

鐵道構橋ノ應力實測中ニ認メラレタル特種ノ應力

工學士 黒田武定

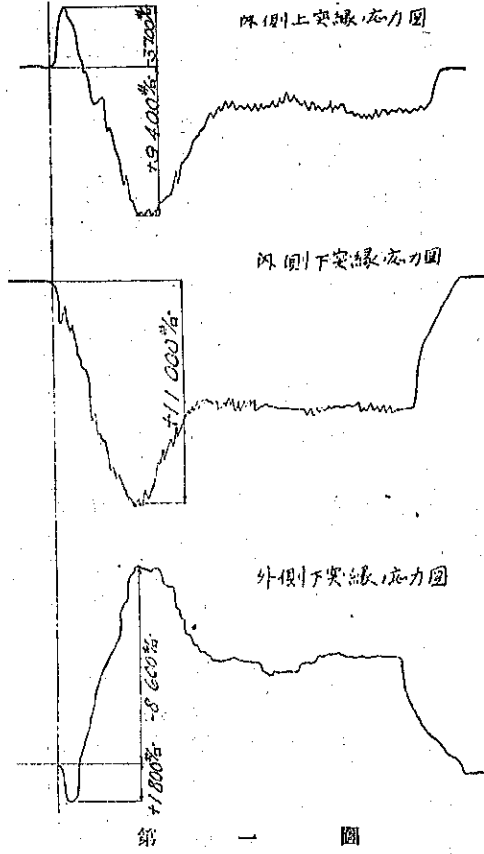
大正七年三月ヨリ五月ニ亘リ鐵道院設計課ニ於テ相州第一酒匂川及第三酒匂川橋梁ニ就テ營業列車ニ由リテ生スル各部活荷重應力ヲ志すカ、乃いニな（Oskar Jenner）氏應力計ヲ用ヒテ實測調査ヲナセリ其結果ヲ看ルニ勿論種々ノ副應力ニ因リ普通ノ計算ノ應力茲ニ普通ノ計算トハ構ノ各格點ハ廻轉ニ對シテ抵抗ヲ有セスト假定シ淨力平衡ノ原則ノミヨリ應力ヲ求ムル方法ヲイフト多少ノ差異アルハ怪シムニ足ラスト雖モ特ニ著シキ現象ヲ呈スルモノ一ニアリ茲ニ於テ其結果ヲ報告シ之レニ對スル先輩諸氏ノ解釋ヲ仰カント欲スルモノナリ尙余モ非才ヲ顧ミス之レカ解釋ヲ試ミ併セテ設計上注意スヘキ要項ヲ略述セリ

橋梁ノ概要

第一及第三酒匂川橋梁ハ何レモ東海道本線山北駿河兩驛間ニ在リテ徑間百九十八呎十吋ノシラうニら（Schweller）型下路鋪結構桁ヲ有ス而シテ該構桁ハ千九百年（明治卅三年）米國ペンコイド（Pencoid）會社ノ製作ニ係リ明治三十四年五月ニ現場ニ架設セラレタルモノナリ
橋桁構造ハ別紙第一及第二圖面ニ示セリ尙第一及第三酒匂川橋梁上ノ線路ハ直線ニシテ東京方面ニ向ヒテ八十分一ノ下リ勾配ナリ

牀桁特ニ端牀桁ニ生スル副應力

第三酒匂川橋桁ノ端牀桁ニ於ケル突縁應力ヲ實測シタルニ第一圖ニ示スカ如キ異常ノ結果ヲ得
 タリ即外側ノ下突縁ニハ大ナル壓力内側上突縁ニハ大ナル張力サヘ生スルコトヲ認ム

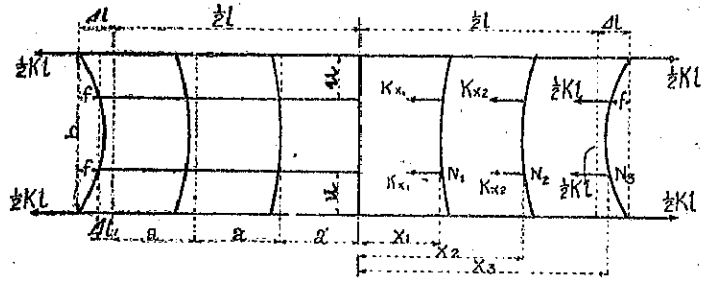


第三酒匂川上リ線二百呎橋桁神戸側端牀桁ニ生シタル應力圖
 備考 荷重ハ機關車 9750 號型及 9800 號型ニ對シテ重聯シタル列車ナリ圖中(+)ノ符號ヲ附セルハ張力(-)ハ壓力ナリ

是レ荷重ニヨリテ下弦材伸張スルモ縱桁ノ長サ殆ント不變ナルカ爲メ牀桁ハ構ノ中央ニ向ヒ彎曲セラルルコト主ナル原因タルヘシト思惟ス尙之ノ關係ニ就キテハ既ニ數種ノ書籍并ヒニ雜誌ニ論シタルモノアリ中比較的精密ナル Haselerノ理論ニ基キ茲ニ酒匂川橋

桁ニ就キテ計算ヲ試ミタルニ次ノ如シ

- 1 支間
- a. 格間
- b 牀桁ノ支間(主構中心間距離)
- μ 縱桁中心ト主構中心トノ距離
- F_{ms} F 縱桁并ヒニ下弦材ノ平均斷面積



第 二 圖

- 丁 桁断面ノ垂直中立軸ニ關スル物量力率
- 己 桁ノ突縁ノ幅
- 庚 桁ノ縦桁結合點ニ於ケル水平撓度
- 辛 桁ノ水平撓度 f ニ相應スル最大彎曲應力
- 壬 桁重并ヒニ活荷重ニヨリ主筋下弦材ニ生スル平均應張力 (單位面積ニ付キ)

桁ニ作用スル力ハ支間ノ中央ヨリノ距離ニ正比例スルモノト假定シテ差支ナシ故ニ $\frac{l}{2}$ ノ距離ニアル桁ニ作用スル力ハ夫々 $Kx_1, Kx_2 \dots K \frac{l}{2}$ ナリ(但シ K 或ル常數トス)

端桁ニ於ケル撓度トカトノ關係ハ普通ノ計算ニヨリテ次式ノ如シ

$$f = \frac{Kl}{2} \cdot \frac{\mu^2(3b-4\mu)}{6EJ} \dots \dots \dots (1)$$

今 $\frac{\mu(3b-4\mu)}{6J} \equiv \beta$ ト置ケン

$$f = \beta \frac{Kl}{2E} \dots \dots \dots (2)$$

之ノ水平撓度 f ヲ生スル際端桁ニ於テ縦桁結合點 N_1 ニハ $\frac{Kl}{2}$ ナル彎曲力率ヲ生スヘシ今端桁突縁ノ外側ニ於ケル彎曲應力ヲ σ ニテ示セハ

$$\frac{Kl}{2} \mu = \frac{2s^2}{c} J \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{c \mu^2}{J} K \quad \dots \dots \dots (4)$$

荷重滿載ノ場合ニ下弦材并ヒニ縱桁ニ生シタル伸張量ヲ夫々 Δl 及 $\Delta l'$ ヲ以テ表ハセハ

$$f = \Delta l - \Delta l'$$

又 $Ka_1, Ka_2, \dots, K \frac{l}{2}$ 等ノ力ノ爲メニ下弦材ノ伸張量ヲ減少スヘキ筈ナリ之ノ量ハ

$$\frac{Ka_1^2}{FE} + \frac{Ka_2^2}{FE} + \dots + \frac{K \left(\frac{l}{2} \right)^2}{FE}$$

而シテ下弦材カ死荷重并ヒニ活荷重ノ爲メニ直接ニ長サ $l/2$ ノ間ニ伸張セラルノ量ハ $\frac{K}{FE} \cdot \frac{l}{2}$ ナルカ故ニ

$$\Delta l = \frac{sl}{2FE} - \frac{K}{FE} \left(a_1^2 + a_2^2 + \dots + \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right) \quad \dots \dots \dots (5)$$

今主構ノ格間數ヲ偶數トシ之レヲ $2n$ ヲ以テ表ハセハ

$$a_1 = a \quad a_2 = 2a \quad \dots \quad a_n = \frac{l}{2} = na \quad \dots$$

$$\frac{K}{FE} \left(a_1^2 + a_2^2 + \dots + \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right) = \frac{Ka^2}{FE} (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = \frac{Ka^2}{FE} \left(\frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} \right)$$

括弧中ノ値ハ殆ント次ノ如シ

$$\frac{\pi^2}{6} + \frac{\pi^2}{24} + \frac{\pi^2}{36} + \frac{\pi^2}{60} (1 + 1.4n)^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{l}{a} \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2$$

$$\therefore \frac{K}{FE} \left[\frac{1}{n^2 + n^2} + \dots + \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right] = \frac{K \Delta l}{12 FE} \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2 \dots \dots \dots (6)$$

上記ノ式ハ格間數奇數ナルトキモ用ヒテ大差ナシ

縦桁モ亦 $K_1, K_2, K_3, \dots, K \frac{l}{2}$ 等ノ力ヲ受クルヲ以テ同様ノ理論ニヨリ

$$J_1 = \frac{K \Delta l}{12 F_m E} \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2 \dots \dots \dots (7)$$

故ニ端牀桁ニ於ケル水平撓度ハ次ノ如シ

$$f = \frac{s}{E} \cdot \frac{l}{2} - \frac{K \Delta l}{12 E} \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2 \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{F_m} \right) = \frac{3}{2 E} \frac{K l}{\dots} \dots \dots (8)$$

$$\therefore K = \frac{s}{\frac{3}{2} + \frac{a}{6} \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2} \left(\frac{F + F_m}{F F_m} \right) \dots \dots \dots (9)$$

$$\therefore s' = \frac{1.5 c H}{63 + a \left(1 + 0.7 \frac{l}{a} \right)^2} \left(\frac{F + F_m}{F F_m} \right) \frac{s}{f} \dots \dots \dots (10)$$

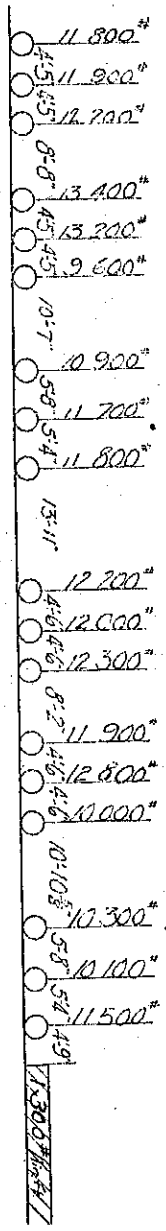
今端牀桁ニ於ケル活荷重并ヒニ死荷重ニ因リ生スル普通ノ彎曲應力ヲムトセハ上記ノ如キ副應力ヲ加フルトキハ結局最大應力 S_2 ハ次ノ如シ

$$S_2 = s_0 + s'$$

$$S_2 = S_0 + \frac{1.5 ds}{\mu(3b - 4\mu) + \frac{a}{1 + 0.7 \frac{L}{a}} \left(\frac{F + F_m}{F F_m} \right) J} \quad \dots \dots \dots (11)$$

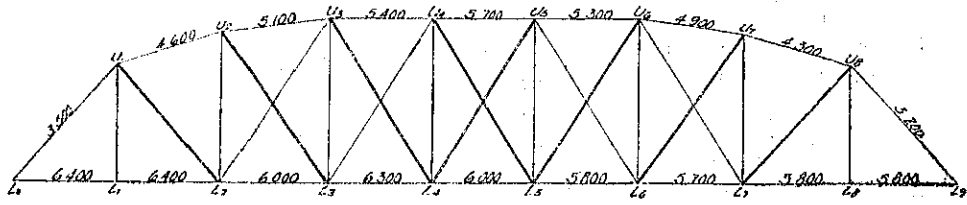
之レヘゼらー (Hesseler) 氏ノ理論ナルカ今之レニ據リ酒匂川構桁ニ就キテ實數上ノ計算ノ結果ヲ窺ハン
但シ實測應力ハ活荷重ノ影響ノミナルヲ以テ之レト對照上計算ニハ死荷重ノ影響ヲ考ヘサルモノトス

荷重ハ機關車 9750 番型及 9800 番型ヲ二臺重聯シ其後尾ニ一呎ニ付 2,600 封度ノ列車連續スルモノトス(第三圖參照)



今荷重系ノ或位置ニ對シテ下弦材ノ總長ニ最大伸張ヲ與フルトキ該ナル應力ハ最大トナルヘキナリ而シテ第四圖ニ各下弦材ニ於ケル最大活重應力ヲ示セリ勿論之等ノ應力ハ同時ニ起ラサレトモ理論上一般ニ荷重滿載ノトキ略之等ト等量ノ應力ヲ同時ニ起スコトアルヘキヲ以テ平均先 6,000 #/sq. in. 張力ヲ下弦材ニ生スルモノトス

前記ノ式中
 $s = 6,000 \text{ #/sq. in.}$
 $l = 2,457 \text{ in.}$



第 四 圖

第三圖荷重系ニ對スル部材最大應力(普通計算)

$$c = 12.38''$$

$$u = 66''$$

$$b = 192''$$

$$a = 273''$$

$$F_m = 31.63 \square$$

$$F = 26.83 \square$$

$$J = 140 \text{ (寸)}^4$$

$$\beta = \frac{66^2 \times (3 \times 192 - 4 \times 66)}{6 \times 140} = 1,618$$

$$K = \frac{6,000}{1,618 + \frac{273}{6} \times (1 + 0.7 \times 9)^2 \left(\frac{26.83 + 31.63}{26.83 \times 31.63} \right)} = 3.35 \# / \text{ins.}$$

$$s' = \frac{1}{4} \times \frac{12.38 \times 66 \times 2,457}{140} \times 3.35 = 12,000 \# / \square$$

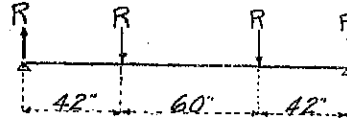
而シテ上リ線橋桁ノ神戸側端牀桁ニ於テハ \$s'\$ ノ値最大トナル場合ニハ \$s\$ ノ値ハ次ノ如シ

$$R = \frac{1,300 \times 22.57}{2} = 14,800 \#$$

最大彎曲力率

$$14,800 \times 42 = 621,600 \#$$

端牀桁水平中立軸ニ關スル物量力率ハ \$1,500 \text{ (寸)}^4\$ ナリ



第 一 圖

故ニ
$$S_0 = \frac{621,600}{1,500} \times 27 = \pm 1,100 \#/\text{sq}^2$$

故ニ
$$S_1 = 12,000 + 1,100 = +13,100 \#/\text{sq}^2$$
 (内側下突縁)

$$S_2 = -12,000 + 1,100 = -10,900 \#/\text{sq}^2$$
 (外側下突縁)

$$S_3 = 12,000 - 1,100 = +10,900$$
 (内側上突縁)

$$S_4 = -12,000 - 1,100 = -13,100$$
 (外側上突縁)

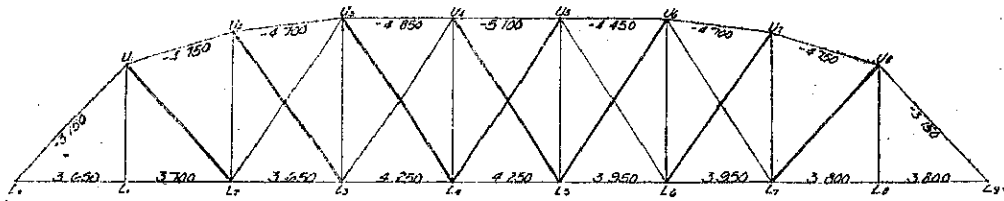
上記 S_0 ノ値ヲ看ルニ

第一圖ニ示セル實測ノ結果ト略同程度ノ數字ヲ得タリ然レトモ上記計算中下弦材ノ平均張力トシテ一平方吋ニ付6,000封度トシタレトモ事實第七圖ニ見ル如ク平均約4,000封度ニ過キス故ニ上述ノ原因ノミニテハ牀桁ニ實測ノ結果ニ見ル如キ大ナル應力ヲ生セサル筈ナリ之レ恐ラク第三酒匂川橋梁西側ハ五十分一ノ急勾配ナル爲上り列車ハ常ニ制動機ヲ働カシテ通過スル爲牀桁ニ餘分ニ水平彎曲力率ヲ與フルニ因ルモノト思惟ス兎ニ角事情如斯クナルヲ以テ實測ノ證明スルカ如ク牀桁ノ水平彎曲應力ハ誠ニ看過スヘカラサルコトヲ認ムヘシ

但シ上記計算中 μ ノ値ハ中間牀桁ニ對シテハ明瞭ニ66吋ナレトモ端牀桁ニハ該構桁ニ於テハ構造上 μ ノ値ヲ幾何ニスヘキカ不明瞭ナリ

尙下弦材ノ平均張力ハ普通計算上 6,000#²トナレルモ實際ニ於テハ下部横綾構ノ斜材カ下弦材ノ應力ヲ一部負擔スルコト及幌子ノ摩擦ニヨリ下弦材ノ張力ヲ輕減スルコト其他擊衝等ノ爲計算中ニハ勿論種々不確定ノ分子ヲ含ムコトヲ免レス

下弦材ノ應張力カ普通計算上ノ結果ヨリ著シク小ナルコト



第 六 圖

普通ノ計算ニヨリテ求メタル主構各部材ノ應力ハ第四圖ニ示スカ如ク第一
 酒匂川貳百呎構桁主構ノ實測應力ノ左右兩主構ノ平均値ヲ求ムルトキハ第
 六圖ノ如シ

茲ニ第六圖ノ實測應力ハ第四圖ノ計算應力トヲ照合比較スルニ何レノ部材
 モ多少ノ相違アルハ論ヲ俟タサレトモ特ニ下弦材ニ於テ著シキ差異アルコ
 トヲ認ムヘシ

之レカ原因トシテ次ノ三ツヲ舉クルコトヲ得ヘシ

(a) 床構カ下弦材ノ應力ヲ一部負擔スルコト

(b) 下部横綾構ノ斜材カ下弦材ノ應力ヲ一部負擔スルコト

(c) 幌子ニ摩擦多キコト

上記原因中 (a) ハ幌子ノ状態ニヨリ不同アリテ計算スルコトヲ得サレトモ (a)
 及 (b) ニ起因スル下弦材ノ應力輕減ノ量ハ理論上求ムルコトヲ得

(a) 床構カ下弦材ノ應力ヲ一部負擔スルコト

之レニ因リ下弦材ノ張力ヲ輕減セシムル量換言スレバ下弦材ニ生スル壓力
 ハ既ニ述ヘタルカ如ク

$$I_0 L_1 = K \frac{l}{2} = 3.35 \times 1,228 = 4,100\#$$

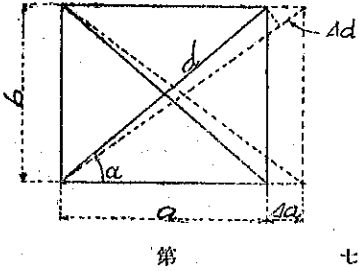
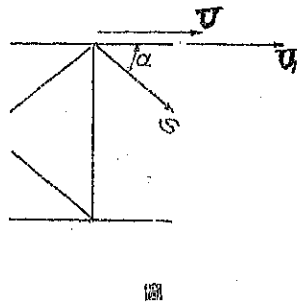
$$L_1 L_2 = 3.35 \times (1,228 + 955) = 7,300\#$$

$$L_2 L_3 = 3.35 \times (1,228 + 955 + 682) = 9,600\#$$

$$L_5 L_6 = 3.35 \times (1,228 + 955 + 682 + 409) = 11,000\#$$

$$L_1 L_2 = 3.35 \times (1,228 + 955 + 682 + 409 + 136) = 11,400\#$$

(b) 下部横綾構ノ斜材カ下弦材ノ應力ヲ一部負擔スルコト



- a 格間
- b 主構中心間距離
- d 對角線ノ長さ
- U 活荷重ニヨリテ下弦材ニ生スル應張力(下部横綾構ノ下弦材ノ應張力)
- U' 下部横綾構斜材ノ影響ヲ考ヘ實際下弦材ニ生スル活荷重應張力
- S 活荷重ニヨリテ下部横綾構斜材ニ生スル應張力
- F, F_a 下弦材及下部横綾構斜材ノ斷面積
- Ad, Ad_a 活荷重ノ爲メ a 及 d ニ生シタル長さノ變化
- E 鋼ノ彈性係數

$$U = U_1 + S \cos \alpha$$

$$Ad = \frac{a}{d} Ad_a$$

$$Ad = \frac{S}{F_a} \cdot \frac{d}{E}$$

$$Ad_a = \frac{U_1}{F} \cdot \frac{a}{E} = \frac{U - S \cos \alpha}{F} \cdot \frac{a}{E}$$

$$\frac{S}{F_a} \cdot \frac{d}{E} = \frac{a}{d} \cdot \frac{U - S \cos \alpha}{F} \cdot \frac{a}{E}$$

$$S = \frac{1}{\cos \alpha + \frac{d^2}{a^2} \frac{F}{F_2}} \frac{F}{D}$$

$$\therefore S \cos \alpha = \frac{1}{1 + \frac{d^2}{a^2} \frac{F}{F_2}} \frac{F}{D}$$

$$a = 273''$$

$$d = 334''$$

該構桁ニ就キ上記ノ計算ヲ行ントキハ

$F^{(0)}$	$L_0 L_1$	$L_1 L_2$	$L_2 L_3$	$L_3 L_4$	$L_4 L_5$
20.12	20.12	20.12	28.88	33.25	36.75
$F_2^{(0)}$	4.56	3.41	2.68	1.94	1.94
$U^{\#}$	129,000	129,000	173,000	210,000	221,000

故ニ下弦材ノ應力ヲ輕減スルキ量 $S \cos \alpha$ ノ値ハ次ノ如シ

$$I_0 I_1 = \frac{1}{1 + \left(\frac{334}{273}\right)^2} \times 20.12 \times 129,000 = 14,400\#$$

$$I_1 I_2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{334}{273}\right)^2} \times \frac{20.12}{3.41} \times 129,000 = 11,100\#$$

$$I_2 I_3 = \frac{1}{1 + \left(\frac{334}{273}\right)^2} \times \frac{28.88}{2.68} \times 173,000 = 8,500\#$$

1396

$$L_3 L_4 = \frac{1}{1 + \left(\frac{334}{273}\right)^2 \times \frac{33.25}{1.94}} \times 210,000 = 6,600\#$$

$$L_4 L_5 = \frac{1}{1 + \left(\frac{334}{273}\right)^2 \times \frac{36.75}{1.94}} \times 221,000 = 6,300\#$$

(a) 及 (b) ノ兩影響ニヨリ下弦材ノ張力強度ヲ輕減スル量

$$L_0 L_1 = \frac{4,100 + 14,400}{20.12} = 900\#/\text{sq}''$$

$$L_1 L_2 = \frac{7,300 + 11,100}{20.12} = 900\#/\text{sq}''$$

$$L_2 L_3 = \frac{9,600 + 8,500}{23.88} = 600\#/\text{sq}''$$

$$L_3 L_4 = \frac{11,000 + 6,600}{33.25} = 500\#/\text{sq}''$$

$$L_4 L_5 = \frac{11,400 + 6,300}{36.73} = 500\#/\text{sq}''$$

之等ノ量ヲ第四圖ニ示セル計算上求メタル下弦材ノ應力ヨリ減スルモ尙第六圖ニ示セル實測應力ヨリ遙ニ大ナリ之レ恐ラク (c) ノ原因タル輓子ノ摩擦ニ基クモノタルヘシ

上記副應力ニ對スル設計上ノ處置

I 牀桁ノ突縁ノ幅ヲ小ニシ水平ニ剛性尠キ形ヲ撰フヘシ

II 徑間大ナル構ニ於テハ床構中適當ノ間隔ニ Expansion joint ヲ設クヘシ

III 縦荷重ニ應スル水平構ヲ設クルトキハ徑間ノ中央ニ於テスヘシ

但シ Expansion joint ヲ設クルトキハ此限ニ非ス

IV 端牀桁ヲ省キ橋脚又ハ橋臺ニ直ニ縦桁ヲ載置スル型式ノ構桁ニ於テハ可動端ト固定端トヲ問

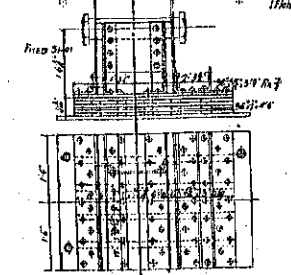
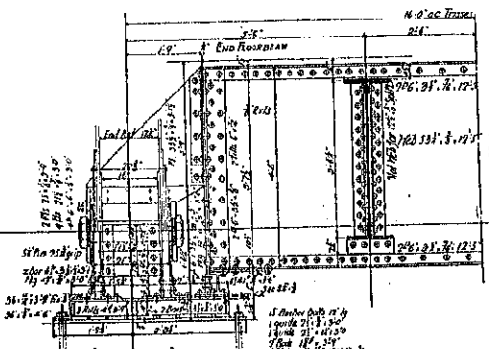
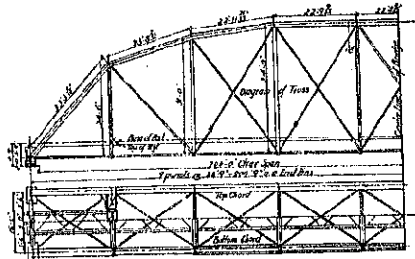
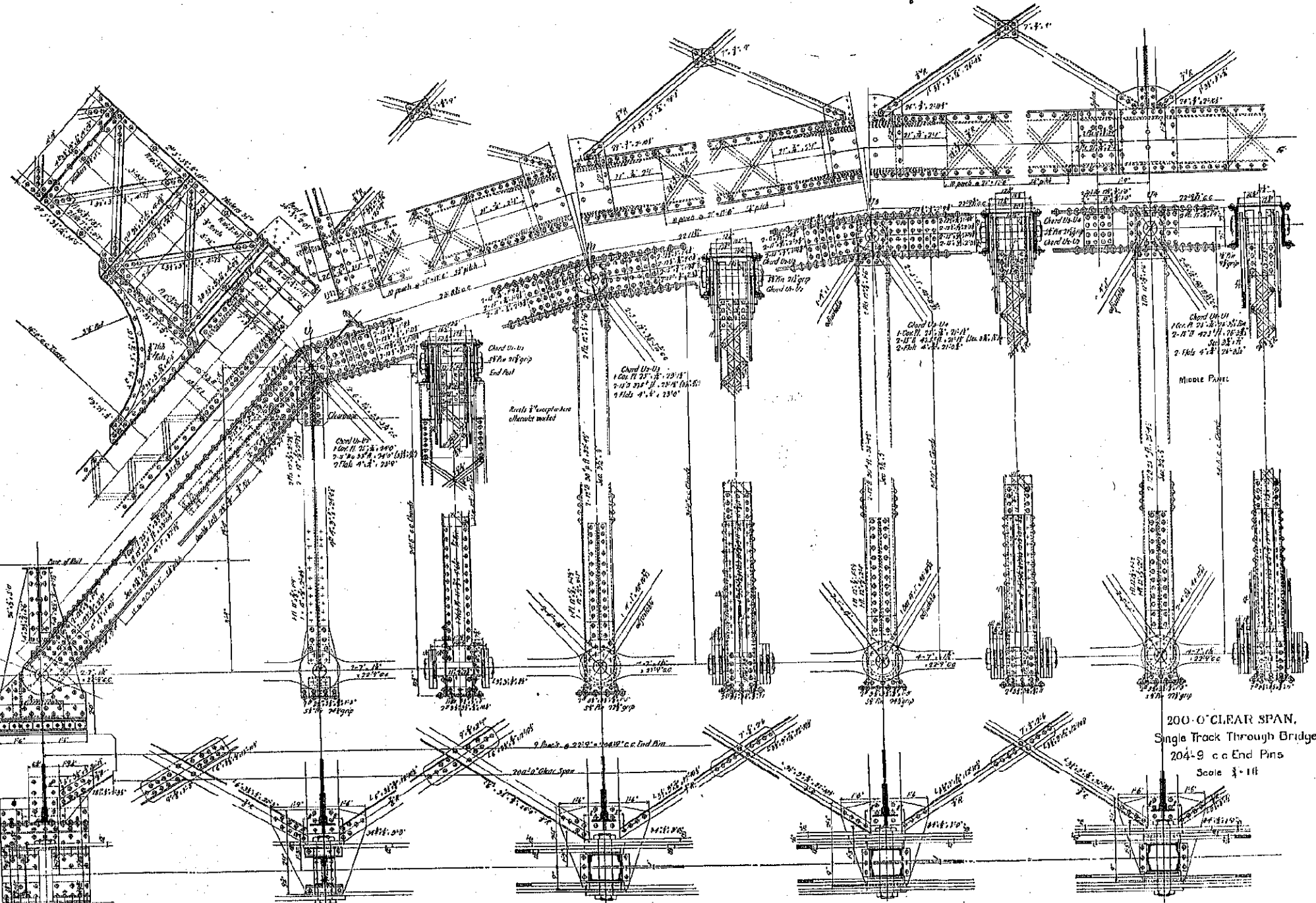
ハス兩側共端縦桁ハ橋脚又ハ橋臺上ニ於テ長サノ方向ニ可動ノ狀態ニ設計スルコトヲ要ス

V 下路構桁ニ於ケル下部横綾構ノ斜材ハ從來ノ如ク横荷重ノ影響ノミヲ考ヘス活荷重死荷重等ノ垂直荷重ニ因ル應力ヲモ願慮シ相當ニ斷面積ヲ大ニスル必要アリ(完)

Standard Plan
for
Imperial Government Railways
OF

JAPAN

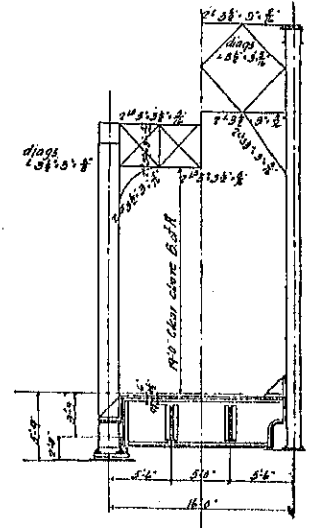
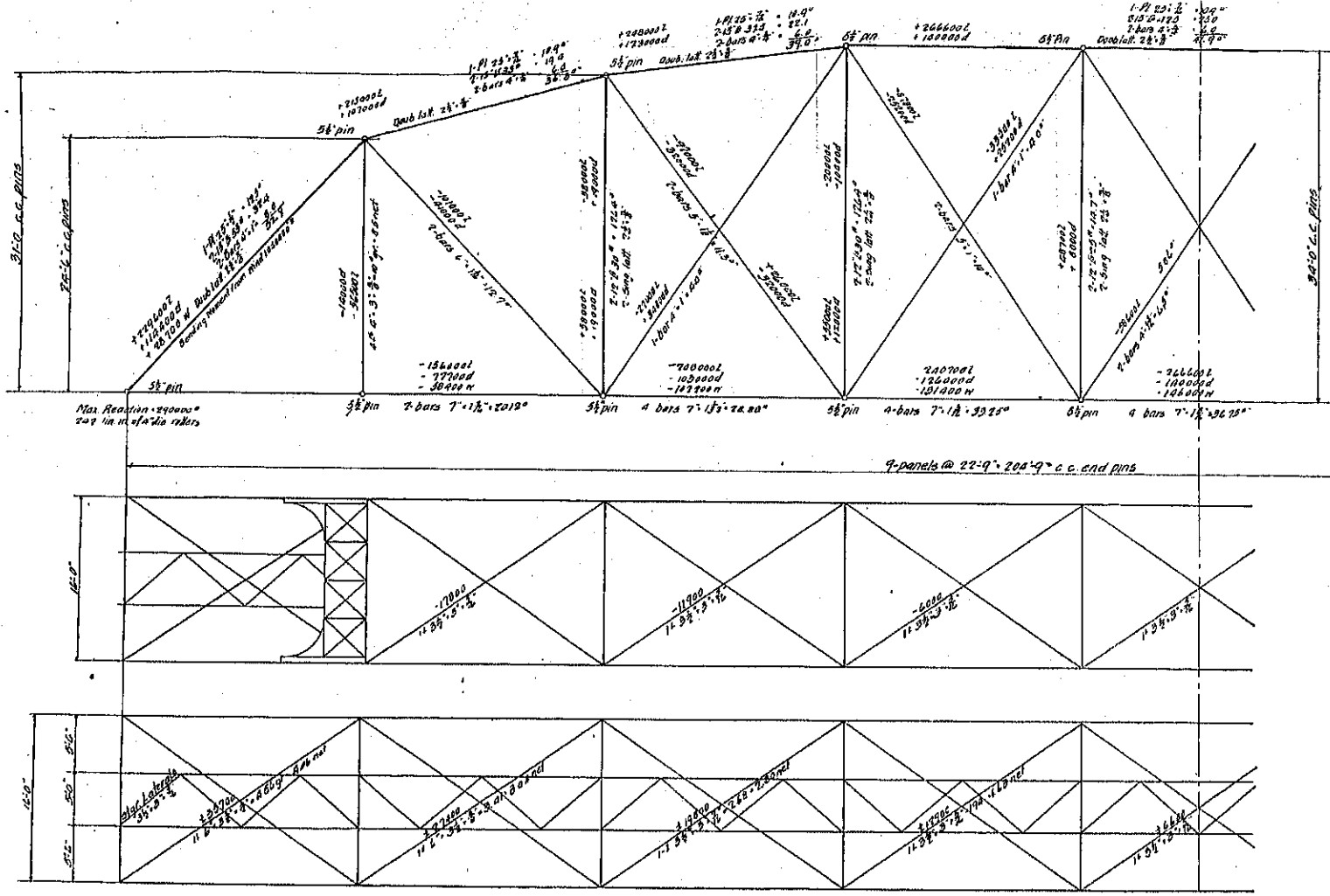
prepared by
Theodore Cooper, 35 Broadway, New York
and
C. C. Schneider, Philadelphia, Pa.
Consulting Engineers



Every member passes through the end blocking
• passes through the Deck and the Angles

200'-0" CLEAR SPAN,
Single Track Through Bridge
204'-9" c.c. End Pins
Scale 1/4" = 1 ft

Theodore Cooper
C. C. Schneider
October 1895



Stringers
 $24' - 3\frac{1}{2}' - 8'' - 800 \text{ lb} - 212'' \text{ net}$
 Max. Flange Stress = 7500" net section reqd. 215"
 Shear = 47000"

Inter. Floorbeam
 $24' - 3\frac{1}{2}' - 8'' - 917 \text{ lb} - 212'' \text{ net}$
 Max. Flange Stress = 8500" net section reqd 247"
 Shear = 42700"

End Floorbeam
 $24' - 3\frac{1}{2}' - 8'' - 800 \text{ lb} - 212'' \text{ net}$
 Max. Flange Stress 7700" net section reqd. 217"
 Shear = 37000"

Strain Sheet

Single Track, Through Bridge
 204'-9" c.c. End Pins.

- denotes tension
- + " " compression
- L " " stress due to live load
- D " " " " " " " " dead
- W " " " " " " " " wind

Assumed Live Load
 Two consolidation engines and tenders weighing
 200,000 pounds each, followed by a train load of
 5000 pounds per linear foot

Theodore Cooper
 G. C. Schneider
 Consulting Engineers.

October 1898