{A}=r^2$ ト置キ(8')式ヲ解ケハ（此解法ハ Theory of Sound, Vol. I, p. 272—287 ニ在リ）

$$y=\{A(\cos mx+\cosh mx)+B(\cos mx-\cosh mx)+C(\sin mx+\sinh mx)+D(\sin mx-\sinh mx)\}(A_1\cos brm^2t+B_1\sin brm^2t)$$

茲ニ A B C D A_1 及 B_1 ハ x 及 t ニ無關係ナル係數ニシテ運動ノ始原條件(Initial condition)及環境條件(Boundary conditions)ヲ滿足スル如ク決定スヘキモノナリ而シテ柱ニ最初アル變位ヲ與ヘ次テ之ヲ放チタル場合ニ於テハ單一反復運動ヲナスヲ以テ B_1 ヲ捨テ A_1 ヲ他ノ係數ニ含マシムル時ハ新ニ定ムヘキ係數ハ A B C D ノ四個トナル次ニ必要ナル環境條件ハ

$x=0$ ニ於テ柱固定サルヽヲ以テ時刻ニ關セス　$y=0$, $\frac{\partial y}{\partial x}=0$

$x=l$ ニ於テ彈性力モ彎曲力率モ存在セサルヲ以テ　$F=0$　即　$\dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3}=0$

$M=0$　即　$\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0$

次ニ始原條件即 $t=0$ ナル時ノ條件ハ最初ニ與ヘタル柱軸ノ變形ニシテ其現式ヲ $f(x)$ トスレハ $t=0$ ニ於テ y ハ $f(x)$ ニ等シカラサルヘカラス即 $y_{t=0}=f(x)$

此等ノ四條件ハ以テ四係數ヲ確定スルニ足ル而シテ

$$\frac{d}{dx}\cosh x=\sinh x \qquad \frac{d}{dx}\sinh x=\cosh x$$

$$\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x \qquad \frac{d}{dx}\sin x=\cos x$$

ナルヲ以テ先ツ　$x=0$　ニ於テ　$y=0,\ \dfrac{dy}{dx}=0$　ノ二條件ヲ滿足セントスレハ　$A=0,\ C=0$　ナルヲ要ス故ニ

$$y=\{B(\cos mx-\cosh mx)+D(\sin mx-\sinh mx)\}\cos brm^2 t$$

$$\therefore\quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=m^2\{B(-\cos mx-\cosh mx)+D(-\sin mx-\sinh mx)\}\cos brm^2 t$$

$$\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}=m^3\{B(\sin mx-\sinh mx)+D(-\cos mx-\cosh mx)\}\cos brm^2 t$$

$$at\ x=l.\quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0\quad 即\quad B(\cos ml+\cosh ml)+D(\sin ml+\sinh ml)=0$$

$$\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}=0\quad 即\quad B(-\sin ml+\sinh ml)-D(\cos ml+\cosh ml)=0$$

此兩式ヨリ

$$D=B\frac{\cos ml+\cosh ml}{\sin ml+\sinh ml}$$

及

$$(\cos ml+\cosh ml)^2=(-\sin ml+\sinh ml)(\sin ml+\sinh ml)$$

$$\therefore\quad \cos ml\cosh ml+1=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(e)$$

即 m ハ (e) 式ヲ滿足スル値ナラサルヘカラス斯ノ如キ m ハ無數ニ存在ス (Theory of Sound, Vol. I, p. 278)

$$\left.\begin{array}{l} ml=\dfrac{(2n-1)\pi}{2}-s_n\pi \quad 茲ニ \quad s_n=\dfrac{(-1)^n a_n}{\pi},\quad a_{n+1}=\dfrac{2}{a}-(-1)^n\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{34}{3a^3}-(-1)^n\dfrac{112}{3a^4}+\cdots\cdots \\ a=e^{\frac{\pi}{2}(2n+1)},\quad n=任意ノ整數 \end{array}\right\} \cdots\cdots(f)$$

之レヨリ

$n=1$ ナル時	$ml=1.875$ …………	主振動ニ對スルモノ		
2 同上	〃 $=4.694$	第二次	同	
3 同上	〃 $=7.855$	第三次	同	……(g)
4 同上	〃 $=10.996$	第四次	同	

因テ ml ヲ既知數トシテ取扱ヒ D ヲ B ニテ現ハシ且ツ

$$B_s=\frac{B}{\sin ml+\sinh ml} \quad ト置ケハ$$

$$\left.\begin{array}{l} y=B_s\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(\sin mx-\sinh mx)\}\cos brm^2t \\ \quad =B_s u\cos brm^2t \end{array}\right\} \cdots\cdots(8)$$

次ニ $t=0$ ニ於テ $y=f(x)$ ナル條件ヲ滿セサルヘカラス即 m ノ種々ナル値ニ對スル u ヲ u_1 u_2 u_3 …… トシテ此等ニ適當ノ係數 B_1 B_2 B_3 …… 等ヲ乘シ其凡テヲ集合シテ結果カ $f(x)$ トナラサルヘカラ

ス

即

$$f(x)=\sum_m B_m\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(\sin mx-\sinh mx)\}$$

然ルニ此式ハふーりえ氏級數ヲ適用スル事困難ナルヲ以テ數學上正確ニB_mノ凡テノ値ヲ算出スル事ハ困難ナリ而テ若シ各B_mノ値ヲ知ル時ハ

$$y=\cos brm^2t\sum_m B_m\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(\sin mx-\sinh mx)\}\quad\cdots\cdots(8')$$

ニシテ任意ノ始原條態ニ對スル振動ノ詳細ヲ知ル事ヲ得ヘシ例ヘハ自由端ニ水平力ヲ加ヘテ撓ミヲ生セシメ次テ之ヲ放ツテ振動セシムル如キ場合ノ振動ハ純粹ノ固有振動(即(9)式ニ $ml=1.875$ ト置キテ得ル現式ヲ以テ現ハシ得ル運動)ニアラスシテ他ノ多クノ高次振動ヲ混合セシモノナリ

次ニ主第二次第三次等ノ三個有振動ノ場合ノ彈性曲線ト自由端ニ水平力ヲ加ヘタル場合及全部ニ均一水平力ヲ與ヘタル彈性曲線等ヲ對照スレハ

	$x=0$	$\frac{l}{4}$	$\frac{l}{2}$	l
1 端ニ一水平力ヲ加ヘタル場合	0	: 0.086	: 0.3125	: 1.00
2 全體ニ均一水平力ヲ　同上	0	: 0.1055	: 0.354	: 1.00
3 主固有振動	0	: 0.097	: 0.343	: 1.00
4 第二次　同	0	: −0.425	: −0.580	: 1.00
5 第三次　同	0	: 0.719	: 0.196	: 1.00

而シテ此等ノ彈性曲線形ハ大體第四圖ニ示スカ如シ

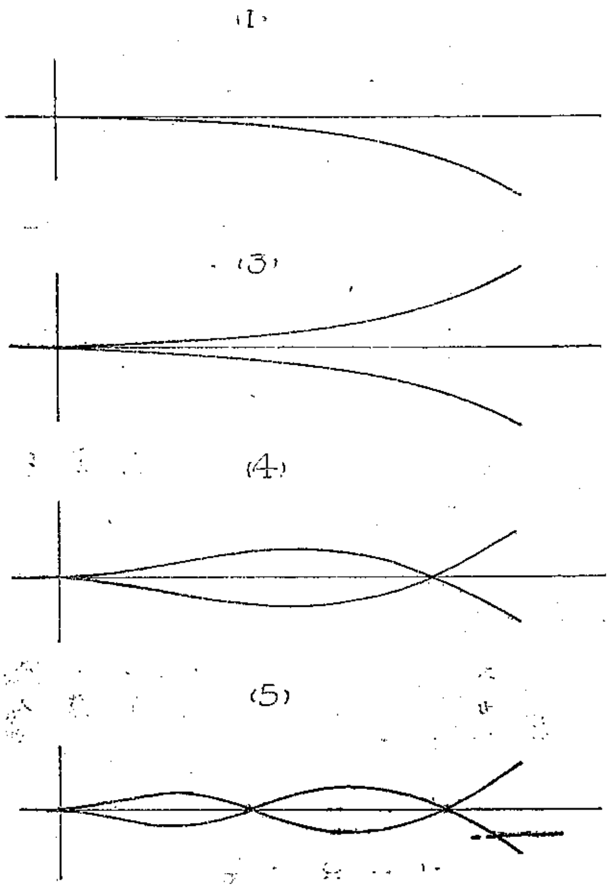
次ニ各固有振動ノ週期ハ $\cos brm^2t$ ノ週期ヨリ計算シ得ヘク

$$brm^2=\frac{2\pi}{T}\quad\text{or}\quad T=\frac{2\pi}{brm^2}=\frac{2\pi}{m^2l^2}\cdot\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\quad\cdots\cdots(9)$$

故ニ

$$\left.\begin{aligned}&\text{主振動}\cdots\cdots\ T=1.788\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\\&\text{第二次振動}\ T=0.285\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\\&\text{第三次振動}\ T=0.102\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\end{aligned}\right\}(9')$$

第五節　錐體ノ振動ニ對スゐきるひほっふ氏ノ解法



第四圖

振動ノ微分方程式(7')ニ於テA及Iカxト共ニ變スルトキA_0及I_0ヲ下端ニ於ケル値トスレハ

$$I=I_0f_1(x)\qquad A=A_0f_2(x)$$

ニシテ

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)=I_0E\left\{f_1(x)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+2\frac{\partial f_1}{\partial x}\cdot\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}+\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right\}$$

故ニ(7')式ハ次ノ如クナル

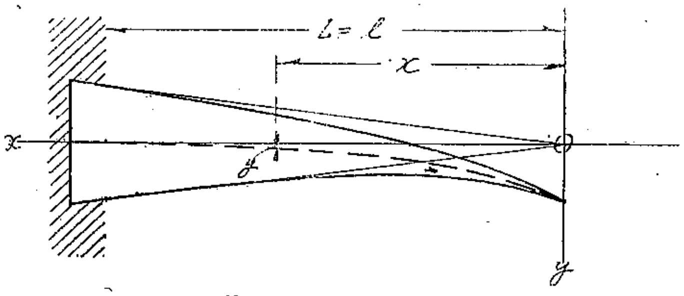
$$f_1(x)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+2\frac{\partial f_1}{\partial x}\cdot\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}+\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+\frac{\rho A_0}{EI_0}f_2(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

而テ變斷面ニ對シテ(a)式ヲ解決シ得ル場合ハ唯完全ナル錐體ノ場合ノミニシテ該解法ハ理論物

理學ノ泰斗きるひほっふ(Kirchhoff)氏ノ創案ニ成ルモノナリ(Kirchhoff:— Abhandlungen p. 339 —)

今第五圖ノ如ク縱横軸ヲ採リ全長ヲLトシ底面ニ於ケル半徑斷面積慣性能率等ヲソレソレR_0 A_0 I_0等トシx點ニ於ケル其等ヲソレソレR A I等トスレハ錐體ナルヲ以テ

$$R=\frac{x}{L}R_0,\qquad A=A_0\frac{x^2}{L^2},\qquad I=I_0\frac{x^4}{L^4}$$



第五圖

今諸點ノ運動ハ矢張單一反復運動ナリトスレハ

$$y=u\cos pt$$

ニシテuハptカ$n\pi$ナル時ノ軸ノ彈性曲線ヲ現ハス故ニ

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-p^2u\cos pt,\qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2u}{dx^2}\right)\cos pt$$

此等ヲ公式(7′)ニ插入シ　$EI_0\cos pt$　ニテ除セハ

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(x^4\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\frac{\rho A_0}{EI_0}p^2L^2x^2u=\mu^2x^2u,\qquad \mu^2=\frac{\rho A_0}{EI_0}p^2L^2\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

然ルニ

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(x^4\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\frac{d}{dx}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^4\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\frac{d}{dx}\left(4\frac{d^2u}{dx^2}x^3+x^4\frac{d^3u}{dx^2}\right)$$

$$=\frac{d}{dx}x^3\left(3\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dx^2}+x\frac{d^3u}{dx^3}\right)=\frac{d}{dx}x^3\frac{d}{dx}\left(3\frac{du}{dx}+x\frac{d^2u}{dx^2}\right)$$

$$=\frac{d}{dx}x^3\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{x^2}\left(3x^2\frac{du}{dx}+x^3\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\frac{d}{dx}x^3\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)$$

即

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(x^4\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\frac{d}{dx}x^3\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)$$

今 $F=\pm\mu u$ ト置ケバ

$$\frac{dF}{dx}=\pm\mu\frac{du}{dx}\qquad\therefore\quad x^3\frac{dF}{dx}=\pm\mu x^3\frac{du}{dx}$$

$$\therefore\quad\frac{d}{dx}x^3\frac{dF}{dx}=\pm\mu\left(3x^2\frac{du}{dx}+x^3\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\pm\mu^2\left(3x^2\frac{dF}{dx}+x^3\frac{d^2F}{dx^2}\right)$$

然ルニ

$$\frac{d}{dx}x^3\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)=3x^2\frac{d}{dx}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)+x^3\frac{d^2}{dx^2}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)=\mu^2x^2u$$

ナルヲ以テ

$$F=\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)$$

ナラバ(a)式ヲ滿足セシムル事ヲ得即

$$\frac{1}{x^2}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3\frac{du}{dx}\right)=\pm\mu u\qquad 即\qquad \frac{1}{x^2}\left(3x^2\frac{du}{dx}+x^3\frac{d^2u}{dx^2}\right)=\pm\mu u\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

今 $\mu x=v$ ト置キ換フレバ $\frac{du}{dx}=\mu\frac{du}{dv}$, $\frac{d^2u}{dx^2}=\mu^2\frac{d^2u}{dv^2}$

$$\therefore\quad v\frac{d^2u}{dv^2}+3\frac{du}{dv}=\pm u\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

是即錐體ノ振動ニ對スル微分方程式ナリ

式(11)ヲ解カンカ為メ先ツ次ノ二微分方程式ヲ考フ

此方程式ノ解答ハ

$$v\frac{d^2\varphi}{dv^2}+\frac{d\varphi}{dv}=\varphi,\qquad v\frac{d^2\psi}{dv^2}+\frac{d\psi}{dv}=-\psi\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

$$\varphi=1+\frac{v}{1^2}+\frac{v^2}{(1.2)^2}+\frac{v^3}{(1.2.3)^2}+\cdots\cdots$$

$$\psi=1-\frac{v}{1^2}+\frac{v^2}{(1.2)^2}-\frac{v^3}{(1.2.3)^2}+\cdots\cdots$$

ニシテ(c)ハ第二次ナルヲ以テ尚他ニ一ツヽノ解答アリ之ヲφ_1及ψ_1トスレハ

$$\varphi_1=\varphi\,lnv+\beta=\varphi\,lnv-2\left(\frac{v}{1^2}+\frac{v^2\left(1+\frac{1}{2}\right)}{(1.2)^2}+\frac{v^3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{(1.2.3)^2}+\cdots\cdots\right)$$

$$\psi_1=\psi\,lnv+\gamma=\psi\,lnv+2\left(\frac{v}{1^2}-\frac{v^2\left(1+\frac{1}{2}\right)}{(1.2)^2}+\frac{v^3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{(1.2.3)^2}-\cdots\cdots\right)$$

然ルニ式(11)ハ第二級微分方程式二個ナルヲ以テ四ツノ解答アリ而テ $\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}$, $\frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}$, $\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial v^2}$, $\frac{\partial^2\psi_1}{\partial v^2}$ ハ何レモ求ムル所ノ解答ナリ依テ

$$u=A\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}+B\frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}+C\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial v^2}+D\frac{\partial^2\psi_1}{\partial v^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(d)$$

茲ニ

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}=\frac{2}{(1.2)^2}+\frac{2.3\,x}{(1.2.3)^2}+\frac{4.3\,x^2}{(1.2.3.4)^2}+\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}=\frac{2}{(1.2)^2}-\frac{2.3\,x}{(1.2.3)^2}+\frac{4.3\,x^2}{(1.2.3.4)^2}\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial v^2}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}\,lnx+\frac{2}{v}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial v}-\frac{\varphi}{v^2}-2\left(\frac{2\left(1+\frac{1}{2}\right)}{(1.2)^2}+\frac{2.3\,x\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{(1.2.3)^2}+\frac{4.3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)x^2}{(1.2.3.4)^2}+\cdots\cdots\right)$$

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial v^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}\,lnv+\frac{2}{v}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial v}-\frac{\psi}{v^2}+2\left(-\frac{2\left(1+\frac{1}{2}\right)}{(1.2)^2}+\frac{2.3\,x\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{(1.2.3)^2}-\frac{4.3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)x^2}{(1.2.3.4)^2}+\cdots\cdots\right)$$

錐體ナルヲ以テ自由端即 $x=0$ ニ於テ彈性力及彎曲力率ハ0ニシテ $\frac{d^2u}{dv^2}$ 及 $\frac{d}{dv}v^4\frac{d^2u}{dv^2}$ ハ共ニ0ナリ故ニ C 及 D ハ共ニ0ナルヲ要ス依テ

$$u=A\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}+B\frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(e)$$

次ニ $x=L$ 即 $v=\mu L$ ニ於テ $u=0,\ \frac{du}{dv}=0$ ナルヲ以テ

$$A\frac{d^2\varphi}{dv^2}+B\frac{d^2\psi}{dv^2}=0\quad 及\quad A\frac{d^3\varphi}{dv^3}+B\frac{d^3\psi}{dv^3}=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(f)$$

尚(c)式ヲ微分スレハ

$$\frac{d^2\varphi}{dv^2}+v\frac{d^3\varphi}{dv^3}+\frac{d^2\varphi}{dv^2}=\frac{d\varphi}{dv}\quad 即\quad v\frac{d^3\varphi}{dv^3}+2\frac{d^2\varphi}{dv^2}=\frac{d\varphi}{dv}$$

同様ニ

$$v\frac{d^3\psi}{dv^3}+2\frac{d^2\psi}{dv^2}=-\frac{d\psi}{dv}$$

此二式ニ A 及 B ヲ乘シテ加ヘ合スレハ

$$v\left(A\frac{d^3\varphi}{dv^3}+B\frac{d^3\psi}{dv^3}\right)+2\left(A\frac{d^2\varphi}{dv^2}+B\frac{d^2\psi}{dv^2}\right)=A\frac{d\varphi}{dv}-B\frac{d\psi}{dv}$$

然ルニ $x=0$ ニ於テ(f)ナル關係存在スルヲ以テ

$$\text{at } x=0, \qquad A\frac{d\varphi}{dv}-B\frac{d\psi}{dv}=0$$

右式ハ

$$A\frac{d^2\varphi}{dv^2}+B\frac{d^2\psi}{dv^2}=0$$

トヨリ A 及 B ヲ消去スレハ次ノ關係ヲ得

$$\frac{d\varphi}{dv}\cdot\frac{d^2\varphi}{dv^2}+\frac{d\psi}{dv}\,\frac{d^2\varphi}{dv^2}=0 \qquad 即 \qquad \left(\frac{d}{dv}\cdot\frac{d\varphi}{dv}\cdot\frac{d\psi}{dv}\right)_{v=\mu l}=0$$

然ルニ

$$-\frac{d\varphi}{dv}\cdot\frac{d\psi}{dv}=1-\frac{v^2}{1!2!3!}+\frac{v^4}{2!3!5!}-\frac{v^6}{3!4!7!}+\cdots\cdots$$

ナルヲ以テ

$$+\frac{d}{dv}\cdot\frac{d\varphi}{dv}\cdot\frac{d\psi}{dv}=\frac{2v}{1!2!3!}-\frac{4v^3}{2!3!5!}+\frac{6v^5}{3!4!7!}\cdots\cdots=0=F(v)$$

今 $F(v)=0$ ノ最小根ヲ求ムルニ主要ナル最初ノ三項ヲトリ

$$1-\frac{v^2}{60}+\frac{v^4}{20{,}160}=0 \qquad 即 \qquad v^4-336\,v^2+20{,}160=0$$

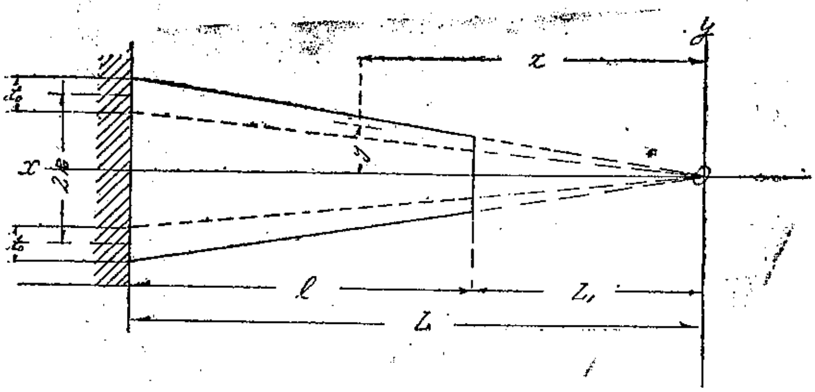
$$\therefore \quad v^2=78 \qquad\qquad \therefore \quad v=8.8$$

四項ヲトレハ $v=8.72$ ヲ得即下端ニ於テハ

$$v=\mu L=\sqrt{\frac{\rho A_0}{EI_0}}\;pL^2=8.72 \qquad 即 \qquad p=\frac{8.72\,r_0}{L^2}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$\therefore \quad T=\frac{2\pi}{8.72}\cdot\frac{L^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}=\mathbf{0.719}\,\frac{L^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}.$$ 錐體ノ週期ノ公式 ………(11)

即錐體ノ場合ニ其平均斷面ヲ用ヒ公式(1)ニ依リテ週期ヲ算出セシカ其結果ハ本公式ノ與フルモノヽ五倍ニ達セリ是レ(1)式ヲ直チニ先細ノ一般構造物ニ適用スルノ妥當ナラサルヲ示スモノナリ



第六圖

第六節　截頭中空錐體(Truncated hollow cones)ノ振動

前節ニ祖述セシ所ハ變斷面柱ニ於テ解決可能ナル唯一ノ場合タリト雖モ中空ナラサル完全錐體ナルヲ以テ之ヲ實際ノ塔狀構造物ニ比スルニ其形狀ノ相異頗ル大ニシテ公式(12)ノ適用ハ不可能ナリ然ルニ普通ノ烟突ノ如キ場合ニハ其形殆ント中空ニシテ截頭セル錐體ニ類似スルヲ以テ若シ此場合ニ對シ微分方程式(7′)ヲ解決シ得ハ其實用上ノ功果頗ル大ナルヘシ

依テ第六圖ノ如キ中空截頭ノ錐體ニシテ其内外兩壁共ニ軸ノ延長上ノ一點Oニ集中スル如キ形狀ヲ考フ

Lハ錐ノ頂點Oヨリ柱ノ下端ニ到ル高サ

L_1ハ　同　上柱ノ上端ニ到ル高サ

lハ柱ノ長サ

t_0及tハ柱ノ下端及xニ於ケル柱壁ノ厚サ

而テR_0 A_0 I_0 R A I等ハ前節同樣ノ記號ナリトス

然ル時ハ

xニ於ケル半徑 $R=\frac{x}{L}R_0$　　xニ於ケル厚サ $t=t_0\frac{x}{L}$

x ニ於ケル斷面積 $A=A_0\frac{x^2}{L^2}$, x ニ於ケル慣性能率 $I=I_0\frac{x^4}{L^4}$

即 O 點ヲ原點トスル時ハ此等ノ現式ハ前節ノ場合ト全ク同一ニシテ從テ微分方程式(11)ハ直ニ移シテ此場合ニ適用シ得ヘシ然ルニ前節ニ於テハ柱上端ハ原點 O ト一致セシヲ以テ其自由ナリト云フ條件ハ極メテ簡單ナル數學式ヲ以テ表ハシ得依テ以テ ρ 及 T ヲ求メ得タリシト雖モ此場合ハ自由端ハ $x=L_1$ ニアルヲ以テ ρ ヲ算出スル事容易ナラス故ニ(11)式ノ解答ヲ出來得ルタケ簡單ナル形式ニ表現スル必要アルヲ以テ Kirchhoff ノ採用サレシ無限級數形ヲ捨テ圓壔函數ヲ用ヒントス式(11)ハ次ノ二式ニ分離スルヲ得

$$v\frac{d^2u}{dv^2}+3\frac{du}{dv}=+u \quad \cdots\cdots\cdots \quad (a)$$

$$v\frac{d^2u}{dv^2}+3\frac{du}{dv}=-u \quad \cdots\cdots\cdots \quad (b)$$

然ルニ此等二式ノ解ハ次ノ如シ

$$\frac{1}{v}\left\{A\,J_2(2v^{\frac{1}{2}})+B\,Y_2(2v^{\frac{1}{2}})\right\}$$

$$\frac{1}{v}\left\{C\,I_2(2v^{\frac{1}{2}})+D\,K_2(2v^{\frac{1}{2}})\right\}$$

即

$$u=\frac{1}{v}\left\{A\,J_2(2v^{\frac{1}{2}})+B\,Y_2(2v^{\frac{1}{2}})+C\,I_2(2v^{\frac{1}{2}})+D\,K_2(2v^{\frac{1}{2}})\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (12)$$

茲ニ A B C D ハ常數ニシテ種々ノ環境條件ニ依テ規定サルヘキモノナリ而テ J Y I K 等ハ何レモ圓壔函數 (Cylindrical functions) ニシテ次ノ如キ形ヲ有スル無限級數ナリ

$$J_n(x)=\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s x^{n+2s}}{2^{n+2s}s!\,\Gamma(n+s+1)} \qquad (\Gamma \text{ ハ Gamma 函數})$$

$$Y_n(x)=\frac{1}{\sin n\pi}\left\{\cos n\pi\, J_n(x)-J_{-n}(x)\right\}$$

$$I_n(x)=i^{-n}J_n(xi) \qquad i=\sqrt{-1}$$

$$K_n(x)=\cos n\pi\int_0^\infty l^{-x\cosh\varphi}\cosh n\varphi\, d\varphi$$

而シテ柱底即 $x=L$ ニ於テハ $v=\mu L$ 之ヲ b ト置キ
柱端即 $x=L_1$ ニ於テハ $v=\mu L'$ 之ヲ a ト置ク

然ル時ハ

$$b \text{ ニ於テ } \quad u=0 \quad \text{及} \quad \frac{du}{dv}=0$$

$$a \text{ ニ於テ } \quad \frac{d^2u}{dv^2}=0 \quad \text{及} \quad \frac{d}{dv}\left(v^4\frac{d^2u}{dv^2}\right)=0$$

此四條件ヲ滿足スル爲メニハ

$$A\,J_2(2\sqrt{b})+B\,Y_2(2\sqrt{b})+C\,I_2(2\sqrt{b})+D\,K_2(2\sqrt{b})=0$$

$$A\,J_3(2\sqrt{b})+B\,Y_3(2\sqrt{b})+C\,i\,I_3(2\sqrt{b})+D\,i\,K_3(2\sqrt{b})=0$$

$$A\,J_4(2\sqrt{a})+B\,Y_4(2\sqrt{a})-C\,I_4(2\sqrt{b})-D\,K_4(2\sqrt{a})=0$$

$$A\,J_3(2\sqrt{a})+B\,Y_3(2\sqrt{a})-C\,I_3(2\sqrt{b})-D\,K_3(2\sqrt{a})=0$$

四式ヨリ A B C D ヲ消去スレハ

$$\begin{vmatrix} J_2(2\sqrt{b}), & Y_2(2\sqrt{b}), & I_2(2\sqrt{b}), & K_2(2\sqrt{b}) \\ J_3(2\sqrt{b}), & Y_3(2\sqrt{b}), & i\,I_3(2\sqrt{b}), & i\,K_3(2\sqrt{b}) \\ J_4(2\sqrt{a}), & Y_4(2\sqrt{a}), & -I_4(2\sqrt{b}), & -K_4(2\sqrt{a}) \\ J_3(2\sqrt{a}), & Y_3(2\sqrt{a}), & -I_3(2\sqrt{b}), & -K_3(2\sqrt{a}) \end{vmatrix}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (13)$$

即上式ヨリaトbトノ關係ヲ求メ得レハ從ツテμ及pヲ得更ニTヲ算出シ得ヘシ而テ$2\sqrt{a}$及$2\sqrt{b}$カ極メテ小(1以下)ナルカ又ハ稍大(20以上)ナル場合ニハ此等ノ圓壔函數ハ稍簡單ナル數項ノ式ヲ以テ現ハシ得ルヲ以テaヲ假定シ是ニ相當スルbノ値ヲ求ムル事ヲ得ヘシト雖モ不幸ニモ通常實在スル構造物ノ場合ニ於テハ$2\sqrt{a}$, $2\sqrt{b}$等ハ上記範圍ノ中間ニ位スルヲ以テ完全ナル函數表ヲ有シ而モ幾多ノ試算ヲ試ムルニアラサレハ目的ヲ達スル事能ハサルヲ以テ實際上全々不可能ナリト云ハサルヘカラス

而テaカ0ナル場合ハ前節ニ解決セシ所ニシテ

$$T=0.719\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

然ルニ一方A_0 I_0 lナル圓壔體ニ於テハ

$$T=1.787\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

而シテ中空截頭錐體ハ兩者ノ中間ノ形狀ナルヲ以テ

$$T=C\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}} \qquad \cdots\cdots\cdots(14)$$

ナル形ヲ以テ週期ヲ算出シ得ヘクCノ値ハ0.719ト1.787トノ中間ニ位スヘシ斯クシテ予ハ新規ナル方法ニ依リテCノ値ヲ算出セントス

第七節　任意形狀ノ構造物ノ週期ヲ算出スル著者ノ方法

次ニ述ヘントスル方法ハ公式(4)ノ原理ニ基キ實用ヲ主眼トシテ按出セルモノニシテ軸ノ彈性曲線ノ形狀ヲ假定スル外努メテ理論的根據ヲ失ハサラン事ヲ期セリ(4)式ハ

$$p^2=\frac{\int EI\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}{\int \rho A\,u^2\,dx}$$

、ニシテA及Iカ變化スル時ハ分母子共ニ積分困難ニシテ若シA及Iカ指數曲線ヲ以テ現ハシ得ル時ハ積分容易ナルモ結果ハ極メテ複雜ナル形式ヲ有シ而モ各項ハ互ニ其ノ主部ヲ消シ合ヒ爲メニ六乃至七ノ位數ヲ算出セサルヘカラスシテ頗ル不便ナルモノナリ

今或性質形狀ノ構造物ニ於テ軸ノ彈性曲線u_1及週期T_1ヲ知レリトシ之ニ近似セル性質形狀ノ構造物ノ週期ヲT_2トスレハ(4)式ニ依リ

$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{\left(\frac{2\pi}{p_1}\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{p_2}\right)^2}}=\frac{p_2}{p_1}=\sqrt{\frac{\int E_2 I_2\left(\frac{d^2u_2}{dx^2}\right)^2dx}{\int \rho_2 A_2 u_2^2\,dx}\cdot\frac{\int \rho_1 A_1 u_1^2\,dx}{\int E_1 I_1\left(\frac{d^2u_1}{dx^2}\right)dx}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

然ルニ平均ノ原理ニ由リ$\int_0^l f(x)\,dx$ナル値ハ一般ニ$l\times$ mean value of $f(x)$ト等シキヲ以テ$\int E_1 I_1\left(\frac{d^2u_1}{dx^2}\right)^2dx$ハ$E_1\left(\frac{d^2u_1}{dx^2}\right)^2$ヲ輕重率トセル$I_1$ノ平均ニ$l$ヲ乘シタルモノト考フル事ヲ得ヘク$\int \rho_1 A_1 u_1^2\,dx$ハ$\rho_1 u_1^2$ヲ輕重率トセル$A_1$ノ平均値ニ$l$ヲ乘シタルモノト考フル事ヲ得第二柱體ニ關シテモ亦同樣ナリ

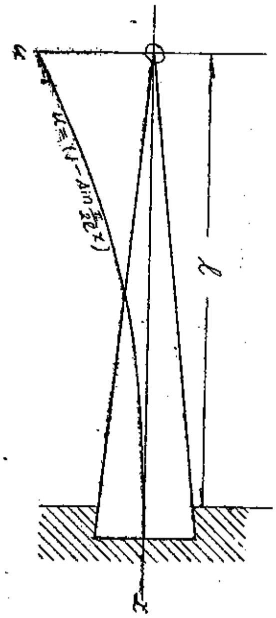
而シテ輕重率ハ近似的値ヲ以テ充分ナルノミナラス類似セル構造物ニ於テハ彈性曲線ノ形狀極メテ近似シ而モ誤差ハ分母子共同シ方向ニ生スルヲ以テ最後ノ結果ニ及ホス影響ハ微少ナリ即輕重率ニ於テハu_2ノ代リニu_1ヲ用フルモ實用上差支ナキナリ依テ上式ヲ書キ換フレハ

$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{\text{weighted mean of }A_1}{\text{〃}\quad A_2}\cdot\frac{\text{weighted mean of }I_2}{\text{〃}\quad I_1}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15')$$

而テ予ハ弾性曲線ノ形トシテさいん曲線ヲ採用セントス即

$$u=f(x)=\left(1-\sin\frac{\pi}{2l}x\right)\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(15'')$$

次ニ上記ノ原理ヲ既ニ知リ得タル圓壔及錐體ノ場合ニ適用シテ精粗ノ度ヲ問ハント欲シ圓壔ノ場合ヲ既知トシ T_1 A_1 I_1 u_1 トシ之レヨリ錐體ノ場合ノ T_2' ヲ(15)及(15′)ニ依リテ算出ス次表ニ於テ A I u 等ノ値ハ關係的ノ大サヲ現ハスモノナリ



第七圖

$\frac{\pi}{2l}x$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	Σ
u	1·00	0·826	0·658	0·500	0·357	0·234	0·134	0·060	0·015	0·000	
u^2	1·00	0·682	0·433	0·250	0·127	0·055	0·018	0·004	——	0	2·069
A	0·00	0·0123	0·0493	0·1109	0·1980	0·3091	0·4149	0·6068	0·7921	1·000	
Au^2	0·00	0·0084	0·0213	0·0278	0·0252	0·0170	0·008	0·0024	0·0002	0	0·1103

$$\text{mean } A=A_0\frac{0·1103}{2·069}=0·0534\ A_0$$

$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2$	0·000	0·0303	0·117	0·250	0·413	0·587	0·750	0·884	0·970	1·00	4·500
$100\,I\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2$	0·000	0·00	0·030	0·300	1·60	5·6	14·9	32·6	60·9	100	1·66

$$\text{mean } I=I_0\frac{1·66}{4·50}=0·368\ I_0$$

$$T_2=T_1\sqrt{\frac{\text{mean } A}{A_0}\cdot\frac{I}{\text{mean } I_0}}=1·787\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\sqrt{\frac{0·0534}{0·368}}=0·68\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

然ルニさるひぼっふ氏ノ解ニヨリ $T_2=0.719\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ナル事ヲ知レリ即圓壔ト錐トハ著シキ形狀ノ差ヲ有スルニ拘ラス式(15)ノ原理ニ依リテ計算シタル結果ハ眞價ニ比シ僅少ノ誤差ニ過キス

今之ヲ補正スル爲メニ係數[λ]ヲ用ヒ

$$\lambda\times0.68=0.719 \quad \text{or} \quad \lambda=1.056$$

然ルニ錐ノ場合ニハ $L_1=0$ 圓壔ノ場合ニハ $L_1=L$ ニシテ截頭錐體ノ場合ハ $L_1=L-l$ ナルヲ以テ夫ニ對スル補正値λハ略次ノ如カルヘシ

$$\lambda=\left(1+0.056\frac{l}{L}\right)$$

次ニ $L_1=\frac{l}{3}$ 即錐體ノ上部四分ノ一ヲ切リ取リタル形 $L_1=l$ 即錐體ノ上半部ヲ切リタル形及 $L_1=3l$ 即錐體ノ上部四分ノ三ヲ切リ取リタル形等ノ三種ニ就キ(15)ノ原理ヲ適用シテCヲ求メントス

(1)　$L_1=\frac{l}{3}$ ノ場合

$$\text{mean } A=\frac{0.325}{2.069}A_0=0.1575\,A_0 \qquad \text{mean } I=I_0\frac{2.035}{4.50}=0.452\,I_0$$

$$\therefore \quad T_3=T_1\sqrt{\frac{0.1575}{0.452}}$$

$$\therefore \quad C=1.055 \qquad \lambda=\left(1+0.056\times\frac{3}{4}\right)=1.042 \qquad \therefore \quad C=1.10$$

(2)　$L_1=l$ ノ場合

$$\therefore \quad \text{mean } A=A_0\frac{0.721}{2.069}=0.350\,A_0 \qquad \text{mean } I=I_0\frac{2.606}{4.50}=.0580\,I_0$$

$\therefore\ T_3=T_1\sqrt{\dfrac{0.350}{0.580}}$　　$\therefore\ C=1.38$　　$\lambda=1.028$　　$\therefore\ C=1.41$

(3)　$L_1=3l$ ノ場合

$\therefore$ mean $A=\dfrac{1.311}{2.069}A_0=0.635\ A_0$　　mean $I=\dfrac{3.373}{4.50}I_0=0.75I_0$

$C'=1.787\times\sqrt{\dfrac{0.635}{0.75}}=1.640,$　　$\lambda=1.014$　　$\therefore\ C=1.66$

此等算出ノCヲ$\dfrac{L_1}{L}$ヲ横距トシテ圖示スレハ第十二圖ノ如ク兩端ヲ結フ直線ヲ以テ略表ハス事ヲ得此直線ノ與フルCヲC_1トスレハ

$$C_1=0.719+1.07\frac{L_1}{L}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16')$$

次ニ一層精確ニ代表シ得ル式ヲ求ムレハ

$$\left.\begin{aligned}&C=0.719+1.07\frac{L_1}{L}+\left\{0.15-0.6\left(0.5-\frac{L_1}{L}\right)^2\right\}\\&T=C\,\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

茲ニ　l　ハ構造物ノ長サ

r_0　ハ底部ノ環動半徑

ρ　ハ材料ノ單位容積ノ質量

E　ハ材料ノ彈性率

(C及C_1ノ値ハ附圖第五ニ曲線ヲ以テ示ス)

即公式(16)ヲ以テ錐形壔形ニ類似スル凡テノ構造物ニ對スル週期ヲ容易ニ算出シ得ヘシ

長大ナル構造物ニ於テハ材料節約ノ爲メ簡單ナル錐形ヲ用キスシテ下部程次第ニ法ヲ緩ナラシムル事アリ例ヘハ佐賀關大煙突ノ如キハ略指數曲線ヲ爲ス斯ノ如キ場合ニ之ヲ錐形ト見做ス事困難ナル時ハ其上下端ヲ直線ニテ連ネタル截頭錐形ノ場合ヲ既知トシ(15)ノ原理ニ從ツテ實物ニ對スルCヲ算出スヘク其方法ハ壔體ヲ基トシテ截頭錐體ノCヲ算出シタル場合ト全ク同一ナリ然レトモ公式(16)ハ其適用ノ範圍意外ニ廣クシテ佐賀關煙突ノ如キモ是ニ由テ實用上充分ナル週期ヲ算出シ得ルハ後節ニ記述スルカ如シ

第八節　諸材料ノ彈性率(E)ニ就テ

構造物ノ振動週期ハ其材料ノ彈性率(E)ニ關係スル事頗ル大ニシテ其値ハ凡テ$\frac{\rho}{E}$ノ平方根ニ比例ス然ルニρ即材料ノ質量ハ物質ニヨリテ略一定シ供試體ニ依テ秤定シタル質量ト實際構造物ノ夫トハ著シキ差異ヲ有スル事ナシ之ニ反シテ彈率ハ其性質頗ル複雜ニシテ煉瓦、混凝土等ハ必ス非彈性的ナル永久變形ヲ伴ヒ而モ作用應力ノ强弱ニ由リテ多少其彈率ヲ異ニス鋼構ノ如キハ其材料タル鋼ハ殆ント完全ナル彈性體ナリト雖モ結合點ニ於テ完全ナル一體ヲナサス非彈性的變形ヲ伴フヲ常トス鐵筋混凝土桁ノ如キモ荷重カ或程度ヲ超ユル時ハ張力側ノ混凝土ニ毛細罅裂ヲ生スルヲ以テ必ス若干ノ永久變形ヲ殘存スヘシ

一　鐵筋混凝土構造物ノ彈性率

鐵筋混凝土ニ於テハ彈率Eハ其耐力ノ算定上必須ノ基件ナル關係上種々ノ實驗ヲ積ミ稍其眞狀ヲ明カナラシメタリ今各國ノ通規ヲ見ルニ破壞應力ノ附近ニ於テハ建築鋼彈率ノ一五分ノ一、許容應力ノ附近ニ於テハ其八分ノ一乃至一〇分ノ一ト做スモノヽ如シ之ヲ本邦ニ於ケル桁ノ實驗ニ徵スルニ東京高等工業學校ニ於テ施行セシ鐵筋混凝土桁撓度試驗ニ於テ應張側混凝土ニ罅裂ノ入ラサル如キ低キ應力ニ對シテnハ約 11.7 ナリ(土木學會誌

第四卷第四號參照)尙大正七年度東京帝國大學建築科ニ於テ施行セシ鐵筋混凝土桁ニ關スル實驗ニ於テ混凝土ノ應張力カ其抗張强$200^{lb}/_{□''}$以下ノ場合彈性率ノ平均ハ約11.0ナリ即常時振動ヲ論スル場合ニ於テハ混凝土ノ彈性率ヲ鋼ノ夫レノ十分ノ一位ト見テ大過ナカランカ若シ斷面カ對稱的ニ配置サレタル鐵筋ヲ有スル時ハ合成體ノn_1ハ大略次ノ式ヲ以テ現ハシ得ヘシ

$$n_1=\frac{n}{1+\frac{p_0}{10}}\qquad p_0=\text{鐵筋ノ百分率}$$

今n_1ヲ10 9 8トシ鐵筋混凝土一立方呎ノ重量ヲ145听トシテ$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ノ値ヲ算出スレハ

$$\left.\begin{array}{llll} n= & 10 & 9 & 8 \\ \sqrt{\frac{\rho}{E}}= & 1.0\times10^{-4} & 0.97\times10^{-4} & 0.91\times10^{-4} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

而テ大地震ニ際シ稍長キ區間カ破壞ニ近ツク場合ニ於テハ$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ノ値ヲ約二割位增大スルヲ要ス

而テ混凝土ノ彎曲率ニ對スル彈性率ハ桁ノ撓度ニ由リテ直接ニ算出スルヲ常トスルモ間接ニ振動週期ノ測定ニヨリテモ知リ得ヘシ此爲メニハ簡單ナル均一斷面ノ柱ヲ造リ一端ヲ充分ニ固定シ他端ニ加力屈撓セシメ之ヲ放チテ其振動週期ヲ觀測スルニアリ而テ初撓ノ大小ニヨリテ材料中ノ應力ノ大小ヲ加減シ得ヘク實驗頗ル容易ナリ

二　鐵筋混凝土構造物ノ振動週期算定ニ使用スヘキ慣性能率　塔狀構造物ニ於テハ彎曲率ニ由リテ生スル應張力ハ自重ヨリ來ル應壓力ト相消却スルヲ以テ實際ニ發生スル緣維應張力ハ割合少ニシテ多クノ場合其抗張强度ヲ超エサルモノナリ今試ミニ現存スル混凝土煙突ニ就キ一平方

呎當リ五〇听ノ風壓ヲ採リ實際發生スヘキ最大應張力ヲ算出スレハ大略次ノ如シ

佐賀關煙突　實際ニ發生スヘキ最大應張力＝纖維應力－直壓應力＝$250-245=+5\ ^{lbs}/_{\square''}$

日立鑛山助川煙突　實際ニ發生スヘキ最大應張力＝$312-83=+22.9\ ^{lbs}/_{\square''}$

東京醫科大學附屬病院煙突　實際ニ發生スヘキ最大應張力＝$232-89=143\ ^{lbs}/_{\square''}$

然ルニ混凝土ノ抗張力ハ普通$200\ ^{lbs}/_{\square''}$內外ニシテ彎曲ノ場合ノ纖維應張力ニ於テハ之ヨリ遙カニ大ナルヲ以テ$250\ ^{lbs}/_{\square''}$以上ヲ期待シ得ヘク震度大ニシテ其一部ニ罅裂ヲ生スル事アルモ全長ニ亘ラサルヲ以テ矢張全斷面ヲ採用スル方實狀ニ近シ只斯ノ如キ場合ニ於テハ實際ノ週期ハ算定値ヨリ二三割長大ナルヘシ試ミニ全延長ニ亘リテ混凝土ノ張力ヲ無視シ鋼ト混凝土トノ彈率比ヲ15強度ノ比ヲ30トシテ其有效慣性能率ヲ算出シ之レヲ混凝土ノ張力ヲ採算シタル場合ノ能率ニ比スルニ鐵筋比1.0乃至1.75%ニ亘リテ略$\frac{1}{4}$內外ナリ即斯ル場合柱體ノ固有週期ハ約2倍ニ延長サルヘシ而テ振動ノ實驗ノ範圍內ニ於テハ勿論罅裂ノ發生セサルモノトシテ公式(16)中ノIハ全斷面ニ對スルモノヲ使用シテ可ナリ

三　煉瓦積ノ彈性率　煉瓦ハ鋼材ト結合シテ使用サルヽ事稀ナルヲ以テ彈性率ノ必要少ナク其研究モ亦充分ナラス我國ニ於テハ煉瓦構造物ノ耐震性研究ノ必要上種々ノ研究ヲナセリ大森理學博士ハ多數ノ煉瓦積桁ニ就キ荷重ト撓度トノ關係ヨリ其彈性率ヲ測定シ次ノ如キ結果ヲ得ラレタリ

王子上燒過煉瓦(上等ノ建築用煉瓦)　$E=4.596\times10^{10}$ (C. G. S. unit)

王子下燒煉瓦(最下等ノ　同　上)　〃$=1.29\times10^{10}$ (　〃　)

之ヲ吋听單位ニ換フレハ

上燒過煉瓦　$E=644,000\ ^{lbs}/_{\square''}$

ニシテ即nハ約四六·五ナリ尚歐米ノ建築條例ニ應壓力ニ對スルnヲ規程セルモノヲ見ルニ大體二五トナセリ今(一)ノ末筆ニ述ヘタル振動週期ヨリ逆ニ算出スルノ方法ニヨリテ煉瓦積ノ彈率ヲ算定センニ

(イ) 震災豫防調査會報告第二八號記載ノ實驗

該實驗ハ大森博士ノ施行セラレシ所ニシテ長サ三尺乃至六尺ノ煉瓦柱(積ミ上ケ後六箇月位)ヲ下端ニテ充分固定シ其振動ノ週期ヲ測定セシモノナリ依テ公式

$$T=1.787\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}} \qquad \therefore \sqrt{\frac{E}{\rho}}=\frac{1.787}{T}\cdot\frac{l^2}{r}$$

ニ依リTヲ與ヘラレテ逆ニEヲ算出スレハ

柱番號	13	13'''	13''''	15	21	24	平均
E(呎听單位)	2.27×10^5	1.31×10^5	1.10×10^5	1.83×10^5	1.38×10^5	1.10×10^5	1.50×10^5

(ロ) 一九〇二年三月大森博士ノ施行セラレシ實驗、(Bulletin of the Imperial Earthquake Investigation Committee Vol. 2, No. 3)

該實驗ハ日本煉瓦會社特製小形燒過キ煉瓦ノ方形柱(製作後約百箇日ヲ經タルモノ)ノ振動ヲ測定セシモノニシテ今其週期ヨリ彈率ヲ算出スレハ

柱番號	膠泥 (Cement : lime : sand)	斷面 (cm)	長 (cm)	週期 (sec)	振幅 (cm)	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (呎听單位)	E (呎听單位)
I	1 0 0	22.5×45.5	49.5	0.26	0.65	0.79×10^4	14.8×10^5
II	1 0 1	〃	〃	0.23	0.53	0.898×〃	19.0×〃
III	1 0 2	〃	〃	0.26	0.78	0.79×〃	14.8×〃
IV	1 0 3	〃	〃	0.24	0.85	0.85×〃	17.0×〃
V	0 4 6	〃	〃	0.42−0.77		0.49−0.27×〃	5.7−1.72×〃

而テ此等ハ供試體トシテ充分入念ノ施工ニ成リシモノナレハ實際ノ構造物ニ對シテハ一層低下スル要アリ依テ大體次ノ如ク選定セントス

		粗惡ナル材料及施工	並煉瓦中等施工	上煉瓦上等施工	
彈率 lbs/□″	=	2.0×10^{6}	3.0×10^{6}	7.0×10^{6}	
一立方尺ノ重量(听)	=	115	115	115	
$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ (尺單位)	=	3.89×10^{-4}	2.75×10^{-4}	1.89×10^{-4}	……(18)

而テ實在煙突ノ彈率ヲ測定スル事ハ必スシモ困難ナラス大森理學博士ハ京都工科大學機械學教室附屬煙突ノ振動週期ヲ測定セラルヽニ當リ其上端ニ水平力ヲ加ヘテ因テ生スル撓度ヲ觀測セラレタリ(Publication of the Earthquake Investigation Committee. No. 12, p. 30)

今其結果ヨリ次ノ公式ニ由リテ彈率ヲ算出セントス

$$\frac{E\delta}{P}=\left[x\sum_{0}^{x}\frac{l-x}{I}\delta x-\sum_{0}^{x}x\frac{l-x}{I}\delta x\right]_{0}^{l}$$

茲ニ　δ＝上端ノ撓ミ　　P＝上端ニ加ヘタル水平荷重

$E, I, l,$ 等ハ從來使用セシモノト同一意義ナリ

上式右邊ノ値ヲ該烟突(附圖第11)ニ就キテ算出スレハ4,440トシテ

$$E\fallingdotseq\frac{4{,}440}{\delta}P$$

即

水平荷重	=	22 kg (48.4听)	53 kg (116.5听)	60 kg (132听)
δ	=	$2.3^{mm}=7'.6\times10^{-3}$	$3.7^{mm}=12'.25\times10^{-3}$	$4.05^{mm}=13'.4\times10^{-3}$
E (听/平方尺)	=	2.8×10^{7}	4.2×10^{7}	4.38×10^{7}
〃 (听/平方吋)	=	1.94×10^{5}	2.91×10^{5}	3.04×10^{5}

即Eハ第一實驗ノ煉瓦柱ヨリモ少シク大ナリト雖モ第二實驗ニ比スレハ著シク小ナリ而シテ應力低キ場合ニEノ小ナルハ即變形ノ過大ナルヲ示スモノニシテ是レ膠泥ニ石灰ヲ用ヒタル爲メ非彈性的變形ノ著大ナルト煤烟ト高熱ニ曝露スルヲ以テ種々ノ作用ヲ受ケ弱點罅裂等ヲ生シテ其彈性ヲ損フカ故ナルヘシ

第九節　基礎沈下ノ週期ニ及ホス影響

予ハ既ニ第一節ニ於テ構造物ノ下端固定ノ不完全ハ其振動ニ重大ナル影響ヲ與フヘシト雖モ尚理論ノ根柢ヲ覆スニ至ラサルヘキヲ述ヘタリ依テ本節ニ於テ少シク詳細ニ之テ考究シ進ンテ不均等沈下ニ因ル週期ノ變動ヲ算定スルノ方法ヲ述ヘントス

構造物カ靜止セル時ハ自重ノ爲メニ生スル基礎下面ノ壓力ハ略均等ニ分布サルヘシ今風壓又ハ振動ニ因リテ彎曲率ヲ發生スル時ハ壓力ノ分布ヲ一變シ一側ヲ增大セシメ他側ヲ輕減スヘシト雖モ通則ニ從ツテ計畫サレタル基礎ニ於テハ平均壓度ノ二倍ヲ超ユル事ナカルヘシ而テ豫メ試驗荷重ニ依リ斯ル壓力ニ耐シテ殆ント沈下ヲ生セサル程度ニ基礎ヲ築造スルニ於テハ壓力ノ不均等ニ由ル底面ノ傾斜ハ微少ナルヘク底面ノ傾斜微少ナルニ於テハ之ニ垂直ナル柱軸ノ鉛直ニ對スル傾斜モ亦輕微ニシテ下端ニ於テ方向ヲ變セステフ條件ヲ略滿足スルヲ得ヘシ然リト雖モ往時此等ノ注意充分ナラスシテ基礎ヲ單ニ平均壓力ニ抗シ得ル程度ニ築造セシモノニ於テハ其沈下モ稍著シク不均等ニシテ其振動ニ及ホス影響モ亦尠少ナラサルヘキヲ以テ次ニ其算定方法ヲ述ヘントス

第八圖ニ於テ

l＝基礎底面ヨリ上端迄ノ高サ

B＝基礎底面ノ幅員

δ＝基礎完全固定ナル場合ノ上端ノ撓ミ

u＝　同　上　x點ニ於ケル撓ミ

δ'＝基礎不均等沈下ヲナス場合ノ上端ノ撓ミ

u'＝　同　上　x點ニ於ケル撓ミ

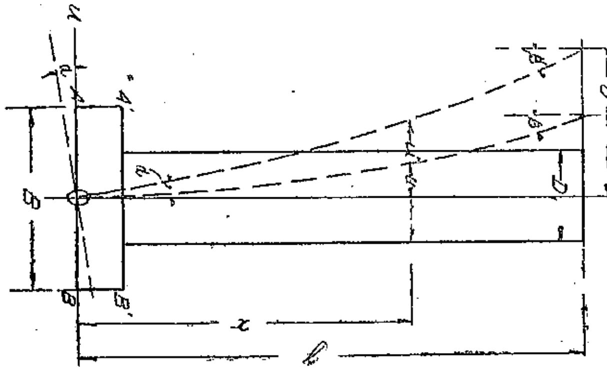
α＝基礎面ノ最大傾斜(水平ニ對スル)

β＝柱軸上端ノ鉛直ニ對スル最大傾斜(基礎傾斜セサル場合)

β'＝　同　上　(基礎傾斜スル場合)

T＝基礎完全固定ナル場合ノ週期$\left(=\frac{2\pi}{p}\right)$

T'＝基礎不均等沈下ヲナス場合ノ週期$\left(=\frac{2\pi}{p'}\right)$



第八圖

基礎完全ニシテ不等沈下ナキ時上端ニ水平荷重ヲ加ヘテ生スル軸線ノ形狀ハ

$$u=\iint\frac{M}{EI}dx,\qquad M=l-x=\text{彎曲力率}$$

壔體ニシテEI共ニ不變ナリトスレハ積分ニ由リテ

$$\left.\begin{aligned}EI\frac{du}{dx}&=lx-\frac{x^2}{2}+C\\ EIu&=\frac{lx^2}{2}-\frac{x^3}{6}+Cx+C_1\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

而シテ底面即$x=0$ニ於テ固定ナルヲ以テ$u=0,\ \frac{du}{dx}=0$ナリ此等二條件ヨリC及C_1ヲ算シ更ニ$\frac{du}{dx}$,

及uヲ求ムレハ

$$\frac{du}{dx}=\frac{x}{EI}\left(l-\frac{x}{2}\right),\qquad u=\frac{x^2}{EI}\left(\frac{l}{2}-\frac{x}{6}\right)$$

故ニ上端即　$x=l$　ニ於ケル　$\frac{du}{dx}(=\beta)$　及　$u(=\delta)$　ノ値ハ

$$\beta=\frac{1}{EI}\left(\frac{l^2}{2}\right),\qquad \delta=\frac{l^3}{3EI}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

然ルニ基礎ノ不等沈下ヲ爲ス時ハ底面ハ水平ニ對シテ傾斜スヘシ斯ル場合底面ノ眞形ハ最早平面ヲナサスシテ極メテ微少ナル曲率ヲ有スヘシ(此等ニ關シテ林工學博士ノ研究アリ九州帝國大學工科大學紀要第一冊第四號 "Etude Mathématique des Fondations sur Terrain Elastique." p. 260) 然レトモ底面ノ傾斜ニ因ル軸線ノ傾斜ヲ算定スル場合ニハ之ヲ一平面ト假定スルモ誤差ハ微少ナルヲ以テ簡單ニ兩端ABヲ結フ直線ノ水平ニ對スル傾斜ヲ採リテαトナス然ルトキハ$x=0$ニ於テ$\frac{du}{dx}$ハ0ニアラスシテ

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0}=\alpha$$

而シテ構造物ハ底面ニ於テ滑動スル事ナキヲ以テuハ矢張リ0ナリ此二條件ヲ(a)式ニ適用シテ

$$C_1=0,\qquad C=EI\alpha$$

ヲ得依テ

$$\beta'=\beta+\alpha,\qquad \delta'=\frac{1}{EI}\left(\frac{l^3}{3}+\alpha l\right)$$

$$\therefore\quad \alpha=\frac{\delta}{l}-\frac{l^2}{3EI},\qquad u'=\frac{1}{EI}\left(\frac{lx^2}{2}-\frac{x^3}{6}+\alpha x\right)$$

即基礎ノ沈下スル場合ニ於テハ柱軸ノ撓ミハ少シク大トナリ從ツテ振動ノ振幅ハ基礎固定ノ場合ヨリ大トナル故ニ週期ヲ一定トスル時ハ各分子ノ運動えねるぎーモ亦大トナル然ルニ一方位置ノ勢力ハ彈性的撓ミ同一ナルヲ以テ兩場合ニ於テ增減ナシ若シ基礎モ彈性體ニシテ其沈下ニ比例スル反力ヲ作用セシムル時ハ位置ノ勢力モ亦增大スルヲ以テ振動週期ニ對スル影響ハ之レヲ無視シタル場合ヨリ却ツテ少ナカルヘシ依テ位置ノ勢力ハ不變ナルモノトシテ考究ヲ進ムレハ

	運動ノ勢力	位置ノ勢力
基礎ニ不均等沈下ナキ場合	E_k	E_p
同　上　アル場合	E_k'	E_p

而テ週期Tハpニ逆比例スルヲ以テ公式(4)ニ依リ

$$T^2 \propto \frac{1}{p^2} = \frac{\rho A\int u^2 dx}{EI\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)dx} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

然ルニ此場合E_pニ變化ナキヲ以テ$\int\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)dx$ハ同一ナリ故ニ$T^2$ハ$\rho A\int u^2 dx$ニ比例スヘク

從ツテ

$$\left(\frac{T'}{T}\right)^2 = \frac{\int u'^2 dx}{\int u^2 dx}$$

而シテ

$$\int_0^l u^2dx=\frac{1}{E^2I^2}\int_0^l x^4\left(\frac{l}{2}-\frac{x}{6}\right)^2dx=\frac{l^7}{E^2I^2}\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{36}+\frac{1}{7.36}\right)$$

$$\int_0^l u'^2dx=\frac{1}{E^2I^2}\int_0^l\left(\frac{lx^2}{2}-\frac{x^3}{6}+ax\right)^2dx=\frac{l^7}{E^2I^2}\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{36}+\frac{1}{7.36}\right)+\frac{2al^5}{EI}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{30}\right)+\frac{a^2l^3}{3}$$

$$\therefore\quad\left(\frac{T'}{T}\right)^2=\frac{\frac{l^4}{EI}+7.0\,al^2+12.7\,a^2\,EI}{\frac{l^4}{EI}}\doteqdot\left(\frac{\frac{l^2}{\sqrt{EI}}+3.50\,a\sqrt{EI}}{\frac{l^2}{\sqrt{EI}}}\right)^2$$

$$\therefore\quad\frac{T'}{T}=1+3.50\frac{a}{l^2}EI=1+\frac{3.50'}{2}\cdot\frac{a}{\beta}\qquad\because\quad\beta=\frac{1}{EI}\cdot\frac{l^2}{2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

然ルニ柱體屈曲ニ依ッテ生スル緣維應力ノ全長ニ亘リテノ平均ヲ f トスレハ全長ヲ通シテノ緣維ノ伸(應張力側)縮(應壓力側) δl ハ $\frac{f}{E}l$ ニシテ β ハ

$$\beta=\frac{fl}{E}\cdot\frac{2}{D}$$

ナリ若シ $E=5\times10^5$, $f=25^{\text{lbs}}/\square''$, $\frac{l}{D}=10$ トスレハ

$$\beta=\frac{2\times25}{5\times10^5}\times10=\frac{1}{1{,}000}$$

次ニ f' ヲ以テ基礎底面ニ作用スル壓力ノ兩端ニ於ケル最大差ヲ現ハシ單位ヲ一平方尺當リ听トシ G ヲ以テ基礎ノ剛度即一分ヲ沈下セシムルニ要スル壓力ノ 100 倍ヲ听ニテ現ハシタルモノト定ムレハ

$$a=\frac{f'}{G}\cdot\frac{1}{B}$$

α β ヲ公式(19)ニ挿入スレハ

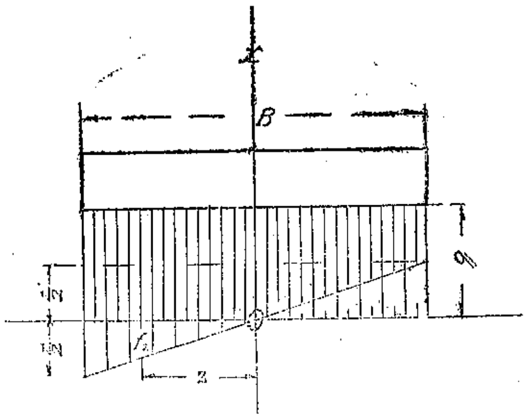
$$\frac{T'}{T}=1+0.9\frac{f'}{G}\cdot\frac{E}{f}\cdot\frac{D}{Bl}$$

即

$$\frac{\delta T}{T}=\frac{T'-T}{T}=0.9\frac{f'}{G}\cdot\frac{E}{f}\cdot\frac{D}{Bl}\quad\cdots\cdots\cdots(19')$$

而シテf'及Gハ基礎ノ状況ニ依リテ定マリ一般ニ云ヘハGノ大ナル堅硬ナル基礎ニ於テハf'モ亦之ニ應シテ大ナラシムル事ヲ得ルヲ以テf'及Gハ自然互ニ比例スル如キ傾向アリ

次ニ若シ基礎カ完全ナル彈性ヲ有シ沈下ハ直ニ位置ノ勢力ヲ生スル時ハ(α)式ノ分母モ亦増大スヘシ



第九圖

然ル時ハ

z點ニ作用スル壓力 $f_z=\frac{f'}{2}\cdot\frac{z}{\frac{B}{2}}=f'\frac{z}{B}$

z點ノ沈下 $=\alpha z$

ニシテ今基礎面ヲ方形ナリトスレハ底面カαタケ傾斜セル爲メニ生スル位置ノ勢力

$$=2\int_0^{\frac{B}{2}}Bf'\frac{z}{B}\alpha z\,dz=\frac{f'\alpha B^3}{12}$$

一方上端ニ單位水平力ノ作用シタル場合ニ底面ノ中央Oニ於テ彎曲力率ヲ採リ之ヲ零ト置ケハ

$$M=1\times l=2\int_0^{\frac{B}{2}}Bf'\frac{z}{B}z\,dz=\frac{f'B^3}{12}\qquad\therefore\ f'=\frac{12l}{B^3}$$

$$\therefore\ \alpha=\frac{f'}{G}\cdot\frac{1}{B}=\frac{12l}{GB^4}$$

今構造物ノ全重量ヲWトスレハ平均壓力qハ

$$q=\frac{W}{B^2}$$

然ル時ハ全運動系ノ位置ノ勢力ハ

$$E_p'=EI\int_0^l\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx+2\int_0^{\frac{B}{2}}Bf'\frac{z}{B}uzdz=\frac{l^3}{3EI}+\frac{12l^2}{GB^4}$$

$$\because\quad\frac{d^2u}{dx^2}=\frac{1}{EI}(l-x)\qquad\int_0^l\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx=\frac{l^3}{3E^2I^2}$$

之ヲ以テ(19′)式ニ補正ヲナセハ

$$\frac{T'}{T}=1+0.9\frac{f'}{G}\cdot\frac{E}{f}\cdot\frac{D}{Bl}\cdot\frac{\frac{l^3}{3EI}}{\frac{l^3}{3EI}+\frac{12l^2}{GB^4}}=\frac{1+0.9\frac{f'}{G}\cdot\frac{E}{f}\cdot\frac{D}{Bl}}{1+\frac{36EI}{lGB^4}}\quad\cdots\cdots\cdots(19'')$$

普通此種構造物ニ採用スル基礎ハ(一)岩盤上ニ直ニ建設スル場合(二)土質堅固ニシテ單ニ根掘ヲナシ割栗等ヲ塡充シテ搗固メ基礎トナス場合(三)地質稍軟弱ニシテ諸種ノ杭ヲ打込ミ基礎トナス場合等ニシテ(一)並ニ(三)ノ中杭カ岩盤ニ達シテ上部重量ヲ支持スル場合ニ於テハG頗ル大ニシテαハ微小ニ從ツテ週期ノ變動ハ論スルニ足ラス而テ木杭自身ノ彈性變形ハ稍著シキニ及フ事アランモ其伸縮ハ全運動系ノ位置ノ勢力ヲ增加スルヲ以テTノ變動ハ著シカラス而已ナラス其影響ヲ理論的ニ算定スル事モ亦容易ナリ(二)ノ場合ニ於テハ土質及築造ノ方法ニ依リテ其耐壓力モ種々ナルヘク沈下ヲ荷重ニ比例スルモノト假定スレハ

茲ニ c ハ基礎ノ剛度ヲ現ハスヘキ係數ニシテ實驗ニ依リテ決定セラルヘキモノナリ

$$P=cy,\quad P=荷重\,(\mathrm{kg}/\mathrm{cm}^2),\quad y=沈下\,(\mathrm{cm})$$

今 $c=20$ トスレハ一平方尺ニ一噸ノ荷重ヲ載スレハ約一厘八毛ノ沈下ヲ生スル事ヲ示シ即 G ハ約 558 ton トナル若シ $c=10$ トスレハ G ハ 279 ton ナリ（三）即杭打基礎ニシテ杭ト泥土トノ摩擦ニヨリテ重量ヲ支持スルモノニ於テハ壓力分布ノ不均等ニ依ッテ稍著シキ沈下ヲ生スヘシ然レトモ所要支持力ノ若干倍ノ試驗荷重ニ依リテ充分沈下セシメ其上ニ上部構造ヲ築造スル時ハ縦ヒ若干ノ不等沈下ヲ生スルモ其量微少ナルヘシ而テ塔狀構造物ノ基礎ハ何レノ方面ヨリ考フルモ所要壓力ノ二、三倍ノ試驗荷重ニ對シテ充分安固ナルヲ立證スルノ必要アリ尚摩擦杭ノ沈下又ハ浮キ上リハ一般ニ徐々ニ生スルモノニシテ上體ノ振動ノ如キ急運動ト歩調ヲ共ニスル事困難ナルヲ以テ振動ニ基因スル壓力ノ變動ニヨル基礎ノ沈下及浮キ上リハ更ニ一層少ナルモノナルヘシ而テ此種ノ基礎ニ對シテモ亦（二）ノ如ク G ヲ以テ其剛度ヲ表ハシ得

次ニ例ニ就キテ基礎ニ於ケル不完全固定ノ週期ニ及ホス影響ヲ算出センニ

$$l=100\text{尺}\qquad D=10\text{尺}\qquad B=20\text{尺}\qquad t=2\text{尺}$$

$$f'=1\text{噸}\qquad G=500\text{噸}\qquad E=5\times10^{6}\ \mathrm{lb}/\square''\qquad f=25\ \mathrm{lb}/\square''$$

公式(19′)ニヨリ

$$\frac{0.9f'}{G}\cdot\frac{E}{f}\cdot\frac{D}{El}=\frac{1}{5.56}\qquad\therefore\quad\frac{\delta T}{T}=\frac{1}{5.56}$$

次ニ公式(19″)ニヨリ

$$\frac{36EI}{lGB^4}=\frac{1}{17.3}\qquad\therefore\quad\frac{\delta T}{T}=\frac{1}{5.56}\left(1-\frac{1}{17.3}\right)=\frac{1}{5.92}$$

即基礎沈下ノ週期ニ對スル影響ハ頗ル顯著ナルモノニシテ沈下ノ程度大ナル場合ハ著シク週期ヲ延長セシム右例ニ於テハ最大二厘五毛ノ不等沈下ニ對シテ週期ノ延長ハ約一割八分ニシテ若

シ該沈下カ一分ニ達スルモノトスレハ週期ハ七割二分ノ増大ニシテ殆ント二倍ニ近キタリト云フヲ得ヘシ尤モ斯ク沈下ノ大ナル場合ニハ式(19)ハ最早一ノ略式ニ過キス而テ基礎彈性ノ週期ヲ短縮セシムル影響ハ餘リ重大ナラス同前ノ例ニ於テハ一割八分ノ延長ヲ約一割七分ニ減却スルニ過キス故ニ一般ニ基礎カ不等沈下ヲ爲ス時ハ週期ヲ著シク延長セシムヘシ

第十節　構造物固有週期ノ實測

既ニ第一節ニ於テ記述セシ如ク塔狀構造物ノ耐震性ヲ研究セントスルニ當リ最モ重要ナルハ其固有振動週期ニシテ實際ノ構造ニ對スル實驗觀測モ亦早クヨリ震災豫防調査會ノ事業トシテ主トシテ大森理學博士ニ依リテ施行セラレタリ而テ煙突ニ關スル最初ノ測定ハ眞野工學博士田中館理學博士ニヨリテ行ハレタル東京帝國大學舊教師館燒跡ノ煉瓦造煙突ニ關スルモノニシテ(震災豫防調査會報告第二十一號)該煙突ハ地上ノ高サ一九・六尺邊長三・五尺ノ方形壔體ヲナシ其週期ハ振幅ノ大ナルニ從ヒ幾分增大スル傾向アリテ〇・五五秒乃至〇・九九秒ニ達セリ次テ大森博士ハ明治三十三、三十四兩年ニ二箇ノ煉瓦煙突ニ就キテ其固有週期ヲ測定セラレタリ(震災豫防調査會英文報告第一二號)其一ハ京都帝國大學工科大學機械學教室附屬工場ノ煙突(附圖第二)ニシテ基礎面上ノ高サ約五一尺(地面ヨリ約五〇尺)方形ニシテ上部ニ到ルニ從ヒ漸次其邊長ト壁厚トヲ減シ大體ニ於テ當時ノ煉瓦造煙突ノ好典型トモ見做スヘキモノナリ測定週期ハ〇・九九乃至一・〇四秒ニシテ而モ此ノ變動ハ振幅ノ大小ニ關係アルニアラス(附圖第二參照)

各回最初ノ振幅	4.6 mm	7.4	8.1
振動ノ平均週期	1.01 sec	1.00	1.02

其二ハ東京帝國大學醫科大學衛生學教室附屬ノ煙突ニシテ(參照書類前例ニ同シ)高サ地面上二四

尺下部ハ三尺平方ニシテ上部ハ二・〇五尺方形ノ柱體ナリ(附圖第一參照)極メテ小ナル振幅ヨリ煙突ヲ破折セシメタル如キ大ナル變位(其大サ一九・〇糎)ニ到ル範圍ニ於テ週期ハ〇・三四秒乃至〇・三七秒ノ間ニ在ル事ヲ示セリ即振幅ニ由ル週期ノ變化ハ極メテ徴些ナル事ヲ證スルモノナリ

近年鐵筋混凝土工法ノ發達ト共ニ煙突類ノ築造ニモ大ニ利用セラレ重量少ナク彎折ニ對スル耐力大ナルニ依リ其耐震性ニ於テハ煉瓦又ハ單純混凝土造ノモノニ比シ頗ル優秀ナルモノトス

鐵筋混凝土煙突ノ振動ニシテ大森博士ノ測定研究セラレタルモノハ都合三箇ニシテ第一ハ久原鑛業會社日立鑛山助川ニ於ケル高サ一〇〇呎ノ圓柱狀煙突ニシテ外徑下端ニ於テ五・七呎上端ニ於テ四・〇呎ヲ有スルモノナリ(附圖第四)(Bulletin of the Imperial Earthquake Investigation Commitee, Vol. IX, No. 1, p. 19—) 振動ハ强風ニ由ルモノト人爲ニ週期的力ヲ加ヘ之ヲ放チテ自由ニ振動セシメタル場合ノ二種ニシテ其結果ハ次表ノ如シ

煙道ニ直角ナル方向ノ振動

强風ニ由ル自由振動		人爲ニ因ル自由振動	
振幅	週期	振幅	週期
0.95 m.m	0.81 sec	4.3	0.84
0.70	0.81	5.0	0.81
0.9	0.82	8.4 以上	0.82
平均	0.81		0.82

煙道ニ並行ナル方向ノ振動

强風ニ由ル自由振動		人爲ニ因ル自由振動	
振幅	週期	振幅	週期
1.0	0.81	3.4	0.81
0.68	0.81	2.3	0.81
0.74	0.79	5.5 以上	0.82
0.70	0.79	—	—
平均	0.81		0.81

即煙道ニ直角ナル振動ニ於テハ振幅〇・七粍乃至八・四粍ニ亘リテ週期ハ〇・八一乃至〇・八四秒ニシテ其變動ハ輕微ナリ煙道ニ並行ナル場合ニ於テモ同樣振幅ニ依ル週期變化ノ現象ハ明瞭ナラス只前場合ヨリ一帶ニ少シク短シ是レ地面ヨリ高キ所ニ於テ煙道ニ支持セラレ自由ニ振動シ得ル高サヲ縮少セルカ如キ影響ヲ生スルカ爲メナリ

次テ大森博士ハ同會社佐賀關精煉所ニ於ケル高サ五五〇呎ノ煙突ニ就キ振動ヲ測定セラレシカ(附圖第三參照)(Bulletion …… Vol. IX, No. 1, p. 3—) 折カラ三五米秒ノ颶風ニ際會シ最大振幅一八六粍(約六・一五寸)ニ到ル迄ノ週期ヲ觀測シ得タルモノニシテ其結果ヲ次ニ表示ス

煙道ニ直角ナル振動(イ)

振幅(粍)	週期(秒)
0.13	2.53
0.46	2.56
0.72	2.54
186.00	2.56
平均	2.55

煙道ニ並行ナル振動(ロ)

振幅(粍)	週期(秒)
0.24	2.58
0.47	2.52
20.0	2.55
20.0	2.54
	2.54

即振幅ニ依リテ週期ノ變動スルカ如キ現象ハ全々認ムル能ハス唯前例ト同樣煙道ニ並行セル振動ノ週期ハ直角ナルモノヨリ少シク短シ而シテ該煙突ハ堅固ナル古生代岩石上ニ立チ基礎變形ノ如キハ固ヨリ考慮スルニ及ハサルモノナリ

第三ハ東京帝國大學醫科大學附屬病院ノ鐵筋混凝土煙突高サ一〇〇呎底部外徑七・七五呎ノモノニシテ(Bulletion …… Vol. IX, No. 1, p. 25—) 五乃至六米秒ノ風力ニ因ル振動ヲ驗測セルニ其週期ハ平均〇・八五秒ナリキ

要スルニ此等實測ノ結果ニ依レハ各煙突ハ各一定ノ固有振動週期ヲ有シ振幅ノ如何ニ因ル變動

ハ極メテ微々タルモノナリ勿論振幅非常ニ大ニシテ構造物カ轉倒ノ危險ヲ感スルカ如キ場合ニハ基礎不完全固定ノ影響ハ重大ナルモノトナルヘシト雖モ通常長柱ノ性質ヲ有スル細長ナルモノニ於テハ斯ク大振動ヲ為ス以前既ニ上部ニ於テ破折スヘキナリ

次ニ煙突以外ノ塔狀構造物ノ振動ノ實例ハ我國ニ於テ未タ其例ヲ有セサルヲ以テ米國ニ於ケル興味アル一例ヲ籍リ來ラントス即ばーくれーナルかりふぉるにや大學構内ノせーざー塔(Sather Tower)ニシテ高サ二八五呎ヲ有スル鐵骨混凝土造ナリ(附圖第六)同地ハ本邦ニ劣ラサルノ地震地方ナルヲ以テ其耐震力ニ對シ周到ナル用意ヲ為セリ而シテ振動ノ驗測ハ鐵骨ノ組立ヨリ全部完成ニ到ル間數回之ヲ施行シ構造物ノ性質ノ變遷ト週期ノ變化トノ間ニ存スル微妙ナル關係ヲ指摘セルモノナリ(本驗測ハ未タ發表セラレス同大學土木科C. Derleth教授ヨリ我カ大森博士ニ報告セラレタルモノヲ博士ノ好意ニ由リ玆ニ引用スルモノナリ)該塔ノ使用鐵材ハ計五〇一噸ニシテ出來上リ總重量ハ一三、七五〇、〇〇〇听ナリ基礎ハ一部岩盤ニ據リ一部鐵筋混凝土杭ニ由リテ岩盤ニ達ス基礎ニ作用スル壓力ハ平時一平方呎當リ三噸ニシテ三〇听呎ノ風壓ヲ受クル時ハ二乃至四噸トナル驗測ノ結果ハ次表ノ如シ

驗測月日	南北方向ニ於ケル週期	東西方向ニ於ケル週期	備考
1914-3-5	0.904(秒)	1.02(秒)	鐵骨組上リ
〃-6-18	0.746	0.874	
〃-8-1	0.693	0.844	
〃-8-3	0.692	0.863	めそんりー工事中
1915-2-8	1.064	1.045	
〃-10-4	1.133	1.137	
1917-12-28	1.137	1.136	工事竣成

第十一節　煙突ノ振動週期ノ算定

曩ニ第七節ニ於テ煙突狀構造物ノ週期算定法ヲ論シ公式(16)ヲ得タリ然ルニ該公式ノ論據ハ構造物ハ中空錐體狀ヲ爲シ各斷面ノ半徑ト厚サト等一ナル割合ヲ以テ變化スルモノト倣セルニ在リ實際ノ煙突等ニ於テハ斯ク規則正シク單純ナルモノニアラスト雖モ假リニ之ヲ中空錐體狀ト見倣シテ該公式ヲ適用スルニ實用上充分ナル週期ヲ與フルヲ見タリ該公式ハ

$$T=\left[0.719+1.07\frac{L_1}{L}+\left\{0.15-0.6\left(0.5-\frac{L_1}{L}\right)^2\right\}\right]\frac{l^2}{r_0}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

ニシテ茲ニ$\frac{L_1}{L}$ハ第七節ニ於テハ直徑ニ對シテモ壁厚ニ對シテモ同一ナリト假定セリト雖モ實際構造物ニ於テハ多少ノ相異アリ依テ其何レヲ採ルヘキカト云フニ

$$T\infty\sqrt{\frac{\int\rho A\,u^2\,dx}{\int EI\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2dx}}$$

ニシテ今uヲ既定トシρ及Eヲ不變トスレハ近似的ニ

$$\frac{\rho\Sigma A\,u^2\,\delta x}{E\Sigma I\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2\delta x}\doteqdot\frac{\rho}{E}\sum\frac{Au^2}{I\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2}$$

然ルニ厚サ(t)ノ項ハA及I中ニ其一乘ヲ含ミu中ニ其-1乘$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)$中ニ$-1$乘ヲ含ムヲ以テ若シ他ノ凡テノ項カ一定ナラハ週期ニ對スルtノ影響ハ消失スヘシ而テ環動半徑rノ項ハAニ其一乘Iニ其三乘uニ其-3乘$\frac{du}{dx}$ニ-3乘ヲ含有スルヲ以テ結局右式中ニハr^{-2}ヲ含ム事トナルヲ以テ他ノ項カ一定セル場合ニ於テモ其週期ニ對スル影響ハ頗ル顯著ナルモノナリ故ニ$\frac{L_1}{L}$ハ上下端ニ

於ケル半徑ニ依テ算定スルヲ妥當ナリトス即

$$\frac{L_1}{L}=\frac{R_1}{R_0}\doteqdot\frac{r_1}{r_0}$$　（R_0 及 R_1 ハ環厚ノ中央ニ於ケル半徑）

依テ公式(16)ヲ用ヒ今日迄實際觀測ニヨリテ週期ヲ知ラレタル各種煙突ニ就キ週期(T)ヲ計算シ以テ實測値ニ對比セントス

煙突性狀表

名稱	番號	材料	膠泥	形狀	参照圖	基礎上面上ノ高サ (l)	根本ノ徑 ($2R_0$)	上端ノ徑 ($2R_1$)	根本ノ環動半徑 (r_0)
東京帝國大學舊衛生學教室煙突	I	煉瓦（並）	石灰4, 砂6	方形	一	25.0尺	1.80尺	1.35尺	0.93尺
京都大學工科大學機械學教室煙突	II	煉瓦（並）	不良ナルせめんと膠泥	同上	二	51.0	2.80	1.55	1.14
久原鑛業會社助川煙突	III	混凝土 1:2:4		圓形	三	100.0呎	5.1呎	4.0呎	1.80呎
同上 佐賀關精煉所煙突	IV	1:2:3½		同上	四	550.0	40.2	26.8	14.2
東京醫科大學病院煙突	V	1:2:4		同上		100.0	6.25	6.1	2.22

煙突週期計算表

番號	$\frac{L_1}{L}$	C 公式(16)	$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$	$\frac{l^2}{r_0}$	公式(16)ニ依ル週期	實際ノ週期	同上ニ對スル C'
I	0.75	1.66	3.0×10^{-4}	675	0.34秒	0.36秒	1.42
II	0.555	1.47	3.0×10^{-4}	2,300	1.02	1.01	1.26
III	0.783	1.68	1.0×10^{-4}	5,560	0.93	0.82	1.48
IV	0.667	1.58	0.91×10^{-4}	21,300	3.03(2.65)	2.53	1.32(1.52)
V	0.977	1.73	1.0×10^{-4}	4,510	0.81	0.85	1.89

I 及 II 何レモ煉瓦煙突ニシテ其材質ハ中等品ニシテ使用膠泥ハ良好ナラス故ニ式(18)ニヨリテ E ノ 3.0×10^5 ヨリ少シク小ニ取リ $\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ヲ 3.0×10^{-4} ト定メタリ

613

助川及大學病院ノ煙突ハ 1:2:4 鐵筋混凝土ニシテ鐵筋モ亦下端ニ於テ1.5%位(正確ニ知リ得サレト)ヲ超ヘサルヲ以テ(17)ニ依リ $\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ヲ 1.0×10^{-4} ニ採リ佐賀關ニ於テハ配合少シク優良ナルヲ以テ0.91ニ採レリ而シテ計算ノ結果ト實際ノ週期トヲ比スルニ大體一致セリ佐賀關煙突ハ附圖第三ニ示セル如ク法ノ變化稍著シク爲メニ算定値ハ實際値ニ比シ約0.5秒ノ誤差アリ今之影響ヲ補正セン爲メ公式(15′)ニ依リ

$$\frac{實際ノ週期(T_1)}{算出ノ週期(T_2)}=\sqrt{\frac{\text{Weighted mean of } A_1}{\text{〃 〃 of } A_2}\times\frac{\text{Weighted mean of } I_2}{\text{〃 〃 of } I_1}}$$

然ルニ補正ノ目的ニ對シテハ尚一層近似的ニシテ運算簡單ナルモノヲ利トスヘシ今根部ノ斷面同一ニシテ上部ノ法從ツテ容積ヲ異ニセル種々ノ錐體ヲ考フルニ其振動週期ハ容積ノ大ナルホト長クシテ其關係ハ次表ノ如シ

$\frac{L_1}{L}$ =	1 (即壔體)	0.75	0.5	0 (即錐體)
週期ノ割合=	1 :	0.93 :	0.78 :	0.4
容積ノ割合=	1 :	0.77 :	0.64 :	0.333
容積ノ平方根ノ割合=	1 :	0.88 :	0.80 :	0.58

即 $\frac{L_1}{L}$ ノ値カ0.5以上ナル場合卽容積ノ差三·六割以內ニ於テハ週期ハ略容積ノ平方根ニ比例スルモノト考ヘテ可ナリ依ツテ

$$\frac{實際ノ週期(T_1)}{公式(16)ニ由ル週期(T_2)}\doteqdot\sqrt{\frac{實際ノ容積}{錐狀形トシテノ容積}}\quad\cdots\cdots\cdots(20)$$

今(20)式ニ依リテ佐賀關煙突ノ算定週期ヲ補正センニ

截頭中空錐體トシテノ容積 = 97,500立方呎　　實際ノ煙突容積 = 73,652立方呎

∴ 訂正セル週期 $T_1'=3.03\times\sqrt{\frac{73,652}{97,500}}=2.65$ 秒

T_1 及之ニ相當スル C' ノ値ハ前表中括弧内ニ示セリ

尚前表ニ視ルニ公式(16)ノ與フル C ト實際ノ C' トヲ比スルニ最大一・七割ニ達スル誤差アリト雖モ實用上ノ必要ヨリ之ヲ見レハ微少ニシテ介意スルニ足ラス一方 E 從ッテ $\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ヲ正確ニ定ムル事ハ今日ノ場合到底不可能ナルヲ以テ之以上ノ精度ハ得テ望ムヘカラス然ルニ於テハ C ノ現式ヲ今一層簡單ニシ公式(16')ノ C_1 ヲ以テ之ニ代フルモ支障ナキカ如ク前例ニ於テハ公式(16')ノ略値ノ方却ッテ優良ナル結果ヲ與ヘタリ其原因ハ主トシテ實際構造物ノ性狀複雜ニシテ之ヲ充分ニ採算シ得サリシニ由ルカ又ハ式(15)ノ原理中ニ於テ軸ノ屈撓線ヲ單一ナルさいん曲線ナリト假定セル不精確ヨリ來リタルカ又ハ E ρ 等ノ推定不適當ナリシニ依ルカ今日ノ場合之ヲ遂究スル事困難ナリ

第十二節　塔ノ振動週期ノ算定

第十節ニ掲ケタルせーざー塔ノ週期ヲ算定セントス(附圖第六參照)該例ニ於テ上部尖塔ノ細部寸法不詳ナルヲ以テ大體圖ニ就キ之ヲ推定スレハ第七階ト同一寸法ヲ以テ $+260'$ ニ達スルモノト假定シタル場合ト其重量ニ於テ略相等シ依テ本計算ニハ角墻ニ類似セル高二六〇呎(地面上)ノ構造トシテ週期ヲ算定セントス塔下端鐵骨ノ面積及慣性能率ハ次ノ如シ

鋼柱番號	斷面	斷面積	慣性能率(呎) 南北方向	東西方向
1 4 13 16	2-Web. Pls. 21''×3/4'', 4∟s−8''×8''×1'', 2-Co. Pls. 20''×$\frac{15}{16}$	133.5□'' 0.93□'	0.70	0.149
2 3 14 15	1-Pl. 22''×3/4'', 4∟s−8''×6''×13/16''	59□'' 0.41□'	0.212	0.0504
5 8 9 12	1-Web. 24''×5/8'', 4∟s−8''×6''×5/8'', 2-Pl. 20''×3/4''	62.5 0.435	0.070	0.318
6 7 10 11	1-10'' H-71#	21. 0.146	0.018	0.0034
		4×Σ=7.68	4.00	2.12

(一)竣成後ノ週期　此際鐵骨ヲ圍繞スル混凝土ハ鐵綾材ト共同シテ完全ニ水平剪力ニ耐抗シ得ルヲ以テ鐵柱混凝土壁ヲ一體ト見做シ其慣性能率ヲ算定シ得ヘシ　$(n=10)$

$$I=(164-4)\frac{2}{3}\times\overline{16}^{2}+10\{(3.72+1.74)\,\overline{13.75}^{2}+1.64\times\overline{4}^{2}\}=37,600\ \text{ft.}^{4}$$

w(高サ一呎當リ重量)$=52,000$ lbs.

$$E=3\times10^{6}\times144\ \text{ft-lbs.}\qquad \frac{L_1}{L}=\frac{25}{32}=0.78\qquad \therefore\ C=1.68$$

$$\therefore\quad T=1.68\,l^{2}\sqrt{\frac{w}{gEI}}=1.16\ \text{sec.}$$

而テ此場合ニ於テ慣性能率ハ單ニ鐵骨ノ斷面積ニノミ由ルヲ以テ南北方向ニ於テモ東西方向ニ於テモ殆ント相等シク週期ニ影響スル所ナシ

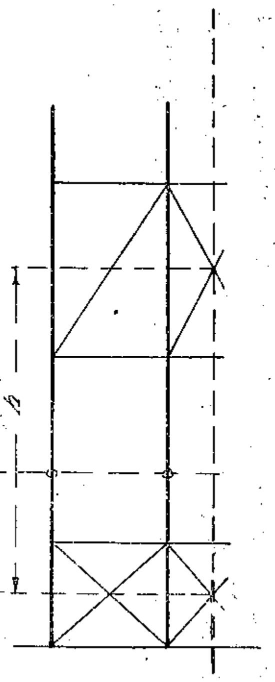
(二)鐵骨ノミノ週期　鐵骨ノミヲ組立テタル場合各柱ヲ聯結スル綾材ノ配置充分ナラスシテ凡テノ柱ハ完全ニ一體ヲ爲シテ作用スル能ハス一方綾材存在ノ爲メニ架構トシテ各柱別々ニ取扱フ事モ亦困難ナリ今試ミニ鐵柱全部一體ヲナスモノト考ヘ其固有週期ヲ算定スレハ次ノ如シ但シ此場合下端ハ地面下一〇呎ニ存スルヲ以テ塔高ヲ二七〇呎トナス

$I=10,300$(呎)^{4}　w(單位高ニ對スル重量)$=4,300$ lbs　$C=1.68$

$$\therefore\quad T=1.68\,l^{2}\sqrt{\frac{w}{gEI}}=0.71\ \text{sec.}$$

而テ此場合ハ南北及東西二方向ニ於テ殆ント差ナシ

次ニ骨組ヲ架構ト考ヘ各柱ノ虚點即柱ニ作用スル彎曲力率ノ零ナル點ノ位置ヲ求メ下端固定點ヨリ此點迄テノ長サヲ有シ上端ニ上部荷重ヲ支持スル柱體トシテ振動週期ヲ算定スレハ



第十圖

$h=17'.85 \qquad h=7'.36$

$$T=2\pi h^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{W\left(1+\frac{9}{4}\cdot\frac{R^2}{h^2}\right)}{3gEI_1}} \quad \cdots\cdots\cdots(21)$$

茲ニ

W＝全荷重

R＝臨點以上ノ部分ノ水平軸ノ周リノ擺動半徑$=63'.6$

I＝各柱ノ慣性能率ノ總和

$I_1=4.0$(呎)^4

南北ノ方向ニ於テハ

$$\therefore \quad T=2\pi 7.36^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{1{,}120{,}000\left\{1+\frac{9}{4}\left(\frac{63.6}{7.36}\right)^2\right\}}{32.2\times3\times30\times10^6\times144\times4}}\fallingdotseq1.22 \text{ sec.}$$

東西ノ方向ニ於テハ

$I_1\fallingdotseq2.12 \qquad h\fallingdotseq7'.35$

$$\therefore \quad T=1.67 \text{ sec.}$$

即架構ト假定スル時ハ週期ハ稍過大ナリ依テ二算法ノ平均ヲ採レハ

南北方向　$T=\frac{1.22+0.67}{2}=0.95$ sec.

東西方向　$T=\frac{1.67+0.67}{2}=1.17$ sec.

即各柱慣性能率ノ總和ハ南北ノ方向ニ大ナルヲ以テ週期ハ却ツテ短少ナリ此現象ハ實際ニ良ク現ハレ實測ノ結果ハ0.904秒ト1.02秒ニシテ上記算出値ヨリモ差少ナシ而テ此等ノ算出値ハ唯質的ニ現象ヲ說明スルモノニシテ量的ニ正確ナル事ハ到底企及シ得ヘカラス

(三)　一部混凝土工ヲ施行セル場合　混凝土ノ進行ニ伴ヒ數回振動ヲ實測セル事ハ前ニ記述セル所ナルモ各測定時ニ於ケル工事進捗ノ程度ヲ明カナラシムル能ハサルヲ以テ精確ナル計算ヲ試ムル能ハス唯混凝土工着手ヨリ外郭ノ積上リ迄テノ所要日數ヨリ推定スレハ一九一四年八月初日ハ略四分ノ一ノ高サニ達シタル如キヲ以テ地面上六二.五尺迄テ混凝土工ヲ竣ヘ其下部ハ鐵筋及混凝土一體ヲ爲シテ作用シ其上部鐵骨ノ骨組ノミ存在スル場合ニ就キ振動週期ヲ算定セントス此場合斷面急變シ公式(16)ヲ使用スル能ハサルヲ以テ式(15)ニ立歸リ

$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{\text{Weighted mean of } \rho A_1}{\text{〃 〃 of } \rho A_2}\cdot\frac{\text{Weighted mean of } I_2}{\text{〃 〃 of } I_1}}$$

輕重率ハAニ對シテu^2　Iニ對シテ$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2$ニシテ

$$u=\left(1-\sin\frac{\pi}{2l}x\right)$$

ヲ採用シ62.5′以下ハA　I共ニ急ニ數倍ニ增大スルヲ以テ$u\propto\frac{1}{I}$ナル原則ニ由リ下部ニ對スル變位ハ

$$u_1=u\frac{\text{平均上部ノ}I}{\text{平均下部ノ}I}$$

今T_2　A_2　I_2ヲ下端斷面ヲ有スル墻體ニ採リT_1　A_1　I_1ヲ懸案ノ塔ト做セハ

$$\text{Weighted mean of } \rho A_1 = \frac{3{,}790}{g}\ (\text{听})$$

$$\text{〃 \quad 〃 \quad of } I_1 = 748\ (\text{呎})^4$$

$$\therefore\quad T_1 = T_2\sqrt{\frac{3{,}790}{55{,}000}\cdot\frac{3{,}760}{748}} = 1.16\times 0.59 \fallingdotseq 0.685\ \text{秒}$$

即該時期ニ於ケル實際ノ週期〇・六九ニ殆ンド一致セリ然レトモ斯ノ如キ一致ハ諸種ノ誤差ノ互ニ消却セル偶然ノ結果ニシテ唯斯ル場合ニ於テモ理論的算法ノ使用シ得ヘキヲ示スニ過キス

第十三節　壔體ノ第二次振動

通常ノ高層建築、橋脚、水槽等ニ於テハ多クノ場合其固有振動週期ハ大地震ノ週期ヨリ小ナルヲ以テ單ニ主振動即第一次振動ノミヲ考究スレハ足レリ然ルニ煙突、塔、燈臺等ノ如ク其形狀著シク細長ナル構造物ニ於テハ其週期地震ヨリ却テ大ナル場合多ク(第十一節ニ實例ヲ示セシ如ク週期0.8秒以上ノモノ大多數ヲ占ム)從ッテ最弱點(振動ニヨリテ生スル緣維應力ノ最大ナル點)モ亦最下端ニ存セスシテ却ッテ中位以上ニアルヲ普通トス斯ノ如キ場合ニ構造ノ振動及應力ノ配置ハ第一次及第二次兩固有振動ノ中間狀況ニ當ルヲ以テ本節ニ於テ壔體ノ第二次振動及彎曲力率ノ配置ヲ論セントス公式(8)ニ依リ

$$y = u\cos brm^2 t$$

トスレハ軸線ノ最大屈撓ノ位置ヲ現ハスuノ現式ハ

$$\left.\begin{aligned} u &= B\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(\sin mx-\sinh mx)\} \\ ml &= 4.694\ (\text{第二次振動ニ對シ}) \\ T_2 &= \frac{2\pi l^2}{m^2 l^2 r}\sqrt{\frac{\rho}{E}} = 0.273\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(a)$$

作用彎曲率 $M=-EI\dfrac{d^2u}{dx^2}$

極大彎曲率ノ條件 $\dfrac{d}{dx}\left(EI\dfrac{d^2u}{dx^2}\right)=0$

$$\frac{du}{dx}=Bm\{(\sin ml+\sinh ml)(-\sin mx-\sinh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(\cos mx-\cosh mx)\}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2}=Bm^2\{(\sin ml+\sinh ml)(-\cos mx-\cosh mx)-(\cos ml+\cosh ml)(-\sin mx-\sinh mx)\}$$

次ニ振動ノ節(Node)即 $u=0$ ヲ求ムルニ

$$u=0 \qquad -53.7(\cos mx-\cosh mx)-54.7(\sin mx-\sinh mx)=0$$

$$\therefore \quad x=0 \quad 及 \quad x=0.774\,l$$

次ニ振動腹(Loop)即 $\dfrac{du}{dx}=0$ ナル點ヲ求ムルニ

$$\frac{du}{dx}=0 \qquad -53.7(\sin mx+\sinh mx)-54.7(\cos mx-\cosh mx)=0$$

$$\therefore \quad x=0 \quad 及 \quad 0.48\,l$$

即後者ハ腹ナリ而シテ各部ニ於ケル彎曲率ノ指數(ς_2)ハ次ノ如シ

彎曲力率 $=\varsigma_2 EI\,Bm^2 \qquad ml=4.694$

$$\varsigma_2=-(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx+\cosh mx)+(\cos ml+\cosh ml)(\sin mx+\sinh mx)$$

$x=$	0	$0.2l$	$0.3l$	$0.4l$	$0.5l$	$0.6l$	$0.7l$	$0.774l$	$0.8l$	$0.9l$	l
$\varsigma_2=$	-52.9	-20.5	$+34.0$	$+59.7$	$+77.0$	$+73.0$	$+53.0$	$+38.0$	$+32.0$	—	—

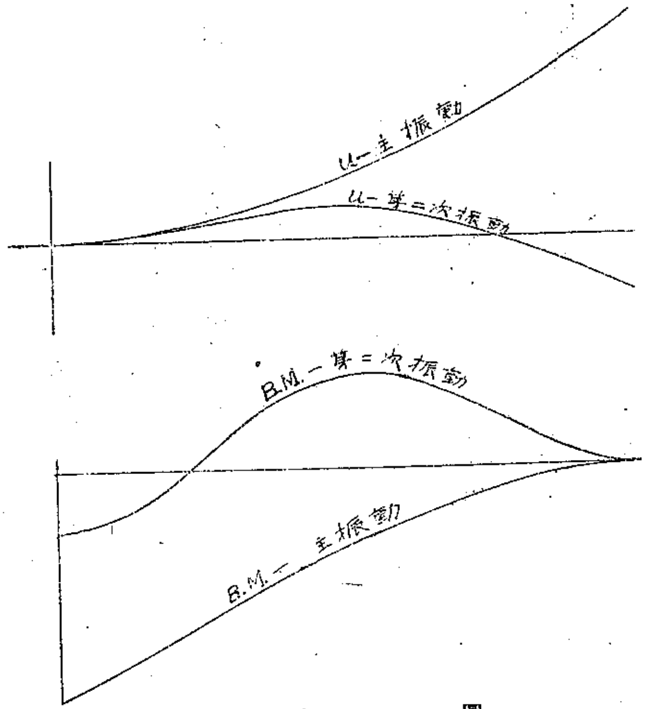
然ルニ一方主振動ニ對スル彎曲率ノ指數(ς_1)ハ

彎曲率＝$\varsigma_1 EIBm^2$　　$ml=1.875$

ς_1ノ形ハς_2ト同一

$x=$	0	$0.1l$	$0.25l$	$0.4l$	$0.5l$	$0.6l$	$0.8l$	l
$\varsigma_1=$	-8.28	-7.13	-5.81	-3.81	-2.68	-1.21	-0.53	0

即此等彎曲力率ノ分布ヲ見ルニ主振動ニ於テハ下端ニ於テ負ノ最大値(極大ニアラス)ヲ有シ之レヨリ上ルニ從ヒ次第ニ其絕對値ヲ減少シ遂ニ其自由端ニ到リテ零トナリ茲ニ極大ニ達ス(即自由端ノ條件$\frac{d}{dx}EI\frac{d^2u}{dx^2}=0$、ヲ滿足ス)然ルニ第二振動ニ於テハ彎曲力率ハ下端ニテ負ノ最大値ヲ有シ上ルニ從ヒ次第ニ其絕對値ヲ減少シ$x=0.23l$位ニ於テ零トナリ之レヨリ以上ハ正ノ値ヲ有シ漸次增大シテ$x=0.57l$附近ニ於テ正ノ極大トナリ次テ次第ニ減少シ自由端ニ到リテ零トナリ同時ニ極小ニ達スルナリ



第十一圖

第十四節　地震ニ强制サルヽ振動

上來論シ來リシ所ハ下端固定柱ノ固有振動ニシテ柱體ハ特有ノ週期ヲ以テ振動スヘシト雖モ若シ地震ニ際シ地盤即チ柱ノ固定點カ任意ノ週期ヲ以テ振動スル時ハ上部柱體ハ一種ノ强迫振動

(Forced oscillation) ヲ起スヘシ此場合ノ運動ハ其理論的解決頗ル困難ニシテ地盤ノ運動其繼續期間內外ノ摩擦抵抗及地震ト柱體トノ週期ノ關係等ニ由リテ異ナリ假令地盤ノ運動ヲ單一振動ニシテ週期及ヒ振幅共ニ不變ナリト假定スルモ柱各部ノ運動ハ一般ニ地震ノ繼續ト共ニ次第ニ增大シテアル程度ニ到リテ止マルヘシ若シ柱ノ固有週期ト同一週期ノ地震カ長時間繼續スルニ於テハ振幅ハ非常ニ增大シ如何ナル構造物モ遂ニ破壞セサルハサルヘシ而テ柱ノ强迫震動ハ構造物耐震性ノ研究ニ於テ最モ重要ナル部分ニシテ早クヨリ諸家ノ考究スル所ナリシト雖モ未タ合理的解決ニ到達スル能ハサリキ(震災豫防調査會報告第八十三號佐野工學博士報告書甲第一三一頁以下參照)

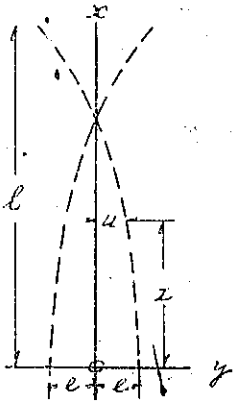
然ルニ地動カ單一ナル振動ヲ爲ス場合柱ノ極限的振動狀態ヲ究ムル事ハ必スシモ困難ナラス依テ以テ地震ニ際シテ構造物ニ生スル彎曲力率ノ分布等ヲ決定シ得ヘキヲ以テ以下ニ其解法ヲ記述セントス

先ツ壔體振動ノ微分方程式即式(8')ヲ取リ之ヲ解ケハ

$$y=\{A(\cos mx+\cosh mx)+B(\cos mx-\cosh mx)+C(\sin mx+\sinh mx)+D(\sin mx-\sinh mx)\}(A_1\cos b\kappa m^2t+B_1\sin b\kappa m^2t)$$

然ルニ地盤ノ運動ヲ $e\sin\frac{2\pi}{T}t$ (玆ニ e ハ地震振幅ノ二分ノ一 T ハ其週期)ト假定スレハ

$$b\kappa m^2=\frac{2\pi}{T},\qquad A_1=0$$



第二十圖

ナル事ヲ要スルヲ以テ m ハ玆ニ決定サルヘシ次ニ A B C D 等ハ時刻 t ノ函數ヲ含ムヘキモ今柱軸ノ形式ヲ知ランカ爲メ此等ヲ常數ト見做セハ次ノ如キ環境條件ヲ滿足セサルヘカラス(第十二圖參照)

$$x=0 \quad ニ於テ \quad y=e\sin\frac{2\pi}{T}t, \quad 及 \quad \frac{dy}{dx}=0$$

$$x=l \quad ニ於テ \quad \frac{d^2y}{dx^2}=0 \quad 及 \quad \frac{d^3y}{dx^3}=0$$

此等ノ條件ニ依リA B C Dヲ定メン

$$\frac{dy}{dx}=0 \quad at \quad x=0 \quad ニヨリ \quad C=0$$

$$y=0 \quad at \quad x=0 \quad ニヨリ \quad y_{x=0}=2A\sin bkm^2t=e\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\therefore \quad A=\frac{e}{2}, \qquad bkm^2=\frac{2\pi}{T}$$

此等ヲ入レテ $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ 及 $\dfrac{d^3y}{dx^3}$ ヲ求ムレハ

$$\frac{d^2y}{dx^2}=m^2\left\{\frac{e}{2}(-\cos mx+\cosh mx)+B(-\cos mx-\cosh mx)-D(\sin mx+\sinh mx)\right\}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\frac{d^3y}{dx^3}=m^3\left\{\frac{e}{2}(\sin mx+\sinh mx)+B(\sin mx-\sinh mx)-D(\cos mx+\cosh mx)\right\}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$at \quad x=l, \quad \frac{d^2y}{dx^2}=0, \quad \frac{d^3y}{dx^3}=0$$

ニ依リB及Dヲ定ムレハ

$$B=-\frac{e}{2}\cdot\frac{\sin ml\sinh ml}{1+\cos ml\cosh ml}, \qquad D=\frac{e}{2}\cdot\frac{\cos ml\sinh ml+\sin ml\cosh ml}{1+\cos ml\cosh ml}$$

由テ柱軸ノ運動ハ

$$y=\frac{e}{2}\left\{(\cos mx+\cosh mx)+\frac{1}{1+\cos ml\cosh ml}\Big[\sin ml\sinh ml\,(\cosh mx-\cos mx)\right.$$
$$\left.-(\cos ml\sinh ml+\sin ml\cosh ml)\,(\sinh mx-\sin mx)\Big]\right\}=u\sin\frac{2\pi}{T}t\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots(22)$$

而テ上式ハTカ固有週期ト相等シキ時ハ(第四節參照)

$$1+\cos ml\cosh ml=0$$

ナルヲ以テyハ無限大トナリ斯ル場合ニ於テ振幅ハ非常ニ增大シ得ヘキ事ヲ示スモノナリ
而テx點ノ最大彎曲力率Mハ$\sin\frac{2\pi}{T}t=1$ナル場合ニシテ

$$M=-EI\frac{d^2y}{dx^2}=-EI\frac{e}{2}m^2\left\{(\cosh mx-\cos mx)+\frac{1}{1+\cos ml\cosh ml}\Big[(\sin ml\sinh ml)\,(\cos mx+\cosh mx)\right.$$
$$\left.-(\cos ml\sinh ml+\sin ml\cosh ml)\,(\sin mx+\sinh mx)\Big]\right\}\cdots\ \cdots\ \cdots(22')$$

依テ柱主振動ノ固有週期(T')カ

$$T'=1.2\,T,\qquad T'=1.5\,T,\qquad T'=2.0\,T$$

ナル三場合ニ對シ柱軸ノ形狀並ニ其彎曲力率ノ配置ヲ算出スレハ次表ノ如シ

$T'=1.2\,T$	$\frac{x}{l}=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	$\frac{u}{e}=$	1.00	0.979	0.914	0.797	0.626	0.404	0.149	−0.14	−0.45	−0.78	−1.02
	$M\,\infty$	−0.95	−1.23	−1.39	−1.40	−1.29	−1.08	−0.84	−0.55	−0.28	−0.12	0
	$\frac{M}{M_0}=$	−0.226	−0.293	−0.332	−0.334	−0.308	−0.257	−0.20	−0.131	−0.067	−0.029	0

$T'=1.5\,T$

$\frac{x}{l}=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\frac{u}{e}=$	1.00	0.993	0.954	0.864	0.702	0.494	0.245	0.035	−0.32	−0.625	−0.605
$M\ \infty$	−0.15	−0.69	−1.02	−1.18	−1.17	−0.93	−0.78	−0.53	−0.25	−0.03	0
$\frac{M}{M_0}=$	−0.029	−0.132	−0.194	−0.225	−0.223	−0.177	−0.149	−0.101	−0.048	−0.006	0

$T'=2.0\,T$

$\frac{x}{l}=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\frac{u}{e}=$	1.00	1.02	1.965	0.772	0.485	0.05	−0.475	−1.295	−2.25	−3.40	−4.45
$M\ \infty$	+0.92	−0.13	−0.78	−1.16	−1.40	−1.30	−1.0	−0.8	−0.4	−0.15	0
$\frac{M}{M_0}=$	+0.131	−0.019	−0.105	−0.166	−0.20	−0.186	−0.143	−0.114	−0.057	−0.021	0

茲ニM_0ハ柱ノ各部ニ$e\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ナル等布水平加速度ノ作用スル場合各點ニ發生スル彎曲力率ナリ而テ上表ノ結果ヲ圖示スレハ附圖第七ノ如シ從來構造物ノ耐震力ヲ論スルニ當リテ其ノ何レノ部分ニ對シテモ等シク地動ノ加速度カ作用ストノ原理ニ據リ即M_0ヲ用ヒタリ然ルニ震動カ若干時間繼續セル場合理論的計算ニ由レハ上部程大ナル加速度ヲ使用セサルヘカラス今アル斷面ニ於テ理論的ニ算定シタルト同一ノ力率ヲ發生スル爲メニ其上部ニ作用スヘキ平均加速度ト地震ノ加速度トノ比ヲ求ムレハ(但シ$T'=T$ナル場合ニ根本ニ働クB. M.ハ上體全部ニ均一ナル地震加速度ノ作用スル場合ト同一ナリト假定セリ)

$\frac{x}{l}=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$T'=T=$	1.00	1.065	1.19	1.28	1.28	1.30	1.38	1.44	1.60	2.2	—

$T'=1.2T$	0.22	0.36	0.53	0.68	0.86	1.05	1.25	1.47	1.85	2.50	—
$T'=1.5T$	0.06	0.16	0.32	0.46	0.62	0.75	0.90	1.22	1.43	1.80	—
$T'=2.0T$	−0.12	+0.02	0.16	0.34	0.56	0.78	0.98	1.26	1.60	2.10	—

即上方程大ナル加速度ヲ採用セサルヘカラスシテ其增大ノ割合ハT'カ大ナル程愈々急ナリ是レ上部ハ從來ノ考ヘ方ニ比シ遙カニ危險ナル狀態ニ存スルヲ明示スルモノト云ハサルヘカラス

上述ノ研究ハ構造物ヲ壔體トシテ立論セルモノニシテ錐體又ハ之ニ類似ノ形狀ニ於テハ如何ト云フニ今錐體ノ固有主振動ノ場合ヲ考ヘ第五節ニ於ケルuノ現式ヲ採リ

$v=8.72$ ニ於テ　$\dfrac{d\varphi}{dv}=19.024,\quad \dfrac{d\psi}{dv}=0.099534$

$$\therefore\quad u=C\left(0.09953\frac{d^2\varphi}{dv^2}+19.024\frac{d^2\psi}{dv^2}\right)\qquad \text{茲ニ}\quad v=xp\sqrt{\frac{\rho A_0}{EI_0}}$$

然ルニ

$$\text{彎曲力率}\quad (M)=v^4\frac{d^4u}{dv^4}=C_1x^4\left(0.09953\frac{d^4\varphi}{dv^4}+19.024\frac{d^4\psi}{dv^4}\right)$$

$$\therefore\quad M\propto x^4\zeta'\propto v^4\zeta'\qquad \text{茲ニ}\quad \zeta'=\left(0.09953\frac{d^4\varphi}{dv^4}+19.024\frac{d^4\psi}{dv^4}\right)$$

尚各斷面ノ最大纖維應力fハ纖維ノ半徑ヲηトスレハ

$$f=\frac{M}{I}\eta\qquad \text{然ルニ}\quad \eta\propto x,\quad I\propto x^4\quad \text{ナルヲ以テ}$$

$$f\propto C_1\frac{x^4}{x^4}x\left(0.09953\frac{d^4\varphi}{dv^4}+19.024\frac{d^4\psi}{dv^4}\right)=C_1x\zeta'\propto v\zeta'$$

此等ノ式ニ依リ$\dfrac{x}{l}$ノ種々ノ値ニ對スル彎曲力率指數$v^4\zeta'$及最大纖維應力指數$v\zeta'$ヲ計算スレハ次表ノ如シ

上端ヨリ x	v	$\frac{d^4\varphi}{dv^4}$	$\frac{d^4\psi}{dv^4}$	s'	彎曲力率係數 v^4s'	$\frac{M}{M_0}$	應力係數 vs'
0.23 l	2	0.06136	0.02752	0.530	8.50	0.0125	1.060
0.46 l	4	0.0885	0.01757	0.344	88.0	0.130	1.376
0.69 l	6	0.12534	0.01070	0.2165	280.0	0.412	1.299
0.92 l	8	0.1749	0.00709	0.1414	580.0	0.852	1.131
1.0 l	8.72	0.223	0.00504	0.1180	680.0	0.100	

表中M_0ハ從來ノ考ヘ方ニ依ル力率ヲ下端ニ於ケルモノヲ單位トシテ表ハセルモノニシテ$\left(\frac{x}{l}\right)^4$ニ比例ス即錐體ノ場合ニ於テハ上部ハ地動ノ加速度ノ數倍ヲ用ヒサルヘカラス而已ナラス纎維應力ノ最大ナル點(即最弱點)ハ壔ノ場合ノ如ク其下端ニ在ラスシテ殆ント$\frac{1}{2}$ノ高サノ附近ニ存ス而シテ實際ノ構造ハ壔體ト錐體トノ中間ニ位スルヲ以テ上部加速度ノ增大モ亦此兩場合ノ中間ニ存在スヘク上部ハ從來ノ所說ヨリモ著シク危險ナルモノナルヲ知ルヘシ然レトモ茲ニ注意スヘキハ上述ノ現象ハ地震カ稍長キ期間繼續シタル場合ニシテ若シTカT'ヨリ小ナラサル場合地動カ極メテ急激ニ起リ一擧シテ構造物ヲ破碎スルカ如キ場合ニ於テハ從來ノ方法タル均等加速度ヲ全體ニ作用セシムルヲ合理的ナリト信ス唯構造物耐震力ノ完全ヲ期セン爲メニハ繼續的振動ノ影響ヲモ參酌スルヲ要スル次第ニシテ今以上ノ理論ヨリ假リニ各部ノ耐震力ヲ算定スルニ適當ナル水平加速度ヲ推定スレハ

x斷面ヨリ上部ニ對スル平均加速度 (a_x)

TカT'ヨリ大ナル場合
T'カTノ變動ノ範圍內ニ存スル場合

$$a_x=a\left\{1+\left(2+2\frac{D_0-D}{D_0}\right)\frac{x^3}{l^3}\right\}\cdots\cdots\cdots\text{i}$$

TカT'ヨリ小ナル場合

$$a_x=a\left\{0.5+\left(2.5+2\frac{D_0-D}{D_0}\right)\frac{x^3}{l^3}\right\}\cdots\text{ii}\qquad\cdots\cdots\cdots(23)$$

若シ震度ヲ求メントセハαニ代ルニ震度k及ヒk_xヲ挿入スレハ可ナリ

茲ニαハ地震ノ加速度即該地點ニ於テ豫期セサルヘカラサル最大加速度、D_0ハ柱體根本ノ徑(又ハ邊長)Dハ柱體上端ノ徑Tハ地震ノ週期T'ハ柱體主振動ノ週期ナリ

例ヘハ一地方ニ於テ破壞的地震ノ週期カ0.8乃至1.5秒ニシテ固有週期(T')カ0.8乃至1.5秒ヨリ小ナル時ハi式ニ據リT'カ1.5秒ヨリ大ナル時ハii式ヲ用フヘシ勿論此等ノ値ハ工學上簡單ヲ尊フト今日ノ場合問題ヲ一層精確ニ取扱フ事ノ不可能ナルト且ツ實用上左程ノ精確ヲ必要トセサル等ニ依リ便宜按出セルモノニシテ他日本問題研究ノ進歩ヲ俟ツテ改良セン事ヲ期スルモノナリ(式(23)ノ與フルα_xノ値ハ附圖第八ニ表示セリ)

猶上來述フル所ニ依リ構造物ノ耐震的弱點ハ決シテ一點ニ局在セス稍廣キ區間ニ亘ルモノナルヲ知ル即上方ニ細リタル柱體ニ於テハ地震週期カ固有週期ニ等シキ場合ニ於テモ最弱點ハ下端ヨリ4割位ノ高サノ範圍内ニ存シ固有週期長大ナル時ハ半以上ノ上部ニ於テ最弱點ヲ有シ其位置ハ週期大ナル程愈々上方ニ移ル傾向アリ

第十五節　風壓ト地震トノ比較

次ニ構造物ニ對スル風力ト地震トノ作用ヲ比較スルニ風壓ノ作用スル墻體ニ於テハ上端ヨリy下方ノ斷面ニ作用スル彎曲力率Mハ

$$M=pD\frac{y^2}{2}$$

茲ニ　p＝風壓 听/平方尺　D＝墻ノ外徑(尺)

ニシテ即彎曲力率ハ高サyノ二乘ニ比例スルヲ以テ墻ニ均一ナル水平加速度ノ作用スル場合ト

其分布ニ於テ同樣ナリ故ニ耐震力ノ算定ニシテ從來ノ原理ニ據ルトセンカ充分大ナル風壓(全體ニ均等ナル)ニ對シテ構造物ノ安全ヲ算證スルニ於テハ特ニ地震ニ對スル考慮ヲ必要トセサル次第ナルモ上來論述セシ如ク地震ニ際シテ働ク水平加速度ハ上方程大ナルヲ以テ均一風壓ニ對シテ安全ナル者必シモ耐震的危險ナシト云フ能ハス今壔體ノアル斷面カ其上部ニ働ク p 听/口′ ノ風壓ニ對シテ安全ナル時ニ幾何ノ震度ニ耐ヘ得ヘキヤヲ算定スレハ

風壓ニ對スル彎曲力率 $= pD\frac{y^2}{2}$

震度 k ニ依ル彎曲力率 $= \pi(D-t)\,t\,y\,wk\frac{y}{2} = kw\pi\left(1-\frac{t}{D}\right)tD\frac{y^2}{2}$

茲ニ　t = 壁ノ厚サ　　w = 一立尺ノ重量

即 p ハ $kw\pi\left(1-\frac{t}{D}\right)t$ ニ相等スルヲ以テ t D 及材料ノ單位容積ノ重量(w)ヲ知レハ p ニ相等スル k 又ハ k ト等値ナル p ノ値ヲ知ルコトヲ得ヘシ尚破壞的地震ハ稀有ニシテ其作用亦瞬間的ナルヲ以テ材料ノ許容強度ハ通常風壓ニ對シテ使用スルモノ二倍(但シ破壞強度ノ二分ノ一以下)ヲ採用スルモ危險ナラスト考ヘ

第三十圖

且ツ煉瓦工ニ於テ w ヲ一二〇听混凝土又ハ石積ニ對シ w ヲ一四五听トスレハ與ヘラレタル $\left(1-\frac{t}{D}\right)t$ ノ値ニ對シ k ト等値ナル風壓 p ハ附圖第九ニ示スカ如シ

右圖表ニ依レハ $D=10'$, $t=2'$ ノ煉瓦積煙突ニ於テ震度 0.25 (即加速度 2,450 粍)ニ耐ヘシメントセハ約八七听呎ノ風壓ニ對シテ安全ナル樣斷面ヲ定メサルヘカラス即地震ノ作用ハ頗ル强大ニシテ四〇乃至五〇听ノ風壓ニ由テ設計セル煙突ノ有スヘキ耐震力ハ一般ニ貧弱ナルモノニシテ寧ロ

耐震力ニ對スル計算ヲ主トシ風壓ニ對スル計算ハ却テ從ト做スヲ妥當ナリトス

第十六節　構造物耐震强ノ算定法

予ハ既ニ第十四節ニ於テ細長ナル構造物ノ各部ニ對シ採算スヘキ水平加速度ノ値ヲ推定シタリキ依テ實際ノ設計ニ際シテハ先ツ建設地點ニ豫期セサルヘカラサル地動ノ最大加速度又ハ震度(公式(23)ニ於ケルα又ハk)ヲ推定シ公式(23)ニ依リテ各斷面ノ安定ニ參酌スヘキ水平加速度α_x又ハk_xヲ求メ作用彎曲率ヲ算定シ得ヘク而シテ後幾何ノ風壓ニ耐エ得ヘキカハ前節ニ依リ附圖第九ノ圖表ニ由リテ直ニ之ヲ知リ得ヘシ今耐震力ノ算定ヲ容易ナラシメンカ爲メ普通使用サルヽ各種形狀ニ就キ其耐抗シ得ヘキ最大水平加速度又ハ震度ヲ與フル公式ヲ求メントス

y = 懸案斷面以上ノ高サ(尺)

y' = 同上　ヨリ錐ノ頂點迄ノ高サ(尺)

h = 同上　以上ノ部分ノ重心點ノ高サ(尺)

D = 同上　ニ於ケル外徑又ハ邊長(尺

t = 同上　ニ於ケル壁ノ厚サ(尺)

I = 同上　斷面ノ慣性能率(尺^4)

R = 同上　壁厚中央ノ半徑(尺)

A = 同上　斷面積(尺^2)

w = 材料一平方尺ノ重量(斤)

W = 懸案斷面以上ノ總重量(斤)

f_t = 材料ノ應張强度＋上部重量ニ依ル應壓力(一平方尺當斤)

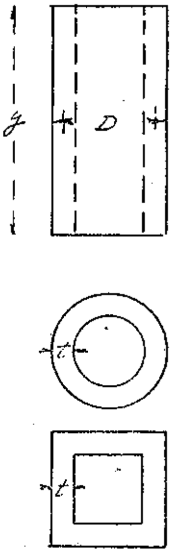
f＝材料ノ應張强度＋上部重量ニ依ル應壓力（一平方吋當リ）

α＝耐抗シ得ヘキ最大水平加速度

k＝同　上　最大震度＝$\dfrac{\alpha}{g}$

a, b, c ハ係數

(1) 中空墻體



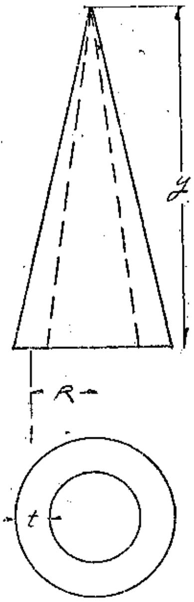
第十四圖

$$I=cAR^2,\qquad W=wAy,\qquad h=\frac{y}{2}$$

$$\alpha=\frac{2cgf_1}{w}\cdot\frac{R}{y^2},\qquad k=\frac{2cf_1}{w}\cdot\frac{R}{y^2}$$

方形及圓形ハ何レモ上式ヲ用ヒテ可ナリ

(2) 中空錐體



第十五圖

$$R=ay,\qquad t=by,\qquad I=cAa^2y^2$$

$$W=w\frac{Ay}{3},\qquad h=\frac{y}{4},\qquad \alpha=\frac{12\,cagf_1}{w}\cdot\frac{1}{y}$$

$$k=\frac{12\,caf_1}{w}\cdot\frac{1}{y}$$

方形及圓形共ニ上式ヲ用ヒテ可ナリ

(3) 中空截頭錐體

L'＝上端ヨリ錐ノ頂點迄ノ高サ　$\dfrac{L'}{y'}=z$

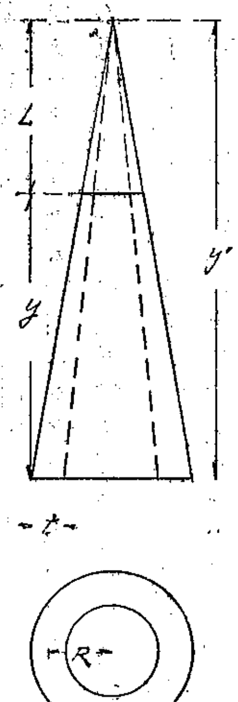
$$R=ay',\qquad t=by',\qquad I=c'Aa^2y'^2$$

$$W=w\frac{Ay'}{3}(1-z^3),\qquad h=\frac{y'}{4}\cdot\frac{1-(4-3z)z^3}{1-z^3}$$

$$a=\frac{12\,acgf_1}{w}\cdot\frac{1}{y'\{1-(4-3z)z^3\}}$$

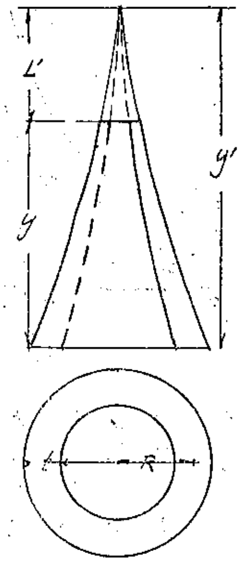
$$k=\frac{12\,acf_1}{w}\cdot\frac{1}{y'\{1-(4-3z)z^3\}}$$

方形圓形共ニ上式ヲ用ヒテ可ナリ



第十六圖

(4) 中空拋物線錐體



第十七圖

$$R=ay'^2,\quad t=by'^2,\quad A=c_1bay'^4,\quad I=cAa^2y'^4$$

$$W=wc_1ab\,\frac{(y'^5-L'^5)}{5},\quad h=y\left(1-\frac{5}{6}\cdot\frac{1-z^6}{1-z^5}\right)$$

$$a=\frac{30\,cagf_1}{w}\cdot\frac{1}{1-6z^5+5z^6},\quad k=\frac{30\,caf_1}{w}\cdot\frac{1}{1-6z^5+5z^6}$$

更ニ算定ノ手數ヲ省カンカ爲メ a w f y 等ニ對シ k ノ値ヲ算出シ其關係ヲ圖表ニ表ハセハ附圖第十乃至第十二ニ示セル如シ今此等ノ使用法ヲ例ニ就キテ說明センニ

(1) 中空壔體ノ場合(附圖第十)

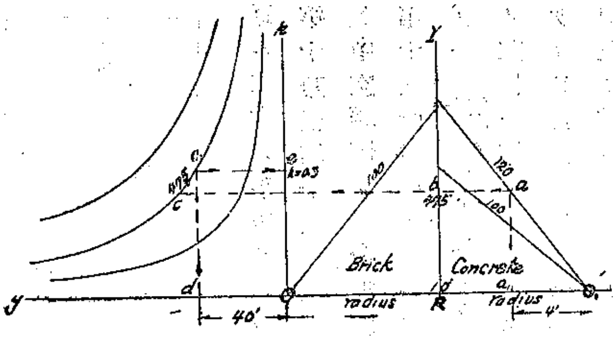
第十八圖ニ於テ OR 及 O_1R 軸上ニ R_1 ノ値0ヨリ10迄ヲ目盛リ RY 軸上ニ $\frac{2cf}{w}\times10$ ヲ取ル茲ニ f ハ $\frac{f'}{144}$ ナリ而シテ RY ニ於テ $f'=30, 40, \ldots\ldots$ &c. 等ノ點ト O_1 又ハ O トヲ結フ放射線ヲ引ク(RY ノ左側ハ煉瓦積ニ對スルモノニシテ右側ハ混凝土又ハ石積ニ對スルモノナリ)次ニ Oy 軸上ニ高サ y ヲ目盛リ之ヲ横軸トシテ $\frac{n}{y^2}$ ($n=100$ 乃至 1,000) ナル雙曲線ノ群ヲ畫ク然ル時ハ n ナル雙曲線上ノ點ニ於テハ横坐標ノ二乘ト縦坐標トノ積ハ常ニ n ナルヲ示ス故ニ

縦距$(c_1d=oe)=\frac{n}{y^2}$

然ルニRY軸上ノbノ讀數ハ$\frac{2cf}{w}r$ヲ示スヲ以テ之ト等シキn曲線ニ於テy^2ニ相等スル縦距(oe)ヲ求ムレハ

$$oe=\frac{2cf}{w}\cdot\frac{r}{y^2}=k$$

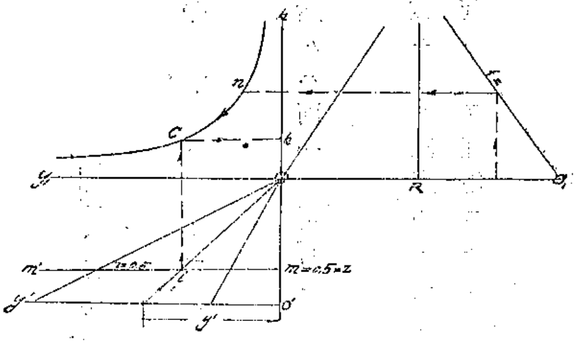
ナリ今高サ40尺徑四尺ノ混凝土柱ニ於テ$f=120$ニ取リkヲ求ムルニO_1R軸上ノ$R=4'$ナル點a_1ヨリ縦線ヲ進ミ$f=120$ナル斜線トaニ於テ會シ之レヨリ横線ニ添ヒRY軸トbニ於テ交ハリbノ讀ミ475ヲ得ル時ハ別ニOy軸上ニ40尺ナル點dヲ取リ之レヨリ縦線ヲ上リ$n=475$ナル雙曲線トc_1ニ交ハル時ハc_1ノ縦距即$oe=0.3$ハ求ムル所ノ震度ナリ



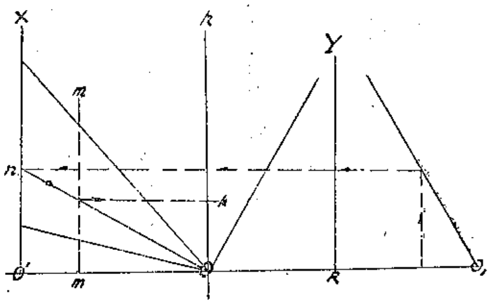
第十八圖

(2) 中空截頭錐體ノ場合(附圖第十一)

第十九圖ニ於テOR, O_1R上ニ縦勾配即aノ値ヲ目盛リ、RY上ニ$\frac{12acf}{w}$ヲ取ルOy_1軸ハ頂點迄ノ眞ノ高サニアラスシテ$\frac{y'}{1-(4-3z)z^3}=y_1$ヲ現ハシ雙曲線ハ$\frac{n}{y_1}$ヲ示ス而シテ左側下部ハ$y'$ト$z$ヲ與ラレテ$y_1$ヲ求ムル圖ニシテ$O'O$上ニ$z$ノ値ヲ目盛リ$O'y'$軸ニハ頂點迄ノ高$y'$ヲ盛リ其各點ト$O$原點トヲ結フ放射線ヲ畫ク更ニ$z=0.1$ヨリ0.9迄ノ$1-(4-3z)z^3$ノ値ニ相當スル$O'O$軸ノ諸點ヲ過キ横線ヲ引キ放射線ト交ハラシム然ル時ハ放射線カm横線トノ交點ノ横距miハ$\frac{y'}{1-(4-3z)z^3}$ヲ現ハス此場合震度kヲ求ムルニハaノ軸ヨリ起リfノ線ニ交ハリ之レヨリ横ニ進ミRY上ニ



第十九圖



第二十圖

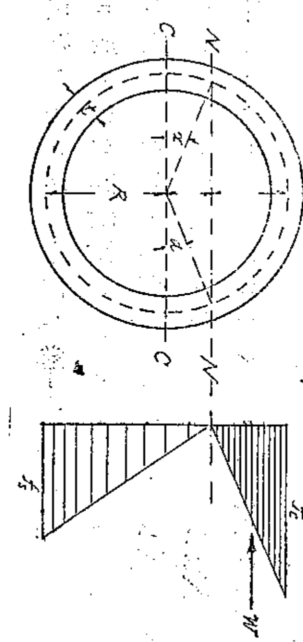
讀ミ數nヲ得一方y'軸ヨリ發シ斜線ニ添フテ與ヘラレタルzノ横線ニ交ハリ之ヨリ縦ニ上リnナル雙曲線トcニ交ハル時ハcノ縦距ハ求ムル所ノ震度ナリ

(3) 中空截頭拋物線錐體(附圖第十二)

此場合圖右半部ノ意義ハ(2)ノ場合ト同一ニシテ唯縦勾配ノ代リニ係數aヲ目盛セリ左半部ハ(2)ノ左側下部ノ圖ト同種ニシテ$O'X$軸ハRY軸ト同一ノ目盛リヲ爲シ各點ヲOニ結ヒO_1O上ニ$O_1m=1-6z^5+5z^6$ナル點ヲ取リmヲ通リテ縦線ヲ引キ之ヲz線トナス然ル時ハ放射線トz線トノ交叉點m'ノ縦距ハ$\dfrac{n}{1-6z^5+5z^6}$ヲ現ハス依テa f zヲ與ラル丶時ハO_1R上ノaヨリ出發シ矢ノ示ス方向ニ進ミRY軸ニnヲ得之レヨリ$O'X$軸上ノnニ移リ斜線ニ添フテz線ニm'ニ於テ會シ其縦距ヲOk軸上ニ讀メハ可ナリ

上來述フル所ハ等質ナル材料ニ關スルモノニシテ鐵筋混凝土ノ場合ニ於テハ抵抗力率ノ性質複雜ナルヲ以テ精確ヲ要スル場合ニハ振動ニ因ル彎曲力率ニ對シ斷面ノ安否ヲ各場合ニ就キ一々計算セサルヘカラス然レトモ極大略ヲ以テ滿足セハ此等ノ圖表ヲ其儘利用スル事ヲ得ヘシ

$t_c=$ 混凝土壁ノ厚サ



第二十一圖

$t_s=\dfrac{\text{鐵筋ノ總斷面積}}{2\pi R}$

$f_c=$ 混凝土ノ最大應壓力 $^{lbs}/_{\square''}$

$f_s=$ 鐵　筋ノ大最應張力 $^{lbs}/_{\square''}$

$n=\dfrac{E_s}{E_c}$　　$p=\dfrac{\text{鐵筋ノ總斷面積}}{\text{混凝土ノ總斷面積}}$

今混凝土ハ全々張力ヲ取ラサルモノトスレハ

斷面ノ抵抗力率　$M_r=R^2t_cf_c\left\{\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\dfrac{\dfrac{f_s}{f_c}+n}{2n}-\dfrac{\left(\dfrac{f_s}{f_c}-n\right)\sqrt{nf_sf_c}}{n(f_s+nf_c)}+\dfrac{\pi}{2}p\left(\dfrac{f_s}{f_c}+n\right)\right\}$

今 $\dfrac{f_s}{f_c}=30,$　$n=15$ トスレハ $\mu\fallingdotseq0.6$ ニシテ $\alpha\fallingdotseq0.41$ ナリ此等ヲ上式ニ挿入シテ

$$M_r=R^2t_cf_c\,(1.27+71p)$$

然ルニ同一ノ斷面ニテ全面積ヲ採算スル時ハ

抵抗力率　$M_{r0}=\pi R^2t_cf_c\,(1+15p)$

茲ニ $f=$(混凝土ノ應張强＋直壓應力)$^{lbs}/_{\square''}$ ナリ依テ鐵筋混凝土ノ場合ニ圖表ヲ利用センニハ幾何ノ f ヲ採用スヘキカト云フニ

$$f=\frac{R^2t_cf_c\,(1.27+71p)}{\pi R^2t_c\,(1+15p)}$$

今大地震ニ際シテ各材料ハ通常ノ許容强度ノ約二倍迄ノ應力ニ耐ユルモノトスレハ $f_c=1{,}000^{lbs}/_{\square''}$

故ニfノ値ハpニ由リテ定マリ次ノ如シ

$p\%=$	0.5	0.75	1.00	1.25	1.50
$f^{lbs}/_{\square''}=$	480	515	550	580	610

即此等ノ强度(f)ヲ有スル混凝土造ナリト假定シテ震度ヲ求ムヘシ

尚三種ノ耐震性ヲ視ルニ中空塲ニ於テハ耐震强ハ高サノ二乘ニ反比例シテ減少シ、中空截頭體ニ於テハ錐頂點迄ノ高ニ反比例スト雖モ完全拋物線錐體ニ於テハ全然高サニ無關係ナリ故ニ若シ地震ニ際シテ働ク水平加速度カ高サニ係ラス均一ナル時ハ此形狀ヲ以テ最モ有利ナルモノトナス(但シ所要材料ノ點ニ於テ)然レトモ先般來述フルカ如ク加速度又ハ震度ハ上部程大ナルヲ以テ截頭拋物線錐體又ハ截頭錐體ヲ以テ耐震上最モ優秀ナル形ト做サヽルヘカラス

第十七節　塔狀構造物ノ破壞狀態

明治二十七年六月二十日ノ激震ハ東京附近ニ於ケル近來稀有ノ大震ニシテ所謂下町ト稱スル沖積層地ニ於テハ多大ノ損害ヲ受ケタリ而テ當時ノ振動ハ本郷ナル理科大學構內ノ地震計記錄ニ依リ山ノ手方面ノ地山ニ於ケル狀況ヲ推知スル事ヲ得

上下動振幅一〇粍、水平動振幅七一粍、週期一・八粍、最大加速度四四四粍秒秒ニシテ其强度割合ニ小ニ建築物ニ著シキ損害ヲ與フル程度ニアラス然ルニ下町ニ於テハ地震ノ週期山ノ手方面ヨリ著シク短少ニシテ當時一ツ橋ニ於ケル記錄ニヨレハ約一秒ニ過キス而テ一般ニ同地ニ於ケル强震ノ最大振幅ニ對スル週期ヲ見ルニ平均〇・八五秒ニシテ有樂町ニ於テハ〇・七八秒ナリ此等兩地下町中稍基盤ニ近キ地方ニシテ而モ週期ハ本郷ニ於ケル二分ノ一ニ過キス從テ沖積層ノ非常ニ厚層ヲナセル本所、深川及中川沿川ノ如キハ當時ノ週期〇・八秒以下ナリシヤモ計ルヘカラス而テ週

期ノ小ナルハ震度ノ著シク大ナルヲ意味スルモノナリ
二十七年六月ノ激震ハ東京附近ノ煙突ニ著シキ損害ヲ與ヘ當時破壞セルモノ中震災豫防調査會ニ於テ其狀態ヲ調査研究セルモノヽミニテモ其數四九ニ上リ(同上報告第五號)其位置ハ北ハ王子町ヨリ東中川沿岸ヲ含ミ東京市ノ北東南ノ半面ニ亘レリ而テ破壞ノ狀態ヲ見ルニ凡テ上部ニ近ク彎曲力率ノ爲メニ破折セルモノニシテ折點位置ノ大多數ハ$l/2$以上ニ在リテ當時ノ地震週期ハ煙突ノ固有週期ヨリモ短小ナリシ事ヲ推測セシム
尙被害煙突ノ材料ハ煉瓦ニ於テハ其强度今日ノ夫ニ劣ラスト雖モ接合ノ膠泥及工法ニ關シテハ餘リ留意セサリシ如ク而モ建設後年ヲ經ルニ從ヒ媒煙熱氣ノ作用ニ依リ多少强度ヲ減少セルノ疑アリ試ミニ當時ノ被害煙突ヨリ採リタル試驗片ノ應張强度ヲ摘記スレハ

名稱	煉瓦	膠泥 せめんと	膠泥 生灰	膠泥 砂	平均抗張力(平方吋當リ听)
王子製造所	磨上燒過	一	四	六	五八・二一
印刷局抄紙部	同上		四	六	四八・三七
東京集治監(第三)	上燒過		四	六	二五・一三
櫻田麥酒會社	中燒過		四	六	三七・八九
東京紡績株式會社	並上		四	六	三一・〇四
日本めりやす製造會社	上燒過		四	六	一九・三二
三田製作所	撰上燒過		四	六	五三・七七
大倉石油箱製造所	中燒過		四	六	三八・四〇
鈴木せめんと製造所	並上		四	六	二〇・四四
平松白煉瓦製造所	中燒過	一	三	六	三一・七二

而テ當時煙突ノ基礎ヲ如何ナル程度ニ築造セシヤハ之ヲ知ルニ由ナシト雖モ今假リニ地震加速

度ヲ一,五〇〇粍秒秒即本郷ニ於ケルモノヽ約三·四倍(佐野博士ノ震度kハ約〇·一五)トシテ割合ニ廣キ基礎面ヲ有スル場合ニ就キ一方尺當リ壓力ノ分布ヲ見ルニ東京電燈第一發電所(第二號)ニアリテハ平均〇·六五噸最大約一·〇噸ニシテ同第一號ニ於テハ平均一·〇噸最大二·二噸ナリシヲ以テ上記諸煙突ノ場合ニ於テモ方尺當リ二噸ヲ超ユルモノ多カルヘク其不等沈下ノ度モ亦尠少ナラサリシナルヘシ

次ニ二十七年六月二十日ノ地震ニ破壞セシ煙突中煉瓦膠泥ノ性質及大體ノ寸法ノ明カナルモノニ就キ固有振動ノ週期ヲ算定センニ

被害煙突性狀表

番號	名稱	高サ(l)	破壞點ノ高サ l'	$\frac{l'}{l}$	煉瓦	膠泥 せめんと	膠泥 石灰	膠泥 砂
1	隅山本木工場	53尺	(31.8 43.4)	0.667	極上		4	6
2	岡田精米所	60	40.0	0.667	下燒過		4	6
3	田中硝石製造所	78	60.0	0.769	——		4	6
4	平松白煉瓦製造所	85	68.5	0.806	中燒過	1	3	6
5	東京電燈發電所(第一)	85	57.5	0.676	並上		—	
6	同上(第二)	85	56.0	0.658	,,		—	
7	古河熔銅所	100	70.0	0.700	——		4	6
8	東京紡績會社	120	(30.58 50.5)	0.655	並上		2	3

煙突週期計算表

番號	根本ノ外幅	同內幅	上端ノ外幅	同內幅	有效高	$\frac{L_1}{L}$	C	r_0	T
3	7.8尺	4.1尺	3.3尺	1.11尺	78+10	0.37	1.27	2.55尺	0.91秒

番號	根本ノ外幅	同內幅	上端ノ外幅	同內幅	有効高	$\frac{L_1}{L}$	C	r_0	T
2	6.0	3.78	3.0	1.5	$60+x$	0.42	1.33	2.05	0.71
1	5.0	2.0	3.0	1.5	54	0.64	1.56	1.56	0.88
4	8.0	3.4	4.2	2.7	85+6	0.61	1.55	2.51	1.34
5	12.0	8.2	8.0	6.5	85+10	0.72	1.63	4.2	0.85
6	10.5	6.7	5.5	4.0	85+6.5	0.55	1.47	3.59	0.89
7	12.0	4.4	6.0	3.8	$100+x$	0.60	1.52	3.69	1.25
8	14.0	7.8	10.2	7.2	120+10	0.79	1.70	4.61	1.64

上表ノ計算ニハ材料施工中位トシテ$\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ヲ3.0×10^{-4}ニ採レリ而テ有効高トハ實際ノ固定點タル基礎下面ヨリノ高サナレトモ基礎ノ厚サ不明ナルモノアルヲ以テ計算ニハ凡テ地面上ノ高サヲ用ヒ而モ基礎不等沈下ノ影響モ亦尠少ナラサルヲ以テ眞ノ週期ハ上表ヨリモ二、三割以上大ナルモノト見テ可ナリ一方當時下町ノ週期ハ0.8乃至0.9秒ヲ超エサルモノト假定シテ可ナルヲ以テ多クノ煙突ハ長柱(即固有主振動週期T'カ地震ノ週期Tヨリ大ナルモノ)トシテ作用セシハ明カナリ而テ此等折點ニ於テ幾何ノ彎曲力率作用セシカハ材料ノ應張强ヲ知レハ逆ニ算出スルヲ得ヘク從ツテ破折點上部ニ作用セシ平均加速度ヲ推定スル事ヲ得ヘシ(附圖第十三參照)

	王子製造所	東京紡績會社	東京集治監	平松白煉瓦製造所
容積	$V=1,110$ 立方尺	$V=3,770$ 立方尺	$V=312$ 立方尺	$V=150$ 立方尺
重心ノ高	$h=17.3$尺	$h=34.0$尺	$h=8.0$尺	$h=7.2$尺
應張强	$=58.21$ 听/吋^{2}	折斷面ノ慣性能率 $I=960$尺^4	$I=57.3$尺^4	$I=22.6$尺^4
		$f=31.04$听/吋^{2}	$f=25.13$听/吋^{2}	$f=31.7$听/吋^{2}
	$\alpha=2,730$mm/sec^2	$\alpha=4,560$mm/sec^2	$\alpha=2,210$mm/sec^2	$\alpha=3,260$mm/sec^2
	$k=0.28$	$k=0.465$	$k=0.225$	$k=0.333$

卽煉瓦積全體トシテノ應張強ハ試驗片ノ夫レヨリ著シク低カリシト考フルモ別ニ自重ノ爲メニ作用張力ヲ消却スルヲ以テ作用加速度ハ何レモ $2{,}000\ ^{mm}/_{sec^2}$ 以上ニ達セシ事ハ明カナリ當時此等ノ冲積層地振動ノ記錄ヲ有セサルヲ以テ地動ノ加速度ヲ正確ニ知ルニ由ナシト雖モ大森博士ハ此等地方ニ於ケル物體ノ轉倒ノ觀察ヨリ推考シテ約 $1{,}000\ ^{mm}/_{sec^2}$ トセラレタリ(調査會報告二十八號)之ニ上記ノ算出加速度ヲ比スルニ實ニ 2.2 倍乃至 3.3 倍ニ達ス但シ東京紡績ニ於テハ折點附近ニ何等カノ缺點アリテ不自然ノ破折ヲ爲シタルモノナラン乎

兎ニ角上記ノ實例ハ上部耐震力ノ算定ニハ地震動ノ加速度ノ二倍以上ノ加速度ヲ假定スルノ妥當ナル事ヲ示スモノナリ

第十八節　抵抗ヲ受クル塔體ノ振動

予ハ從來振動ヲ論スルニ當リ其運動ニ對スル抵抗ヲ全々無視セリ是レ振動ハ一般ニ小範圍ノ運動ニシテ之ニ對スル抵抗力モ著大ナラサルヲ以テ振動ノ根本性質ニモ耐震的關係ニモ影響スル所ナキヲ以テナリ然レトモ振動ノ眞現象ヲ究メンニハ必ス抵抗ノ作用ヲ參酌セサルヘカラス先ツ第一ニ考フヘキハ空氣ノ摩擦抵抗ナリ普通大氣中ノ運動體ハ其速度ノ二乘ニ比例スル摩擦抵抗ヲ受クト雖モ振動ノ如ク其速度小ナル場合ニハ之ヲ一乘ニ比例スト見做シテ大過ナシ今 q ヲ以テ鉛直曝露面ノ高サ一尺ノ區間ニ作用スル抵抗力トスレハ

$$p=\mu Dv=\mu D\frac{dy}{dt}=c\frac{\partial y}{\partial t}$$　μ 及 c ハ係數 D ハ外徑

之ヲ公式(8)ニ入レテ

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+c\frac{\partial y}{\partial t}+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0$$

此微分方程式ヲ解ク爲メニ

$$y=X\theta$$

茲ニXハxノミノ函數ニシテθハTノミノ函數ナリ
之ヲ微分方程式ニ入レ$EIX\theta$ニテ除セハ

$$\frac{1}{X}\cdot\frac{d^4X}{dx^4}+\frac{\rho A}{EI}\cdot\frac{1}{\theta}\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{c}{EI}\cdot\frac{1}{\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=0$$

此式ヲ二分シテ

$$(a)\qquad \frac{1}{X}\cdot\frac{d^4X}{dx^4}=m^4 \qquad 及 \qquad (b)\qquad \frac{\rho A}{EI}\cdot\frac{1}{\theta}\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{c}{EI}\cdot\frac{1}{\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=-m^4$$

ト爲シ(a)ヲ解ケハ第四節ト同樣ニ

$$X=B_s\left\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)+(\cos ml+\cosh ml)(-\sin mx+\sinh mx)\right\}$$

而シテ(b)式ハ

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{c}{\rho A}\cdot\frac{d\theta}{dt}+\frac{EI}{\rho A}m^4\theta=0$$

今此式ヲ解キ　$\frac{I}{A}=r^2,\qquad \frac{E}{\rho}=b^2$　ト置ケハ

$$\theta=ce^{-\frac{c}{2\rho A}t}\cos\sqrt{m^4b^2r^2-\frac{c^2}{2\rho^2A^2}}\;t$$

$$\therefore\quad y=B_s\left\{(\sin ml+\sinh ml)(\cos mx-\cosh mx)\right.$$

$$\left.+(\cos ml+\cosh ml)(-\sin mx+\sinh mx)\right\}l^{-\frac{c}{2\rho A}t}\cos\sqrt{m^4b^2r^2-\frac{c^2}{2\rho^2A^2}}\;t\quad\cdots\quad(21)$$

若シ主振動ノミヲ考フレハ $ml=0.593\pi$ ニシテ $\frac{c^2}{4\rho^2A^2}$ ヲ $\left(\frac{0.593\pi}{l}\right)^4 b^2k^2$ ニ比スレハ微少ナリ今 D ヲ呎 q ヲ呎 v ヲ秒呎ニテ表ハス時ハ通常

$$q=\gamma\frac{Dv^2}{g}\quad(g\text{ ハ重力單位})\qquad q=\gamma Dv^2\quad(\text{絕對單位})$$

$\frac{\gamma}{g}$ ハ約 0.0025 位ナリ依テ v ノ一呎以下ニ對シテハ

$$q=0.08\,Dv\quad\text{又ハ}\quad c=0.08\,D\quad(\text{何レモ絕對單位})$$

ヲ以テ略現ハシ得ヘシ今佐賀關煙突ニ就キテ計算スルニ

$$\left(\frac{0.593\pi}{l}\right)^4 ba^{22}\doteqdot 55\ ,\qquad \frac{c^2}{4\rho^2A^2}=\frac{\overline{0.08\times33}^2}{4\times\overline{145}^2\times\overline{144}^2}=\text{微小}$$

即一般ニ大氣ノ抵抗ハ微少ニシテ週期ニ影響スル事ナク爲ニ生スル振動ノ衰弱モ亦輕微ナリ第二ニ物質內部ノ摩擦抵抗ヲ考量セサルヘカラス柱體カ若シ全ク非彈性的ナル時ハ加力屈撓シテ之ヲ放ツモ舊狀ニ復スル事ナシ是レ屈撓ニヨリ加ヘラレタル勢力ハ全部內部ノ摩擦ニヨリテ消費セラレ何等位置ノ勢力ヲ生スル事ナキヲ以テナリ若シ構造物ノ材料ニシテ完全ナル彈性體ニアラス多少ノ非彈性的性質ヲ有スル時ハ之ニ加ヘタル仕事ハ全部位置ノ勢力ニ變スル事能ハスシテ其一部ハ摩擦抵抗ニ打勝ツ爲ニ消費セラルヘシ而シテ普通塔狀構造物ノ材料タル混凝土、煉瓦、石材等ハ應力ヲ加ヘテ變形セシムルニ必ス若干ノ非彈性的變形ヲ伴ヒ應力ヲ撤去スルモ完全ニ舊位置ニ復セス故ニ其振動ニ際シテハ斷エス若干ノ勢力消費ヲ伴フヘシ從ツテ屈撓セル位置ニ於テ實際有スヘキ位置勢力ハ非彈性的恒久變形ノ部分ヲ除キタル變位ニ相當スルモノナリ

$$E_p=\text{變位 }\delta\text{ ニ對スル勢力}\times(1-\mu)$$

玆ニ μ ハ恒久的變形ト彈性變形トノ比從テ柱カ一往復運動ヲ爲シタル時ノ變位 δ' ハ

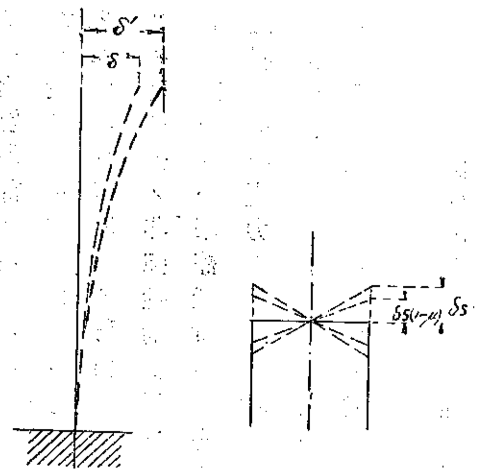
$$\delta'=(1-\mu)\delta$$

同樣ニ t 時間振動セル時ハ $\frac{t}{T}=n$ 回ノ往復運動ヲナシ

其變位ハ

$$\delta_t=\delta(1-\mu)^{\frac{t}{T}}=\delta(1-\mu)^n \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \quad (22)$$

混凝土ニ對スル μ ノ値ハ多少研究サレ材質ニヨリ0.05乃至0.15位ヲ示セリ而テ公式(22)ヲ利用スル時ハ實際ノ構造ヲ振動セシメ n 振動後ノ振幅ノ減少ヨリ逆ニ材料ノ μ ヲ求メ得ヘシ今二三例ニ就キ之ヲ求ムレハ



第二十二圖

1　京都工科大學器械學教室附屬煙突(附圖第二)

下表ハ第二回及第三回兩實驗ノ平均ニ對スル計算ニシテ $2y_0$ ハ最初ノ振幅 $2y_n$ ハ n 回目ノ振動ノ振幅ヲ示ス

振動數 (n)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	20	30
$\frac{2y_n}{2y_0}$	1.00	0.781	0.674	0.648	0.579	0.533	0.490	0.436	0.391	0.320	0.171
$1-\mu$		0.884	0.894	0.930	0.934	0.938	0.942	0.944	0.943	0.943	0.943

平均　$1-\mu=0.930$

即第一項ヲ除ケハ殆ント一定値ヲ有シ約0.94ニシテ

$$\mu=0.06$$

2　東京醫科大學舊衞生學教室附屬煙突(附圖第一)

四回ノ實驗ノ平均値ニ依リテ計算スレハ

$n=$	0	2	4	6	10	15	20
$\frac{2y_n}{2y_0}=$	1.00	0.760	0.617	0.482	0.316	0.192	0.117
$1-\mu=$	—	0.872	0.886	.885	0.891	0.896	0.898

平均＝0.888

即殆ント一定ニシテ $\mu=0.112$ ナリ

3　久原鑛業會社助川煙突（附圖第三）

二回ノ實驗ノ平均ヲ採レハ

$n=$	0	2	4	8	10	16	20	24	32
$\frac{2y_n}{2y_0}=$	1.00	0.861	0.765	0.53	0.439	0.187	0.120	0.098	0.082
$1-\mu=$	—	0.923	0.935	0.924	0.921	0.901	0.929	0.908	0.898

$(1-\mu)$ ノ平均＝0.918　即　$\mu=0.082$

即各場合ニ對シμハ略一定ニシテ記述ノ推理ノ合理的ナル事ヲ證スルニ足ル而テμノ大ナルハ非彈性變形ノ割合ニ大ナルヲ示スモノニシテ一般ニμノ小ナル材料ヨリ不良ナルヲ意味スルモノナリ

第十九節　振動ニ依ル塔狀構造物ノ檢査

構造物ノ振動ハ極メテ複雜微妙ナルモノニシテ其ノ週期ノ算定サヘ今日迄不可能事ト考ヘラレタリ然レトモ一方固有振動ニ伴フ各部ノ振動ハ多ク簡單整正ナルモノニシテ若シ何レカノ部分ニ重大ナル弱點缺點アリテ彈性内力ヲ完全ニ傳達シ得サル時ハ其影響ハ直ニ各點ノ振動形態ニ及フヲ以テ既存ノ構造物ニ就キ其固有振動ノ形態ヲ記錄セシムル時ハ其單複正整ニ依リテ該構造物ノ現狀ヲ略推定スル事ヲ得ヘシ

振動セル塔狀構造物ノ一點ノ運動ハ次式ヲ以テ現ハサル

$$y=\delta\sin\frac{2\pi}{T}t\,,\qquad T=c\frac{l^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

一　振動週期(T)ニ依リテ知リ得ヘキ構造物ノ性質　構造物ノ固有週期ハl r ρ E及係數cニ由リテ算定セラルヘキモノニシテc l rハ何レモ構造物ノ形狀ヨリ定マル所ニシテ若シ彈率Eヲ知レハTハ直ニ算出セラルヘシト雖モEハ使用材料ハ勿論施工ノ程度ニ依リテ著シク異ナルヲ以テ週期Tモ亦此等ノ狀況ニ依テ大ニ變動スヘシ例ヘハ$E=1{,}200{,}000^{\mathrm{lbs}}/_{\square''}$ノ煉瓦ヲ以テ築造セシ塔ノ週期カ事實$E=800{,}000^{\mathrm{lbs}}/_{\square''}$ノ$E$ニ相當スル週期ヲ有シ且ツ基礎ニ甚シキ不完全ノ點無之ニ於テハ該塔ニ使用セシ膠泥及施工ノ著シク低級ニシテ目地ニ於テ完全ニ彈性力ヲ傳達セサルヲ示スモノナリ尤モ構造物ハ其材料ノ供試體ト同一ノ強度及彈率ヲ有スル事極メテ稀ニシテ常ニ多少ノ低下ヲ豫想セサルヘカラスト雖此等低下ノ度ハ豫メ優良ナル構造物ニ就キテ使用材料ノEト實際構造物ノ週期ヨリ算定セル彈率トノ比ヲ實測調査シ種々ノ場合ニ對スル低下ノ程度ヲ決定シ置カハ既設ノ構造物ニ就キ其施工ノ良否ヲ判定スル事ヲ得ヘシ次ニ材料試驗ヲ缺ケル場合ニ構造物ノ振動週期Tヲ測定シ之ヨリ逆ニE(密度ρハ施工ニ由リテ影響サルヽ事少ナク如何ナル場合ニモ略之ヲ推定シ得ヘシ)ヲ算出スルニ於テハ略使用材料及構造物各部ノ強度ヲ推定シ得ヘシ是レ同一種類ノ材料ニ於テハ通常Eノ大ナルモノ程強度モ亦大ナルヲ以テナリ

次ニ良好ナル材料並ニ施工ヨリ成ル構造物ニ於テハ振動ニ因リテ生スル應力カ材料ノ彈性限度ヲ超エサル場合ハ週期ハ振幅及振動回數等ニハ無關係ニシテ略恒一ヲ保ツヘシ若シ材料施工不良粗雜ニシテ彈性不完ニ各部ニ既存應力歪等ヲ有スル如キモノニアリテハ週期ハ一般ニ振幅ニ伴フテ增大シ振動回數ヲ重ヌルニ從テ變動スルノ現象ヲ呈スヘシ若シ構造ノ何レカノ部分ニ重

ナル缺點例ヘハ軸ニ直角ナル罅裂等ヲ有スル場合ハ振動ハ最早彈性的タル能ハスシテ振幅ノ大ナルニ從ヒ著シク延長サルヘシ

今此等ノ現象ヲ實例ニ徵セン爲メ一九〇二年三月震災豫防調査會ニ於テ目地ノ材料ヲ異ニセル各種ノ煉瓦柱ノ週期ヲ測定セル結果ヲ使用セントス煉瓦ハ日本煉瓦會社製燒過キニシテ断面$45.5^{\mathrm{cm}}\times22.5^{\mathrm{cm}}$高四九五糎(十五尺)ヲ有シ一九〇一年十二月ノ製造ナリ

試驗體ノ番號	膠泥配合			週期 (秒)	振幅 (mm)	參照附圖
	せめんと	石灰	砂			
I	1	0	0	0.24—0.27	0.8—8.0	—
II	1	0	1	0.22—0.24	4.6—6.7	—
III	1	0	2	0.25—0.27	7.1—9.5	14
IV	1	0	3	0.24 (0.31—0.62)	5.5	—
V		4	6	0.42—0.48 (0.62—0.77)	6.7—9.4	14

括弧中ニ示セル數字ハ已ニ柱ニ罅裂ノ生シタル疑アル場合ノ週期ナリ

此等柱體ニ於テハ振幅10^{mm}ニ於テ最大纖維應力ハ$62^{\mathrm{lbs}}/_{\square''}$ナルヲ以テ是以下ノ振動ニ於テハ罅裂ノ發生セサルモノト見テ可ナリ依ツテ此等ノ週期ヲ比較スルニ同一煉瓦ニテモ目地ノ善惡ニ由リテTニ差異アリI II III IVハ略同一ノ週期ヲ與ヘ彈率モ亦大差ナキ事ヲ示シ唯振動ノ大小ニヨリテ多少ノ不同アリ是レ煉瓦膠泥等カ完全ナル彈性體ニアラスシテ應力ニ由リテ多少其ノ率ヲ異ニスルヲ示スモノナリ然ルニ惡質ノ石灰膠泥ヲ使用セシVニ於テハ週期著シク大ニシテ彈率ハ小從テ强度ノ低キヲ示セリ第IV柱ハ振幅八·五粍ニ於テ或ル缺點ノ爲メ罅裂ヲ生シ其以後ノ振動ハ極メテ不規則ニシテ(附圖第十四參照)振幅ノ增大スルニ伴ヒ週期ハ著シク延長スルヲ見ル而

テ該柱ノ目地ハ振幅六・七粍(之ニ相當スル應力四一听吋)位ニシテ既ニ罅裂セル如ク而モ膠泥ノ彈性頗ル不完全ナルヲ以テ振幅ニ由ル週期ノ變動甚タ顯著ナルヲ見ル

次ニ舊衛生學教室煙突(附圖第一)ノ振動ヲ驗スルニ罅裂ヲ生セサリシ以前ノ振動ニ於テハ振幅ノ變化〇・九乃至七・二粍ニ亘リテ週期ハ〇・三三乃至〇・三五秒ニシテ彈率割合ニ低キモTハ單一ニシテ振幅ノ影響ヲ受クル事微小ナルヲ示セリ然ルニ過大ノ撓度ニ由リ罅裂セシ後ハ(同上第三圖)振動頗ル不規則ニシテ週期ハ振幅ノ大小ニ由リ〇・三乃至〇・七四秒ノ間ニ變化セリ

二　振動ノ形態即其記錄圖ヨリ知リ得ヘキ性質　構造物ニ顯著ナル缺點ノ存在セサル限リ或點ノ振動ハ一般ニ單一正整ナルモノナルモ若シ罅裂等ノ存在スルニ於テハ振動ハ著シク複雜不整トナルヲ以テ振動計圖表ヲ檢スレハ構造物ノ安否ヲ推定スルヲ得ヘシ例ヘハ前述ノ衛生學教室煙突ニ於テ罅裂發生以前ノ形狀ハ極メテ單正ナルモ(第二圖)一旦罅裂ヲ生セシ後ノ振動(第三圖)ハ頗ル複雜不規則ノ形ヲ示シ一見シテ異狀ノ存在ヲ推測シ得

三　振動ノ衰弱ノ緩急ヨリ知リ得ル性質　一般ニ煉瓦、膠泥、混凝土、石材等ハ完全ナル彈性體ニアラスシテ變形ハ必ス多少ノ恆久的非彈性變形ヲ含有スル事ハ既ニ前節ニ述ヘタリ鋼ノ如キハ殆ント完全ナル彈性ヲ有スルモ其結合ニハ鋲釘又ハ鉚等ヲ用フルヲ以テ此點ニ於テ各片ハ互ニ滑動シ摩擦スルヲ以テ構造物トシテハ最早完全彈性體タル能ハス而テ同種ノ材料ニ於テハ一般ニ質不良ニシテ施工不完全ナル程非彈性變形ノ割合大ニ從ツテ摩擦ニヨル勢力消費モ亦大ナリ故ニ同一寸法ヲ有スル二體ニ自由端ニ同一ノ初撓度ヲ與ヘテ振動セシムル時ハ彈性完全ナルモノ程長ク振動ヲ繼續シ不完全ナルモノハ勢力消費大ニシテ振動ハ急速ニ衰弱スヘシ若シ罅裂ノ存スル場合ハ此所ニ接スル二部分ノ表面ノ摩擦ニ由リテ多大ノ勢力消費アリ衰弱最モ速ナルヘシ故ニ此衰弱ノ遲速ニ由リテモ構造物ニ缺點ノ有無ヲ推定シ得ヘシ例ヘハ衛生學教室煙突ハ罅裂

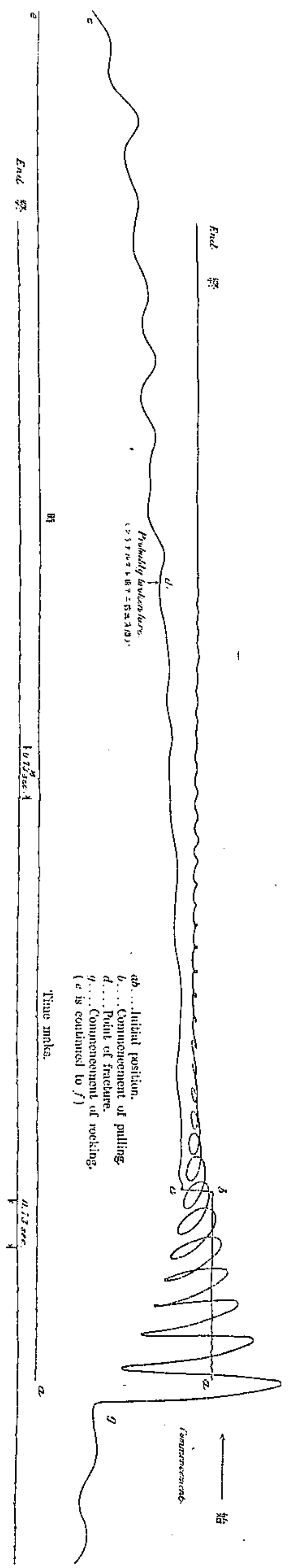
ナキ内ハ十回ノ振動ニテ振幅ハ七・二粍ヨリ二・六粍ニ縮少セルニ罅裂生シタル後ハ十回ニ五九・〇粍ヨリ三・〇粍ニ減少セリ

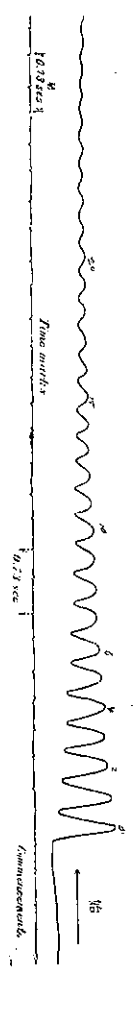
尙前例ノ煉瓦柱體ニ就キテ振幅カ二分ノ一ニ縮少スル迄ノ振動數(n)ヲ擧クレハ

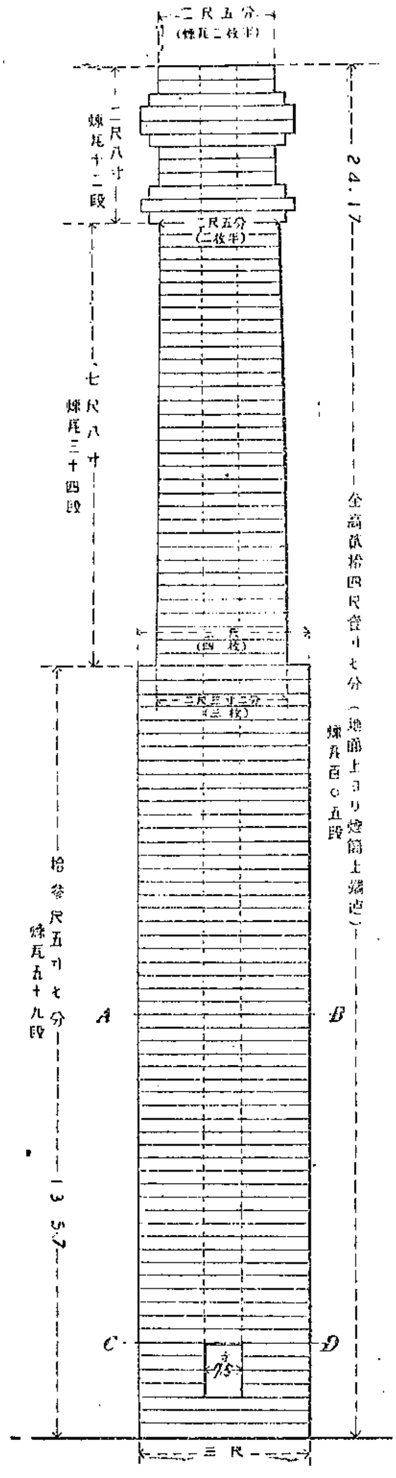
番號		II	III	IV	V
初振幅	8.0mm	7.0	9.2	14.0	22.0
n	10	15	10	6	4

即一般ニ材質ノ劣レルモノ程振動ノ衰弱急速ナリ　(完)

附圖第一

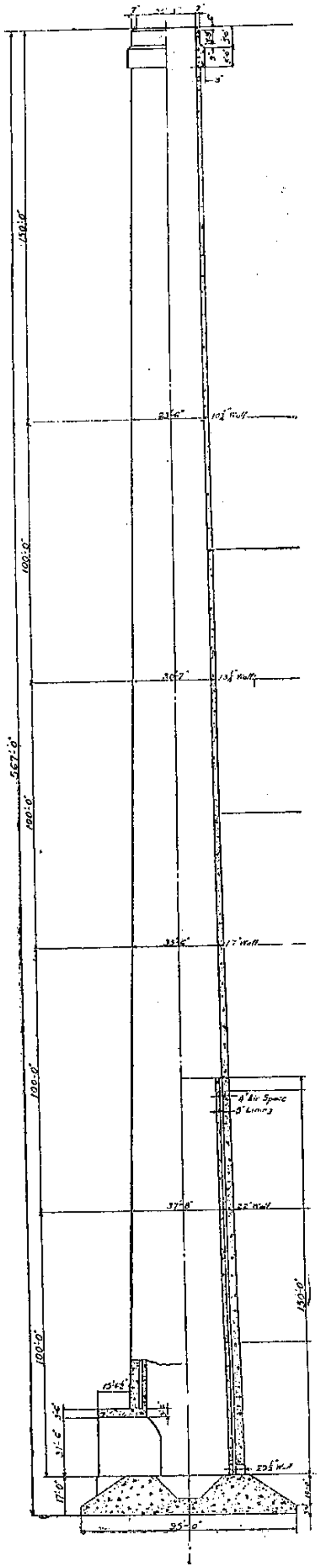

End 終
Time marks.
ab...Initial position.
b...Commencement of pulling.
d...Point of fracture.
g...Commencement of rocking.
(e is continued to f)
0.13 sec.
Commencement
始

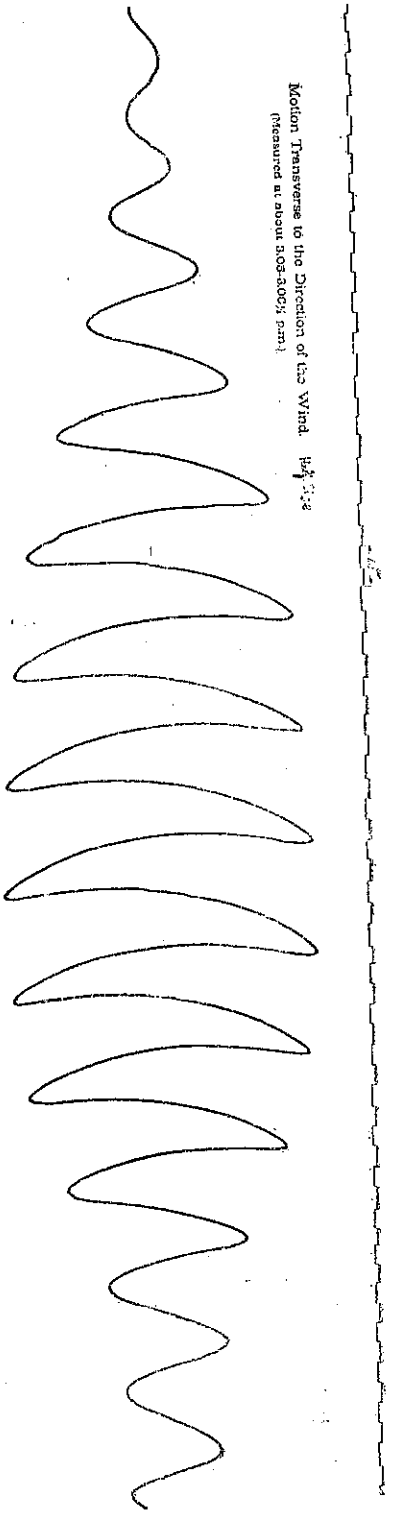

Time marks
0.13 sec
Commencement
始


二尺五分
(煉瓦二枚半)
二尺八寸
煉瓦十二段
二尺五分
(二枚半)
七尺八寸
煉瓦三十四段
全高貳拾四尺壹寸七分（地面上ヨリ煙筒上端迄）
煉瓦百〇五段
24.17
拾参尺五寸七分
煉瓦五十九段
13.57
A
B
C
D
三尺

附圖第三

佐賀關煙突

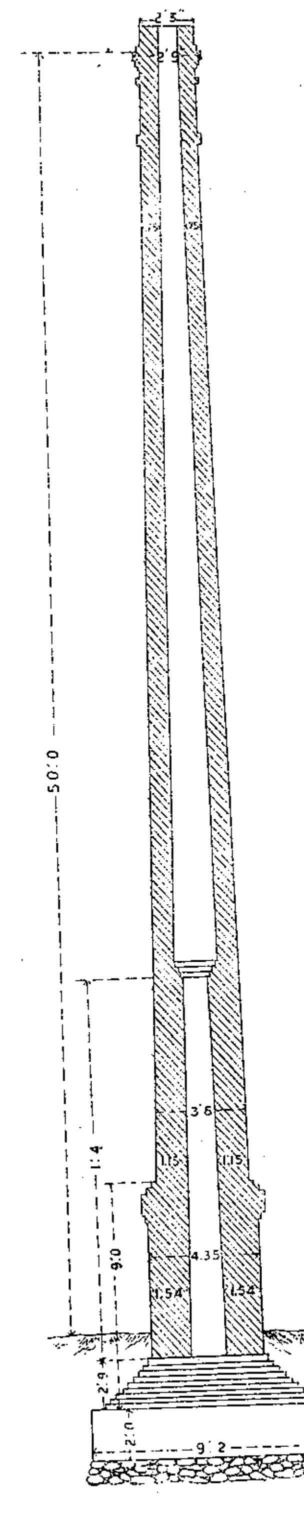




Motion Transverse to the Direction of the Wind. Full Size
(Measured at about 3.05-3.06½ p.m.)

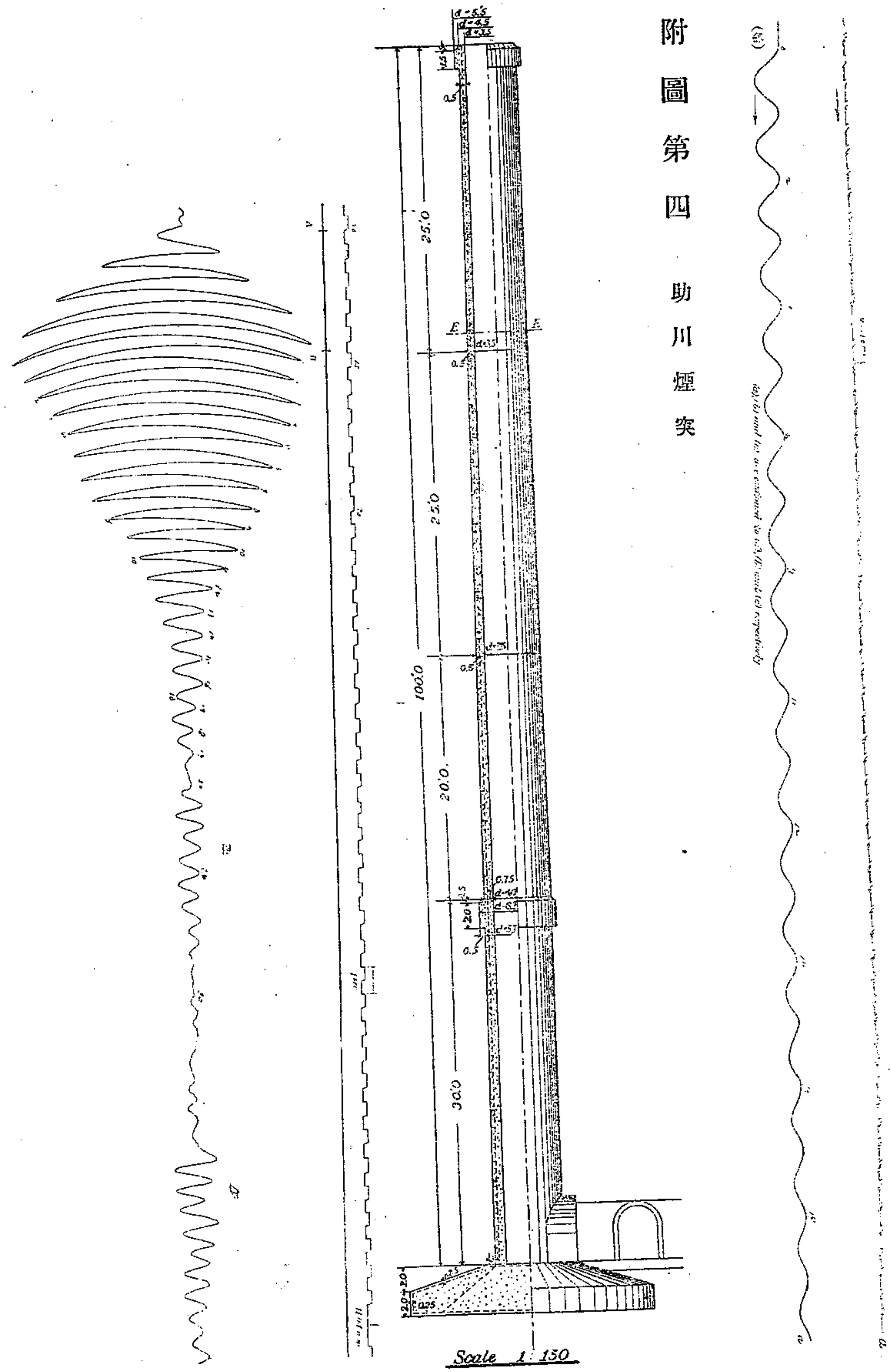
附圖第二

京都帝國大學器械工學教室煙突



附圖第四

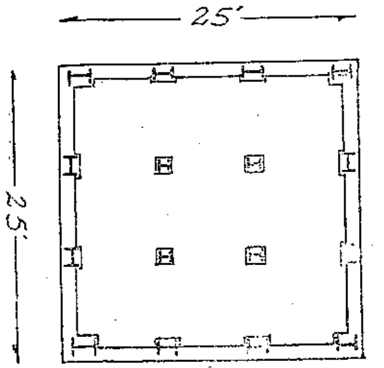
助川煙突



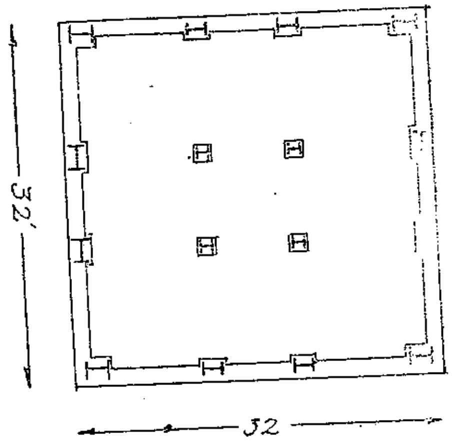
附圖第六

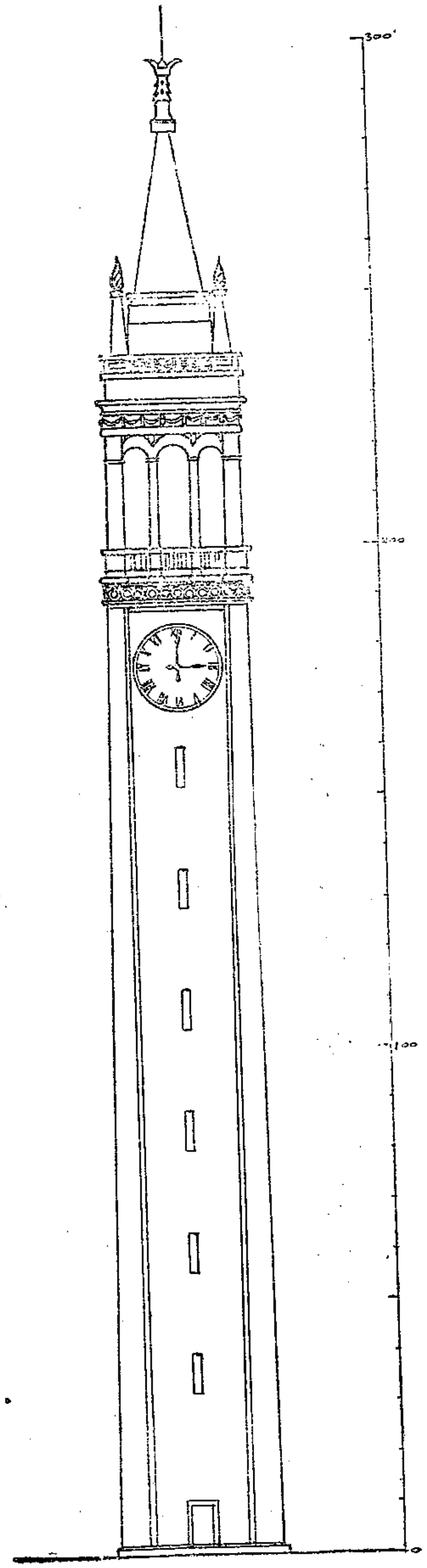
セーゼー塔

第七階斷面圖



地階斷面圖

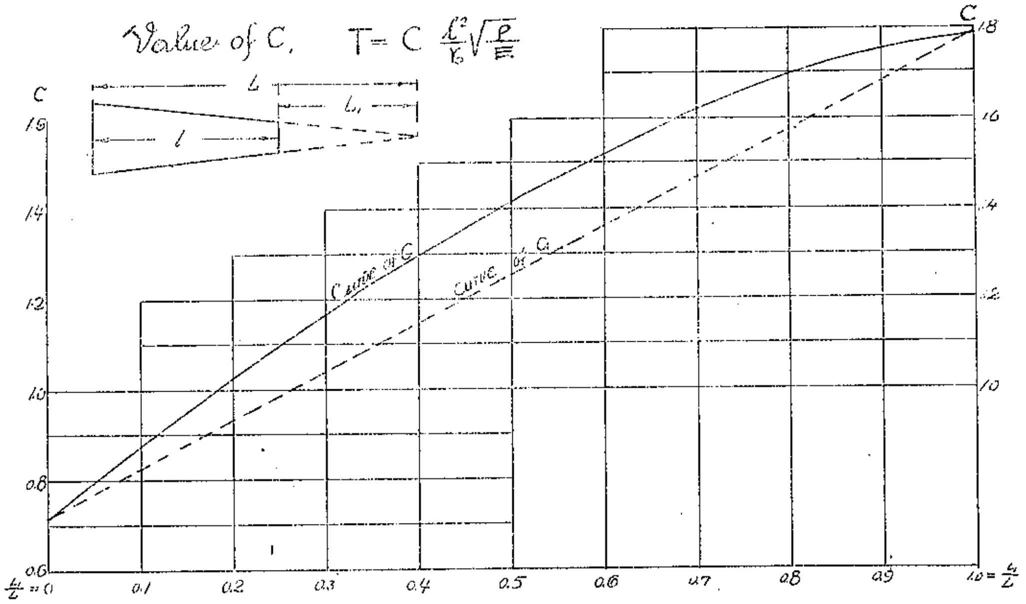




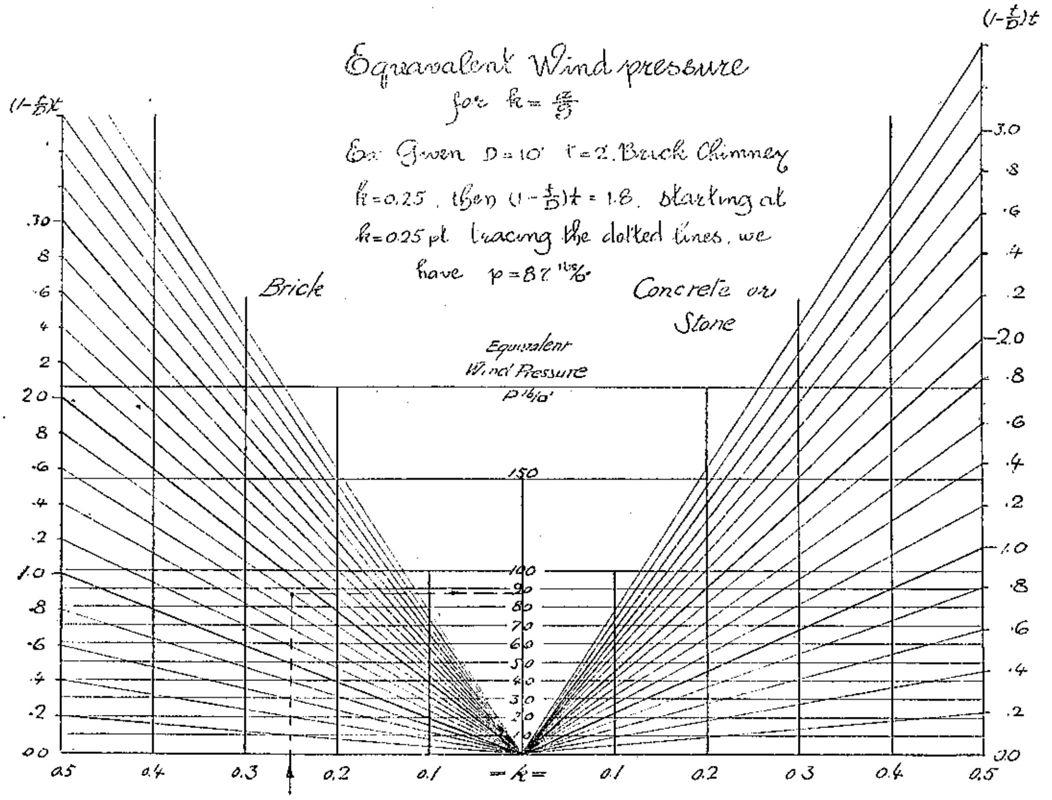
土木學會誌第五卷第三號附圖

447-3

附 圖 第 五

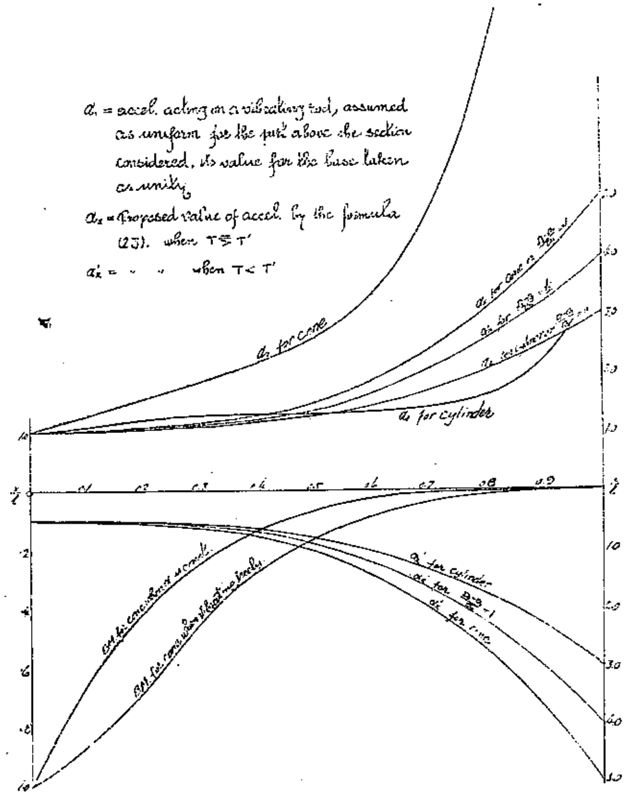


附 圖 第 九

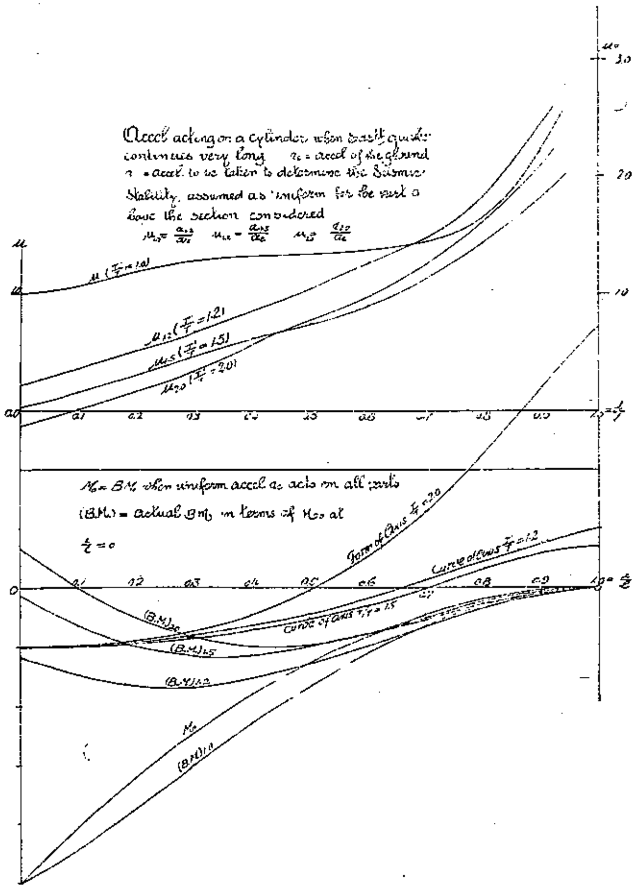


土木學會誌第五卷第三號附圖

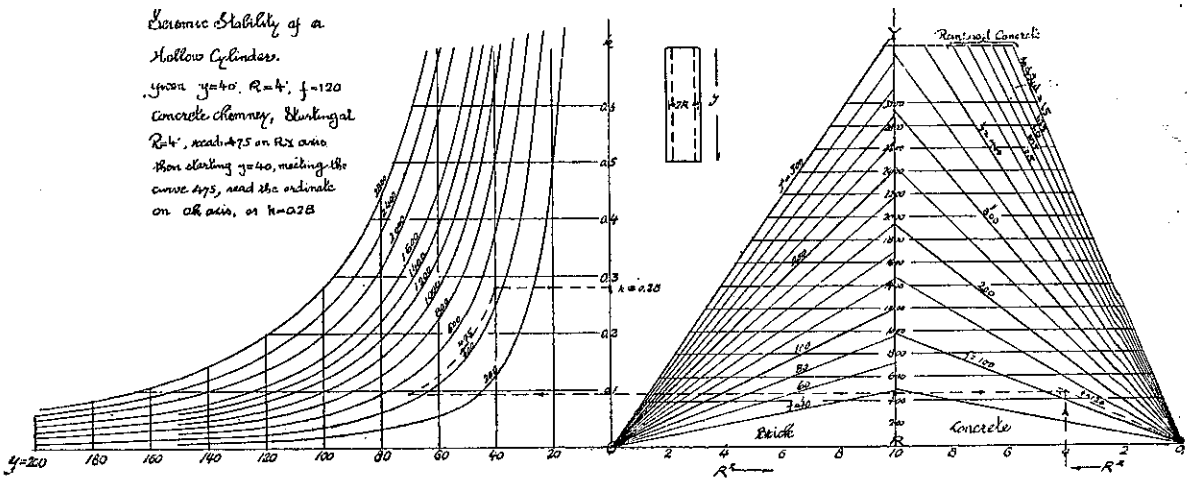
附圖第七


a₁ = accel. acting on a vibrating rod, assumed as uniform for the part above the section considered, its value for the base taken as unity
a₂ = Proposed value of accel. by the formula (23). when T ≧ T′
a′₂ = 〃 〃 when T < T′
a₁ for cone
a₁ for cylinder
a₂′ for cylinder
a₂ for cone
B.M. for cone when a₁ acts
B.M. for cone when a₁ = ... freely

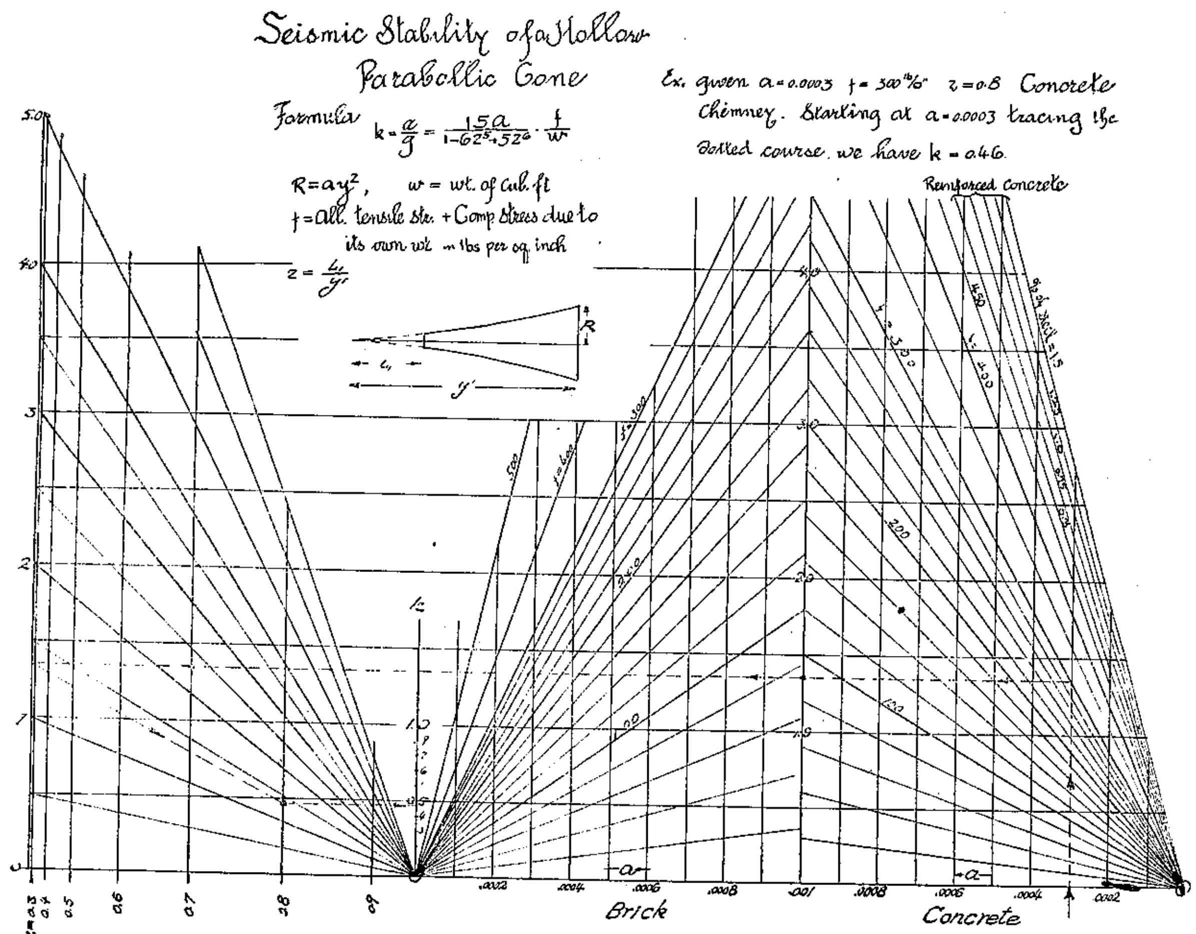
附圖第八


Accel acting on a cylinder when earthquake continues very long a₀ = accel of the ground a = accel. to be taken to determine the Seismic Stability, assumed as uniform for the part above the section considered
u (T/T′ = 1.0)
u₁₂ (T/T′ = 1.2)
u₁₅ (T/T′ = 1.5)
u₂₀ (T/T′ = 2.0)
M₀ = B.M. when uniform accel a₀ acts on all parts
(B.M.) = actual B.M. in terms of M₀ at z/l = 0
Form of Axis T/T′ = 2.0
Curve of Axis T/T′ = 1.2
Curve of Axis T/T′ = 1.5
(B.M.)₂₀
(B.M.)₁₅
(B.M.)₁₂
M₀
(B.M.)₁.₀

附圖第十



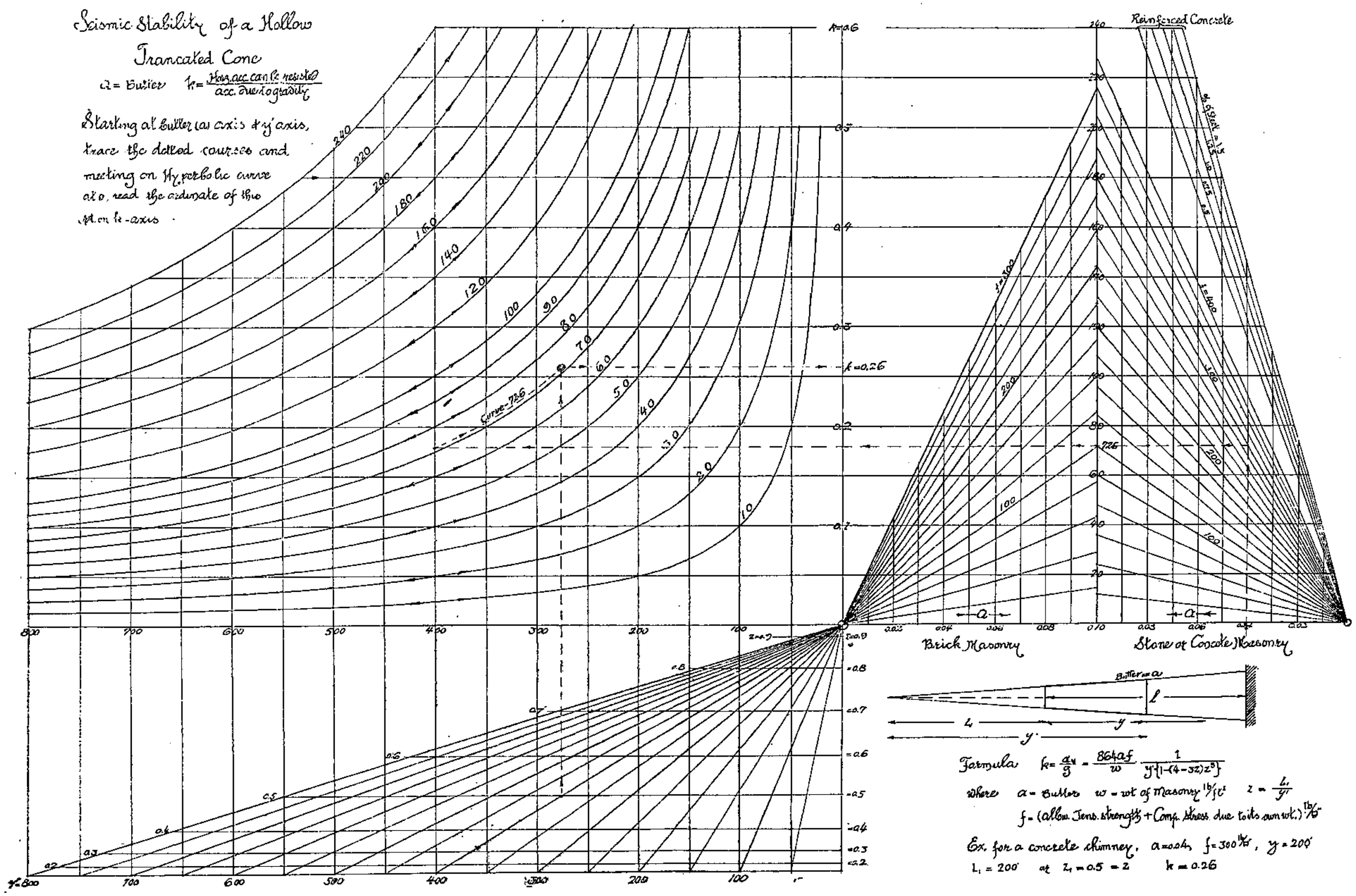
附圖第十二



土木學會誌第五卷第三號附圖

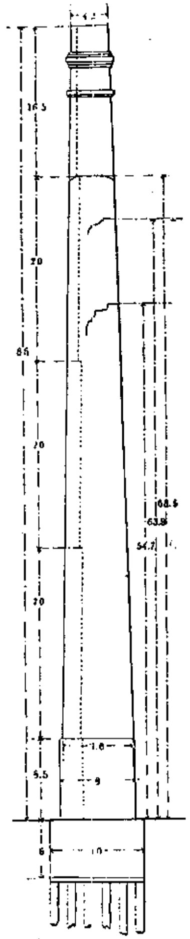
467-6

附圖第十一

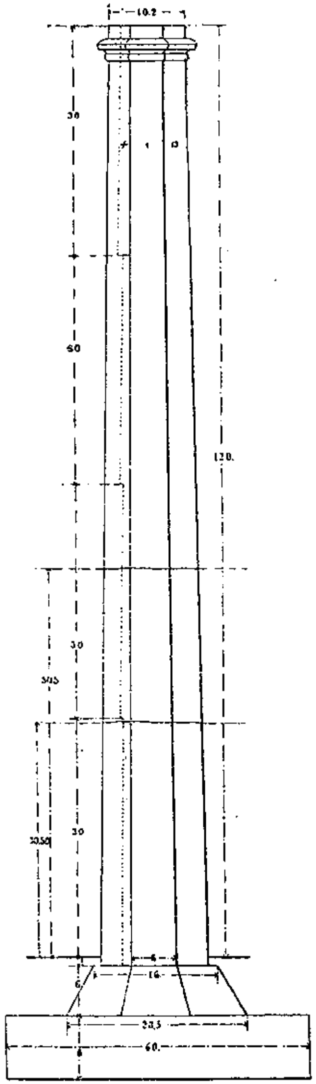


土木學會誌第五卷第三號附圖

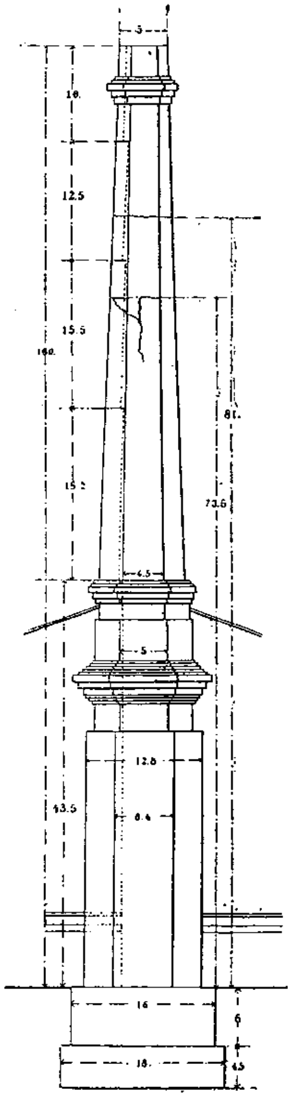
附圖第十三



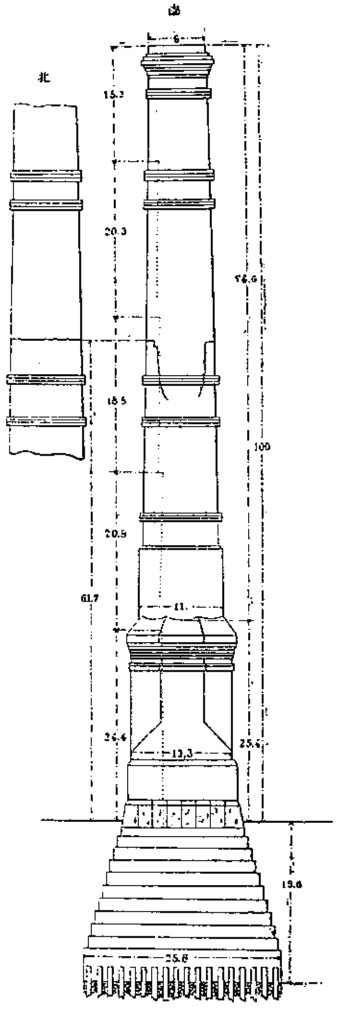
平松白煉瓦製造所



東京紡績株式會社



內務省東京集治監三番窯

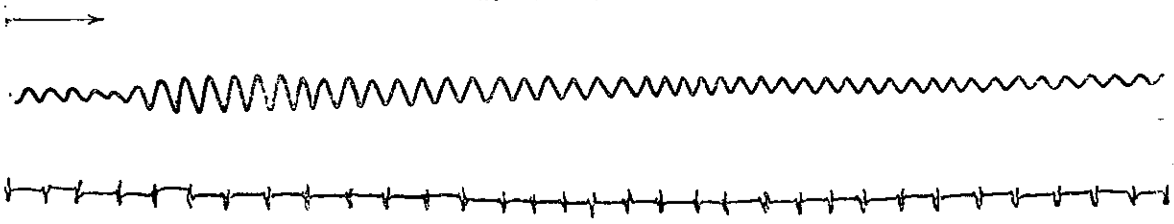


宮內省御料局佐渡支廳王子製造所

附圖第十四

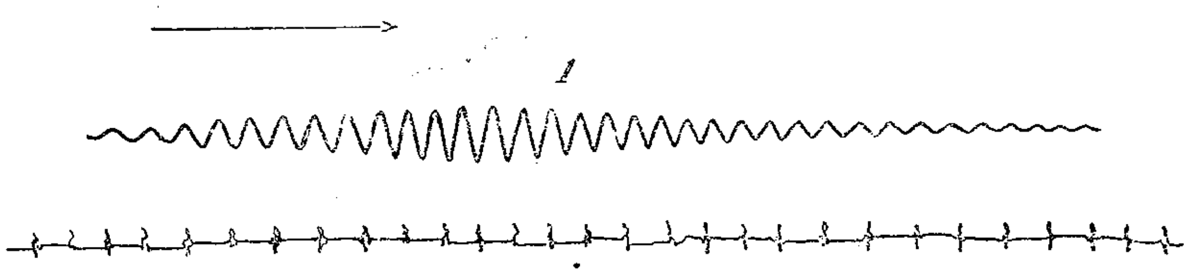
煉瓦柱形狀

煉瓦柱 II

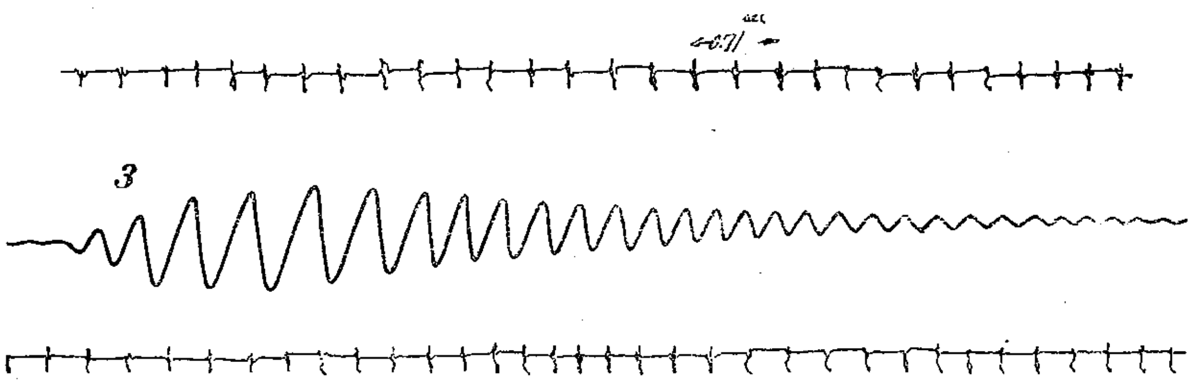


0.71 秒

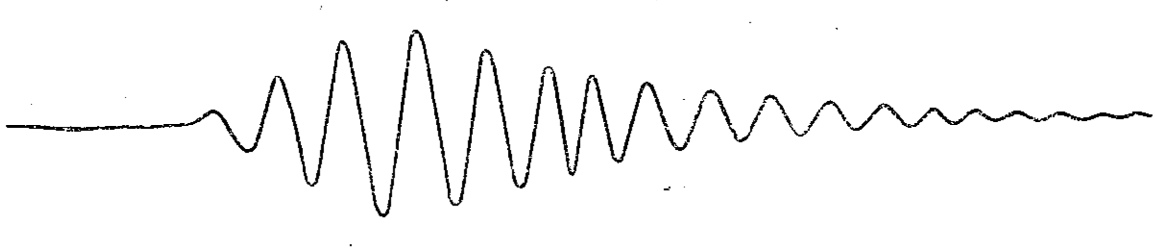
煉瓦柱 III



煉瓦柱 IV



煉瓦柱 V



土木學會誌第五卷第三號附圖