(五)曲線測量偏倚角及枝距表　一部　同　横島六郎君

(六)ジー、イー會社商用手帖　二部　ジー、イー會社

(七)特許局年報　一部　特許局

(八)日本ぽるとらんどせめんと試驗方法解説
同　珊、基ヲ吋、封度ニ換算表　二部　日本ぽるとらんどせめんと技術會

(九)郵便電信同窓會誌　第一六八號　一部　郵便電信同窓會

(十)札幌農學校紀要　第三卷第四號　同　札幌農學校

論説及報告

水位曲線

河野孝敬君

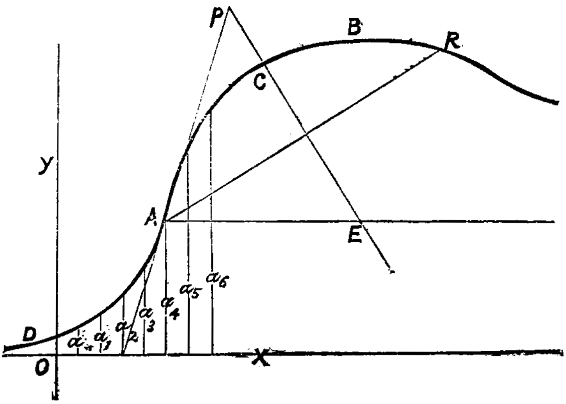
河川ノ或ル一定ノ箇所ニ於テ水位ヲ縱線トシ時間ヲ横線トシテ水位ノ昇降ヲ畫クトキハ或ル曲線ヲナス即チ水位曲線ナリ此曲線ガ如何ナル性質ナルカヲ考究セン爲メ洪水ノ際河川ノ或ル一定ノ箇所ニ於テ數回又他ノ或ル一定ノ箇所ニ於テ數回水位ノ增加及減少ヲ視撿シ水位曲線ガ或ル一定ノ性質ヲ有スルコトヲ發見セリ而シテ水位曲線ニ係ハル洪水視撿ハ主トシテ新潟縣下信濃川末流ニ設置アル自記量水器及ヒ同川上流ノ各所其他阿賀野川ノ一部ニ於テモ之レヲ試驗セリ

水位曲線研究ノ爲メノ視撿ハ明治廿三年ヨリ始メ同三十六年頃ニ至ル迄毎年之レヲ行ヘリ

水位曲線ノ性質

時間ヲ横線トシ水位ヲ縦線トスル曲線ハ水準軸ト一定ノ傾斜ヲ有スル拋物線ノ聯合ヨリ成リタルモノニシテ曲線中二個ノ彎點(いんふれくしよん)ヲ有ス而シテ拋物線ノ傾斜ハ水準軸ト彎點ノ切線トノ交角ノ等分線ニ傾クモノトス

第一圖



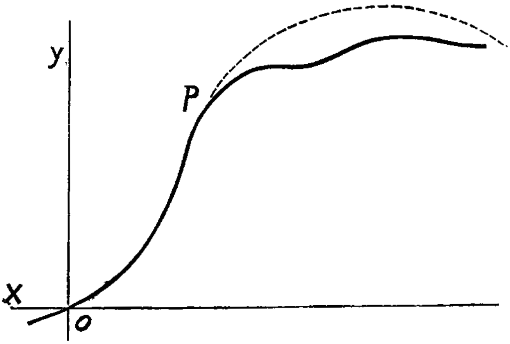
壹圖XYハ正交軸ニシテOハ量水標ノ零點ナリ a a_1 a_2 等ハ毎時視撿ノ水位トセハ之レニ依リ畫カレタルDACRハ水位曲線ナリ而シテ水位増加ノ最大ナル點即チ a_1-a, a_2-a_1, a_3-a_2……等ノ最大ナル箇所ニ於テ曲線ガ凹形ヨリ凸形ニ變スル彎點アリ上圖A點ノ如シ又此ノ點ノ切線APト横軸AEトノ交角PAEノ等分角ナルRAEハ拋物線ACRノ徑ARガA點ノ水準軸AEトノ傾斜ノ角ナリトス是等ノ性質ハ一河川ノ上流部及下流部ノ各所ノ測定及流域ヲ異ニスル他ノ河川ノ測定ニ於テモ同一ノ結果ヲ得タリ只上流部ニアツテハ毎時ノ増加大ニシテ高水ノ時間長カラズ故ニ曲線ノ傾斜大ナレトモ下流部ハ之レニ反シ増加ノ度比較的小ニシテ高水位永續スルヲ以テ傾斜ノ度小ナリト雖モ曲線ノ性質ハ同

一ナリ

破堤等ノ爲ニ及ホス曲線ノ形狀

水位視撿箇所上流部ニ著シキ破堤アル爲メ多大ノ水量汎濫スルガ如キ場合ニハ曲線ハ中途ヨリ形狀ヲ變シ不規律ナルモノヲ書ク貳圖ノ如クP點ヨリ以上破堤ノ影響ヲ受クルモノトセハ普通ノ法ニ依レバ貳圖虛點ノ如キ曲線ヲ成スベキヲ實線ノ如キ不規則ノ形チヲナスナリ是レ破堤ノ爲一時水量ヲ減殺スルモ汎濫ノ水量破堤區域內ニ充レバ漸次ニ原水位ニ復スレバナリ而シテ一小部ノ破堤ノ如キハ視撿箇所ヨリ遠距離ナレバ曲線ニ感スル程ノ變化ハ及サヽルガ如クナレ圧著大ノ破堤ニシテ汎濫ノ區域廣ケレバ上流十里以上ノ箇所ノ汎濫モ感ゼシコトアリ

第二圖



水位曲線ノ應用

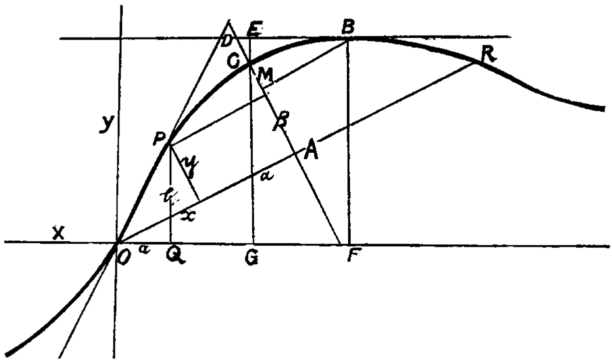
或ル河川ニ於テ洪水ニ際シ漸次ニ增加シツヽアル水位ヲ點撿シ之レヲ以テ水位曲線ノ公式ヨリ水位ノ最高及其時間ヲ推算シ高水ノ程度ヲ豫知スルヲ以テ防水準備等ノ爲メ多少便益ヲ與フルコトアランカ

水位曲線算式

水位ノ最高點及其時間若クハ或ル點ノ水位及其時間等ヲ計算センニハ彎點卽チ水位最大增

加ノ部或ハ其以上凸圓ノ部ニ原點ヲ定メ起算スルヲ要ス彎點以下凹圓ニ之レヲ定ムレバ曲ノ凸凹相混シ計算上繁雑ノ不便ヲ免カレザレバナリ

第三圖



參圖ハ原點ヲ彎點Oニ定ムルモノトシOCRハ抛物線ニシテ其徑ORハ水準ニ引ケルX軸トω角ヲナシCハ抛物線ノ頂點Bハ水位曲線ノ最高點ナリ

$OA=\alpha$　$CA=\beta$　$OQ=x$　$PQ=y$　トスレハ

Cヲ原點トスルOCR抛物線ノ方程式ハ

$(\alpha-x)^2=m(\beta-y)$　ニシテ　$m=\dfrac{2\alpha x-x^2}{y}$

m及αノ不變數ヲ求メンタメ最少自乘法(りいすとすくゑや)ニ據レバ

$$\alpha=\frac{n\Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right)}{2\left\{n\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\right\}}\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$m=\frac{\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)\Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right)}{n\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)}\cdots\cdots\cdots(2)$$

βヲ求メンニハ(1)及(2)式ヨリα及mヲ算シ抛物線式$\alpha^2=m\beta$ヨリ求ムルモノトス

x及yハ抛物線ノ縱橫線ニシテ同點ノ水準軸ニ係ハル縱橫線ヲα及bトシ抛物線ノ傾斜ヲ

ω角トセバ

$$x = a\cos\omega + b\sin\omega \cdots\cdots\cdots(3)$$

$$y = b\cos\omega - a\sin\omega \cdots\cdots\cdots(4)$$

(3)及4ノ算式中aハ視檢ノ時間ニシテbハ之レニ對スル水位ナリ

水位ノ最高及時間

PCRノ抛物線ニ於テ $BM^2 = mCM \quad \tan\omega = \frac{DM}{BM}$ ニシテ $DM = 2CM$ ナレバ

$$CM = \frac{m\tan^2\omega}{4} \qquad CE = CD\cos\omega = CM\cos\omega = \frac{m\tan^2\omega\cos\omega}{4}$$

水位最高點BFヲhトセバ

$$BF = h = CG + CE = a\sin\omega + \beta\cos\omega + \frac{m\tan^2\omega\cos\omega}{4}$$

$$= a\sin\omega + \frac{a^2\cos\omega}{m} + \frac{m\tan^2\omega\cos\omega}{4}$$

故ニ最高點 $h = \frac{(m\sin\omega + 2a\cos\omega)^2}{4m\cos\omega} = \frac{(a\sin\omega + 2\beta\cos\omega)^2}{4\beta\cos\omega} \cdots\cdots\cdots(5)$

水位最高點ニ對スル時間OFヲkトセバ

$BD = \frac{DM}{\sin\omega}$ ニシテ $DE = CD\sin\omega$ ナレバ

$$BE=BD-DE=\frac{DM}{\sin\omega}-CD\sin\omega=CD\left(\frac{2-\sin^2\omega}{\sin\omega}\right)=\frac{m\tan^2\omega}{4}\left(\frac{2-\sin^2\omega}{\sin\omega}\right)=\frac{m\sin\omega(1+\cos^2\omega)}{4\cos^2\omega}$$

最高點ニ對スル時間　$OF=k=OG+BE=a\cos\omega-\beta\sin\omega+\frac{m\sin\omega(1+\cos^2\omega)}{4\cos^2\omega}$

$$=a\cos\omega-\beta\sin\omega+\frac{a^2\sin\omega(1+\cos^2\omega)}{4\beta\cos^2\omega}\cdots\cdots(6)$$

適宜ノ點ニ於ケル水位及時間

拋物線公式　$2ax-x^2=my$　ヨリ(3)及(4)式ヲ用ヒ a 及 b ノ關係ヲ求ムレバ

$$2a(a\cos\omega+b\sin\omega)-(a\cos\omega+b\sin\omega)^2=m(b\cos\omega-a\sin\omega)$$

$$b^2\sin^2\omega+(m\cos\omega-2a\sin\omega+2a\cos\omega\sin\omega)b=(2a\cos\omega-a\cos^2\omega+m\sin\omega)a\cdots\cdots(7)$$

(7)式中 ω 角及 a m ハ既知ノ數値ナレハ a ニ任意ノ時間ヲ與フレバ之レニ對スル b ノ水位ハ二次方程式ニテ解シ得ラルベシ

亦同式ヨリ　$$a^2\cos^2\omega-(2a\cos\omega-2b\sin\omega\cos\omega-m\sin\omega)a=(2a\sin\omega-b\sin^2\omega-m\cos\omega)b\cdots\cdots(8)$$

(8)式中 b ニ任意ノ水位ヲ與フレバ之レニ對スル時間ヲ求メ得ラルベシ

水位曲線ノ傾度

曲線傾斜ノ度ハX軸ト彎點切線トノ平分ナレバ b_1-b ヲ彎點ノ最大增加トシ a_1-a ヲ其中間ノ時間トスレバ

$\tan 2\omega=\frac{b_1-b}{a_1-a}$　ナレバ　$2\omega=\tan^{-1}\frac{b_1-b}{a_1-a}$　ニシテ　a_1-a　ノ單位ヲ一時間トスレバ

$$\omega=\tfrac{1}{2}\tan^{-1}(b_1-b)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

水位曲線實例

明治廿三年八月廿四日信濃川筋新潟市地先自記量水器ニ於ケル洪水水位次ノ如シ

時間		水位
		尺
廿四日前一時		1.119
同二時		1.341
同三時		1.619
同四時		2.040
同五時		2.428
間六時		2.819
同七時		3.143
同八時		3.476
同九時		3.762
同十時		3.980
同十一時		4.151
同十二時		4.321
同後一時		4.421
同二時		4.516
同三時		4.579
同四時		4.659
同五時		4.714
同六時		4.746
同七時	最高	4.762
同八時	最高	4.762
同九時		4.754
同十時		4.730
同十一時		4.667
同十二時		4.595
廿五日前一時		4.516
同二時		4.413
同三時		4.270
同四時		4.167
同五時		4.040
同六時		3.889

水位増加ノ最モ多キハ前三時ト四時ノ間ニアルヲ以テ之レニ原點ヲ定メ前十一時迄ノ水位ヲ既知トシ是等ノ數量ヲ以テ最高水位及其時間ヲ推算ス

各水位ヲ原點上ヨリノ高ニ改メン爲メ 2.428　2.817　3.143　3.476　3.980　4.151 ノ各數ヨリ零點上原點ノ高 2.040 ヲ減スレハ 0.388　0.777　1.103　1.436　1.722　1.940　2.111

先ツ曲線傾斜ノ度ヲ算センカ爲メ(9)式ニ依リ $b_1=2.040$　$b=1.619$ ナレハ

$\omega=\frac{1}{2}\tan^{-1}(b_1-b)=\frac{1}{2}\tan^{-1}(2.040-1.619)=\frac{1}{2}(22^\circ\ 49'\ 52'')$ ニシテ $\omega=11^\circ\ 24'\ 56''$ ナレバ

$\sin\omega=0.1979$　　$\cos\omega=0.9802$

(3)及(4)式ヲ用ヒ x 及 y ノ數値ヲ求ムレバ

$$x = a\cos\omega + b\sin\omega \text{......}(3) \qquad y = b\cos\omega - a\sin\omega \text{......}(4)$$

ニ於テ a a_1 ......等ハ原點上ノ水位ニシテ b b_1 ......等ハ一時二時三時間等ノ數ナレバ

$x = 1\times0.9802+0.388\times0.1979=1.0570$	$y=0.388\times0.9802-1\times0.1979=0.1824$
$x_1=2\times$ 〃 $+0.777\times$ 〃 $=2.1142$	$y_1=0.777\times$ 〃 $-2\times$ 〃 $=0.3658$
$x_2=3\times$ 〃 $+1.103\times$ 〃 $=3.1589$	$y_2=1.103\times$ 〃 $-3\times$ 〃 $=0.4875$
$x_3=4\times$ 〃 $+1.436\times$ 〃 $=4.2050$	$y_3=1.436\times$ 〃 $-4\times$ 〃 $=0.6160$
$x_4=5\times$ 〃 $+1.722\times$ 〃 $=5.2418$	$y_4=1.722\times$ 〃 $-5\times$ 〃 $=0.6984$
$x_5=6\times$ 〃 $+1.940\times$ 〃 $=6.2651$	$y_5=1.940\times$ 〃 $-6\times$ 〃 $=0.7142$
$x_6=7\times$ 〃 $+2.111\times$ 〃 $=7.2792$	$y_6=2.111\times$ 〃 $-7\times$ 〃 $=0.6839$

(1)及(2)式ヲ用ヒテ a 及 m ヲ求メン爲メ $\frac{x}{y},\ \frac{x^2}{y},\ \frac{x^2}{y^2},\ \frac{x^3}{y^2}$ 等各數ノ總和ヲ求ムレバ

$$\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)=51{,}802 \qquad \Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right)=239.306 \qquad \Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)=402{,}142 \qquad \Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right)=2037.025$$

$$a=\frac{n\Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right)}{2\left\{n\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\right\}}=\frac{7\times2037.025-51.802\times239.306}{2\{7\times402.142-51.802^2\}}=7.07$$

$$m=\frac{\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)\Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right)}{n\Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right)-\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)\Sigma\left(\frac{x}{y}\right)}=\frac{51.802\times2037.025-239.306\times402.142}{7\times402.142-51.802^2}=70.599$$

拋物線式 $a^2=m\beta$ ヨリ $\beta=\frac{a^2}{m}=\frac{7.07^2}{70.599}=0.708$

最高hヲ算セン爲メ(5)式ヲ用ユ

$$h=\frac{(a\sin\omega+2\beta\cos\omega)^2}{4\beta\cos\omega}=\frac{(7.07\times0.1979+2\times0.708\times0.9802)^2}{4\times0.708\times0.9802}=2.798$$

原點上最高水位 2.798 ヲ得タリ之レヲ水位ノ零點上ニ改算センニハ原點上零點迄ノ高 2.040(前ニ各數ヨリ減セシモノ)ヲ加フ卽チ 2.798+2.040=4.838 ニシテ實撿ノ最高ハ 4.762 ナレバ實撿ト推算トノ差 4.838−4.762=0.076 〇寸七分六厘ナリ

最高ノ時間ヲ算セン爲メ(6)式ヲ用ユ

$$K=a\cos\omega-\beta\sin\omega+\frac{a^2\sin\omega(1+\cos^2\omega)}{4\beta\cos^2\omega}$$

$$=0.9802\times7.07-0.708\times0.1979+\frac{7.07^2\times0.1979(1+0.9802^2)}{4\times0.708\times0.9802^2}=14.17$$

ニシテ最高ノ時間トス

實撿ノ最高時間ハ午後七時ニシテ原點ノ時間午前四時ヨリ算シ十五時間ナレバ實撿時間ト推算時間ノ差 15−14.17=0.83 ニシテ〇時四十九分四十八秒ナリ

原點ヨリ五時後ノ水位ヲ算セン爲メ(7)式ヲ用ユ

$$b^2\sin^2\omega+(m\cos\omega-2a\sin\omega+2a\cos\omega\sin\omega)b=(2a\cos\omega-a\cos^2\omega+m\sin\omega)a$$

ニ於テ

a m a ω 等ノ既知數ヲ代用セバ

$0.03916b^2+68.3426b=115.1375$ ニシテ $b=1.683$

原點ヨリ五時間後ノ水位ヲ算セシモノ1.683ニシテ之レヲ零點上ニ改算セバ

$1.683+2.040=3.723$ ナリ然ルニ實撿ノ原點ヨリ五時間後即チ午前九時ノ水位ハ

3.762 ナリ故ニ其差 $3.762-3.723=0.039$ ニシテ〇寸三分九厘ナリ

水位曲線實例

明治廿五年五月二日阿賀野川筋滿願寺村地先量水標ニ於ケル洪水位次ノ如シ

時間	水位
	尺
五月二日午前十一時	13.30
同　十二時	13.59
同　午后一時	13.90
同　二時	14.19
同　三時	14.51
同　四時	14.82
同　五時	15.14
同　六時	15 47
同　七時	15.80
同　八時	16.10
同　九時	16.35
同　十時	16.58
同　十一時	16.80
同　十二時	16.94
同　三日午前一時	17.07
同　二時	17.18
同　三時	17.25
同　最高　四時	(17.32)
同　五時	17.31
同　六時	17.28
同　七時	17.18
同　八時	17.04
同　九時	16.92
同　十時	16.72
同　十一時	16.50
同　十二時	16.30
同　午后一時	16.05
同　二時	15.80
同　三時	15.53

水位增加ノ最モ多キハ午后五時ヨリ七時ノ間ニアルヲ以テ七時ニ原點ヲ定メ是ヨリ十一時迄五時間ノ毎時水位ヲ以テ最高點ヲ推算ス

前例ノ如ク各水位ヲ原點上ノ高トセバ午后七時ヨリ十一時迄ノ各水位ヨリ六時ノ水位15.47ヲ減シ 0.33　0.63　0.88　1.11　1.33 即チ $b.\ b_1\ b_2$ ……等ノ數値ナリ

$$2\omega = \tan^{-1}(0.33)$$ ニシテ $\omega = 9°8'$　$\sin\omega = 0.1587$　$\cos\omega = 0.9873$ ナリ

(3) 式ニ依リ x x_1 等ヲ算セバ　$x = 1.0397$　$x_1 = 2.0746$　$x_2 = 3.1016$　$x_3 = 4.1254$　$x_4 = 5.1476$

(4) 式ニ依リ y y_1 等　$y = 0.1571$　$y_1 = 0.3046$　$y_2 = 0.3927$　$y_3 = 0.4635$　$y_4 = 0.5196$

$$\Sigma\left(\frac{x}{y}\right) = 39.808 \quad \Sigma\left(\frac{x^2}{y}\right) = 132.865 \quad \Sigma\left(\frac{x^2}{y^2}\right) = 325.689 \quad \Sigma\left(\frac{x^3}{y^2}\right) = 1162.582$$

$$a = \frac{5\times1162.582 - 39.808\times132.865}{2\{5\times325.689 - 39.808^2\}} = 6.00$$

$$m = \frac{1162.582\times39.808 - 132.865\times325.689}{5\times325.689 - 39.808^2} = 68.99$$

$$\beta = \frac{a^2}{m} = \frac{6^2}{68.99} = 0.52$$

$$h = \frac{(a^2\sin\omega + 2\beta\cos\omega)^2}{4\beta\cos\omega} = \frac{(6\times0.1587 + 2\times0.52\times0.9873)^2}{4\times0.52\times0.9873} = 1.907$$

1.907 ハ原點上最高點ノ水位ナリ之レニ零點上原點ノ高即チ六時ノ水位ヲ加フレバ

1.907＋15.47＝17.377 ヲ得タリ實檢ノ最高ハ 17.32 ナレバ推算ト實檢トノ差

17.377－17.32＝0.057 〇寸五分七厘ナリトス

明治廿三年八月廿四日ノ水位曲線ニ於ケル計算ノぷろばーぶるゑら次ノ如シ

水位曲線ノ方程式

$$b^2\sin^2\omega + (m\cos\omega - 2a\sin\omega + 2a\sin\omega\cos\omega)b = (2a\cos\omega - a\cos^2\omega + m\sin^2\omega)a$$

$sin\,\omega=0.1979$　　$cos\,\omega=0.9802$　　$a=7.07$　　$m=70.599$　ナレバ

$$0.3916b^2+(66.404+0.3879a)b=(27.8315-0.9608a)a$$

a ニ數量ヲ與ヘ上式ヨリ b ヲ求ムレバ次表ノ如シ

時間	水位	零點上ノ水位	實撿水位	計算ト實撿ノ差	差ノ自乘
a	b	$b+2.040$		V	V^2
1	0.401	2.441	2.428	+0.013	0.000169
2	0.768	2.808	2.817	−0.009	0.000081
3	1.101	3.141	3.143	−0.002	0.000004
4	1.401	3.441	3.476	−0.035	0.001225
5	1.683	3.723	3.762	−0.039	0.001521
6	1.906	3.946	3.980	−0.034	0.001156
7	2.112	4.152	4.151	+0.001	0.000001
8	2.289	4.329	4.321	+0.008	0.000064
9	2.437	4.477	4.421	+0.056	0.003136
10	2.492	4.532	4.516	+0.016	0.000256
11	2.647	4.687	4.579	+0.108	0.011664
12	2.713	4.753	4.659	+0.094	0.008836
13	2.752	4.792	4.714	+0.078	0.005984
14	2.759	4.799	4.746	+0.053	0.002809
15	2.785	4.825	4.762	+0.063	0.003969
			$\Sigma V^2=0.040875$		

ぷろばーぶるゑらー

$$r=0.6745\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}}$$

$$=0.6745\sqrt{\frac{0.040875}{14}}=0.0364$$

信濃川阿賀野川庄川ノ三河川ニ於ケル水位曲線ノ最高計算ト實撿水位ノ比較

河川名	洪水年月日	量水標箇所	算定水位	實撿水位	差
信濃川	廿六年五月廿七日	新潟自記	5.901	5.972	−0.071
〃	廿七年八月十二日	〃	5.773	5.833	−0.060
〃	廿八年七月 卅日	〃	5.287	5.433	−0.146
阿賀野川	廿九年七月 八日	滿願寺	19.090	19.100	−0.010
信濃川	廿九年七月廿二日	自記	8.973	8.330	+0.643*
〃	三十年九月 九日	〃	7.683	7.768	+0.083
〃	卅一年六月 六日	〃	9.529	9.519	+0.01
庄川	卅一年九月 七日	大門	6.280	6.260	+0.020

*信濃川廿九年七月廿二日ノ洪水ニ於テ算定ト實撿トノ差六寸四分三厘ノ如キ大差アルハ同日ハ大洪水ニテ實撿箇所ノ上流部ニ大破堤アリ洪水多量破堤内ニ氾濫ノ爲メ其最高位算定ノ高サニ達スルニ至ラザルニ依ルナラン