

田利信君曾禰達藏君各七點●國澤新兵衛君中原淳藏君廣田理太郎君神田選吉君大竹多氣君増田禮作君阪田貞一君各六點●松本莊一郎君古市公威君三宅順祐君斯波忠三郎君團琢磨君永井久太郎君各五點●以下得點者六十八名點數百十四點

○前報告后客月廿八日迄ニ規則第二條第三項ニ依リ左記一名ヲ會員名簿ニ登錄シ會員証ヲ送附シタリ

工學士(電氣渡邊明十郎君 紹介人 玉木辨太郎君 紹介人 三宅順祐君  
○前報告后客月廿八日迄ニ規則第八條第三項ニ依リ左記七名ヲ准會員名簿ニ登錄シ准員証ヲ送附シタリ

三好 亘君 紹介人 高橋邦太郎君 中山貞助君 紹介人 柴田睦作君  
坪田 遙君 同 大澤三之助君 西川喜計君  
由美房八郎君 同 岸真二郎君 加茂熊二君  
中村武夫君 同 加藤與之吉君

論説及報告

構拱ニ於ケル應力ノ計算

工學博士 廣井 勇君

凡ソ橋梁ノ構造ハ架橋地ノ狀勢ニ對シ經濟將タ外觀ノ點ヨリ稽查シ之ヲ定ムルモノニシテ固ヨリ同一種ノ構造ニシテ各地ニ適應ヲ專ラニスルモノナシト雖也而カモ拱橋ノ形狀美觀

ノ點ニ於テ他種結構ニ卓越スルハ爭フベカラサル事實ナリトス

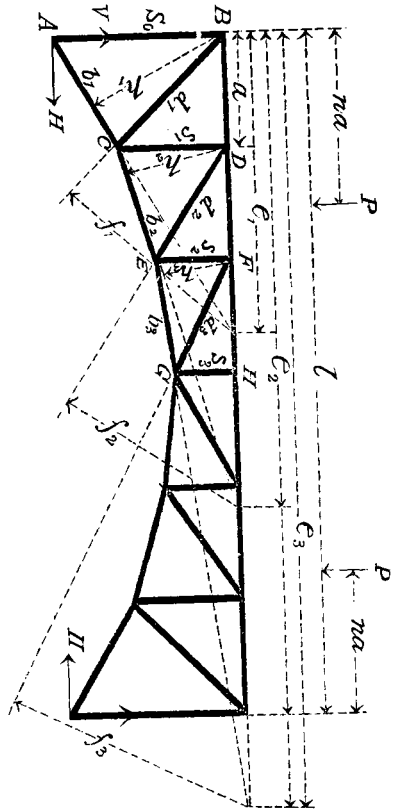
從來架設セル鐵拱ハ多クハ拱桁英わーちりぶナリト雖モ晩近構拱英すばんづれるぶれーす  
 じわーちヲ用ユルモノ尠ナカラス其最大ナルモノハないわがら川橋梁ノ一ニシテ徑間百三  
 十七米ニ涉リ其他市街勝地等凡ソ美觀ノ目的ヲ主トスルモノ此種構造ヲ探ルモノ尠ナカラ  
 ス

構拱ノ利タル管ニ美觀ノミニ止ラス拱桁ニ比シテハ後者ニ要スル路床及ヒ動荷ヲ支ヘ其重  
 量ヲ拱ニ傳フヘキ特別ノ構造ヲ省略シ三鉸拱ニ至リテハ固ヨリ其比ニ非ス蓋シ三鉸拱ハ殆  
 シト拱ノ本性ヲ具ヘサルノミナラス橋梁ノ最モ強格ナラサル可カラサル其中央ニ於テ鉸ノ  
 爲メ之ヲ欠クノ不利甚シキモノアリ

拱桁ニ於ケル應力ハ桁ノ惰性率ヲシテ全体ヲ通シ均一ト假定シ得ルヲ以テ其計算法簡易且  
 ツ正確ナルヲ得ヘシト雖モ構拱ニアリテハ否ラス從來應用ニ係ハル計算ノ方法ハ概シテ  
 精確ヲ欠ケリ構拱ノ築造ヲ見ルト比較的稀ナルハ蓋シ其致ス所亦タ以テナキニ非ルヘシ  
 左ニ掲クル計算法ハ其引出ノ平易ナル而カモ其結果ニ至リテハ精確ヲ極ムル方法ニシテ想  
 フニ業ニ是方法ニヨリ計算ノ式ヲ得タルモノアルヘシト雖モ茲ニ記述シ以テ構拱築造ノ普  
 及ニ一助タラントヲ希望スルモノナリ

構拱ノ各部材ニ於ケル應力ハ各種結構ニ於ケル如ク先ツ其攻力ヲ知ルトキハ其計算固ヨリ  
 容易ノ業タリ今第一圖ニ示ス如キ構拱ニ於テ其兩端ヨリ  $na$  ノ距離ニ重量  $P$  二個ヲ懸シ兩端  
 ニ於ケル反攻力ヲ垂直、水平ノ二向ニ分解スルトキ  $H$ 、 $V$ 、 $H$ 、 $P$  ニ等シク  $H$ 、 $H$  ニ外ナラス其量

第一圖



P 二個ニ對スルモノ  
 ナレハ之ヲ二分スル  
 トキハ拱ノ一端ヨリ  
 naノ距離ニ於ケルP  
 一個ニ對スルHヲ得  
 ルノ理ナリ去レハ本  
 計算法ハ單ニHヲ算  
 出スルノ法ヲ示スニ  
 止ムヘシ

荷重ノ配置前記ノ場合ニ於テ先ツnヲ一トスルトキハ各部材ニ於テ左ノ應力ヲ得ヘシ

腹材 弦材

$$\begin{aligned}
 \text{AB} &= \frac{Pa - H(S_0 - S_1)}{a} & \text{BC} &= \frac{Pe_1 - HS_0}{f_1} & \text{AC} &= \frac{HS_0}{h_1} & \text{BD} &= \frac{Pa - H(S_0 - S_1)}{S_1} \\
 \text{CD} &= \frac{Pe_2 - HS_0}{e_2 - a} & \text{DE} &= \frac{Pa - HS_0}{f_2} & \text{CE} &= \frac{Pa - HS_0}{h_2} & \text{DF} &= \frac{Pa - H(S_0 - S_2)}{S_2} \\
 \text{EF} &= \frac{Pa - HS_0}{e_3 - 2a} & \text{FG} &= \frac{Pa - HS_0}{f_3} & \text{EG} &= \frac{Pa - HS_0}{h_3} & \text{FH} &= \frac{Pa - H(S_0 - S_3)}{S_3}
 \end{aligned}$$

而シテ此應力ニ依リ各部材ニ作ス働英うをトクハ左ノ如シ

$$\begin{aligned}
 AB &= \left( \frac{Pa - H(S_0 - S_1)}{a} \right)^2 \frac{S_0}{2EA_{ab}} & BC &= \left( \frac{Pe_2 - HS_1}{f_1} \right)^2 \frac{d_1}{2EA_{bc}} & AC &= \left( \frac{HS_0}{l_1} \right)^2 \frac{b_1}{2EA_{ac}} \\
 BD &= \left( \frac{Pa - H(S_1 - S_1)}{S_1} \right)^2 \frac{a}{2EA_{ad}} & CD &= \left( \frac{Pe_2 - HS_1}{e_2 - a} \right)^2 \frac{S_1}{2EA_{cd}} & DE &= \left( \frac{Pa - HS_1}{f_2} \right)^2 \frac{d_2}{2EA_{de}} \\
 CE &= \left( \frac{Pa - HS_0}{l_2} \right)^2 \frac{b_2}{2EA_{ce}} & DF &= \left( \frac{Pa - H(S_0 - S_2)}{S_2} \right)^2 \frac{a}{2EA_{df}} & EF &= \left( \frac{Pa - HS_1}{e_3 - 2a} \right)^2 \frac{S_2}{2EA_{ef}} \\
 FG &= \left( \frac{Pa - HS_0}{f_3} \right)^2 \frac{d_3}{2EA_{fg}} & EG &= \left( \frac{Pa - HS_0}{l_3} \right)^2 \frac{b_3}{2EA_{eg}} & FH &= \left( \frac{Pa - H(S_1 - S_2)}{S_1} \right)^2 \frac{a}{2EA_{fh}}
 \end{aligned}$$

以上ノ式ニ於テAハ部材ノ斷面積ニシテ假令ハA<sub>ab</sub>ヲマルハABノ斷面積ニシテS<sub>0</sub>ハ其長サEハ彈性係數ナリ

去レハP二個ニヨリ構拱内ニ於テ作ル働ヲ通計スルトキハ左ノ如シ(Wヲ以テ働ノ附號トス)

$$\begin{aligned}
 2W &= \frac{2}{E} \left[ \left( \frac{Pa - H(S_1 - S_1)}{a} \right)^2 \frac{S_0}{2A_{ab}} + \left( \frac{Pe_2 - HS_0}{e_2 - a} \right)^2 \frac{S_1}{2A_{cd}} + \left( \frac{Pa - HS_0}{e_3 - 2a} \right)^2 \frac{S_2}{2A_{ef}} + \left( \frac{Pe_1 - HS_0}{f_1} \right)^2 \frac{d_1}{2A_{bc}} \right. \\
 &+ \left. \left( \frac{Pa - HS_0}{f_2} \right)^2 \frac{d_2}{2A_{ce}} + \left( \frac{Pa - HS_0}{f_3} \right)^2 \frac{d_3}{2A_{fg}} + \left( \frac{HS_1}{l_1} \right)^2 \frac{b_1}{2A_{ac}} + \left( \frac{Pa - HS_0}{l_2} \right)^2 \frac{b_2}{2A_{ce}} + \left( \frac{Pa - HS_0}{l_3} \right)^2 \frac{b_3}{2A_{eg}} \right. \\
 &+ \left. \left. \left( \frac{Pa - H(S_0 - S_1)}{S_1} \right)^2 \frac{a}{2A_{ad}} + \left( \frac{Pa - H(S_0 - S_2)}{S_2} \right)^2 \frac{a}{2A_{df}} + \left( \frac{Pa - H(S_0 - S_2)}{S_1} \right)^2 \frac{a}{2A_{fh}} \right]
 \end{aligned}$$

然ルニ最少働ノ原理ニ據レハHノ量ハ以上ノ働量ヲシテ最少ナラシメサル可ラス乃チ

$$\frac{d2W}{dH} = 0 \text{ニシテ更ニ左ノ如シ}$$



間數トシ腹材ニアリテハ拱端ヨリ數ヘ計算ニ係ハル部材ノ相對セル上弦材ノ番數トス假令  
 〃 D、D、E、E、E、E、G ニ取りテハ P ハ何レモ二ナリ又タ A<sub>1</sub>、A<sub>1</sub>、A<sub>1</sub>、A<sub>1</sub> ハ計算ニ係ハル上弦、下弦、豎材筋  
 違其々ノ斷面積ニシテ a、b、s、d ハ其々ノ長サトス e 及 f ハ圖ニ示ス如シ

本式ハ數理上殆ント何等ノ欠クル所ナク既設ノ構拱ニ向テハ直ニ應用シテ最モ精確ナル結  
 果ヲ得ヘシト雖モ部材ノ斷面未定ノモノニ對シテハ先ツ左ノ略式ヲ以テ其計算ニ着手セサ  
 ル可ラス乃チ前顯各部材ニ於ケル働中其腹材ニ屬スルモノハ H ノ量ヲ左右スルコト比較的僅  
 少ナルヲ以テ姑ク之ヲ省略シ且ツ各弦材ノ斷面積ヲ均一ナリト假定シ下弦ノ斷面積ヲ上弦  
 ノ m 倍トスルトキハ左ノ略式ヲ得ヘシ (m ハ通常一乃至三トス)

$$H = \frac{2 \sum_0^{n_0} \left\{ \frac{pa^2(s_0-s)}{s^2} + \frac{pas_0b}{ml^2} \right\} + \sum_1^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{na^2(s_0-s)}{s^2} + \frac{nas_0b}{ml^2} \right\}}{2 \sum_0^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{s_0^2b}{ml^2} + (s_0-s)^2a \right\}} \quad P \dots \dots \dots (2)$$

第二式ニ依レハ拱ノ寸法及荷重ヲ知ルキ H ヲ概算スルコトヲ得ルニヨリ此ヲ以テ各部材ノ斷  
 面積ヲ概算シ更ニ第一式ニヨリ H ヲ精確ニ算出スルトキハ完全ナル計算ヲ得ルモノトス  
 寒暖ノ差ニヨリ生スル應力ハ左ノ簡單ナル計算法ニ據ルヘシ乃チ拱全体一樣ニ寒暖ノ差  
 度ヨリ生スル徑間ノ伸縮ハ  $\frac{1}{2} \epsilon \delta$  ナリ  $\delta$  ハ伸縮率  $\frac{1}{2} \epsilon$  ハ徑間  
 去レハ H<sub>1</sub> ヲ該伸縮ヨリ生スル反應力トセハ其働ハ  $\frac{1}{2} H_1 N_1 d$  ニ外ナラス而シテ此ノ H<sub>1</sub> ニヨリ  
 拱ノ各部材ニ生スル働キハ左ノ如シ (但シ腹材ニ屬スルモノハ其及ホス所ノ僅少ナルヲ以テ  
 之ヲ省ク)

$$AC = \left( \frac{H_1 S_0}{h_1} \right)^2 \frac{b_1}{2mAE}$$

$$BD = \left\{ \frac{H_1(S_0 - S_1)}{S_1} \right\}^2 \frac{a}{2EA}$$

$$CE = \left( \frac{H_2 S_0}{h_2} \right)^2 \frac{b_2}{2mAE}$$

$$DF = \left\{ \frac{H_1(S_0 - S_2)}{S_2} \right\}^2 \frac{a}{2EA}$$

$$EG = \left( \frac{H_3 S_0}{h_3} \right)^2 \frac{b_3}{2mAE}$$

$$FH = \left\{ \frac{H_1(S_0 - S_3)}{S_3} \right\}^2 \frac{a}{2EA}$$

依テ内外ノ働ヲ等クスルトキハ

$$\frac{H_1^2}{EA} \left[ \frac{S_0^2 b_1}{mh_1^2} + \frac{S_0^2 b_2}{mh_2^2} + \frac{S_0^2 b_3}{mh_3^2} + \frac{(S_0 - S_1)^2 a}{S_1^2} + \frac{(S_0 - S_2)^2 a}{S_2^2} + \frac{(S_0 - S_3)^2 a}{S_3^2} \right] = \pm \frac{1}{2} H_1 \mu \delta l$$

乃チ  $H_1$  ニ對シ左ノ普通式ヲ得ルモノナリ

$$H_1 = \frac{\pm \mu \delta l / EA}{\frac{1}{2} \left[ \frac{S_0^2 b}{mh^2} + \frac{(S_0 - S_1)^2 a}{S_1^2} \right]}$$

構拱ノ定重ハ軌道若クハ路床及縱橫桁ヲ除キ單ニ拱其モノ已ミニ限ルトキハ其鐵材ノ重量ハズんげ「さ」ノ調査ニ依レハ左ノ如シ

鐵道橋梁(單線)  $w = 150 + 30l$

$w$  は徑間( ) 一米ニ對スル重量(噸)

公道橋梁  $w = ab + 35c$

$b$  ハ路幅(米)  $c$  ハ拱ノ數  $a$  ハ路面ノ構造及徑間ニ

ヨリ増減スルヲ左ノ如シ

徑間(米) 一〇 二〇 三〇 四〇 五〇 六〇 七〇 八〇 九〇 一〇〇

碎石鋪路 三二 六二 九四 一二九 一六八 二〇九 二五五 三〇〇 三五〇 四一〇  
 二重板路 二八 五三 八〇 一一〇 一四四 一八〇 二二〇 二六〇 三〇五 三五五

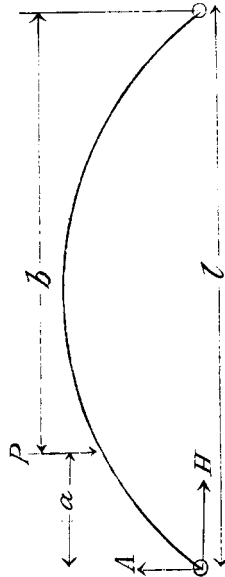
附記

桁桁ニアリテモ最少働ノ原理ニヨリ容易ニ所要ノ式ヲ得ヘシ乃チ左ノ如シ

第二圖ハ二鉸拱桁ニシテ其一端ヨリαノ距離ニ於テPノ荷重ヲ支フルモノトス去レハ拱桁

ハ其各部ニ於テ彎曲力剪斷力及ヒ沿  
 心應壓力ノ三力ニ抗スルモノナリ其  
 中剪斷力ヨリ生スル變形ハ極メテ微  
 少ナルヲ以テ之ヲ除クモノトスルト  
 キハ拱ノ内部ニ起ル働(W)ハ左ノ如シ

第二圖



$$W = \int_0^l \frac{m^2 ds}{2IE} + \int_0^l \frac{N^2 ds}{2FE}$$

$l$  ハ 徑間       $N$  ハ 沿心應力       $m$  ハ 彎曲率       $I$  ハ 桁ノ惰性率       $F$  ハ 桁ノ斷面積  
 $E$  ハ 彈性係數       $\alpha$  ハ 沿心ノ延長  
 而シテ  $m$  及  $N$  ハ 左ノ如シ

$$m = Ax - Hy \qquad N = \frac{b}{l} P \sin \theta + H \cos \theta$$



$$\Delta a = m = Ax - P(x-a) - Hy \quad N = \left(\frac{b}{l} - 1\right)P \sin \varphi + H \cos \varphi$$

× Y ハ左端ヲ起點トシ水平垂直ノ距離 A ハ左端ノ反力 φ ハ觸線ノ水平ニ對スル傾斜度

以上交替ヲナシ  $\frac{dW}{dH} = 0$  トナストキハ H ニ對スル式左ノ如シ

$$H = \frac{\int_0^l \frac{bygd}{l^2} ds - \int_0^l \frac{(x-a)yds}{y^2} - \int_0^l \frac{b}{l} \sin \varphi dx + \int_0^l \sin \varphi dx}{\int_0^l \frac{y^2 ds}{y^2} + \int_0^l \cos \varphi dx} \quad P \quad \text{ハ桁ノ環動半徑}$$

本式ニ於テ拱ノ形狀ヨリ× Y ノ關係ヲ定メ交替ヲナストキハ直ニ H ヲ得ルモノナリ  
寒暖ヨリ生スル反力 H<sub>1</sub> ノ算出ハ左ノ如シ

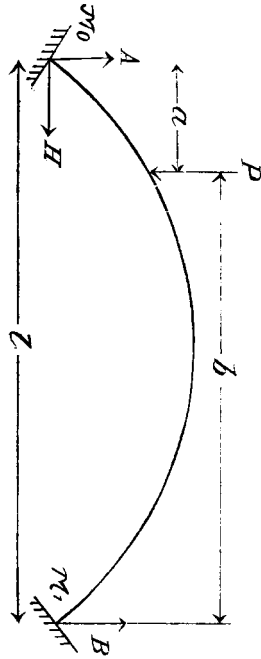
$$\pm \frac{1}{2} H_1 c d = \int_0^l \frac{m^2 ds}{2IE} + \int_0^l \frac{N^2 ds}{2FE} = \int_0^l \frac{(H_1 a)^2 ds}{2IE} + \int_0^l \frac{(H_1 \cos \varphi)^2 ds}{2FE}$$

$$H_1 = \frac{\pm t c d E}{\int_0^l \frac{y^2 ds}{I} + \int_0^l \frac{\cos^2 \varphi ds}{F}}$$

第三圖ハ無鉸拱桁ニシテ其荷重 P ヨリ生スル反力 H 及 A ノ計算法左ノ如シ

$$W = \int_0^l \frac{m^2 ds}{2EI} + \int_0^l \frac{N^2 ds}{2FE} =$$

圖 三 第



M<sup>0</sup> 左端 M<sup>1</sup> 右端ニ於ケル彎曲率其他附合前掲ノ如シ

以上ノ式ニ於テ  $\frac{dW}{dH} = 0$   $\frac{dW}{dM_0} = 0$   $\frac{dW}{dA} = 0$  トスルトキハ左ノ三式ヲ得ルモノナリ

$$M_0 \int_0^l \frac{y ds}{I} + A \int_0^l \left( \frac{xy ds}{I} - \frac{\sin \alpha ds}{I} \right) - H \int_0^l \left( \frac{\cos \alpha ds}{I} + \frac{y^2 ds}{I} \right) - P \int_0^l \left\{ \frac{(x-a)y ds}{I} - \frac{\sin \alpha ds}{I} \right\} = 0$$

$$M_0 \int_0^l ds + A \int_0^l xs ds - H \int_0^l y ds - P \int_0^l (x-a)y ds = 0$$

$$= \int_0^\alpha \frac{(M_0 + A x - H y)^2 ds}{2EI} + \int_0^l \frac{1}{2} M_0 + A x - H y - P(x-a)^2 ds + \int_0^\alpha \frac{(A \sin \alpha + H \cos \alpha)^2 ds}{2EI} + \int_0^l \frac{(A - P) \sin \alpha + H \cos \alpha)^2 ds}{2EI}$$

其他

$$M_0 \int_0^l \frac{x ds}{I} + A \int_0^l \left( \frac{x^2 ds}{I} + \frac{\sin \varphi dy}{F} \right) + H \int_0^l \left( \frac{\cos \varphi dy}{F} - \frac{xy ds}{I} \right) - P \int_0^l \left\{ \frac{x(x-a) ds}{I} + \frac{\sin \varphi dy}{F} \right\} = 0$$

$$A = \frac{P(l-a)}{l} + \frac{M_1 - M_0}{l}$$

以上四個ノ方程式ハ四個ノ反力ヲ算出スルニ足ルモノナリ  
 寒暖ノ差ヨリ生スル反力ノ計算ハ左ノ如シ

$$\Delta H \Delta t = \int_0^l \frac{n^2 ds}{2IE} + \int_0^l \frac{N^2 ds}{2FE} = \int_0^l \frac{(M-Hy)^2 ds}{2IE} + \int_0^l \frac{(H \cos \varphi)^2 ds}{2FE}$$

本式ノ後部ヲ探テ  $\frac{dW}{dm} = 0$  トスルトキハ左ノMニ對スル式ヲ得ヘシ

$$M = \frac{\int y ds}{\int ds} H \quad M \text{ハ各端ニ於ケル彎曲率}$$

因テ交替ヲ行フトキハ  $H_1$ ニ對シ左ノ式ヲ得ルモノナリ

$$H_1 = \frac{+tdEI}{\int y^2 ds - \frac{(\int y ds)^2}{S}} + \int \cos \varphi dx \quad S \text{ハ拱身ノ全延長}$$

以上附記スル所ノ拱桁ニ關スル式ハ最少働ノ方法ニヨリタルト普通省略スル沿心ノ變形ヲ加ヘ以テ精確ノ度ヲ増進セルモノニ過キササルナリ