工學得業士(土木)柴田義作君　同　安藤光太郎君

能野彥藏君
行弘謙二郎君　紹介人　原龍太君

眞隅隆介君
藤井滋香君　紹介人　中山秀三郎君

落合忠禮君　同　山上正夫君
坂本龜五郎君　同　岡崎文吉君
石井昌治君　同　松田虎喜代君

福本壽三君
菅原兼輔君
北村喜作君
鈴木辰雄君　紹介人　荒井鈎吉君

小山義雄君
寺井弘君
山下彌熊君　同　市來尙治君

朝倉重義君　紹介人　市來尙治君

○前報告后准員澤村傳次郎君は規則第三條及第四十二條に依り退會せられしに付其氏名を准會員名簿より削除せり

○前報告后左の寄贈品を受納せり

ゼネラル電氣會社電氣機械カタローグ　一綴　寄贈者　ゼネラル電氣會社

論說及報告

水位と平均速度との關係

會員　工學士　金森鍬太郎君

河川又は其他の水路に在りて一の横斷面に於ける水流の平均速度は水位と共に增減するは事實なり、然れども兩者の間に何等かの關係ありや否やの點に關しては普通の水理書に毫も其記載を見ず、唯 Hoyt and Grover 兩氏が其著 River Discharge (1907, New York; pp. 84—86) に概括的に少許之を記載せるを見るのみ、本編は此點に就て著者の試みたる考究の結果を記述するものにして目的は水位と平均速度との間に何等かの關係ありや若しありとすれば其關係は何等かの數學的公式を以て代表せしめ得べきや否やの問題に對する解決を與ふるに在り

本論に入るに先ち前提として左の點を少しく回顧するの必要あるを見る

水位の昇騰しつゝある場合と低減しつゝある場合とには同じ水位に對し平均速度(從て流量)を異にするものなりや

普通の學說に據れば出水の前期に水位の昇騰しつゝある場合には水面勾配は急なるを以て平均速度も亦從て大なり、之に反して出水の後期に水位の減退しつゝある場合には水面勾配は緩となり從て平均速度も亦小となる即ち同じ水位に對しても兩者の場合には其平均速度を異にするものなりと今此說の正否は暫く措き先づオーソリチーの云ふ所を聞かむ

ホイト及グローバー兩氏に據れば一九〇五年E.C. Murphy氏に依り爲されたる Ohio River at Wheeling W. Va に於ける流量實測の結果を引用し非常高水の際には水位上昇しつゝある時と低減しつゝある時とは同じ水位に對し平均速度を異にするも其れより以下の出水に就ては其現象殆んど認むるに足らずと云へり (River Discharge, pp. 88—90)

ヤスムンドに據れば以上の學說は數個所に於て事實に依り肯定せられたるもエルベ河に於ける精密なる實測の結果に依れば却て反對の事實を示せり、表面速度は水位の上昇しつゝある場合には其減退しつゝある場合よりも著しく大なるも河底に近づくに從ひ速度の減少する程度は前者の場合

の方後者の場合に比し遙かに大なるを以て全橫斷面に於ける平均速度は結局前者の方小さなる從て流量も水位の上昇しつゝある場合よりも同じ水位に對し七乃至一三パーセント小となれり又水位の上昇しつゝある場合には砂礫を多く流し出すを以て此等は河底に近き水の速度を小にする原因となる然れども水位の急に昇騰しつゝある場合に精密なる實測を爲すは甚だ困難なるを以て以上の問題を解決するに足るべき事實は尚乏しと云はざるべからずと云へり(Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften; Der Wasserbau; Die Gewässerkunde, 1906, Leipzig. S. 301)

明治四十四年夏期秋田縣雄物川新川橋に於ける實測の結果に據れば(第十一圖)水位の上昇しつゝある時と下降しつゝある時とは同じ水位に對し平均速度に少しく差あるが如し然れども實測の方法は固より精密なるものにあらず又其數特に水位の下降しつゝある場合に對するもの少なきを以て單に此れに依り本問題に對する斷定をなすは早計なるを免れず尚此處の實測の結果に就ては後葉に詳述する所あるべし

之を要するに以上の問題に關する普通の學說は恐らく事實ならんと信ぜらるれども之を斷定するの材料は現今尚割合に乏しきが如し況んや一歩を進んで水位の上昇しつゝある時と下降しつゝある時とは同じ水位に對し平均速度に幾何の差異あるべきや數字上の比例を發見するが如きは尚更ら難しとせざるべからず、故に以下の論究に於ては暫く實測の誤差に比し兩者間に於ける眞實の差異は極めて小なるものと假定す、實際以下に使用したる材料に於ても然か有り得べき場合に水位の上昇しつゝある場合か又は反對の場合かを記載し有らざるなり

平均速度曲線

實測の結果に據り直角座標を用ひ水位を縱軸に取り平均速度を橫軸に取りて圖上に記入する時は兩者間關係の大勢を察知することを得べし、而して各點は以下の例に於けるが如く略線狀に並列す

ることを認むるを得換言すれば兩者の間には兎に角ある幾何學的の關係あることを推知し得べし今各點の平均位置を通して線を畫く時は此線は水位及平均速度間の平均關係を顯はすものにして之を平均速度曲線(Mean velocity curve)と稱す北米の學者は流量曲線に於けるが如く(工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」參照)圖上に於て各點の平均位置を通して畫きたる線を以て直に平均速度曲線として使用せり(U. S. Geological Survey-Water Supply Papers; Hoyt and Grover-River Discharge

今其方法の可否に就ては茲に論せず直に進んで何等かの數學上の公式を以て其曲線を代表せしめ得へきやを見んとす

$V^n=ah+b$ なる方程式を有するパラボラ

圖上に記入せる實測の結果を見るに各點の相並べる大勢は略直線若くはパラボラに類似せる曲線の如く察せらるゝを以て先づ次の方程式を假定すべし

$$V^n=ah+b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(一)$$

此内Vは一の横斷面に於ける平均速度にして即ち普通流量を横斷面積にて除したるものなり、hは量水標の示す水位にしてa及bは常數なり

前式は$n=1$なる場合には直線となり其他の場合にはnの零ならざる限りはパラボラとなる

(一)式の一般評論は後に讓り先づ仝式はnの價を適當に撰定することに依り平均速度曲線を代表するに足るや否やを數個の實例に就き撿せんとす

第一例　Darcy and Bazin's test channel, series 24.

之れは一八五五年末にダルシー氏に依り着手せられ仝氏死去後バザン氏に依り繼續せられ一八六〇年一月に終りたる實驗用の水路の一にして該實驗の結果はバザン氏の有名なる水路に於ける平均速度を計算する舊公式(後一八九七年仝氏は更に新公式を發表せり)となりて世に顯はれたり

玆に引用せる水路は直徑一、二五米を有する半圓形にして內部に純セメントモルタルを塗れるもの即ち水流に對し最も抵抗の少なき平滑なる面を呈するものなり

本水路に關する實驗の結果は Darcy et Bazin-Recherches hydrauliques; Première Partie, 1865, Paris; pp. 98–99 et 424–426 に在れども今は Hering and Trantwine-A General formula for the uniform flow of water in rivers and other channels by E. Ganguillet and W.R. Kutter, 1901, New York; pp. 160–161 なる呎單位に換算したるものを取る

結果は第一表の通りにして實驗に於ける流量は堰其他の方法にて測り之を橫斷面積にて除したるものを平均速度とす(Darcy et Bazin, p. 43)

第一表

No.	最大水深 h 呎	平均速度 V 秒/呎	V^2	計算せる V^2	仝上 V	計算及實測Vの差	$\frac{\text{仝上}}{\text{實測V}} \times 100$
1	0.59	3.02	9.12	9.30	3.05	+0.03	1.0
2	0.83	3.72	13.84	13.83	3.72	0	0
3	1.03	4.16	17.31	17.61	4.20	+0.04	1.0
4	1.18	4.60	21.16	20.44	4.52	−0.08	1.7
5	1.34	4.87	23.72	23.47	4.84	−0.03	0.6
6	1.47	5.12	26.21	25.92	5.09	−0.03	0.6
7	1.61	5.29	27.98	28.56	5.34	+0.05	0.9
8	1.72	5.51	30.36	30.64	5.54	+0.03	0.5
9	1.83	5.75	33.06	32.72	5.72	−0.03	0.5

水位と平均速度との關係

10	1.94	5.91	34.93	34.80	5.90	−0.01	0.2
11	2.05	6.06	36.72	36.87	6.07	+0.01	0.2
12	2.08	6.11	37.33	37.44	6.12	+0.01	0.2
平均							0.6

今以上の材料を用ひ最大水深を水位と見做し之を縦軸に取り實測せる平均速度を横軸に取り圖上に入るゝ時は第一圖に於けるが如く各點は規則正しく並列すべし依りて(1)式に於て試みに$n=2$としV^2を更に圖上に置く時は點は略直線に並列することを見る即ちV^2とhとの關係は直線にしてVとhとの關係はパラボラなることを推知し得べし

次に

$$V^2=ah+b$$

に於て最小二乘法に依りa及bなる係數を算出する時は次式を得

$$V^2=18.89h-1.85$$

$$\therefore\ V=(18.89h-1.85)^{\frac{1}{2}}$$ (共に呎單位)

之に依り計算せるV^2及V、實測及計算せるVの差並に其差の實測Vに對する百分比は第一表中に於けるが如くにして差の百分比の平均は〇、六パーセントとなる、即ち前式にて計算せる平均速度は實測のものに極めて近き數値を得るを知る

以上の如くV^2を用ひ最小二乘法に依り計算するは數學上正當にVの近似數を得る所以にあらず、然れども其方法は極めて簡便にして且つ結局以上の如く誤差の少なき結果を得るにより以下の論究には凡て此方法に據るべし

以上の式より$V=0$なるべきhの價を求むる時は$h=0.1$となる理論上より云へばhの零なる時始めてVは零となるべき筈なりと雖も此の如き結果を得るは其理由蓋し三あり(一)實際は水路に於ける

摩擦ある爲め水深がある程度以下に下れば事實上水は最早流れざることゝなるか(二)假令へ精密なる實驗に於ても少許の誤差を免れざるを以て以上の如く曲線は座標の軸を通過せざることゝなるか(三)平均速度曲線は水位の極めて低き塲合には其以上の水位の塲合に於ける曲線と異なるものか之れなり、本例に於ては其何れの理由に原因するものあるや未た不明なり

第二例　Darcy and Bazin's test channel, series 5.

之れも第一例に於けると同樣の實驗用水路あり、水路は其橫斷面長方形にして其幅は一、八六一米あり水路內壁は直徑〇、〇三乃至〇、〇四米の砂利をセメント、モルタルにて張り詰め其砂利はモルタル面より突出せるものとす即ち壁面は第一例の水路よりも粗雜にして水流により多くの抵抗を與ふるものなり

實驗の結果は Darcy et Bazin. pp. 75−77 et 365−367 に在り、然れども第一例に於けるか如く Hering and Trantwine, pp. 182−183 より呎に換算せるものを用ゆ、平均速度の算出法は第一例に同じく結果は第二表の如し(第二圖)

第二表

No.	最大水深 h 呎	平均速度 V秒/呎	V^2	計算せる V^2	仝上 V	實測及計算Vの差	仝上 × 100 / 實測V
1	0.32	1.79	3.20	3.05	1.75	−0.04	2.2
2	0.48	2.43	5.90	6.03	2.46	+0.03	1.2
3	0.61	2.90	8.41	8.45	2.91	+0.01	0.3
4	0.73	3.27	10.69	10.69	3.27	0	0
5	0.84	3.56	12.67	12.74	3.57	+0.01	0.3

水位と平均速度との關係

6	0.93	3.85	14.82	14.41	3.80	−0.05	1.3
7	1.03	4.03	16.24	16.28	4.03	0	0
8	1.13	4.23	17.89	18.14	4.26	+0.03	0.7
9	1.21	4.43	19.62	19.63	4.43	0	0
10	1.29	4.60	21.16	21.12	4.60	0	0
11	1.37	4.78	22.85	22.61	4.75	−0.03	0.6
12	1.46	4.90	24.01	24.29	4.93	+0.03	0.6
平均							0.6

上表中實測の結果を用ひ(1)式中 $n=2$ とし最小二乘法に據りて計算する時は次の公式を得

$$V^2=18.63h-2.911$$

$$V=(18.63h-2.911)^{\frac{1}{2}}$$　(共に呎單位)

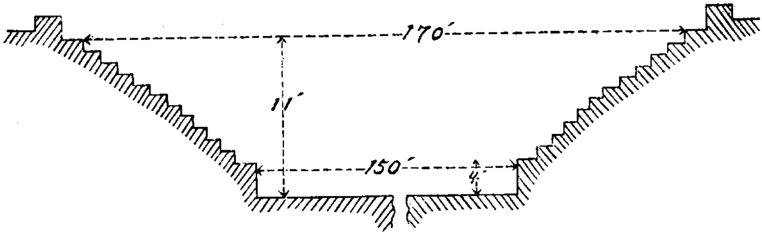
此れに依り計算せる V^2 及 V、實測及計算せる V の差並に其の實測速度に對する百分比は第二表中に舉げたる通りにして差の百分比の平均は〇、六パーセントとある

次に $V=0$ なるべき h の價を求むるに $h=0.16$ を得此場合にも曲線は座標の軸を通過せざることゝなる其理由は前例に於けるか如く未だ明かならすと雖も之を第一例の場合に對比するに水路の内壁粗雜とあるに從ひ平均速度の零とあるべき水深は増加するを見るべし

第三例　Solani Embankment, Main Site.

一八七四年より一八七九年に互りカンニンガム氏は印度ルールケーあるガンヂス、カナルに於て水流に關する多大ある實驗を爲せり其結果は一八八一年Roorkee Hydraulic Experiments, by Capt. Allan Cunningham, R.E. として出版せられたり (Annales des ponts et Chauss'ecs, 1882, 2e Semestre に Flamant 氏の詳

第三圖



細ある拔萃報告あり)茲に引用せる材料は全實驗中の一部あるも未だ原著を見るを得ざるを以て Hering and Trantwine. pp. 194—195 より取れり

水路の横斷面は第三圖に於けるが如く兩側は疊築工にして段々は水平一四吋垂直九吋宛なり、最下段の上りは四呎なり、實驗の當時段々は所々破損し又は沈下し居れるも然し可なり善く一樣にあれり、河底は粘土に石塊を交へ甚だ不規則にして且つ水削を防ぐ爲めに故意に投入せる煉瓦及石塊の洲所々に在りと云ふ

速度は一吋徑の錫製の棒にて造りたる浮子にて測れるものにして平均速度は此くして測りたる流量を横斷面積にて除したるものあり、其結果は第三表に掲ぐるが如し(第四圖)

第三表

No.	最大水深 h 呎	平均速度 V 秒/呎	$V^{\frac{3}{2}}$	計算せる $V^{\frac{3}{2}}$	仝上 V	實測及計算Vの差	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$
1	1.5	0.44	0.29	0.300	0.45	+0.01	2.3
2	2.3	0.87	0.81	0.949	0.97	+0.10	11.5
3	3.9	1.35	1.57	2.247	1.72	+0.37	27.4
4	4.1	1.79	2.39	2.409	1.80	+0.01	0.6
5	5.6	2.40	3.72	3.626	2.36	−0.04	1.7
6	6.8	3.05	5.33	4.599	2.77	−0.28	9.2
7	7.6	3.39	6.24	5.248	3.02	−0.37	10.9
8	8.2	3.22	5.78	5.734	3.20	−0.02	0.6

9	9.1	3.43	6.35	6.464	3.47	+0.04	1.2
10	9.9	3.58	6.77	7.113	3.70	+0.12	3.1
11	10.7	3.71	7.15	7.762	3.92	+0.21	5.7
12	11.0	4.02	8.06	8.005	4.00	−0.02	0.5
平均							6.2

上表中の材料を用ひ(1)式中$n=\frac{3}{2}$とし最小二乘法に依り計算する時は次の式とある

$$V^{\frac{3}{2}}=0.811h-0.916$$

$$V=(0.811h-0.916)^{\frac{2}{3}}\quad(共に呎單位)$$

此れに依り算出せる$V^{\frac{3}{2}}$及V、實測及計算せる兩Vの差並に其の實測平均速度に對する百分比は第三表中に列記せる通りにして差の百分比の平均は六、二パーセントとある

次にVの零とあるべきhの價を求むるに $h=1.13$ とある、此價は以上に擧げたる河底の情況に注目する時は敢て異とするに足らざるを發見すべし

第四例　Sacramento River, Red Bluff, Cal. U.S.A.

材料は Water-Supply Papers. No. 251. pp 155−156 より取る工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」中第三例として擧げたるものに同一なり

平均速度は仝書中に掲記しあらざるに依り流量を斷面積にて除したるものを用ゆ、結果は第四表の如し第五圖)

第　四　表

No.	水位 h呎	平均速度 V秒/呎	$V^{\frac{3}{2}}$	パラボラ公式にて計算せる $V^{\frac{3}{2}}$	パラボラ公式にて計算せる V	直線公式にて計算せる V	實測及計算Vの差 パラボラ	實測及計算Vの差 直線	仝上×100 / 實測V パラボラ	仝上×100 / 實測V 直線

1	1.20	1.23	1.36	1.337	1.21	1.39	−0.02	+0.16	1.6	13.0
2	1.70	1.58	1.59	1.856	1.51	1.59	−0.07	+0.01	4.4	0.6
3	1.70	1.49	1.82	1.856	1.51	1.59	+0.02	+0.10	1.3	6.0
4	1.70	1.67	2.16	1.856	1.51	1.59	−0.16	−0.08	9.6	4.8
5	3.47	2.28	3.44	3.695	2.39	2.30	+0.11	+0.02	4.8	0.9
6	3.80	2.60	4.19	4.038	2.54	2.43	−0.06	−0.17	2.3	6.5
7	4.70	2.81	4.71	4.973	2.91	2.79	+0.10	−0.02	3.6	0.7
8	5.10	2.97	5.12	5.389	3.07	2.95	−0.10	−0.02	3.3	0.7
9	6.70	3.41	6.30	7.051	3.68	3.59	+0.27	+0.18	7.9	5.3
10	7.65	4.19	8.58	8.038	4.01	3.97	−0.18	−0.22	4.3	5.3
11	8.95	4.61	9.90	9.389	4.45	4.49	−0.16	−0.12	3.5	2.6
12	9.10	4.69	10.16	9.545	4.50	4.55	−0.19	−0.14	4.1	3.0
13	10.2[illegible]	4.64	9.99	10.688	4.85	4.99	+0.21	+0.35	4.5	7.5
平均									4.2	4.4

上表中 h 及實測 V を用ひ(1)式中 $n=\frac{2}{3}$ として計算する時は次の式を得べし

$$V^{\frac{3}{2}}=1.039h+0.09$$

$$V=(1.039h+0.09)^{\frac{2}{3}}$$

尙之を圖上に觀るに h 及 V の關係を直線とするも可なるに似たり依りて(1)式中 $n=1$ として更に計算する時は左式を得

$$V=0.4h+0.507$$

(以上共に呎單位)

水位と平均速度との關係

以上両者の式に依り計算せる$V^{\frac{3}{2}}$及V、實測及計算両Vの差並に其差の實測Vに對する百分比は併せて上表中に在り

差の百分比の平均はパラボラ公式に依りたるものは四、二パーセントにして直線公式に依りたるものは四、四パーセントあり、即ち何れの公式を用ゆるも其結果大差なきが如しと雖も直線公式に依る時は〃の兩極端に於て差は大となるが如し

第五例　Mississippi River, Fulton, Tenn. U.S.A.

材料は　Hering and Trantwine, pp. 220—221 より取る、Mississippi River Commission の實測に係り一八八一年の全報告書中に在りと云ふ

速度は二重浮子にて測れるものあり、計算の材料及結果は第五表の如し（第六圖）

第　五　表

No.	最大水深 〃 呎	平均速度 V 秒/呎	計算せる V	實測及計算 Vの差	仝上×100 / 實測V
1	39.5	2.20	2.24	+0.04	1.8
2	40.0	2.35	2.33	−0.02	0.9
3	40.0	2.37	2.33	−0.04	1.7
4	42.0	2.82	2.70	−0.12	4.3
5	51.0	4.22	4.35	+0.13	3.1
6	49.5	4.04	4.07	+0.03	0.7
7	52.5	4.49	4.62	+0.13	2.9
8	69.0	7.47	7.64	+0.17	2.3
9	68.0	7.74	7.46	−0.28	3.6

平均　2.4

以上の材料に依り(1)式中 $n=1$ とし計算する時は次式を得

$$V=0.183h'+2.333 \quad \text{但} \quad h'=h-40.$$

又は

$$V=0.183h-4.987 \quad (\text{單位は共に呎})$$

之に依り計算せるV、夫れと實測Vとの差並に差の實測Vに對する百分比は上表に擧げたる如くにして差の百分比の平均は二・四パーセントあり

第六例　Kiskiminetas River. Avonmore

材料は Water-Supply Paper, No. 243 より取り工學會誌第三四五卷河川に於ける流量曲線の方程式中第二例として撰みたるものに同一なり而して材料として用ひたる平均速度は全書中の流量及び断面積より計算したるものあり其結果は第六表に於けるが如し(第七圖)

第六表

No.	水位 h 呎	平均速度 V 秒/呎	$V^{\frac{2}{3}}$	直線式にて計算せるV	パラボラ公式にて計算せる $V^{\frac{2}{3}}$	パラボラ公式にて計算せるV	實測及計算Vの差 直線	實測及計算Vの差 パラボラ	仝上/實測V ×100 直線	仝上/實測V ×100 パラボラ
1	1.61	0.34	0.20							
2	2.86	1.24	1.38	1.37	1.489	1.30	+0.13	+0.05	10.5	4.8
3	2.89	1.46	1.76	1.38	1.504	1.31	−0.08	−0.15	5.5	10.3
4	3.26	1.55	1.93	1.46	1.680	1.41	−0.09	−0.14	5.8	9.0
5	4.36	1.62	2.06	1.68	2.203	1.69	+0.06	+0.07	3.7	4.3
6	6.06	2.08	3.00	2.04	3.013	2.09	−0.04	+0.01	1.9	0.5
7	7.17	2.33	3.56	2.27	3.541	2.32	−0.06	−0.01	2.6	0.4

水位と平均速度との關係

8	9.15	2.74	4.54	2.68	4.483	2.72	−0.06	−0.02	2.2	0.7
9	9.79	2.78	4.64	2.81	4.788	2.84	+0.03	+0.06	1.1	2.2
10	9.79	2.72	4.49	2.81	4.788	2.84	+0.09	+0.12	3.3	4.4
11	9.85	2.79	4.66	2.82	4.817	2.85	+0.03	+0.05	1.1	2.2
12	10.08	2.76	4.59	2.87	4.926	2.90	+0.11	+0.14	4.0	5.1
13	10.26	3.10	5.16	2.91	5.012	2.93	−0.19	−0.17	6.1	5.5
14	10.32	2.83	4.76	2.92	5.040	2.94	+0.09	+0.11	3.2	3.9
15	10.74	2.96	5.09	3.01	5.240	3.02	+0.05	+0.06	1.7	2.0
16	12.35	3.30	5.99	3.34	6.007	3.30	+0.04	0	1.2	0
17	12.81	3.49	6.52	3.43	6.226	3.38	−0.05	−0.11	1.7	3.2
18	13.64	3.64	6.94	3.61	6.621	3.53	−0.03	−0.11	0.8	3.0
平均									3.3	3.6

之を第七圖に観るに No. 1 は孤立して大勢に伴はざるを見る、平均速度に於ても流量に於けるが如く高中低なる三水部の區別あるが如し（「河川に於ける流量曲線の方程式」参照）、故に之れは省略し他の一七個に依り(1)式中 $n=1$ として計算する時は次の如き直線式を得

$$V=0.207h+0.782$$

更に仝様の材料を用ひ(1)式中 $n=\frac{3}{2}$ とし計算する時は次の如きパラボラ式を得

$$V^{\frac{3}{2}}=0.476h+0.128$$

$$V=(0.476h+0.128)^{\frac{2}{3}}$$

（以上單位は共に呎）

以上両者の式に依り計算せる $V^{\frac{3}{2}}$ 及 V 夫れと實測 V との差並に其差の實測 V に對する百分比は上表

の如し

差の百分比の平均は直線公式に據りたる場合には三、三パーセントにしてパラボラ公式に據りたる場合には三、六パーセントとなり兩者何れの式に依るも其結果に於て大差なきことゝなる

第七例　瀨田川寺邊及平津

本例に用ひたる材料は明治三十九年四月中佐野內務技手の實測に係る滋賀縣瀨田川に於ける結果にして當時流量測定所に二個あり、一は石山村大字寺邊に在りて同川の琵琶湖より流出する河口より下流約一六丁附近なり、之を第一流測所と稱す、二は石山村大字平津に在りて第一流測所の下流更に約一七丁附近なり、之を第二流測所と稱す、而して更に其下流約一〇丁に瀨田川洗堰ありて其開閉に依り同川の流量を加減す、本例に取りたるは同洗堰に於て一定の開き方を有せる期間に屬するものにして全洗堰の作用上水位の變化に應じ時々之を開閉するに依り、ある一定の開き方に對する水位の高低差(Range)は比較的に小なり、本例に於ても亦同樣なり

速度は凡て竹の浮子にて測りたるものにして平均速度は流量を斷面積にて除したるものなり又本例に於ける水位は凡て鳥居川量水標の示すものにして同標は河の流出口より下流八丁第一流測所より上流約八丁、第二仝上より上流約二五丁に在り結果は次表の如し(第八圖)

第七表の一　第一流測所に關するもの

No.	水位 ${h}$ 尺	平均速度 V 秒/尺	$V^{2/3}$	直線式にて計算せるV	パラボラ式にて計算せる $V^{2/3}$	V	實測及計算Vの差 直線式	實測及計算Vの差 パラボラ式	$\frac{\text{仝上}}{\text{實測V}}\times 100$ 直線式	$\frac{\text{仝上}}{\text{實測V}}\times 100$ パラボラ式
1	1.40	2.21	3.29	2.23	3.336	2.23	+0.02	+0.02	0.9	0.9
2	1.27	2.21	3.29	2.20	3.275	2.21	−0.01	0	0.5	0
3	1.18	2.21	3.29	2.18	3.233	2.19	−0.03	−0.02	1.4	0.9

4	1.21	2.23	3.33	2.19	3.247	2.19	−0.04	−0.04	1.8	1.8
5	1.10	2.14	3.13	2.17	3.196	2.17	+0.03	+0.03	1.4	1.4
6	0.95	2.09	3.02	2.14	3.126	2.14	+0.05	+0.05	2.4	2.4
7	0.80	2.14	3.13	2.11	3.055	2.11	−0.03	−0.03	1.4	1.4
8	0.81	2.11	3.06	2.11	3.060	2.11	0	0	0	0
9	0.74	2.09	3.02	2.10	3.027	2.09	+0.01	0	0.5	0
平均									1.1	1.0

實測の結果を用ひ(I)式中 $n=1$ として計算する時は次の直線式を得

$$V=0.191h+1.958$$

更に(I)式中 $n=\frac{3}{2}$ として計算する時は次のパラボラ式を得

$$V^{\frac{3}{2}}=0.468h+2.681$$

$$V=(0.468h+2.681)^{\frac{2}{3}}$$ (以上單位は共に尺)

上式に依り計算せるVと實測Vとの比較も前表中に在り差の實測Vに對する百分比の平均は直線式に依れば一、一パーセントとありパラボラ式を用ゆれば一〇パーセントとなる

第七表の二　第二流測所に關するもの

No.	水位 h尺	平均速度 V秒/尺	$V^{\frac{3}{2}}$	直線式にて計算せるV	パラボラ式にて計算せる $V^{\frac{3}{2}}$	パラボラ式にて計算せる V	實測及計算Vの差 直線式	實測及計算Vの差 パラボラ式	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$ 直線式	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$ パラボラ式
1	1.55	2.19	3.24	2.22	3.296	2.21	+0.03	+0.02	1.4	0.9
2	1.34	2.18	3.22	2.15	3.148	2.15	−0.03	−0.03	1.4	1.4
3	1.27	2.12	3.09	2.12	3.099	2.13	0	+0.01	0	0.5

4	1.14	2.11	3.06	2.08	3.007	2.08	−0.03	−0.03	1.4	1.4
5	1.03	2.03	2.89	2.04	2.929	2.05	+0.01	+0.02	0.5	1.0
6	0.88	1.97	2.77	2.00	2.823	2.00	+0.03	+0.03	1.5	1.5
7	0.81	1.99	2.81	1.97	2.774	1.97	−0.02	−0.02	1.0	1.0
平均									1.0	1.1

實測Vと水位とに依り(1)式中$n=1$として計算する時は次の如し

$$V=0.333h+1.702$$

更に$n=\frac{2}{3}$として計算する時は次式を得

$$V^{\frac{3}{2}}=0.706h+2.202$$

$$V=(0.706h+2.202)^{\frac{2}{3}}$$

(以上單位は凡て尺)

上式を用ひ計算せるVと實測Vとの比較は前表の通りにして差の實測Vに對する百分比の平均は直線式の場合には一、〇パーセントとありパラボラ式にては一、一パーセントとなる

本例中に於けるhなる水位は前述の如く鳥居川水位にして流測所即ち實測平均速度を得たる横斷面とは夫れ〳〵八丁及二五丁を距れり、本例の結果に依れば水位を示す個所と平均速度を實測せる個所とは必ずしも同一ならざるも河の情況に依りては兩者の間に尚相當の關係あることを見るに足るべし

第八例　最上川新渡

本例に使用せる材料は明治四十四年夏期山形縣最上川新渡(河口より上流約一里二一丁に在り)に於て谷口内務技手の實測に係るものなり

速度は竹の浮子にて測り平均速度は横斷面に流したる凡ての浮子より得たる速度を平均せるもの

あり、水位は新堀量水標の示すものにして同標は河口より上流約三里五丁に在り、卽ち新渡に於ける速度實測箇所より上流約一里二〇丁に在り、實測及計算の結果は次表の如し(第九圖)

第八表

No.	水位 h尺	平均速度 V秒/尺	計算せる V	實測及計算 Vの差	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$
1	3.86	2.22	2.12	−0.10	4.5
2	4.39	2.48	2.38	−0.10	4.0
3	5.28	2.94	2.80	−0.14	4.8
4	5.70	2.57	3.00	+0.43	16.7
5	6.64	3.27	3.45	+0.18	5.5
6	7.85	4.06	4.02	−0.04	1.0
7	8.87	4.64	4.51	−0.13	2.8
8	10.84	5.26	5.45	+0.19	3.6
9	10.58	5.68	5.32	−0.36	6.3
10	13.47	6.61	6.70	+0.09	1.4
平均					5.1

實測の結果を用ひ(1)式中 $n=1$ として計算する時は次式を得

$$V=0.476h+0.286$$ (單位は尺)

此れに依り計算せる平均速度と實測仝上との比較は前表に於けるが如くにして差の百分比の平均は五、一パーセントとなれり

本例も亦實測せる平均速度と水位とは同一横斷面內に在らざる場合の一なり

第九例　赤川奥井新田

赤川は最上川の左支の一にして河口に近き處に於て本川に合流す、本例に使用せる材料は明治四十四年夏期野尻内務技手の實測に係るものあり、實測の箇所は坂野邊新田及奥井新田間に架する奥井橋の直に下流に在りて合流點より上流約一里に在り

平均速度の出し方は前例に同一にして水位は實測所に於けるものなり、結果は第九表の如し(第十圖)

第九表

No.	水位 h/尺	平均速度 V秒/尺	計算せる V	實測及計算 Vの差	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$
1	5.85	1.54	1.36	−0.18	11.7
2	6.64	1.92	1.86	−0.06	3.1
3	7.39	2.24	2.35	+0.11	4.9
4	8.82	3.11	3.27	+0.16	5.1
5	9.67	4.05	3.81	−0.24	5.9
6	10.17	3.81	4.13	+0.32	8.4
7	11.91	5.42	5.25	−0.17	3.1
平均					6.0

實測の結果より(1)式中 $n=1$ として計算する時は次の式を得

$$V=0.643h-2.406$$ (單位は尺)

之れに依り計算せる平均速度等は前表中に擧ぐるが如くにして實測及計算兩平均速度の差の前者に對する百分比の平均は六.〇パーセントなり

第十例　雄物川新川橋

水位と平均速度との關係

本例に使用せる材料は明治四十四年夏期大畠内務技手の實測に係るものなり、實測箇所は新川橋の下流に在りて河口より約二里の上流に當る、

平均速度の算出方法は第八例に於けると同一なり、水位は實測箇所附近に於けるものなり、實測及計算の結果は次の如し(第十一圖)

第十表

實測月日	No.	水位 h尺	平均速度 V秒/尺	計算せる V	實測及計算 Vの差	$\frac{仝上 \times 100}{實測V}$
六月二十八日	1	8.05	0.93	1.00	+0.07	7.5
	2	8.38	1.35	1.17	−0.18	13.3
	3	8.53	1.21	1.25	+0.04	3.3
	4	8.63	1.42	1.30	−0.12	8.5
仝二十九日	5	11.28	2.74	2.67	−0.07	2.6
	6	11.56	2.97	2.81	−0.16	5.4
	7	11.97	3.09	3.03	−0.06	1.9
	8	12.24	3.32	3.17	−0.15	4.5
仝三十日	9	11.73	2.94	2.90	−0.04	1.4
	10	11.39	2.65	2.73	+0.08	3.0
	11	11.29	2.62	2.67	+0.05	1.9
	12	11.13	2.59	2.59	0	0
七月	13	13.42	3.64	3.78	+0.14	3.8
	14	13.75	4.07	3.95	−0.12	2.9

十五日	15	13.96	4.32	4.05	−0.27	6.3
	16	14.54	4.38	4.35	−0.03	0.7
	17	14.66	4.74	4.42	−0.32	6.8
仝十六日	18	15.15	4.80	4.67	−0.13	2.7
	19	15.15	4.68	4.67	−0.01	0.2
仝十七日	20	16.16	5.32	5.19	−0.13	2.4
仝十九日	21	17.37	5.66	5.82	+0.16	2.8
	22	17.49	5.86	5.88	+0.02	0.3
	23	17.54	5.84	5.91	+0.07	1.2
八月二十三日	24	9.26	1.42	1.62	+0.20	14.1
仝二十四日	25	8.92	1.58	1.45	−0.13	8.2
	26	8.92	1.44	1.45	+0.01	0.7
	27	8.92	1.39	1.45	+0.06	4.3
仝廿六日	28	13.18	3.75	3.65	−0.10	2.7
	29	13.28	3.88	3.70	−0.18	4.6
仝二十八日	30	13.34	3.26	3.73	+0.47	14.4
	31	12.91	3.19	3.51	+0.32	10.0
	32	12.68	3.13	3.39	+0.26	8.3
	33	12.55	3.01	3.33	+0.32	10.6
	平均					4.9

以上の實測の結果を用ひ(1)式中 $n=1$ として計算する時は次の直線式を得べし

$$V=0.517h-3.16 \quad (\text{單位は尺})$$

之れに依り計算せる平均速度等は第十表に於けるが如くにして實測及計算兩平均速度の差の前者に對する百分比の平均は四.九パーセントとなる

實例の總括

以上數例の結果を總括すれば次の如し

番號	水路名稱	n の價値	實測及計算Vの差の前者に對する分百比の平均
第一例	Darcy and Bazin's Test Channel, Series 24	2	0.6
第二例	Ditto, Series 5	2	0.6
第三例	Solani Embankment, Main Site	$\frac{3}{2}$	6.2
第四例	Sacramento River, Red Bluff	$\frac{3}{2}$ 1	4.2 4.4
第五例	Mississippi River, Fulton	1	2.4
第六例	Kiskiminetas River, Avonmore	1 $\frac{3}{2}$	3.3 3.6
第七例	瀬田川 寺邊	1 $\frac{3}{2}$	1.1 1.0
	瀬田川 平津	1 $\frac{3}{2}$	1.1
第八例	最上川新渡	1	5.1
第九例	赤川奥井新田	1	6.0
第十例	雄物川新川橋	1	4.9

(1)式中 n の數値は以上の例に於ては豫め圖上に記入せる實測各點の排列の大勢より推察して假定せるものにして或は 2 とあり或は $\frac{3}{2}$ とあり又は 1 とあれり而して此くの如くに假定して抽出せる

算式の與ふる平均速度と實測平均速度との差の後者に對する百分比率の平均は第三例及第九例に於て六パーセントに達するも其他の諸例に在りては約五パーセント以下に在り、即ち普通の測量方法に在りて免るべからざる誤差の範圍内に在るを見る從て以上の如く抽出せる算式は實用上に於ては左程の不便なきものと思はる

前數例の結果に依れば河川に在りては n の數値を I として差支なき場合多きを見る、換言すれば河川に於ける平均速度曲線は直線となる場合多し

若し(I)式中の n の價値を豫め假定すること無く直ちに計算に依り算出せんとせば其方法なきにあらず、唯少しく勞力を多く要するのみ今次に其方法を說明せんとす

(I)式の合理なる計算方法

今 $k=\dfrac{b}{a}$ とすれば(I) は次の如し

$$V^n=ah+b=a(h+k)$$

此式のロガリズムを取れば

$$n\log V=\log a+\log(h+k)\cdots\cdots\cdots(2)$$

次に $\log(h+k)$ を展開すれば

$$\log(h+k)=\log h+\frac{k}{h}-\frac{1}{2}\left(\frac{k}{h}\right)^2+\cdots\cdots$$

$\dfrac{k}{h}$ が I より小なれば此セリースはコンバーゼントとなり $\left(\dfrac{k}{h}\right)^2$ 及其以下の項を省略するも實際には甚だしき不可なきことゝなる、然るに k は平均速度が零となるべき水位の絶對値を示すものにして此水位は量水標の設け方即ち其零　の高さに依り異なる故に $\dfrac{k}{h}$ は常に必らずしも I より小なるものとならず、此れが I より小とならざれば前の展開式はコンバーゼントとならざるを以てある有限の項數に縮少することを得ず從て k を假定せざる限り最小二乘法を適用するに由なし

然るに茲にk/hを常に1より小ならしむることを得る方法あり、其方法の原理は座標の横軸(必らずしも横軸のみに限らざれど目下の問題は横軸のみに關係あるが故に然か云ふ)を夫れに平行に上下に移動するも曲線の性質には變化を及ぼさず換言すれば量水標の零點の高さを動かすも曲線には影響なきことに基づく工學會誌第三四五卷河川に於ける流量曲線の方程式參照)故に平均速度の零となるべき水位が成る可く小となるやうに横軸を移せば可なる事となる、然らば横軸を幾何移動せしむれば宜しきやと云ふに之れは圖上に記入せる實測の結果より推定することを得べし始めに於ては曲線の方程式は未だ明かならずと雖も其大勢はパラボラなるが故に其の曲線の縦軸と交錯する點は略推定することを得べく其點が座標の基點より距ることと大なればkは大となり從てk/hの絶對値は即ち1より大となる故に此場合には横軸を動かし曲線の縦軸と交錯する點に充分に近く座標の基點を移すべし、今其移したる多寡をHとし$h'=h-H$と置く時は方程式にはhの代りにh'を使用すべくk/h'は1より小となる

此方法に依りk/h'を1より小ならしむるを得たりと假定すれば$\left(\frac{k}{h'}\right)^2$を含める項及其以下の項は省略するも差支へなきことゝなるを以て

$$\log(h'+k)=\log h'+\frac{k}{h'}$$

となす事を得從て(2)式は次の如くなる

$$n\log V=\log a+\log h'+\frac{k}{h'}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

茲に注意すべきは以上のロガリズミック、セリースの展開はeをベースとせるナペリヤン、ロガリズムなるを以て普通の對數表即ち10をベースとせるブリッグロガリズムを使用するには其モドユラス即ち$M=0.434$をk/h'の項に乘じたるものを用ひざるべからず、然れども此れは常數なるを以て今$k'=Mk$と置けば(3)式は次の如くなる

$$n\log_{10}V=\log_{10}a+\log_{10}h'+\frac{k'}{h'} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

而して實際には(4)式を使用することとなる茲に於て(4)式中の n a 及 k' は實測の結果より最小二乘法に依り算出することを得べし、但し同法を適用するにロガリズムを用ゆるは此方法の欠點とす

次に實測に依り以上の方法の適用を示さん

第十一例　Potomac River, Point of Rocks, Md. U.S.A.

本例に使用せる材料は Hoyt and Grover–River Discharge, p. 95 より取る

實測及計算の結果次の如し(第十二圖)本例には煩を厭はず計算の徑路を悉く擧ぐ

第十一表

No.	h(呎)	$h'=h-0.2$	V 秒/呎	$\log h'$	$\log V$	$\frac{1}{h'}$	$\frac{\log h'}{\log V}\times\frac{\log h'}{\log V}$	$\frac{\log V}{\log V}\times\frac{1}{h'}\log V$	$\frac{1}{h'}\log h'$	$\frac{1}{h'}\cdot\frac{1}{h'}$	計算せる $V^{1.655}$	仝上 V	實測及計算Vノ差	$\frac{仝上\times 100}{實測V}$
1	1.25	1.05	1.01	0.021	0.004	0.952	0.000	0.000	0.004	0.020	0.906	0.971	0.98	−0.03	3.0
2	0.87	0.67	0.73	$\bar{1}.826$	$\bar{1}.863$	1.493	0.024	0.019	$\bar{1}.795$	$\bar{1}.740$	2.229	0.535	0.69	−0.04	5.5
3	4.84	4.64	2.86	0.667	0.456	0.216	0.304	0.208	0.098	0.144	0.047	5.093	2.67	−0.19	6.6
4	13.70	13.50	5.01	1.130	0.700	0.074	0.791	0.490	0.052	0.084	0.005	15.264	5.19	+0.18	3.6
5	13.10	12.90	4.88	1.111	0.688	0.078	0.764	0.473	0.054	0.087	0.006	14.575	5.05	+0.17	3.5
6	9.60	9.40	4.44	0.973	0.647	0.106	0.630	0.419	0.069	0.103	0.011	10.557	4.15	−0.27	6.5
7	1.50	1.30	1.28	0.114	0.107	0.769	0.012	0.011	0.082	0.088	0.591	1.258	1.15	−0.13	10.2
8	1.12	0.92	0.83	$\bar{1}.964$	$\bar{1}.919$	1.087	0.003	0.007	$\bar{1}.912$	$\bar{1}.961$	1.182	0.822	0.89	+0.06	7.2
9	3.87	3.67	2.50	0.565	0.398	0.272	0.225	0.158	0.108	0.154	0.074	3.979	2.30	−0.20	8.0
10	6.56	6.36	3.33	0.803	0.522	0.157	0.419	0.272	0.082	0.126	0.025	7.067	3.26	−0.07	2.1

11	1.29	1.09	1.10	0.037	0.041	0.917	0.002	0.002	0.038	0.034	0.841	1.017	1.01	−0.09	8.2
12	2.05	1.85	1.38	0.267	0.140	0.541	0.037	0.020	0.076	0.144	0.293	1.890	1.47	+0.09	6.5
13	1.20	1.00	0.94	0	$\bar{1}.973$	1.000	0	0.001	$\bar{1}.973$	0	1.000	0.914	0.95	+0.01	1.0
14	1.20	1.00	0.91	0	$\bar{1}.959$	1.000	0	0.002	$\bar{1}.959$	0	1.000	0.914	0.95	+0.04	4.4
15	1.70	1.50	1.16	0.176	0.064	0.667	0.011	0.004	0.043	0.117	0.445	1.488	1.27	+0.11	9.5
16	1.76	1.56	1.40	0.193	0.146	0.641	0.028	0.021	0.094	0.124	0.411	1.557	1.31	−0.09	6.4
17	16.95	16.75	5.31	1.224	0.725	0.060	0.887	0.526	0.044	0.073	0.004	18.895	5.92	+0.61	11.5
合計				7.071	4.352	10.030	4.138	2.632	0.481	0.999	9.069				103.7
平均															6.1

故に Normal equations は次の如し

$$2.632\,n = 4.352\,log\,a + 4.138 + 0.481\,k'$$

$$4.352\,n = 17.000\,log\,a + 7.071 + 10.030\,k'$$

$$0.481\,n = 10.030\,log\,a + 0.999 + 9.069\,k'$$

以上を解けば次の價値を得

$$n = 1.655\,;$$

$$log\ a = 0.060 : \quad \therefore\ a = 1.148$$

$$k' = -0.0886\,; \quad \therefore\ k = -0.204\,; \quad b = -0.234$$

故に(4)式は次の如くなる

$$1.655\ log\ V = 0.06 + log\ h' - 0.0886\ \frac{1}{h'}$$

又(1)式の形狀とすれば次の式を得

又は

$$V^{1.655}=1.148h'-0.234$$

$$V^{1.655}=1.148h-0.464$$

此式にて計算せる平均速度と實測平均速度との比較は前表中に擧ぐるが如くにして差の百分比の平均は六、一パーセントとなる

本例に於ては豫め之を圖上に觀るにパラボラは座標の縦軸と基點の附近にて交錯することを察知するに難からず、故に强ち横軸を移さざるもhの數値は可なり小なるべきものなるを以てhを其儘使用して計算するも結局に於ては甚しき不可なし、然れども横軸を少しく上方に動かす時はhの數値は益小となるべく又hの價値を通觀するに一、二〇なる水位二回あり、而してロガリズム及レシプロカルを使用する場合に一なる數は計算の勞力を省くを得るの利益あるを以て茲には横軸を〇、二〇呎上方に移すことゝし即ち$H=0.2$として計算せり、此くしてhの價値の益小となりしことは計算の結果を見て明なり

前式中nの數値は即ち1.655にして2及$\frac{3}{2}$の中間に位し約$\frac{5}{2}$に等しきを見る

流量曲線の計算に應用

工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」中に於て

$$Q=C(h\pm Z)^n$$

ある一般形式を有する流量曲線を得んとする時實測の結果よりn及Cを計算せんとするには豫めZを假定せざるべからざることを述べたり、然れどもロガリズムを用ひ前記の方法に依る時は强ちZを假定せざるも直接に最小二乘法に依りn、C及Zを算出することを得べし、即ち此式のロガリズムを取れば

$$\log Q=\log C+n\log(h\pm Z)$$

$\log(h\pm Z)$ を展開すれば

$$\log(h\pm Z)=\log h\pm\frac{Z}{h}\mp\frac{1}{2}\left(\frac{Z}{h}\right)^2\pm\cdots\cdots$$

而して前述の方法を以てhの代りにh'を用ひZ從てZ/h'を充分に小なる數となすことを得べく其結果$\left(\frac{Z}{h'}\right)^2$及其以下の項を省略するを得べし然る時は前式は

$$\log Q=\log C+n\log h'+\frac{k}{h'}$$

となる、但し　$k=nZ$

故に此式中のC n及kは實測の結果より最小二乘法に依り算出するを得べし即ちZを豫め假定するを要せざることゝなる

再び水位の增減しつゝある場合に於ける平均速度の變化

本件に就ては本論の始めに於て己に少しく記述せる所ありしが再び玆に雄物川に於て觀測せる結果に基づき少しく解剖を試みんとす

第十一圖に於て實測の結果に上向きの矢を附着せるものは水位の昇騰しつゝある場合に實測せし平均速度にして下向きの矢を附着せるものは水位の下降しつゝある際に實測せし平均速度を示す、而して何れの矢も附着せざるものは水位の增減なく居据はれる際に實測せしものとす、今之を觀るに水位の居据はれる場合と水位の昇騰しつゝある場合とは平均速度に何等著しき差異を認むること能はずと雖も下降しつゝある場合に於けるものは同じ水位に對し前兩者に於けるものより大体に於て稍著しく小なるを見る、特に水位の高き場合に於て然りとす、依りて今試みに前三者の場合を區別し各別に平均速度曲線を算するに次の如し

第一　水位の低き場合及水位の居据はれる場合

水位の低き場合には水位の上昇しつゝある時と下降しつゝある時及居据はれる時とは平均速度に

著しき差異なきを以て茲に暫くホイト及グローバー兩氏の說(前に出づ)に從ひ水位の低き間は水位の增減しつゝある事は平均速度に影響なきものと假定し水位の居据はれる場合のものと同一に取扱ふべし然る時は更に圖上に觀るに No. 24 と No. 18 との間には此場合に相當する實測の結果なくして曲線の大勢を覗ふこと能はずと雖も假りに關係は直線と見做し從て(1)式中 n の數値を1とし平均速度曲線を算出すべし其結果次の如し次表中の番號は第十表中及第十一圖中のものに相對す以下之に倣ふ

第十二表

No.	h	V	計算せるV	實測及計算Vの差	$\frac{\text{全上}\times 100}{\text{實測V}}$
1	8.05	0.93	1.00	+0.07	7.5
2	8.38	1.35	1.18	-0.17	12.6
3	8.53	1.21	1.25	+0.04	3.3
4	8.63	1.42	1.31	-0.11	7.7
24	9.26	1.42	1.64	+0.22	15.5
25	8.92	1.58	1.46	-0.12	7.6
26	8.92	1.44	1.46	+0.02	1.4
27	8.92	1.39	1.46	+0.07	5.0
18	15.15	4.80	4.75	-0.05	1.0
19	15.15	4.68	4.75	+0.07	1.5
20	16.16	5.32	5.28	-0.04	0.8
平均					5.8

算出せる曲線の方程式は次の如し

$$V=0.528h-4.249$$

此公式に依り算出せる平均速度等は前表に於けるが如くにして差の實測平均速度に對する百分比の平均は五.八パーセントとなれり

以上の公式を第十例中に算出せるものに比するに直線の傾斜は両者殆んど相等しく前者は後者に比し少しく右方即ち縦軸より少しく遠く距れるを見る

第二　水位の上昇しつゝある場合

此場合には之を圖上に觀るにパラボラなるが如く見ゆるを以て(1)式中hの數値を$\frac{3}{2}$と假定して計算すべし

第十三表

No.	h	V	$V^{\frac{3}{2}}$	計算せる $V^{\frac{3}{2}}$	仝上 V	實測及計算Vの差	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$
5	11.28	2.74	4.54	4.489	2.72	−0.02	0.7
6	11.56	2.97	5.12	4.917	2.89	−0.08	2.7
7	11.97	3.09	5.43	5.544	3.13	+0.04	1.3
8	12.24	3.32	6.05	5.957	3.29	−0.03	0.9
13	13.42	3.64	6.94	7.761	3.92	+0.28	7.7
14	13.75	4.07	8.21	8.266	4.09	+0.02	0.5
15	13.96	4.32	8.98	8.587	4.19	−0.13	3.0
16	14.54	4.38	9.17	9.474	4.48	+0.10	2.3

17	14.66	4.74	10.32	9.657	4.53	−0.21	4.4
21	17.37	5.66	13.47	13.801	5.73	+0.07	1.2
22	17.49	5.86	14.19	13.984	5.80	−0.06	1.0
23	17.54	5.84	14.11	14.061	5.83	−0.01	0.2
28	13.18	3.75	7.6	7.394	3.80	+0.05	1.3
29	13.28	3.88	7.64	7.547	3.85	−0.03	0.8
平均							2.0

算出せる曲線の式は次の如し

$$V^{\frac{3}{2}} = 1.529\,h - 12.758$$

此れに依り計算せる平均速度等は前表中に於けるが如くにして差の百分比の平均は二〇パーセントとある

第三　水位の下降しつゝある場合

此場合にもパラボラと見做し得べきを以て(一)式中 n の價は $\frac{3}{2}$ と仮定す

第十四表

No.	h	V	$V^{\frac{3}{2}}$	計算せる $V^{\frac{3}{2}}$	仝上 V	實測及計算Vの差	$\frac{\text{仝上}\times 100}{\text{實測V}}$
9	11.93	2.94	5.04	4.696	2.80	−0.14	4.8
10	11.39	2.65	4.31	4.424	2.69	+0.04	1.5
11	11.29	2.62	4.24	4.344	2.66	+0.04	1.5
12	11.13	2.59	4.17	4.216	2.61	+0.02	0.8

水位と平均速度との關係

30	13.34	3.26	5.89	5.984	3.30	+0.04	1.2
31	12.91	3.19	5.70	5.640	3.17	−0.02	0.6
32	12.68	3.13	5.54	5.456	3.10	−0.03	1.0
33	12.55	3.01	5.22	5.352	3.06	+0.05	1.7
平均							1.6

計算せる曲線の公式は次の如し

$$V^{\frac{3}{2}}=0.8h-4.688$$

此れに依り計算せる平均速度等は前表中に擧ぐるが如くにして差の百分比の平均は一六パーセントなり

今以上の結果を正しきものと假定し以上三個の場合に於ける平均速度曲線の關係を觀るに先づ第二の場合即ち水位の上昇しつゝある場合の平均速度曲線と第三の場合即ち水位の下降しつゝある場合の仝上との交錯點を求むれば次の如し

$$1.529h-12.758=0.8h-4.688$$

此れより $h=11.07$ を得べくこれに對する平均速度は $V=2.59$ となる更に第一の場合即ち水位の居据はれる場合の曲線に依り $h=11.07$ に對する平均速度を求むれば $V=2.60$ を得べし故に三個の曲線は略 $h=11.05$; $V=2.59$ ある點の附近にて相互に相交錯することを知る換言すれば水位一一・〇五以下にては水位の上昇しつゝある時と下降しつゝある時と居据はれる時とは平均速度に差異を生ぜざれども水位これより高き場合には水位の狀態に依り平均速度を異にすべし(一)水位の上昇しつゝある場合と居据はれる場合とは平均速度に著しき差異なし二而して兩者の曲線は $h=15.5$; $V=4.93$ の點附近に交錯するが故に水位一五・五尺より低き時は水位上昇しつゝある場合の平均速度は水位の居据は

れる場合の全上よりも稍大なれども水位一五、五尺より高き時は後者は反て前者より大となるべし(三)水位の下降しつゝある場合の平均速度は水位の上昇しつゝある場合及居据はれる場合の全上に比し著しく小なり(四)河が増水を始め次て最高に達し暫時居据はれる後更に減水を始めある水位に下る迄に於ける平均速度の變化は第十一圖に於けるＰＱＡＢＣＱＰ曲線の如くになるべし、即ちＡＢＣなる曲線は一増水毎に水位の最高に達する前後に於て水位と共に平均速度の變化する軌跡を示すことゝなる而して兩測の平均速度曲線は其軌跡のエンベロープとなるべし(五)本論の始めに己に述べたる米國 Ohio River, Wheeling, W. Va. に於ける實測の結果は一九〇五年三月二十日の洪水の際に係るものにして單に一個の洪水に關するものなるが故に平均速度變化の徑路は明かにＰＱＡＢＣＱＰの如く曲線を示せり (Hoyt and Grover–River Discharge, pp.89–90)

此の如くに考へ來る時は平均速度は出水の時期により異なることゝなり實測の結果は凡て兩極端の平均速度曲線の中間に横はることゝなる而して大小各種の出水に就て全じ水の狀態に在る場合に於ける平均速度(換言すれば各水位曲線の相似の位置に對する平均速度)は夫れ〳〵一の平均速度曲線を作ることゝなるべく從て其平均速度曲線群は一點即ちＱより逬出する箒狀のものとなるべし、故に水位の増減しつゝある場合に於ける平均速度の變化なる問題を正當に解釋せんとせば各實測の結果は水位の如何なる狀態即ち水位曲線に於ける如何なる位置に相當するものなりやを分解するの必要ありて甚だ複雜なるものとなるべし、此れ本問題解決の困難なる所以の一なり

高低兩部に於ける平均速度曲線

平均速度曲線に就ても河川の一の横斷面を高水部、中水部及低水部の三部に分ち考究するを適當とすべし(工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」參照)以上の諸例に於て見出したる平均速度曲線は即ち中水部に關するものなり、高低兩部に關しては材料甚だ乏しきが故に明確に斷定の

基礎を事實に置く能はざるも其平均速度曲線は(I)式の一般形式の方程式にて代表せしめ得へきは恐らく疑なからん河川に在りては中水部に於ける平均速度曲線は直線と見做し得べき場合多きは前諸例に依りて知ることを得而して高低兩部に於ける平均速度曲線も亦直線と見做し得ること多かるべし兎に角に(I)式中の n の數値を假定すれば實測の結果より流量曲線に於けると同様に平均速度曲線を求むることを得べし

以上に擧げたる實例中に於ては僅かに第六例 Kiskiminetas River, Avonmore に於て低水部に屬する實測の結果一個あるを見るのみ今低水部に於ける平均速度曲線を中水部に同じく直線と假定すれば其方程式は次の如くにして見出すを得

低水部と中水部との限界を水位二呎の處に在りとせば直線は $h=2.00$; $V=1.20$ 及 $h=1.61$ $V=0.34$ の二點を通過せさるべからざるが故に

$$\Delta V=0.86;\quad \Delta h=0.39\quad \therefore\ a=\frac{\Delta V}{\Delta h}=2.205;\quad b=\ -ah=-3.21$$

故に低水部に於ける平均速度曲線の方程式は次の如し

$$V=2.205h-3.21$$

高低兩部に於ける平均速度曲線に關しホイト及グローバー兩氏の説く所に依れば次の如し普通の狀態即ち平均速度が實測個所横斷面内の最低點に於て零となる場合には平均速度曲線は略垂直なる軸を有するパラボラに類似せる曲線にして其基點は最低河床若くは其以下に在り然れども高水に在りては直線に近づく

横斷面の最低河床に達せざる内に平均速度の零となる如き場合卽ち停滯水(Ponded Water)のある場合(其横斷面の下流に淺洲堰堤等ある時此の如くなる)には低水に於ける平均速度曲線は中水に於ける仝上とは反對の向きに屈曲し縦軸即ち水位軸に對し凸面を呈す其屈曲の程度及屈曲の變化する

點は主として停滯水の多寡、河床の粗雜度、下流淺洲の形狀及其他の水路狀況に依り支配せらるゝものあるが如し、河川小にして淺き時は屈曲の變化はより急激なり、この奇なる屈曲の反對にあることは恐らく最低水に於て水面勾配が急に變化するに原因するならん平均速度の零となる場合には水面勾配も勿論零となる、是れより以上水の僅かに流るゝは僅かに水面勾配を生ずるが爲めにして其勾配はある程度迄は水位の上ると共に增加す

平均速度曲線を中水より高水部に延長するに三個の方法あり、(一)は觀測せる最高の點より曲線に接線として延長する方法にして(二)はハイパーボラとして延長し直線を其アシムプトートとすること(三)は水面勾配を常數若くは中水位に於けるものより僅かに大なるものとし尙粗雜度の係數を適當に選定の上 $V=C\sqrt{RS}$ の公式より平均速度を算出し之に依り曲線を作ること之れなり

中水部の平均速度曲線を低水部に延長せんとするには大に注意を用ひざるべからず、曲線が眞の位置より少許偏倚するも其曲線の與ふる結果には大なる誤差を生ずべし、故に實測箇所に於ける條件は凡て考査せざるべからず、曲線は常に平均速度の零となるべき水位にて縱軸と交錯せざるべからず、若し平均速度の零となる點不明の場合には其點は河床最低點の高さと曲線中已知の最低點より出したる接線の縱軸と交錯する點との中間に存在せざるべからず、平均速度曲線が河床最低點以上にて水位軸と交錯せば其は即ち停滯水のある場合にして此場合には曲線は縱軸に對し凸面を呈す之に反して曲線が河底最低點にて水位軸と交錯する場合には曲線は全軸に對し凹面を呈すべし

(River Discharge pp.84—86)

平均速度曲線の信用し得べき程度及適用し得べき程度

平均速度曲線も流量曲線に同じく其を抽出せし材料益多ければ多き程其曲線は益信用し得べきものとなるべし

曲線の適用し得べき程度に關しても流量曲線に同じく空間的及時間的の區別あること勿論なり、河川が安定なれば時間的に適用し得べき程度は大なるべく河川に施したる工事は平均速度曲線に影響すべし(工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」參照)

流量曲線との關係

流量は平均速度と横斷面積との相乘なるが故に流量曲線と平均速度曲線とは密接の關係あり、今實例に就き其關係を略述すべし

工學會誌第三四五卷「河川に於ける流量曲線の方程式」中北米 Kiskiminetas River, Avonmore に於て其低水部に就き次の如き流量曲線を舉げたり

$$Q=529(h-1.25)^2$$

此方程式より流量の零となるは $h=1.25$ の時なるを知る

次に平均速度曲線は已に述べたる如く低水部に於ては次の如し

$$V=2.205h-3.21$$

之れより平均速度の零となるべき水位を求むるに $h=1.45$ を得、平均速度零となれば流量も亦零とならざるべからざるは言を俟たず、然るに其間に少許の差あるは之れ實測の誤差より來りたる結果なるべし

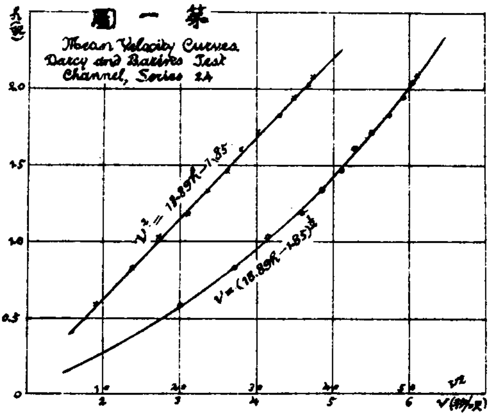
次に北米 Sacramento River, Red Bluff に於ける流量曲線は次の如し

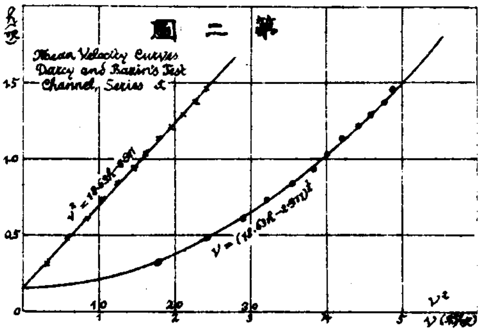
$$Q=218.33(h+3.5)^2$$

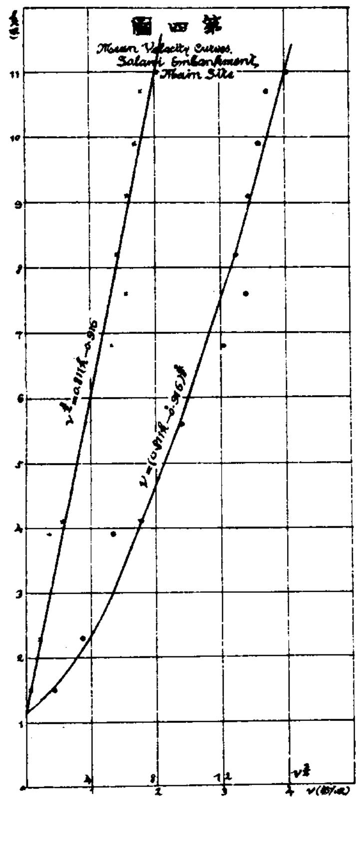
此れより流量の零となるべき水位は $h=-3.5$ となる、而して仝上の平均速度曲線は次の如し

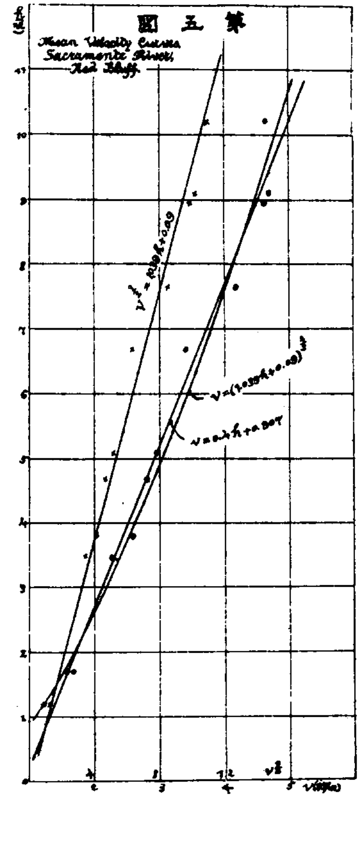
$$V=0.4h+0.907$$

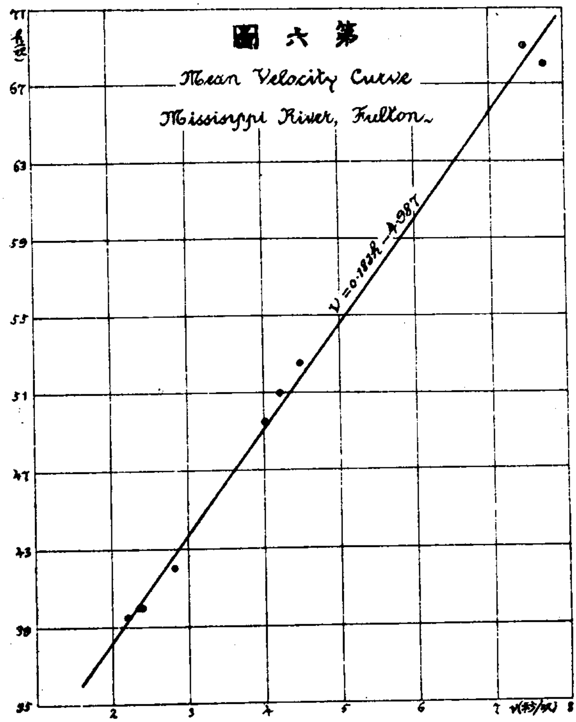
此れより平均速度の零となるべき水位は $h=-2.27$ となる、之を前の流量の零となるべき水位に比す


第一圖
Mean Velocity Curves
Darcy and Bazin's Test
Channel, Series 24

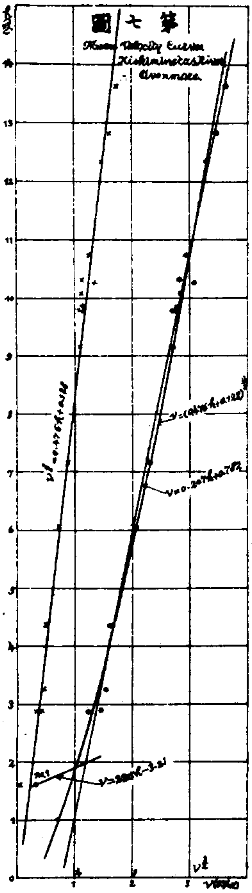

第二圖
Mean Velocity Curves
Darcy and Bazin's Test
Channel, Series 5


第四圖
Mean Velocity Curves
Salani Embankment,
Main Site

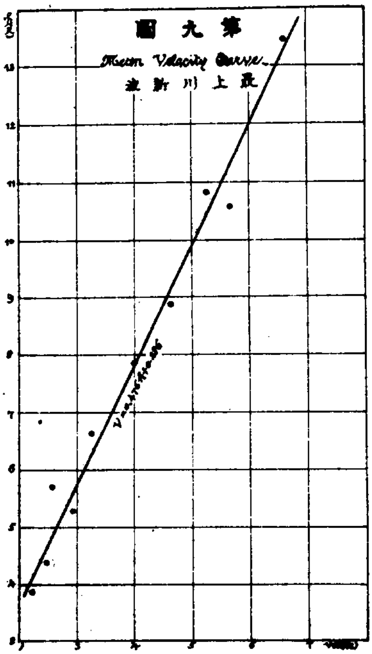

第五圖
Mean Velocity Curves
Sacramento River,
Red Bluff



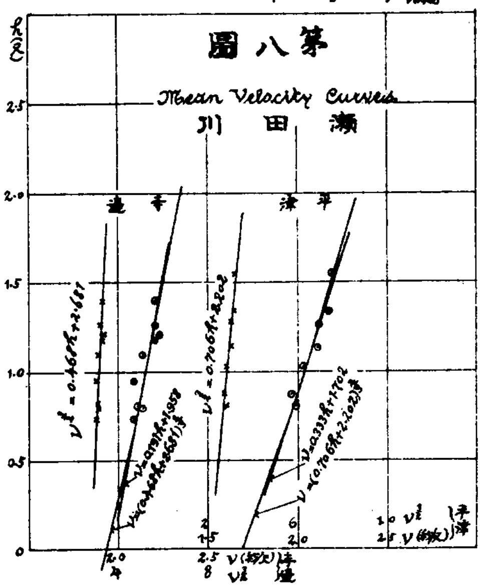
第六圖
Mean Velocity Curve
Mississippi River, Fulton
v = 0.183h − 4.987
v(秒/呎)



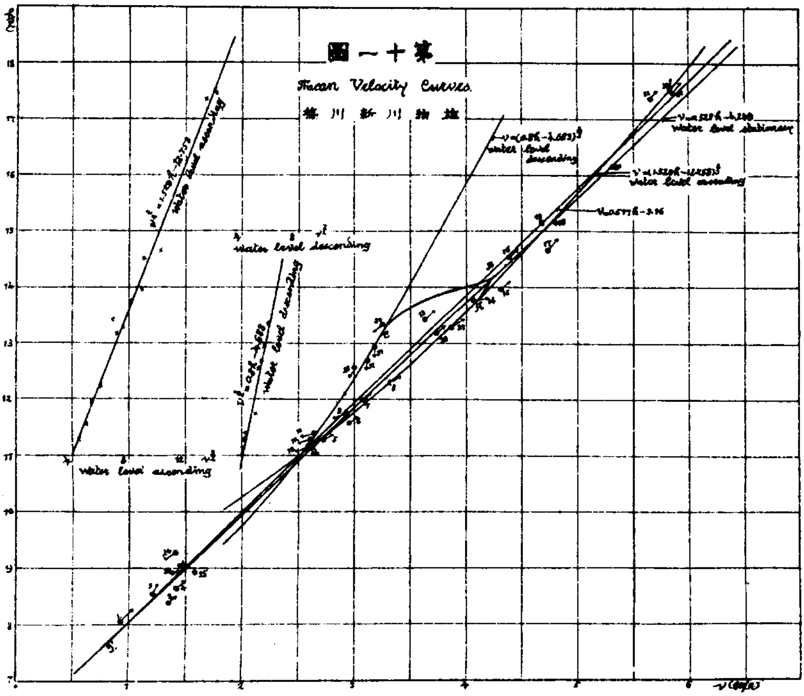
第七圖
Mean Velocity Curves
Kiskiminetas River
Avonmore

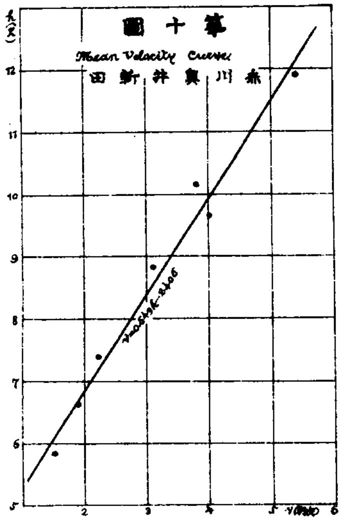


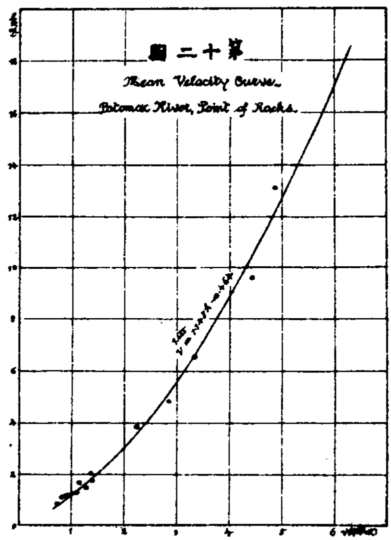
第九圖
Mean Velocity Curve
最上川新庄



第八圖
Mean Velocity Curves
瀬田川
寺邊
平津
v² = 0.468h + 2.681
v² = 0.706h + 2.202
v(秒/尺)


第十一圖
Mean Velocity Curves.
water level descending
water level ascending
water level stationary


第十圖
Mean Velocity Curve


第十二圖
Mean Velocity Curve
Potomac River, Point of Rocks.

るに其間に輕からざる差あり前二個の曲線は何れも中水部に於けるものなるを以て以上の事實より之を推測すれば實測の範圍以下に於て尙低水部の存在することを知るに足るべし

一般に　$V^n=ah+b$　なるパラボラの性質

平均速度曲線は一般に　$V^n=ah+b$　なる方程式にて顯はし得べきは巳に前に述べたる所なり次に　$Q=C(h\pm Z)^n$　なる一般形式を有する流量曲線も之を少しく變化すれば

$Q^n=ah+b$ なる形式と爲すことを得べし即ち平均速度曲線の一般方程式と全形式となる

以上の一般方程式に於てnが1なる場合には直線となり然らざる場合にはパラボラとなるべし而してnが1より大なる時は曲線は縦軸に對し凹面を呈す即ち平均速度曲線の如き之れなり次にnが1より小なる時は曲線は之に反して縦軸に對し凸面を呈す即ち流量曲線の如き之れなり又nが1より大小如何に拘はらず其數値1に近き時は曲線の屈曲度は小にしてnが1より距ること大なるに從ひ曲線の屈曲度は益大となる

結論

以上論述の結果より少くとも次の結論を得べし

(一)水位と平均速度との間には略幾何學的の關係あり

(二)平均速度曲線は一般に $V^n=ah+b$ なる方程式を以て顯はすことを得

(三)上式中nの數値は少くとも中水部に在りては1乃至2の間に在りて1より小なることなし換言すれば平均速度曲線は水位軸に凸面を呈するパラボラとなることなし

(四)河川に在りてはnの數値の1なる場合即ち平均速度曲線の直線となる場合多し

(五)實測の結果より豫めnの數値を假定し最小二乘法に依り相當の精密度を有する平均速度曲線の方程式を計算することを得

水位と平均速度との關係　

(六)ロガリズムを用ゆればnの數値を豫め假定せざるも仝上の方程式を計算する方法あり

(七)$Q=C(h\pm Z)^n$ある一般形式を有する流量曲線に於ても仝樣の方法に依れば豫めZを假定せざるも其方程式を計算することを得

(八)引用せる實例中雄物川の場合には水位の上昇しつゝある時と下降しつゝある時とは同じ水位に對し平均速度に多少の差異あることを認むるを得

(終)

煉瓦の品質と隧道問題

大阪窯業會社取締役兼支配人　大高　庄右衞門君

抑々煉瓦の必要あるは、他の材料に於けると同一にして、其等級差別の異れる、月鼈も啻ならざるものあるに係らず、世人稍もすれば、深く顧みず、徒に價格の廉に赴かんとする傾向あるは遺憾に堪へざる所なり蓋し煉瓦の優良のものと劣等のものとは其強さ或は三四倍、或は六七倍の差あり、乞ふ之を別紙添付の、全國有名なる各會社製品の責任ある試驗成績の比較表に就て認められ度し、世人或は曰く、煉瓦如何に強きも之が積方によりて其功力を沒却すべきを以て實質の如何は重要の問題に非ずと斯の如きは時代の進運を解せざる者にして、十九世紀の石灰「モルタル」時代と二十世紀の「セメント」「モルタル」時代とを混同せる者にして又往古羅馬の石造建築物の嚴然たる遺跡と古代支那の土磚建築物の潰敗せし遺物とを同視せんとする者にして支那土磚式粗惡煉瓦を以て潤濕の我國に應用せんとするの誤は明かなり、彼の明治十年前後に造られたる我國各地の粗惡煉瓦の造營物の或物が、既に風壞雨蝕して、深く壞損せる、又近く北清事變當時に造營せられたる天津北京附近の列國造營物が急遽附近の粗惡煉瓦を以て建てしを以て、十年の星霜既に早く風蝕して、見るに堪へざるに至れるは、實見者の報ずる所にして、以て粗惡煉瓦の恐るべきを知るに足るに非ずや。