論説

土木學會誌 第二卷第三號 大正五年六月

# 石堰堤内部應力分布ニ就テ

工學博士 佐野藤次郎

## 第一章 緒言

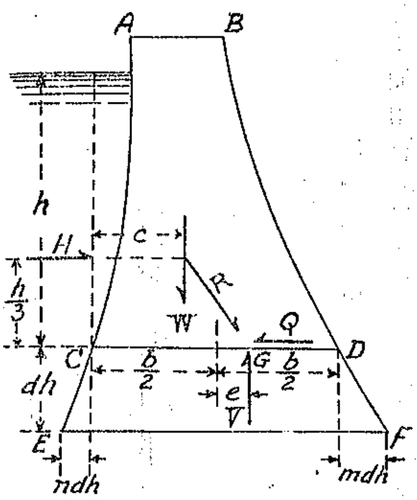
貯水池用石堰堤ノ如ク一定ノ水壓ヲ自己重量ニテ抵抗スルモノニ在テハ外力ノ分量、方向及中心點トモニ的確ナルヲ以テ其應力ノ計算ハ一見甚タ簡明ナルカ如シト雖モ仔細ニ考究スルトキハ幾多ノ假定說ヲ須ヒ種々ノ算法ニ依ルモ歸一スル所ナキニ似タリ十數年前迄ハらんきん、でろーかー、えぐまん等大家ノ計算法ヲ以テ世ノ工學者技術家ハ滿足シ又實際此等計算法ニ依レル高大ナル石堰堤ハ世界ノ各所ニ築造セラレ今日幾十年ノ久シキ些ノ異狀ナキモノ多シ記者カ嘗テ神戸市水道用トシテ布引及烏原兩堰堤ヲ設計セシモ亦同法ヲ模シタルモノニシテ前者ノ落成ハ明治三十三年後者ノ落成ハ同三十七年ナリシカ毫モ危險ノ兆候ナキカ如シ此計算法ヲ假リニ舊式ト名ツク

明治三十八年英國ノ數學家かーるぱーそん教授及助手あっちゃーとれー兩氏ニ依テ新說("On some disregarded points in the stability of masonry dams")稱道セラレ技術界ノ大問題トナリ既設堰堤ノ安危疑ハルヽニ至レリさーべんじゃみんべーかー其他ハ寒天、護謨或ハ粘土等ヲ以テ模型試驗ヲ施シ理論上又ハ實驗上ヨリ甲論乙駁甚タ盛ナリ爲メニ當時嵩上ケ目論見中ノないるあすあん大堰

堤ハ其堤幅ヲ當初ノ設計ヨリ增大セラレタリ明治三十九年あんゐん教授ハ直角三角形ノ橫斷面ヲ有スル假想石堰堤ノ一例ヲ採リ圖算法ヲ併用シ代數學的ニ應力分布ヲ論セリ("Engineering" Vol. LXXIX, 1905) 次テ明治四十一年い－ぴい－ぴる氏ハ解析的ニ任意ノ橫斷面ニ對スル公式ヲ發表セリ然レトモ其橫斷面ハ內面即チ水ニ接スル面ノ垂直ナル場合ニ限定セリ("Proceedings Inst. C.E." Vol. CLXXII, 1907)

明治四十四年記者カ再ヒ神戶市水道擴張工事ニ關係スルニ當テ武庫川支流千苅ト稱スル所ニ一ノ石堰堤ヲ新造スルコトヽナレリ當時敘上ノ新說ヲ耳ニセサルニ非サリシモ創業ノ際多忙ヲ極メ堰堤ノミノ研究ニ專ラナルコト能ハス已ムナク亦所謂舊式ニ依リ斷面ヲ定メテ起工ヲ急キ目下築造工事中ナリ頃日小閑ヲ得前記あんゐん教授及ぴる氏ノ論法ヲ用ヒ尙一層一般的ナル任意ノ橫斷面ニ適スル公式ヲ作リ以テ舊式ニ依ル結果ト對照シ大方諸君ノ批評討議ヲ乞ハントス

## 第二章　總論




第一圖

堰堤內ノ一點ニ於ケル應力ヲ求ムルニハ先ツ其點ヲ通過スル水平切斷面ヲ考ヘ其點ニ於ケル垂直正方應力 (Vertical normal stress) 水平正方應力 (Horizontal normal stress) 及應剪力 (Shearing stress) ノ強度 (Intensity) ヲ計算シ此等ヲ合成シテ主軸應力 (Principal stresses) ノ強度及主軸 (Principal axes) ノ位置ヲ見出セハ其點ノ應力ハ確定セラルヽ譯ナリ

第一圖ハ任意ノ堰堤橫斷面ニシテ $CD$ ハ今應力強度ヲ求メントスル點ヲ通過スル水平面ヲ顯ハシ $EF$ ハ夫ヨ

リ微距 $dh$ ヲ下リタル水平面ヲ顯ハスモノトシ次ノ記號ヲ用フ

倘運算上簡單ナル爲メ堰堤ノ長即チ紙面ニ直角ノ方向ノ寸法ヲ單位ト假定ス又凡テ力ノ單位ハ堤質本位ト定ム即チ堰堤單位容積ノ重量ヲ以テ力ノ單位トス勿論堰堤ノ體質ハ全體同質ノ彈性物(Homogeneous elastic body)ナリト假定セラル

記　號

$W$＝$CD$ 面上ノ堰堤總重量＋堰堤内面ニ受クル總水壓ノ垂直分子 ($AC$ ニ勾配アレハ)

$c$＝堰堤内趾 $C$ 點ト $W$ ノ働ク中心點トノ間ノ水平距離

$b$＝堤幅 $CD$

$h$＝$CD$ 面上ノ水深

$H$＝$h$ ニ依リ生スル總水壓ノ水平分子

$R$＝$W$ 及 $H$ ノ合成力

$e$＝$R$ ノ方向カ $CD$ ト交ル $G$ 點ノ偏倚 (Eccentricity)

$\rho$＝堰堤體質ノ比重

$m$＝外趾 $D$ 點ニ於ケル堰堤外面カ垂直線ト作ル角度ノ正切 (Tangent)

$n$＝内趾 $C$ 點ニ於ケル堰堤内面　同上

$x$＝問題ノ應力ヲ求メントスル任意ノ點ト内趾 $C$ 點トノ間ノ水平距離

$p_x$＝$x$ 點ニ於ケル垂直正方應力强度

$p_x'$＝　同上　水平　同上

$q_x$＝　同上　應剪力强度(垂直又ハ水平)

$R$ ヲ $G$ 點ニ於テ垂直分子 $V$ 及水平分子 $Q$ ニ分解スレハ $V$ ハ $CD$ 面カ受クル垂直總應力又 $Q$ ハ同

水平總應力ニシテ次ノ如キコト明カナリ

$$V=W \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$Q=H=\frac{h^2}{2\rho} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

偏倚$e$ヲ求ムルニハ$C$點ニ關シテ凡テノ力率ヲ平衡セシムレハ

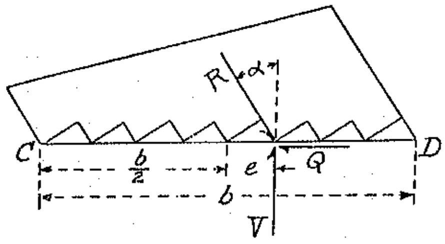
$$V\left(e+\frac{b}{2}\right)=W\,c+H\frac{h}{3}$$

or

$$W\left(e+\frac{b}{2}\right)=W\,c+\frac{h^3}{6\rho}$$

$$\therefore\; e=c+\frac{h^3}{6\rho W}-\frac{b}{2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

從來ノ舊式ニ在テハ$R$ヲ其方向ニ於テ底邊$CD$上ニ梯形法則(Trapezium law)ニ從テ分布セラルヽモノト假定シ而シテ底邊ヲ$R$ニ直角及並行ナル無數ノ鋸歯狀面ト想像シ梯形ニ分布セラレタル各點ノ應力強度ハ其直角面ノミニ働クモノト假定セリ即チ第二圖ノ如ク$R$及其分布應力カ垂直線ト作ル角度ヲ$\alpha$トセハ梯形分布ノ各點應力強度ヲ$\cos\alpha$ニテ除セハ眞ノ應力度(Absolute stress intensity)ヲ得ヘシトセリ然レトモ此方法ハ$R$ノ水平分子$Q$ノ分布ハ垂直分子$V$ノ分布ニ比例スト假定スルニ等シク餘リ得手勝手ナル想像ト云ハサルヘカラス



第二圖

## 第三章　垂直正方應力ノ分布

新式ニ在テモ亦垂直應力ノ分布ハ梯形法則ニ從フモノト假定ス然レトモ

全論中是レ唯一ノ假定ニシテ彈性物ニ於テ最モ合理的ナルコトハ他ノ構造物假令ヘハ桁梁等ノ内部應力分布ニ見ルカ如シ第三圖ノ如ク垂直應力ＶノCD上ニ於ケル分布カ梯形法則ニ從フトハ之ヲ圖表セハCC'D'Dノ如シト假定スルニアリ理論上ハCC'D''D'''Dノ如キモ若シ其面積カＶニ等シク且Ｖノ働點左右ノ力率相等シケレハ亦一種ノ分布ト假定サレサルニ非サレトモ前陳ノ如ク梯形カ最簡明合理的ナリトス　次ノ記號ヲ用フ

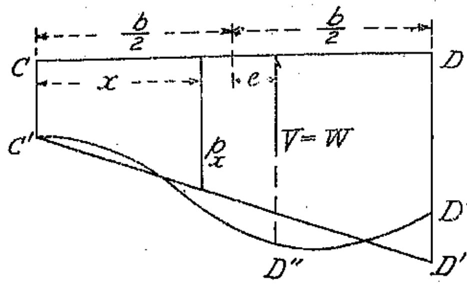
$p_x$＝内趾C點ヨリ距離$x$ナル點ノ應力强度

$p_0$＝内趾C點(即$x=0$)ノ應力强度(即最小)

$p_b$＝外趾D點(即$x=b$)ノ應力强度(即最大)

I　梯形法則ハC'D'カ直線ナリト假定ス故ニ

$$p_x=p_0+(p_b-p_0)\frac{x}{b} \quad \cdots\cdots(4)$$




第三圖

II　分布サレタル應力ヲ集計スレハ原外力ニ等シカラサルヘカラス故ニ

$$V=W=\int_0^b p_x\,dx=\left[p_0x+(p_b-p_0)\frac{x^2}{2b}\right]_0^b=p_0b+(p_b-p_0)\frac{b}{2}=\frac{b}{2}(p_b+p_0)$$

$$\therefore\quad p_b+p_0=\frac{2W}{b} \quad \cdots\cdots(5)$$

III　何レノ點ニ關シテモ分布應力率ヲ集計スレハ原外力率ニ等シカラサルヘカラス假リニ内趾C點ヲ基點ニ撰ヘハ下ノ如シ

$$\left(\frac{b}{2}+e\right)V=\int_0^b p_x x\,dx$$

$$\left(\frac{b}{2}+e\right)\int_0^b p_x\,dx=\int_0^b p_x\,x\,dx$$

$$\left(\frac{b}{2}+e\right)\frac{b}{2}(p_b+p_0)=\left[\frac{1}{2}p_0\,x^2+\frac{1}{3}(p_b-p_0)\frac{x^3}{b}\right]_0^b$$

$$=\frac{1}{6}p_0\,b^2+\frac{1}{3}p_b\,b^2$$

$$(3b+6e)\,(p_b+p_0)=2p_0b+4p_bb$$

$$(b+6e)\,p_0=(b-6e)\,p_b$$

$$\frac{p_0}{p_b}=\frac{b-6e}{b+6e}=\frac{1-\dfrac{6e}{b}}{1+\dfrac{6e}{b}}\quad\cdots\cdots(6)$$

(5)及(6)ヨリ

$$p_0=\frac{W}{b}\left(1-\frac{6e}{b}\right)\quad\cdots\cdots(7)$$

$$p_b=\frac{W}{b}\left(1+\frac{6e}{b}\right)\quad\cdots\cdots(8)$$

此等ヲ(4)ニ代用スレハ

$$p_x=\frac{W}{b}-\frac{6We}{b^2}+\frac{12We}{b^3}x\quad\cdots\cdots(9)$$

更ニ(3)ニ依リ $c$ ヲ(7)(8)(9)ニ代用スレハ

$$p_0=\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}\quad\cdots\cdots(10)$$

$$p_b=\frac{6Wc}{b^2}-\frac{2W}{b}+\frac{h^3}{\rho b^2}\quad\cdots\cdots(11)$$

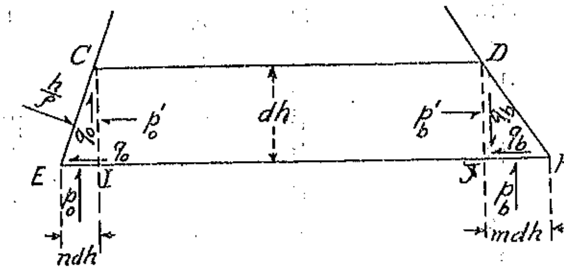
$$p_x=\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}+\left(\frac{12Wc}{b^2}-\frac{6W}{b}+\frac{2h^3}{\rho b^2}\right)\frac{x}{b}\quad\cdots\cdots(12)$$

(11)式ヲ$\cos^2\alpha$ニテ除セバ舊式ニ於ケル最大應力強度ニシテ(10)式ヲ$\cos^2\alpha$ニテ除セハ同シク最小應力強度ナリ

## 第四章　堰堤面ニ於ケル垂直應力水平應力及應剪力各強度ノ關係

第四圖ハ第一圖ノ下部ヲ擴大シタルモノナリ即チ$CD$ハ水深$h$ナル所ニ於ケル堰堤ノ水平面又$EF$ハ夫ヨリ微深$dh$丈ケ下部ニアル水平面ニシテ$CI$及$DJ$ハ共ニ垂直線トス故ニ

$$JF=m\,dh,\qquad EI=n\,dh$$




第四圖

外趾$D$點ニ於テ次ノ記號ヲ用フ

$p_b$=垂直應力強度

$p_b'$=水平　同上

$q_b$=應剪力強度(垂直及水平)

又内趾$C$點ニ於テ次ノ記號ヲ用フ

$p_0$=垂直應力強度

$p_0'$=水平　同上

$q_0$=應剪力強度(垂直及水平)

今三角形$DJF$ノ平衡ヲ保ツ爲メニハ

I　垂直力平衡セサル可カラス即チ三角形ノ自己重量ハ $\frac{1}{2}\overline{JF}\,\overline{DJ}$ ナルヲ以テ

$$\frac{1}{2}\overline{JF}\,\overline{DJ}=p_0\,\overline{JF}-q_0\,\overline{DJ}$$

$$\frac{1}{2}m\,dh\,dh=p_0\,m\,dh-q_0\,dh$$

而シテ $dh$ ハ極微ナルヲ以テ $(dh)^2$ ヲ除外セハ

$$q_0=m\,p_0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

II　水平力平衡セサル可カラス故ニ

$$p_0'\,\overline{DJ}=q_0\,\overline{JF}$$

$$p_0'\,dh=q_0\,m\,dh$$

$$p_0'=m\,q_0=m^2p_0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

(13)及(14)ヲ相乘スレハ

$$p_0\,p_0'=q_0^2$$

是レ即チ堰堤外面ニ於ケル狀態ナリ換言スレハ其面ニ直角ナル方向ニハ應力皆無ナリ蓋シ其方向ニハ大氣壓ノ外ニ外力ナキヲ以テ明カナリ

次ニ三角形 $OEI$ ノ平衡ヲ保ツ爲メニハ同上論法ヲ用ヒ下ノ二式ヲ得ヘシ但此處ニハ水壓ノ强度 $\frac{h}{\rho}$ アリテ凡テノ方向ニ働クコトヲ忘ルヘカラス

III　垂直力ノ平衡ヨリ

$$q_0\,\overline{CI}+p_0\,\overline{EI}=\frac{h}{\rho}\,\overline{EI}+\frac{1}{2}\,\overline{EI}\,\overline{CI}$$

$$q_0\,dh+p_0\,n\,dh=\frac{h}{\rho}\,n\,dh+\frac{1}{2}n\,dh\,dh$$

IV　水平力ノ平衡ヨリ

$$\therefore \quad q_0 = \frac{nh}{\rho} - np_0 \quad \cdots\cdots(15)$$

$$\frac{h}{\rho}\overline{CI} = p_0'\,\overline{CI} + q_0\,\overline{EI}$$

$$\frac{h}{\rho}\,dh = p_0'\,dh + q_0\,n\,dh$$

$$\therefore \quad p_0' = \frac{h}{\rho} - n\,q_0 = \frac{h}{\rho} - \frac{n^2 h}{\rho} + n^2 p_0 \quad \cdots\cdots(16)$$

若シ堰堤ノ内面カ$C$點ニ於テ垂直ナルトキハ$n=0$ナルヲ以テ(15)及(16)ハ次ノ如クナルヘシ

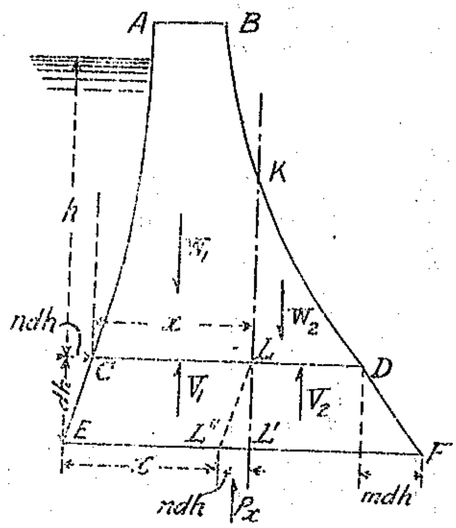
$$q_0 = 0$$

$$p_0' = \frac{h}{\rho}$$

即チ應剪力強度皆無ニシテ水平應力強度ハ水壓ノ強度ト等シ

## 第五章　應剪力ノ分布

第五圖ハ已記第一圖ノ如キ堰堤横斷面ナリ今底邊$CD$中ニ於テ$C$點ヨリ距離$x$ナル$L$點ノ應剪力強度ヲ求メントスルニハ$L$點ヲ通スル垂直線$KLL'$ニ依テ堤面ヲ兩斷シタリト假定シ次ノ記號ヲ用フ




第五圖

$W_1$＝$KL$線ヨリ左ノ部分ノ總垂直力(堰堤重量及前面ニ勾配アレハ水壓力ノ垂直分子)

$W_2$＝$KL$線ヨリ右ノ同上

$V_1$＝$KL$線ヨリ左底邊ニ働ク上向キ反働力

$V_2=$ $KL$ 線ヨリ右底邊ニ働ク上向キ反働力

$$\therefore \quad W_1+W_2=W, \qquad V_1+V_2=V$$

$S_1=W_1-V_1$ ハ $KL$ 面上ニ働ク下向キ總剪力

$S_2=W_2-V_2$ ハ $KL$ 面上ニ働ク上向キ總剪力

ニシテ此兩剪力ハ同値ニシテ方向反對ナルヤ明ナリ即チ

$$S_1+S_2=W_1+W_2-V_1-V_2=W-V=0$$

若シ $C$ 點ニ於テ堰堤前面垂直ナリトセハ $\dfrac{dS_1}{dh}$ ハ $L$ 點ニ於ケル垂直方向ノ應剪力強度タル可キヤ明カナリ而シテ一點ニ於テ互ニ直角ヲナス兩方向ノ應剪力強度ハ相等シト云フ定理 (Rankine's Applied Mechanics Art. 103) ニ依リ $\dfrac{dS_1}{dh}$ ハ亦 $L$ 點ニ於ケル水平方向ノ應剪力強度ナル可シ故ニ

$$q_x\,dh=dS_1=dW_1-dV_1$$

然レトモ $C$ 點ニ於テハ $n$ ナル勾配アルニ依リ $dh$ ナル高ニ對シテ $n\,dh$ ナル幅ヲ増スヲ以テ上式ノ變更ヲ要ス

$LL''$ ヲ $CE$ ニ並行セシムレハ $EL''=x$, $L''L'=n\ dh$ ナリ而シテ $L$ 點ニ於ケル垂直應力度ハ $p_x$ ナルヲ以テ $L''L'$ 上ニ於ケル總垂直應力ハ $p_x\,n\,dh$ ナリ故ニ前章(15)式ヲ得タルト同理ニ依リ三角 $LL'L''$ ノ垂直力平衡ヲ考フルトキハ次式ヲ得ヘシ

$$q_x\,dh=dW_1-dV_1-p_x\,n\,dh$$

or
$$q_x=\frac{dW_1}{dh}-\frac{dV_1}{dh}-n\,p_x \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (17)$$

今 $V_1=\int_0^x p_x\,dx$ ナリ故ニ(12)式ヨリ次ノ如シ

$$V_1=\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}\right)x+\left(\frac{6Wc}{b^3}-\frac{3W}{b^2}+\frac{h^3}{\rho b^3}\right)x^2$$

$$\therefore \frac{dV_1}{dh}=\left\{4\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b}\right)-6\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^2}\right)-\frac{1}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^2}\right)\right\}x$$
$$+\left\{6\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^3}\right)-3\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b^2}\right)+\frac{1}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^3}\right)\right\}x^2 \quad \cdots\cdots\cdots(18)$$

此等ノ微分ヲ知ルコトヲ得ハ(17)式ヲ解クコトヲ得ヘキナリ

第五圖ヲ見ルトキハ次ノ如キコト明カナリ

$dW_1=LCEL'+CE$ 上ニ受クル垂直水壓力

$$=x\,dh+\frac{n}{2}(dh)^2+\frac{n\,(dh)^2}{2\rho}+\frac{nh\,dh}{\rho}$$

$(dh)^2$ ヲ除外スレハ

$$\frac{dW_1}{dh}=x+\frac{nh}{\rho} \quad \cdots\cdots\cdots(19)$$

同一理由ニテ

$$\frac{dW}{dh}=b+\frac{nh}{\rho} \quad \cdots\cdots\cdots(20)$$

又 $db=m\,dh+n\,dh$ ナルカ故ニ

$$\frac{db}{dh}=m+n \quad \cdots\cdots\cdots(21)$$

$\frac{dc}{dh}$ ヲ求ムルニハ第一圖ニ於テ $E$ 點ニ關シテ重量ノ力率ヲ求メ且二次以上ノ微分ヲ省略スレハ

$$(W+dW)(c+dc)=W(c+n\,dh)+b\,dh\frac{b}{2}$$

$$Wc+Wdc+c\,dW=Wc+n\,Wdh+\frac{b^2}{2}dh$$

$$\therefore\quad \frac{dc}{dh}=n+\frac{b^2}{2W}-\frac{c}{W}\frac{dW}{dh}=n+\frac{b^2}{2W}-\frac{c}{W}\left(b+\frac{nh}{\rho}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

(20)(21)及(22)式等ヨリ次ノ微分式ヲ得ヘシ

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b}\right)=1+\frac{nh}{\rho b}-(m+n)\frac{W}{b^2}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b^2}\right)=\frac{1}{b}+\frac{nh}{\rho b^2}-2(m+n)\frac{W}{b^3}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b^3}\right)=\frac{1}{b^2}+\frac{nh}{\rho b^3}-3(m+n)\frac{W}{b^4}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}(Wc)=\frac{b^2}{2}+nW$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{nW}{b^2}-2(m+n)\frac{Wc}{b^3}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^3}\right)=\frac{1}{2b}+\frac{nW}{b^3}-3(m+n)\frac{Wc}{b^4}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^4}\right)=\frac{1}{2b^2}+\frac{nW}{b^4}-4(m+n)\frac{Wc}{b^5}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h}{b}\right)=\frac{1}{b}-(m+n)\frac{h}{b^2}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h}{b^2}\right)=\frac{1}{b^2}-2(m+n)\frac{h}{b^3}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h^2}{b^2}\right)=\frac{2h}{b^2}-2(m+n)\frac{h^2}{b^3}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h^2}{b^3}\right)=\frac{2h}{b^3}-3(m+n)\frac{h^2}{b^4}\quad\triangle$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^2}\right)=\frac{3h^2}{b^2}-2(m+n)\frac{h^3}{b^3}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^3}\right)=\frac{3h^2}{b^3}-3(m+n)\frac{h^3}{b^4}$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^4}\right)=\frac{3h^2}{b^4}-4(m+n)\frac{h^3}{b^5}\quad\triangle$$

以上中△印ヲ附スルモノハ此章ニハ必要ナケレトモ後章ニ於テ要アルヲ以テ便宜上此處ニ掲ク

此等ノ微分式ヲ代用スルトキハ(18)式ハ下ノ如クナルヘシ

$$\frac{dV_1}{dh}=\left\{1-4(m+4n)\frac{W}{b^2}+12(m+2n)\frac{Wc}{b^3}+\frac{4nh}{\rho b}-\frac{3h^2}{\rho b^2}+2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^3}\right\}x$$

$$+\left\{6(m+2n)\frac{W}{b^3}-18(m+n)\frac{Wc}{b^4}-\frac{3nh}{\rho b^2}+\frac{3h^2}{\rho b^3}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^4}\right\}x^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

(12)(19)及(23)式ヲ(17)式ニ入ルヽトキハ求ムル所ノ應剪力强度ハ次ノ如シ

$$q_x=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}$$

$$+\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x}{b}$$

$$-\left\{6(m+2n)\frac{W}{b}-18(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{b^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

若シ $n=0$ 即チ $C$ 點ニ於テ堰堤前面垂直ナルトキハ(24)式ハ次ノ如クナルヘシ

$$q_x=\left\{\frac{4mW}{b}-\frac{12mWc}{b^2}+\frac{3h^2}{\rho b}-\frac{2mh^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x}{b}$$

$$-\left\{\frac{6mW}{b}-\frac{18mWc}{b^2}+\frac{3h^2}{\rho b}-\frac{3mh^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{b^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

多クノ場合 $n$ ハ甚タ小ナル可ク(25)式ヲ用フルモ大差ナク運算上簡便ナルヘシ

若シ $m=0$ 即チ $D$ 點ニ於テ堰堤後面垂直ナルトキハ(24)式ハ次ノ如クナルヘシ

$$q_x=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}$$

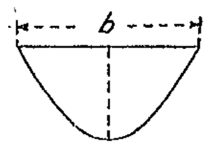
$$+\left\{\frac{16nW}{b}-\frac{24nWc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-\frac{4nh^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x}{b}$$

$$-\left\{\frac{12nW}{b}-\frac{18nWc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-\frac{3nh^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{b^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

若シ $m=n=0$ 即チ前後面垂直ナルトキハ

$$q_x=\frac{3h^2}{\rho b^2}x-\frac{3h^2}{\rho b^3}x^2 \qquad \cdots\cdots(27)$$

是レ即チ第六圖ノ如ク底邊ノ中央ニ直角軸ヲ有スル正形拋物線ニシテ恰モ彎曲力率ヲ受クル桁梁ノ橫斷面ニ於ケル應剪力ノ分布ト等一ナリトス



第六圖

應剪力强度ノ最大若クハ最小ナル點ヲ見出サンニハ(24)式ヲ $x$ ニ就テ微分セハ

$$\frac{dq_x}{dx}=4(m+4n)\frac{W}{b^2}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^3}-\frac{4nh}{\rho b}+\frac{3h^2}{\rho b^2}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^3}$$

$$-\left\{12(m+2n)\frac{W}{b^2}-18(m+n)\frac{Wc}{b^3}-\frac{3nh}{\rho b}+\frac{3h^2}{\rho b^2}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^3}\right\}\frac{x}{b}=0$$

$$x=b\frac{4(m+4n)\frac{W}{b^2}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^3}-\frac{4nh}{\rho b}+\frac{3h^2}{\rho b^2}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^3}}{12(m+2n)\frac{W}{b^2}-18(m+n)\frac{Wc}{b^3}-\frac{3nh}{\rho b}+\frac{3h^2}{\rho b^2}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^3}}$$

應剪力强度ノ公式(24)ノ合理ナルコトハ次ノ如ク三方法ニテ立證シ得ヘシ

I 若シ $x=b$ 即チ外趾點ニ於テハ(24)式ハ

$$q_b=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}-2(m-2n)\frac{W}{b}+6(m-n)\frac{Wc}{b^2}+(m-n)\frac{h^3}{\rho b^2}-\frac{nh}{\rho}$$

$$=\frac{mh^3}{\rho b^2}-\frac{2mW}{b}+\frac{6mWc}{b^2}=m\left(\frac{6Wc}{b^2}-\frac{2W}{b}+\frac{h^3}{\rho b^2}\right)$$

而シテ(11)式ヲ代用スルトキハ

$$q_b=m\,p_b.$$

トナリ(13)式ニ依テ立證セラル

II 若シ $x=0$ 即チ内趾點ニ於テハ(24)式ハ

$$q_0=\frac{nh}{\rho}-n\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}\right)$$

トナル而シテ(10)式ヲ代用スルトキハ

$$q_0=\frac{nh}{\rho}-np_0$$

トナリ(15)式ニ依テ立證セラル

III 次キニ(24)式ヲ $x=0$ ヨリ $x=b$ ノ間ニ積分スレハ底邊 $CD$ ニ於ケル總剪力ナルヲ以テ總水壓ノ水平分子 $H=\frac{h^2}{2\rho}$ ニ等シカラサル可カラス即チ

$$\int_0^b q_x\,dx=\Bigg[n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}x+\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{2b}$$
$$-\left\{6(m+2n)\frac{W}{b}-18(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^3}{3b^2}\Bigg]_0^b$$

$$=\frac{h^2}{2\rho}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{Q.E.D.}$$

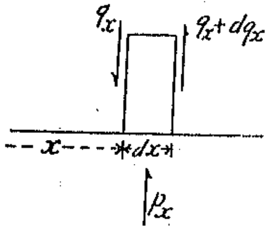
## 第六章　應剪力分布ヲ求ムル他ノ一法

垂直應力分布カ梯形法則ニ從フモノト假定セハ直線式ヲ以テ之ヲ顯ハシ得ヘク下ノ如シ

$$p_x=\alpha+\beta x$$

之ヲ積分スレハ次ノ如キ形トナル可シ

$$\int p_x\,dx = k + \lambda x + \mu x^2$$




第七圖

第七圖ノ如ク距離 $x$ ナル點ニ於テ幅 $dx$ 高單位ナル分子ノ垂直力平衡ヲ考フルトキハ

$$(q_x + dq_x) - q_x = dq_x = p_x\,dx$$

之ヲ積分スレハ

$$q_x = \int p_x\,dx$$

故ニ應剪力強度ハ拋物線ヲ以テ顯ハシ得ヘク次ノ如クナルヘシ

$$q_x = k + \lambda x + \mu x^2 \quad \cdots\cdots(29)$$

此式ニ於テ係數 $k$ $\lambda$ 及 $\mu$ ヲ知ルコトヲ得ハ可ナリ而シテ既定記號ニ從ヘハ $x=0$ ナルトキハ $q_x=q_0$ ナリ又 $x=b$ ナルトキハ $q_x=q_b$ ナリ

$$\therefore \quad q_0 = k \quad \cdots\cdots(30)$$

$$q_b = k + b\lambda + b^2\mu \quad \cdots\cdots(31)$$

尚(29)ヲ $x=0$ 及 $x=b$ ノ間ニ積分スレハ總水壓ノ水平分子 $\frac{h^2}{2\rho}$ ニ等シカル可シ即チ

$$\int_0^b q_x\,dx = \int_0^b (k + \lambda x + \mu x^2)\,dx$$

$$\therefore \quad \frac{h^2}{2\rho} = bk + \frac{b^2}{2}\lambda + \frac{b^3}{3}\mu \quad \cdots\cdots(32)$$

(30)(31)(32)ノ三式ヨリ三未知數 $k$、$\lambda$、$\mu$ ヲ求ムレハ下ノ如シ

$$k=q_0$$

$$\lambda=\frac{1}{b}\left(\frac{3h^2}{\rho b}-2q_b-4q_0\right)$$

$$\mu=\frac{3}{b^2}\left(q_0+q_b-\frac{h^3}{\rho b}\right)$$

而シテ(15)及(10)式ヨリ

$$q_0=n\left(\frac{h}{\rho}-p_0\right)=n\left(\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right)$$

又(13)及(11)式ヨリ

$$q_b=mp_b=m\left(\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{2W}{b}\right)$$

ナルヲ以テ次ノ如シ

$$k=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}$$

$$\lambda=\frac{1}{b}\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}$$

$$\mu=\frac{3}{b^2}\left\{-2(m+2n)\frac{W}{b}+6(m+n)\frac{Wc}{b^2}+\frac{nh}{\rho}-\frac{h^2}{\rho b}+(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}$$

此等ヲ(29)式ニ代用スレハ次ノ如シ

$$q_x=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}$$

$$+\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x}{b}$$

$$-\left\{6(m+2n)\frac{W}{b}-18(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{b^2}$$

*Q.E.D.*

是レ即チ(24)式ト同一ナリ

## 第七章　水平正方應力ノ分布

既記第五圖ニ於テ $Q_x$ ヲ以テ底部 $LD$ 面上ニ於ケル總剪力ヲ示セハ

$$Q_x=\int_x^b q_x dx=\int_0^b q_x dx-\int_0^x q_x dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

而シテ(24)式ヲ積分スレハ

$$\int_0^x q_x dx=n\left\{\frac{h}{\rho}+\frac{h^3}{\rho b^2}+\frac{6Wc}{b^2}-\frac{4W}{b}\right\}x$$

$$+\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}-12(m+2n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{2b}$$

$$-\left\{6(m+2n)\frac{W}{b}-18(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^3}{3b^2}$$

$x=b$ トスレハ $\int_0^b q_x dx=\frac{h^2}{2\rho}$ トナル可シ故ニ(33)式ハ次ノ如クナルヘシ

$$Q_x=\frac{h^2}{2\rho}-\left\{6n\frac{Wc}{b^2}-4n\frac{W}{b}+\frac{nh^3}{\rho b^2}+\frac{nh}{\rho}\right\}x$$

$$+\left\{6(m+2n)\frac{Wc}{b^3}-2(m+4n)\frac{W}{b^2}+\frac{(m+2n)h^3}{\rho b^3}-\frac{3h^2}{2\rho b^2}+\frac{2nh}{\rho b}\right\}x^2$$

$$-\left\{6(m+n)\frac{Wc}{b^4}-2(m+2n)\frac{W}{b^3}+\frac{(m+n)h^3}{\rho b^4}-\frac{h^2}{\rho b^3}+\frac{nh}{\rho b^2}\right\}x^3 \quad \cdots\cdots(34)$$

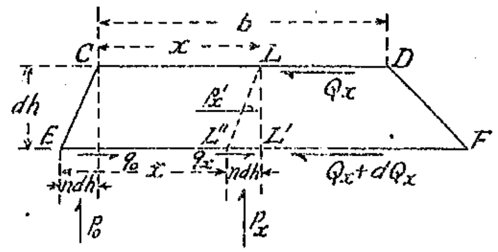
若シ堰堤前面垂直ナリセハ $\dfrac{dQ_x}{dh}$ ハ求ムル所ノ水平應力强度ナル可シ然レトモ $n$ ナル勾配アルニ依リ第八圖ヲ以テ堰堤下部ヲ示スモノトセハ(16)式ニ於ケルト同一理由ヲ以テ三角形 $LL'L''$ ニ働ク水平力ノ平衡ヲ考フルトキハ次ノ如クナルヘシ

$$(Q_x+dQ_x)-Q_x=p_x'\,\overline{LL'}+q_x\,\overline{LL''}$$

$$dQ_x=p_x'dh+q_xndh$$

$$\frac{dQ_x}{dh}=p_x'+nq_x$$

$$p_x'=\frac{dQ_x}{dh}-nq_x \quad \cdots\cdots(35)$$




第八圖

(34)式ヲ微分スレハ

$$\frac{dQ_x}{dh}=\frac{h}{\rho}-\left\{6n\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^2}\right)-4n\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b}\right)+\frac{n}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^2}\right)+\frac{n}{\rho}\right\}x$$
$$+\left\{6(m+2n)\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^3}\right)-2(m+4n)\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b^2}\right)+\frac{m+2n}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^3}\right)-\frac{3}{2\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^2}{b^2}\right)+\frac{2n}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h}{b}\right)\right\}x^2$$
$$-\left\{6(m+n)\frac{d}{dh}\left(\frac{Wc}{b^4}\right)-2(m+2n)\frac{d}{dh}\left(\frac{W}{b^3}\right)+\frac{m+n}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^3}{b^4}\right)-\frac{1}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h^2}{b^3}\right)+\frac{n}{\rho}\frac{d}{dh}\left(\frac{h}{b^2}\right)\right\}x^3$$

第五章ニ列擧シタル微分式ヲ代用スレハ次ノ如クナル可シ

$$\frac{dQ_x}{dh}=\frac{h}{\rho}-n\left\{2(2m+5n)\frac{W}{b^2}-12(m+n)\frac{Wc}{b^3}-1+\frac{1}{\rho}\right.$$

$$-\frac{4nh}{\rho b}+\frac{3h^2}{\rho b^2}-2(m+n)\frac{h^3}{\rho b^3}\Big\}x$$

$$+\Big\{2(2m^2+13mn+14n^2)\frac{W}{b^3}-18(m+n)(m+2n)\frac{Wc}{b^4}+\frac{m-2n}{b}+\frac{2n}{\rho b}$$

$$-(4mn+10n^2+3)\frac{h}{\rho b^2}+3(2m+3n)\frac{h^2}{\rho b^3}-3(m+n)(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^4}\Big\}x^2$$

$$-\Big\{6(m+n)(m+3n)\frac{W}{b^4}-24(m+n)^2\frac{Wc}{b^5}+\frac{m-n}{b^2}+\frac{n}{\rho b^2}$$

$$-2(2mn+3n^2+1)\frac{h}{\rho b^3}+6(m+n)\frac{h^2}{\rho b^4}-4(m+n)^2\frac{h^3}{\rho b^5}\Big\}x^3$$

此$\frac{dQ_x}{dh}$ノ値及(24)式ノ$q_x$ノ値ヲ(35)式ニ代用スレハ遂ニ求ムル式ヲ得ルコト次ノ如シ

$$p_x'=\frac{h}{\rho}+n^2\Big\{\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h}{\rho}-\frac{h^3}{\rho b^2}\Big\}$$

$$-n\Big\{2(4m+13n)\frac{W}{b}-12(2m+3n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{\rho-1}{\rho}b$$

$$-\frac{3nh}{\rho}+\frac{6h^2}{\rho b}-2(2m+3n)\frac{h^3}{\rho b^2}\Big\}\frac{x}{b}$$

$$+\Big\{4(m^2+8mn+10n^2)\frac{W}{b}-18(m+n)(m+3n)\frac{Wc}{b^2}+\frac{(m-2n)\rho+2n}{\rho}b$$

$$-(4mn+13n^2+3)\frac{h}{\rho}+6(m+2n)\frac{h^2}{\rho b}-3(m+n)(m+3n)\frac{h^3}{\rho b^2}\Big\}\frac{x^2}{b^2}$$

$$-\Big\{6(m+n)(m+3n)\frac{W}{b}-24(m+n)^2\frac{Wc}{b^2}+\frac{(m-n)\rho+n}{\rho}b$$

$$-2(2mn+3n^2+1)\frac{h}{\rho}+6(m+n)\frac{h^2}{\rho b}-4(m+n)^2\frac{h^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x^3}{b^3}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(36)$$

若シ $n=0$ 即チ內趾 $C$ 點ニ於テ堰ノ前面垂直ナルトキハ(36)式ハ次ノ如クナルヘシ

$$p_x'=\frac{h}{\rho}+\Bigg\{4m^2\frac{W}{b}-18m^2\frac{Wc}{b^2}+mb-\frac{3h}{\rho}+6m\frac{h^2}{\rho b}-3m^2\frac{h^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x^2}{b^2}$$

$$-\Bigg\{6m^2\frac{W}{b}-24m^2\frac{Wc}{b^2}+mb-\frac{2h}{\rho}+6m\frac{h^2}{\rho b}-4m^2\frac{h^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x^3}{b^3}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

多クノ場合 $n$ ハ甚タ小ナルヲ以テ(37)式ヲ用フルモ大差ナク且簡便ナルヘシ
若シ $m=0$ 即チ外趾 $D$ 點ニ於テ堤ノ後面垂直ナルトキハ(36)式ハ次ノ如クナルヘシ

$$p_x'=\frac{h}{\rho}+n^2\Bigg\{\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h}{\rho}-\frac{h^3}{\rho b^2}\Bigg\}$$

$$-n\Bigg\{26n\frac{W}{b}-36n\frac{Wc}{b^2}-\frac{\rho-1}{\rho}b-\frac{8nh}{\rho}+\frac{6h^2}{\rho b}-\frac{6nh^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x}{b}$$

$$+\Bigg\{40n^2\frac{W}{b}-54n^2\frac{Wc}{b^2}-2n\frac{\rho-1}{\rho}b-(13n^2+3)\frac{h}{\rho}+\frac{12nh^2}{\rho b}-\frac{9n^2h^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x^2}{b^2}$$

$$-\Bigg\{18n^2\frac{W}{b}-24n^2\frac{Wc}{b^2}-n\frac{\rho-1}{\rho}b-2(3n^2+1)\frac{h}{\rho}+\frac{6nh^2}{\rho b}-\frac{4n^2h^3}{\rho b^2}\Bigg\}\frac{x^3}{b^3}\ \cdots\cdots\cdots(38)$$

若シ $m=0,\ n=0$ 即チ前後面トモ垂直ナルトキハ

$$p_x'=\frac{h}{\rho}-\frac{3hx^2}{\rho b^2}+\frac{2hx^3}{\rho b^3}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(39)$$

水平應力强度ノ最小若クハ最大ハ(36)式ヲ $x$ ニ關シ微分シ $\frac{dp_x'}{dx}=0$ ヨリ $x$ ノ二次方程式ヲ得ヘシ
公式(36)ノ合理ナルコトハ次ノ如ク立證シ得ヘシ

I　若シ $x=0$ 即チ内趾點ニ於テハ(36)式ハ次ノ如シ

$$p_0'=\frac{h}{\rho}-\frac{n^2h}{\rho}+n^2\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{l^3}{\rho b^2}\right)$$

然レトモ(10)式ニ依リ

$$p_0=\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{l^3}{\rho b^2}\right)$$

ナルカ故ニ

$$p_0'=\frac{h}{\rho}-\frac{n^2h}{\rho}+n^2p_0$$

是レ即チ(16)式ニ依テ明カナリ

II　若シ $x=b$ 即チ外趾點ニ於テハ(36)式ハ次ノ如シ

$$p_b'=m^2\left(\frac{6Wc}{b^2}-\frac{2W}{b}+\frac{l^3}{\rho b^2}\right)$$

然レトモ(11)式ニ依リ

$$p_b=\left(\frac{6Wc}{b^2}-\frac{2W}{b}+\frac{l^3}{\rho b^2}\right)$$

ナルカ故ニ

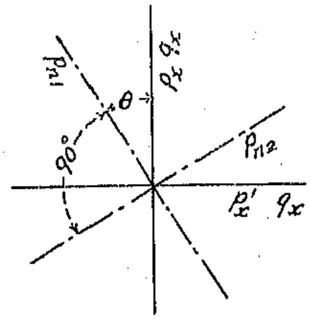
$$p_b'=m^2p_b$$

是レ即チ(14)式ニ依リ明カナリ　Q.E.D

## 第八章　樞軸應力及其方向

既記ノ如ク(12)(24)及(36)式ニ依リ或ル點ニ於ケル垂直應力、應剪力及水平應力ノ强度ヲ知レハ其點ノ樞軸應力强度及其方向ヲ知ルコトヲ得ヘシ

(Rankine's Applied Mechanics, Art. 108) 即チ樞軸トハ互ニ直角ヲナス二方向ニシテ其應力ハ悉ク正方(Normal)ニシテ毫モ剪力ナキモノヲ云フ第九圖ニ於テ $p_n$ ヲ以テ樞軸應力强度ヲ示シ $\theta$ ヲ以テ樞軸ト垂直線ト作ル角度ヲ示ス(垂直線ヨリ左ニ向フヲ正トシ右ニ向フヲ負トス)トキハ次ノ關係ヲ有スルモノナリ




第九圖

$$(p_n-p_x)(p_n-p_x')=q_x^2 \qquad \cdots\cdots(40)$$

$$\tan 2\theta=\frac{q_x}{\frac{p_x-p_x'}{2}} \qquad \cdots\cdots(41)$$

(40)式ハ次ノ如シ

$$p_n^2-(p_x+p_x')p_n+p_xp_x'=q_x^2$$

之レヨリ $p_n$ ノ二値ヲ得ヘシ即チ

$$p_{n_1}=\frac{p_x+p_x'}{2}+\sqrt{\left(\frac{p_x+p_x'}{2}\right)^2+q_x^2} \qquad \cdots\cdots(42)$$

$$p_{n_2}=\frac{p_x+p_x'}{2}-\sqrt{\left(\frac{p_x+p_x'}{2}\right)^2+q_x^2} \qquad \cdots\cdots(43)$$

之レヲ合スレハ次ノ如シ

$$p_{n_1}+p_{n_2}=p_x+p_x' \qquad \cdots\cdots(44)$$

此(44)式ニ依リ實際計算ノ場合運算ノ正否ヲ檢スルコトヲ得ヘシ

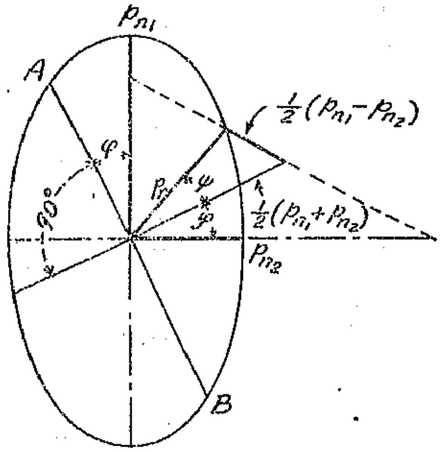
又

$$\tan 2\theta=\tan(2\theta+180^\circ)=\tan 2(\theta+90^\circ)$$

ナルヘキニ依リ(41)式ニ於テ $\theta$ ノ代リニ $\theta+90^\circ$ トスルモ同値ナリ即チ $p_n$ ノ二値ニ對スル方向ナリ

ト知ル可シ

樞軸應力強度ヲ知リタルトキハ如何ナル任意ノ方向ニ於ケル應力強度モ楕圓法則(Ellipse o
ニ依テ求ムルコトヲ得ヘシ(Rankine's Applied Mechanics, Art. 112).




第十圖

第十圖ニ於テ $p_{n_1}$ 及 $p_{n_2}$ ヲ以テ兩樞軸應力強度トセハ之レト任意ノ角度 $\varphi$ ヲ作ル平面 $AB$ ニ於ケル應力強度 $p_r$ ハ $p_{n_1}$ 及 $p_{n_2}$ ヲ半徑トスル楕圓上ニアリテ其値及方向ハ次ノ如シ

$$p_r=\sqrt{p_{n_1}^2\sin^2\varphi+p_{n_2}^2\cos^2\varphi} \quad \cdots\cdots(45)$$

$$\tan\psi=\frac{(p_{n_1}-p_{n_2})\sin\varphi\cos\varphi}{p_{n_1}\sin^2\varphi+p_{n_2}\cos^2\varphi} \quad \cdots\cdots(46)$$

若シ $AB$ 面ニ垂直及並行ノ方向ニ於ケル應力強度ヲ $p_{r_n}$ 及 $p_{r_t}$ トセハ

$$p_{r_n}=p_{n_1}\sin^2\varphi+p_{n_2}\cos^2\varphi \quad \cdots\cdots(47)$$

$$p_{r_t}=(p_{n_1}-p_{n_2})\sin\varphi\cos\varphi \quad \cdots\cdots(48)$$

若シ $\varphi=\theta$ ナルトキ(41)式ヲ代用シテ(47)及(48)式ヲ變形スルトキハ次ノ如クナルヘシ

$$p_{r_n}=p_x, \qquad p_{r_t}=q_x$$

是レ垂直應力及應剪力ヨリ樞軸應力ヲ求メル逆轉法ニシテ正ニ然カアルヘキ理ナリ

## 第九章 實例計算應用

I 千苅堰堤 設計ノ最高百四十尺、頂幅十二尺、堤體ノ比重2.25即チ一立方尺ノ重量百四十封度或ハ十六分ノ一噸ニシテ其形狀及所謂舊式ニ從テ計算シタル各層內外兩趾點ニ於ケル應力強度

ハ第一表ニ掲クル如シ

先ツ其最下層即チ $h=140$ 尺ノ底邊ニ於テ新式ニ依リ各種應力ヲ試ミントス只注意ス可キハ叙上各公式ニ於テ力ノ單位ハ堤質本位ナリシヲ以テ噸尺本位トスルニハ $\frac{1}{16}$ 噸ヲ乘スヘキコトナリ

已知數ハ下ノ如シ

$$h=140^{\text{尺}} \qquad b=144.26^{\text{尺}} \qquad e=.45^{\text{尺}}$$

$$\rho=2.25 \qquad m=1.314 \qquad n=.574$$

$$W=568.556\text{噸}\ (=9097.\ \text{立方尺})$$

(3)式ヨリ $c$ ヲ求ムレハ次ノ如シ

$$c=\frac{b}{2}+e-\frac{h^3}{6\rho W}=\frac{144.26}{2}+.45-\frac{140^3}{6\times2.25\times9097}=50.24^{\text{尺}}$$

下ノ各項ヲ計算シ置ケハ運算上便利ナリ(噸單位)

$$\frac{W}{b}=\frac{568.556}{144.26}=3.941$$

$$\frac{Wc}{b^2}=\frac{568.556\times50.24}{144.26^2}=1.373$$

$$\frac{h}{\rho}=\frac{140}{2.25}\times\frac{1}{16}=3.889$$

$$\frac{h^2}{\rho b}=\frac{140^2}{2.25\times144.26}\times\frac{1}{16}=3.774$$

$$\frac{h^3}{\rho b^2}=\frac{140^3}{2.25\times144.26^2}\times\frac{1}{16}=3.663$$

此等ヨリ(12)(24)及(36)式ハ下ノ如シ

$$p_x=3.867+\frac{.148}{144.26}x\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

$$q_x=.0125+\frac{.721}{144.26}x+\frac{4.552}{144.26^2}x^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

$$p_x'=3.885+\frac{1.813}{144.26}x-\frac{8.521}{144.26^2}x^2+\frac{9.556}{144.26^3}x^3\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

此等運算ノ正否ヲ檢セント欲セハ

$x=0$ トセハ　$p_0=3.867,\qquad q_0=.0125,\qquad p_0'=3.885$

$x=b$ トセハ　$p_b=4.015,\qquad q_b=5.286,\qquad p_b'=6.733$

而シテ(15)式ヨリ　$q_0=\frac{.574\times140}{2.25}\times\frac{1}{16}-.574\times3.867=.01256$

(13)式ヨリ　$q_b=1.314\times4.015=5.275$

(16)式ヨリ　$p_0'=\frac{140}{2.25}\times\frac{1}{16}-.574\times.0125=3.882$

(14)式ヨリ　$p_b'=1.314^2\times4.015=6.932$

此等ノ差ハ甚小ナレハ運算上ノ誤差ナルヘシ(a)(b)及(c)ノ各式ニ於テ$x$ヲ任意ノ値トシ假令ヘハ毎十尺ニ取リ$p_x$ $q_x$及$p_x'$ノ値ヲ求メ次ニ(42)及(43)式ニ依リテ$p_{n_1}$及$p_{n_2}$ノ値又(41)式ニ依リ$\theta$ノ値ヲ知リ得ヘシ是等ノ結果ハ第二表ニ揭クルカ如シ

次ニ$h=110$尺ノ層ニ於テ試ミルトキハ

已知數ハ下ノ如シ

$$h=110^{\text{尺}} \qquad b=92.23^{\text{尺}} \qquad e=5.00^{\text{尺}}$$

$$\rho=2.25 \qquad m=1.215 \qquad n=.141$$

$W=297.202$ 噸（$=4755.$ 立方尺）

(3)式ヨリ$c$ヲ求ムレハ次ノ如シ

$$c=\frac{b}{2}+e-\frac{h^3}{6\rho W}$$

$$=\frac{92.23}{2}+5-\frac{110^3}{6\times 2.25\times 4755}=30.38^{\text{尺}}$$

下ノ各項ヲ計算シ得ヘシ（堤體本位トシテ）

$$\frac{W}{b}=\frac{4755}{92.23}=51.558$$

$$\frac{Wc}{b^2}=\frac{4755\times 30.38}{92.23^2}=16.984$$

$$\frac{h}{\rho}=\frac{110}{2.25}=48.889$$

$$\frac{h^2}{\rho b}=\frac{110^2}{2.25\times 92.23}=58.308$$

$$\frac{h^3}{\rho b^2}=\frac{110^3}{2.25\times 92.23^2}=69.543$$



故ニ(12)(24)及(36)式ハ下ノ如シ

$$p_x=34.785+\frac{33.546}{92.23}x$$

$$q_x=\ 1.984+\frac{.931}{92.23}x+\frac{80.105}{92.23^2}x^2$$

$$p_x'=48.609+\frac{6.52}{92.23}x-\frac{86.333}{92.23^2}x^2+\frac{131.858}{92.23^3}x^3$$

是レ堤體本位ナルヲ以テ各$\frac{1}{16}$ヲ乘スレハ噸尺單位トナル可シ次ノ如シ

$$p_x=2.174+\frac{2.097}{92.23}x \quad \cdots\cdots(a)$$

$$q_x=\ .124+\frac{.0582}{92.23}x+\frac{5.007}{92.23^2}x^2 \quad \cdots\cdots(b)$$

$$p_x'=3.038+\frac{.4075}{92.23}x-\frac{5.396}{92.23^2}x^2+\frac{8.241}{92.23^3}x^3 \quad \cdots\cdots(c)$$

此等運算ノ正否ヲ檢スルニ

$x=0$トセハ　$p_0=2.174,\quad q_0=.124,\quad p_0'=3.038$

$x=b$トセハ　$p_b=4.271,\quad q_b=5.189,\quad p_b'=6.291$

而シテ(15)式ヨリ　$q_0=.141\left(\frac{110}{2.25}\times\frac{1}{16}-2.174\right)=.12429$

(13)式ヨリ　$q_b=1.215\times4.271=5.189$

(16)式ヨリ　$p_0'=\frac{110}{2.25}\times\frac{1}{16}-\frac{.141^2\times110}{2.25}\times\frac{1}{16}+.141^2\times2.174=3.038$

(14)式ヨリ　$p_b'=1.215^2\times4.271=6.3048$

此等ノ差ハ甚タ小ナリ

(a) (b) 及 (c) ノ各式ニ於テ $x$ ヲ毎十尺ニ取リ $p_x$ $q_x$ 及 $p_x'$ ノ値ヲ求メ次ニ(42)及(43)式ニ依リ $p_{n_1}$ 及 $p_{n_2}$ ノ値又(41)式ニ依リ $\theta$ ノ値ヲ知リ得ヘシ是等ノ結果ハ第二表ニ掲クルカ如シ

II　鳥原堰堤及布引堰堤　兩者共ニ最高百十尺、頂幅十二尺比重2.25ニシテ底幅ハ各九十尺二三及七十八尺ナリ其形狀及舊式ニ依ル應力ハ第一表ノ如ク新式ニ依ル底邊ニ於ケル應力强度ハ第三表ノ如シ

以上諸例ノ結果ヲ圖表スレハ各種應力ノ分布ヲ一目瞭然タラシムルコトヲ得ヘシ卷尾ニ之ヲ揭ク(完)

## 第一表 千苅鳥原及布引堰堤寸法（第二表附圖參照）

### 並舊式計算ニ依ル應力

空虛ノトキ $s_0'=\frac{W'}{b}\left(1+\frac{6e'}{b}\right)$ $s_b'=\frac{W'}{b}\left(1-\frac{6e'}{b}\right)$, 滿水ノトキ $s_0=\frac{W}{b}\left(1-\frac{6e}{b}\right)$ $s_b=\frac{W}{b}\left(1+\frac{6e}{b}\right)$

| 頂幅=12尺 比重=2.25 | | | | | 空虛ノトキ | | | | 滿水ノトキ | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 高 $h$ 尺 | 幅 $b$ 尺 | 內趾幅 $f$ 尺 | 內勾配 $n$ $\left(\frac{\Delta f}{\Delta h}\right)$ | 外勾配 $m$ $\frac{\Delta(b-f)}{\Delta h}$ | 堤重 $W'$ 英噸 | 偏倚 $e'$ 尺 | 內趾應力強度 $s_0'$ 噸每平方尺 | 外趾應力強度 $s_b'$ 同上 | 水平水壓力 $H$ 英噸 | 垂直水壓力 $H_v$ 同上 | $H_v+W'$ $W$ 同上 | $H.W.$ 合成力 $R$ 同上 | 偏倚 $e$ 尺 | $R_1$ 角度 $\alpha$ 度分秒 | Rノ方向ニ於ケル應力強度 內趾 $s_0$ 噸每平方尺 | Rノ方向ニ於ケル應力強度 外趾 $s_b$ 同上 | 最大應力強度 內趾 $s_0 \sec\alpha$ 同上 | 最大應力強度 外趾 $s_b \sec\alpha$ 同上 | |
| 18.00 | 12.00 | 0.00 | 0.000 | 0.667 | 13.500 | 0.00 | 1.125 | 1.125 | 4.500 | 0.000 | 13.500 | 14.230 | 2.00 | 18.25-55 | 0.000 | 2.372 | 0.000 | 2.500 | 千苅堰堤 |
| 36.00 | 24.00 | 0.00 | 0.038 | 0.667 | 33.750 | 4.00 | 2.812 | 0.001 | 18.000 | 0.000 | 33.750 | 38.250 | 2.40 | 28.04-21 | 0.638 | 2.550 | 0.723 | 2.890 | |
| 55.80 | 37.95 | 0.75 | 0.000 | 0.667 | 72.082 | 6.05 | 3.716 | 0.083 | 43.245 | 0.956 | 73.038 | 84.880 | 4.60 | 30.37-44 | 0.610 | 3.863 | 0.709 | 4.489 | |
| 66.46 | 45.06 | 0.75 | 0.141 | 0.736 | 99.735 | 7.50 | 4.424 | 0.003 | 61.346 | 0.956 | 100.691 | 117.907 | 6.10 | 31.21-08 | 0.491 | 4.742 | 0.575 | 5.553 | |
| 80.00 | 56.93 | 2.66 | 0.140 | 0.924 | 142.890 | 8.95 | 4.877 | 0.143 | 88.889 | 3.743 | 146.633 | 171.472 | 6.80 | 31.13-28 | 0.852 | 5.172 | 0.996 | 6.048 | |
| 90.00 | 67.57 | 4.06 | 0.140 | 0.970 | 181.796 | 10.20 | 5.125 | 0.256 | 112.500 | 7.563 | 189.364 | 220.261 | 6.65 | 30.42-59 | 1.336 | 5.183 | 1.554 | 6.029 | |
| 100.00 | 78.67 | 5.46 | 0.141 | 1.215 | 227.496 | 11.85 | 5.506 | 0.278 | 138.889 | 11.711 | 259.207 | 276.605 | 6.30 | 30.08-26 | 1.826 | 5.204 | 2.114 | 6.018 | |
| 110.00 | 92.23 | 6.87 | 0.411 | 1.200 | 280.902 | 14.10 | 5.870 | 0.212 | 168.056 | 16.305 | 297.207 | 341.392 | 5.00 | 29.29-23 | 2.498 | 4.905 | 2.870 | 5.635 | |
| 120.00 | 108.34 | 10.98 | 0.480 | 1.221 | 343.580 | 15.30 | 5.857 | 0.486 | 200.000 | 29.390 | 372.970 | 423.210 | 3.30 | 28.12-07 | 3.192 | 4.621 | 3.622 | 5.213 | |
| 130.00 | 125.35 | 15.78 | 0.577 | 1.314 | 416.608 | 15.80 | 5.837 | 0.809 | 234.722 | 46.057 | 462.665 | 518.800 | 2.20 | 26.54-0 | 3.704 | 4.574 | 4.153 | 5.129 | |
| 140.00 | 144.26 | 21.55 | | | 500.861 | 16.50 | 5.854 | 1.090 | 272.222 | 67.675 | 568.556 | 630.366 | 0.45 | 25.35-06 | 4.286 | 4.453 | 4.752 | 4.937 | |
| 10.00 | 12.02 | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 7.510 | 0.00 | 0.625 | 0.625 | 1.389 | 0.000 | 7.510 | 7.632 | 0.55 | 10.38 | 0.461 | 0.809 | 0.469 | 0.823 | 鳥原堰堤 |
| 20.00 | 14.12 | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 15.483 | 1.00 | 1.562 | 0.631 | 5.556 | 0.000 | 15.483 | 16.450 | 1.10 | 19.45 | 0.472 | 1.858 | 0.501 | 1.974 | |
| 30.00 | 20.00 | 0.00 | 0.016 | 0.667 | 25.994 | 3.00 | 2.465 | 0.130 | 12.500 | 0.000 | 25.994 | 28.843 | 1.90 | 25.41 | 0.620 | 2.264 | 0.688 | 2.512 | |
| 40.00 | 26.83 | 0.16 | 0.046 | 0.667 | 40.598 | 4.45 | 3.019 | 0.007 | 22.222 | 0.169 | 40.767 | 46.430 | 2.65 | 28.36 | 0.705 | 2.756 | 0.803 | 3.139 | |
| 50.00 | 33.89 | 0.56 | 0.040 | 0.667 | 59.573 | 5.00 | 3.501 | 0.015 | 34.722 | 0.609 | 60.212 | 69.532 | 3.70 | 29.57 | 0.708 | 3.306 | 0.817 | 3.010 | |
| 60.00 | 40.96 | 0.96 | 0.040 | 0.706 | 82.964 | 6.75 | 4.028 | 0.023 | 50.000 | 1.281 | 84.248 | 97.965 | 4.90 | 30.41 | 0.675 | 4.109 | 0.785 | 4.777 | |
| 70.00 | 48.42 | 1.36 | 0.122 | 0.775 | 110.896 | 8.00 | 4.561 | 0.020 | 68.056 | 2.002 | 112.898 | 131.822 | 5.75 | 31.05 | 0.783 | 4.662 | 0.914 | 5.444 | |
| 80.00 | 57.39 | 2.58 | 0.143 | 0.902 | 143.910 | 9.00 | 4.807 | 0.148 | 88.889 | 4.567 | 148.477 | 173.051 | 6.26 | 30.55 | 1.042 | 4.989 | 1.214 | 5.815 | |
| 90.00 | 67.84 | 4.01 | 0.143 | 0.953 | 183.044 | 10.50 | 5.204 | 0.192 | 112.500 | 7.943 | 190.987 | 221.653 | 6.40 | 30.30 | 1.418 | 5.117 | 1.645 | 5.939 | |
| 100.00 | 78.80 | 5.44 | 0.143 | 1.000 | 228.869 | 11.95 | 5.547 | 0.262 | 138.889 | 11.716 | 240.586 | 277.793 | 5.85 | 30.00 | 1.955 | 5.096 | 2.258 | 5.883 | |
| 110.00 | 90.23 | 6.87 | | | 281.691 | 13.05 | 5.956 | 0.288 | 168.056 | 15.888 | 297.579 | 341.754 | 5.50 | 29.28 | 2.402 | 5.173 | 2.759 | 5.911 | |
| 10.00 | 12.00 | 0.00 | 0.000 | 0.212 | 7.500 | 0.00 | 0.625 | 0.625 | 1.390 | 0.000 | 7.500 | 7.628 | 55 | 10.29-57 | 0.461 | 0.810 | 0.460 | 0.824 | 布引堰堤 |
| 20.00 | 14.12 | 0.00 | 0.000 | 0.588 | 15.560 | 0.47 | 1.322 | 0.882 | 5.560 | 0.000 | 15.560 | 16.520 | 1.07 | 19.40-03 | 0.628 | 1.702 | 0.728 | 1.947 | |
| 30.00 | 20.00 | 0.00 | 0.000 | 0.867 | 26.320 | 2.90 | 2.460 | 0.171 | 12.500 | 0.000 | 26.320 | 29.140 | 1.90 | 25.21-07 | 0.627 | 2.287 | 0.694 | 2.532 | |
| 40.00 | 26.84 | 0.18 | 0.018 | 0.667 | 40.960 | 4.46 | 3.048 | 0.005 | 22.220 | 0.190 | 41.150 | 46.770 | 2.75 | 28.21-55 | 0.670 | 2.811 | 0.763 | 3.194 | |
| 50.00 | 33.05 | 0.62 | 0.044 | 0.667 | 59.960 | 5.65 | 3.529 | 0.003 | 34.720 | 0.740 | 60.700 | 69.930 | 3.72 | 29.46-06 | 0.706 | 3.444 | 0.813 | 3.933 | |
| 60.00 | 41.07 | 1.07 | 0.045 | 0.667 | 83.400 | 6.80 | 4.048 | 0.019 | 50.000 | 1.430 | 84.830 | 98.470 | 4.83 | 30.30 55 | 0.671 | 4.121 | 0.779 | 4.787 | |
| 70.00 | 48.17 | 1.51 | 0.044 | 0.667 | 111.290 | 7.77 | 4.546 | 0.074 | 68.060 | 2.220 | 113.510 | 132.350 | 6.04 | 30.56-40 | 0.632 | 4.863 | 0.737 | 5.669 | |
| 80.00 | 55.29 | 1.96 | 0.044 | 0.667 | 143.620 | 8.83 | 5.087 | 0.109 | 88.890 | 3.160 | 146.780 | 171.800 | 7.04 | 31.14 55 | 0.733 | 5.475 | 0.856 | 6.399 | |
| 88.62 | 61.42 | 2.34 | 0.046 | 0.759 | 175.060 | 9.66 | 5.540 | 0.100 | 109.080 | 4.050 | 179.110 | 209.710 | 8.05 | 31.20 32 | 0.721 | 6.809 | 0.851 | 7.141 | |
| 100.00 | 70.57 | 2.85 | 0.045 | 0.759 | 222.000 | 11.23 | 6.150 | 0.142 | 138.890 | 5.390 | 227.390 | 266.450 | 8.82 | 31.25 01 | 0.944 | 6.801 | 1.106 | 7.543 | |
| 110.00 | 78.61 | 3.30 | | | 268.620 | 12.52 | 6.383 | 0.152 | 168.060 | 6.700 | 275.320 | 322.500 | 9.45 | 31.24 02 | 1.141 | 7.063 | 1.340 | 8.274 | |

# 第二表　千苅堰堤　底邊ニ於ケル各種應力強度及其方向

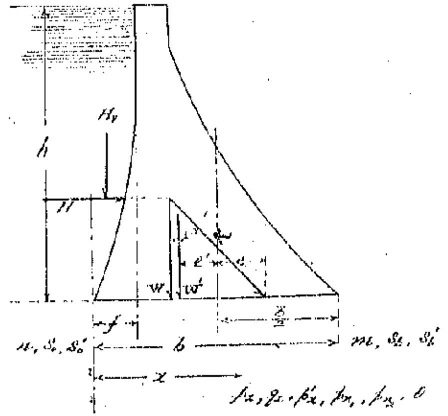
$x$……底邊内趾ヨリノ距離（尺）　　應力單位……英噸毎平方呎

## $h=140$尺 ノ底邊

| | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 144.26 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (12) 式ニ依ル | $p_x$ | 3.867 | 3.877 | 3.888 | 3.898 | 3.908 | 3.918 | 3.929 | 3.939 | 3.949 | 3.959 | 3.970 | 3.980 | 3.990 | 4.000 | 4.011 | 4.015 |
| (24) 〃 〃 | $q_x$ | 0.015 | 0.084 | 0.200 | 0.359 | 0.563 | 0.809 | 1.100 | 1.431 | 1.812 | 2.231 | 2.700 | 3.209 | 3.762 | 4.337 | 5.000 | 5.275 |
| (36) 〃 〃 | $p_x'$ | 3.885 | 3.973 | 3.998 | 3.979 | 3.936 | 3.888 | 3.853 | 3.850 | 3.900 | 4.020 | 4.230 | 4.550 | 4.947 | 5.592 | 6.353 | 6.932 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')$ | | 3.876 | 3.925 | 3.943 | 3.939 | 3.922 | 3.903 | 3.891 | 3.895 | 3.925 | 3.990 | 4.100 | 4.265 | 4.469 | 4.796 | 5.182 | 5.474 |
| $\frac{1}{2}(p_x-p_x')$ | | −0.009 | −0.048 | −0.055 | −0.041 | −0.014 | 0.015 | 0.038 | 0.045 | 0.025 | −0.031 | −0.130 | −0.285 | −0.479 | −0.796 | −1.171 | −1.459 |
| $\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2$ | | 0.000081 | 0.002304 | 0.003025 | 0.001644 | 0.000196 | 0.000225 | 0.001444 | 0.001980 | 0.000600 | 0.000930 | 0.016900 | 0.081225 | 0.228958 | 0.633616 | 1.371241 | 2.127222 |
| $q_x^2$ | | 0.000156 | 0.007056 | 0.040000 | 0.128881 | 0.316969 | 0.654481 | 1.210000 | 2.056356 | 3.283344 | 4.977361 | 7.290000 | 10.297681 | 14.152644 | 18.809569 | 25.000 | 27.825625 |
| $\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2$ | | 0.000237 | 0.009360 | 0.043025 | 0.130521 | 0.317165 | 0.654706 | 1.211444 | 2.058336 | 3.283944 | 4.978291 | 7.306900 | 10.378906 | 14.381602 | 19.443185 | 26.371241 | 29.952847 |
| $\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}$ | | 0.015 | 0.097 | 0.207 | 0.361 | 0.563 | 0.809 | 1.101 | 1.435 | 1.772 | 2.231 | 2.703 | 3.222 | 3.792 | 4.409 | 5.135 | 5.729 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')+\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}=$ | $p_{n_1}$ | 3.891 | 4.022 | 4.150 | 4.300 | 4.485 | 4.712 | 4.992 | 5.330 | 5.697 | 6.221 | 6.803 | 7.487 | 8.261 | 9.205 | 10.317 | 10.946 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')-\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}=$ | $p_{n_2}$ | 3.861 | 3.828 | 3.736 | 3.578 | 3.359 | 3.094 | 2.790 | 2.460 | 2.153 | 1.759 | 1.397 | 1.043 | 0.677 | 0.387 | 0.017 | 0.0036 |
| $q_x \div \frac{1}{2}(p_x-p_x')=$ | tan $2\theta$ | −1.3889 | −1.75 | −3.6364 | −8.8642 | −40.2143 | 53.9333 | 28.9474 | 32.2247 | 73.9502 | −73.1475 | −20.7692 | −11.26 | −7.8621 | −5.723 | −4.27 | −3.6167 |
| | $2\theta$ | −54° 15′ | −60° 16′ | −74° 38′ | −83° 34′ | −88° 34′ | +88° 56′ | +88° 1′ | +88° 13′ | +89° 14′ | −89° 13′ | −87° 15′ | −84° 56′ | −82° 45′ | −80° 4′ | −76° 49′ | −74° 32′ |
| | $\theta$ | −27° 7½′ | −30° 08′ | −37° 19′ | −41° 47′ | −44° 17′ | +44° 28′ | +44° ½′ | +44° 6½′ | +44° 37′ | −44° 36½′ | −43° 37½′ | −42° 28′ | −41° 22½′ | −40° 2′ | −38° 24½′ | −37° 16′ |

## $h=110$尺 ノ底邊

| | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 92.23 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (12) 式ニ依ル | $p_x$ | 2.174 | 2.401 | 2.629 | 2.856 | 3.083 | 3.311 | 3.538 | 3.765 | 3.992 | 4.271 |
| (24) 〃 〃 | $q_x$ | 0.124 | 0.189 | 0.382 | 0.672 | 1.001 | 1.627 | 2.281 | 3.052 | 3.941 | 5.189 |
| (36) 〃 〃 | $p_x'$ | 3.038 | 3.029 | 2.957 | 2.883 | 2.838 | 2.986 | 3.280 | 3.812 | 4.710 | 6.291 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')+\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}=$ | $p_{n_1}$ | 3.055 | 3.081 | 3.101 | 3.542 | 4.060 | 4.781 | 5.696 | 6.856 | 8.308 | 10.507 |
| 〃 − 〃 = | $p_{n_2}$ | 2.157 | 2.349 | 2.395 | 2.198 | 1.862 | 1.514 | 1.132 | 0.762 | 0.394 | −0.005 |
| $q_x \div \frac{1}{2}(p_x-p_x')=$ | tan $2\theta$ | −0.287 | −0.602 | −2.207 | −4.800 | 8.659 | 9.982 | 36.700 | −78.256 | −10.977 | −5.131 |
| | $2\theta$ | −16° 1′ | −31° 3′ | −65° 38′ | −78° 14′ | 83° 21′ | 84° 17′ | 88° 27′ | −89° 16′ | −84° 48′ | −78° 59′ |
| | $\theta$ | −8° ½′ | −15° 31½′ | −32° 49′ | −39° 7′ | 41° 42′ | 42° 8½′ | 44° 13½′ | −44° 38′ | −42° 24′ | −39° 29½′ |



# 第三表 島原及布引堰堤 底邊ニ於ケル各種應力強度及其方向

(第二表略圖參照)

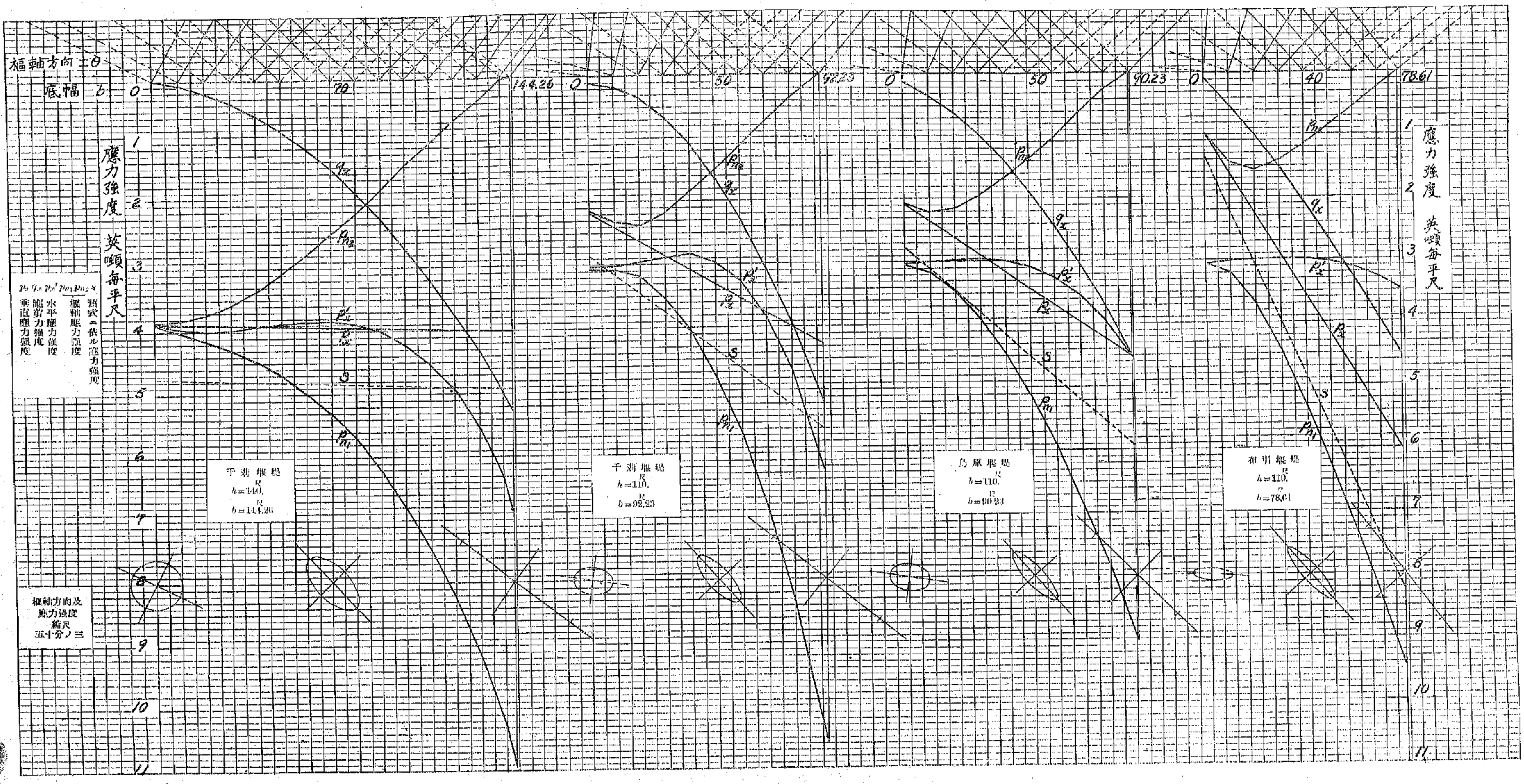
$x$……底邊內趾ヨリノ距離(尺)　　應力單位…英噸每平尺

## 島原堰堤　$h=110$尺ノ底邊

| | $x$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90,23 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (12) 式ニ依ル | $p_x$ | 2,029 | 2,362 | 2,632 | 2,902 | 3.172 | 3,442 | 3.712 | 3,982 | 4,252 | 4,528 |
| (24) 〃 〃 | $q_x$ | 0,138 | 0,351 | 0,631 | 0,979 | 1.394 | 1,878 | 2,420 | 3,047 | 3,733 | 4,505 |
| (36) 〃 〃 | $p_x'$ | 3,026 | 3,012 | 2,987 | 2,975 | 3,000 | 3,086 | 3,258 | 3,538 | 3,951 | 4,537 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')+\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}=$ | $p_{n_1}$ | 3,046 | 3,165 | 3,465 | 3,918 | 4.483 | 5,150 | 5,925 | 6,887 | 7,838 | 9,038 |
| 〃 − 〃 $=$ | $p_{n_2}$ | 2,072 | 2,209 | 2,154 | 1,959 | 1,689 | 1,378 | 1,045 | 0,633 | 0,366 | 0,028 |
| $q_x \div \frac{1}{2}(p_x-p_x')=$ | $\tan 2\theta$ | − 0,296 | − 1,080 | − 3,555 | − 26,822 | 16,209 | 10,551 | 10,700 | 13,725 | 24,804 | −1001,111 |
| | $2\theta$ | −16° 28′ | −47° 13′ | −74° 17′ | −87° 52′ | 86° 28′ | 84° 35′ | 84° 40′ | 85° 50′ | 87° 41′ | −89° 51′ |
| | $\theta$ | − 8° 14′ | −23° 37′ | −37° 9′ | −43° 56′ | 43° 14′ | 42° 18′ | 42° 20′ | 42° 55′ | 43° 51′ | −44° 59′ |

## 布引堰堤　$h=110$尺ノ底邊

| | $x$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 78,61 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (12) 式ニ依ル | $p_x$ | 0.978 | 1,618 | 2,258 | 2,898 | 3,538 | 4.178 | 4,818 | 5,458 | 6,009 |
| (24) 〃 〃 | $q_x$ | 0,094 | 0.532 | 1.011 | 1,527 | 2,082 | 2,676 | 3,308 | 3,979 | 4,588 |
| (36) 〃 〃 | $p_x'$ | 3,052 | 3,025 | 3,000 | 2,987 | 2,998 | 3,046 | 3,140 | 3,293 | 3,481 |
| $\frac{1}{2}(p_x+p_x')+\sqrt{\left\{\frac{1}{4}(p_x-p_x')^2+q_x^2\right\}}=$ | $p_{n_1}$ | 3,056 | 3,204 | 3,706 | 4,470 | 5,367 | 6,347 | 7,392 | 8,499 | 9,504 |
| 〃 − 〃 $=$ | $p_{n_2}$ | 0,974 | 1.440 | 1,552 | 1,415 | 1,169 | 0,877 | 0,566 | 0,252 | − 0,014 |
| $q_x + \frac{1}{2}(p_x-p_x')=$ | $\tan 2\theta$ | − 0,090 | − 0,756 | − 2,725 | − 34,815 | 7,711 | 4,728 | 3,943 | 3,676 | 3,630 |
| | $2\theta$ | − 5° 9′ | −37° 6′ | −69° 51′ | −88° 40′ | 82° 40′ | 78° 3′ | 75° 46′ | 74° 46′ | 75° 35′ |
| | $\theta$ | − 2° 35′ | −18° 33′ | −34° 55′ | −44° 20′ | 41° 20′ | 39° 2′ | 37° 53′ | 37° 23′ | 37° 48′ |



樞軸方向ニθ
底幅 b
應力強度 英噸每平尺
$p_x$ $q_x$ $p_x'$ $p_{n1}$ $p_{n2}$ $s$
垂直應力強度
應剪力強度
水平應力強度
樞軸應力強度
新式ニ依ル應力強度
千苅堰堤 h=140.尺 b=144.26尺
千苅堰堤 h=110.尺 b=92.23尺
烏原堰堤 h=110.尺 b=90.23尺
布引堰堤 h=110.尺 b=78.61尺
樞軸方向及應力強度縮尺五十分ノ三