# 杭及び井筒の耐横力

小野竹之助

橋梁の橋臺及橋脚等の基礎として使用されてゐる杭及井筒の基礎根入部分の長さは、其の周圍の面に沿ふて働く摩擦力と粘着力及び其の底面に於ける支壓力とに依つて定められるのであるが、本文に於ては之等杭及び井筒の耐横力に就いてのみ論ずることにする。

杭及び井筒の耐横力計算を行ふに當り、次の假定を設ける。

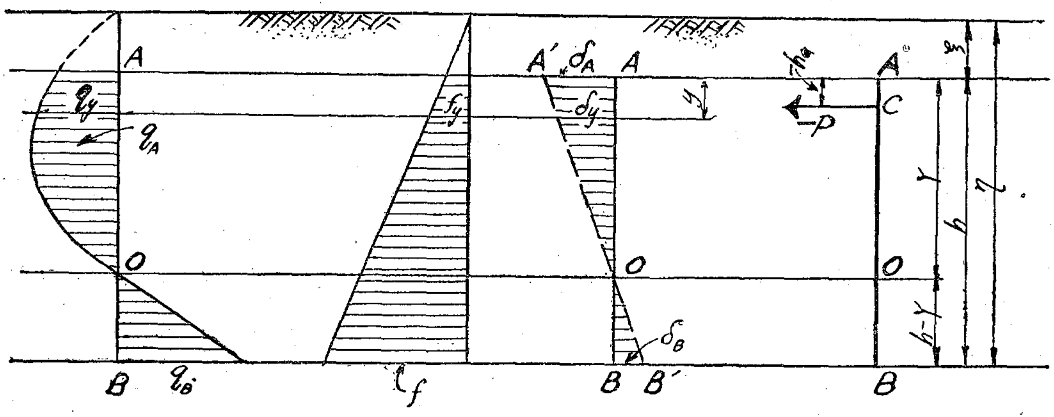
（1） 部材前面に生ずる抵抗土壓強度は、其の部材が前面の土を極く僅でも壓縮して、移動を起す時に生ずるものであるとする。

（2） 部材の移動によつて生じた抵抗土壓の强度は其の部材の移動量に比例する。

（3） 抵抗土壓の强度は又土の表面よりの深さに比例する。

（4） 部材それ自身の撓度は無視する。

第一圖に於て、ＡＢなる部材のＣ點に—Ｐなる外力が働く時、部材ＡＢは移動を起し、之の移動に依つて、—Ｐなる外力による倒壞作用を防ぐ可く、抵抗土壓が生ずる。即ち部材ＡＢは或る固定點Ｏを中心として廻轉移動を起し、之の廻轉




第　一　圖

移動に依つて、AO 兩點間の部分には前方にOB 兩點間の部分には後方に抵抗土壓を生ずる。

任意の點 y に於ける移動量を $\delta_y$ とせば、

$$\delta_y=(Y-y)\theta+\delta_0$$

玆に $\theta$ はOAとOA′とのなす角。

Y は部材頂Aより廻轉の中心點O迄の深さ。

$\delta_0$ は部材の撓度。

今巾1mなる部材の單位移動量によつて生ずる地表面より $\eta$ なる深さに於ける抵抗土壓の强度を f とせば、任意の點 $y$ に於ける、單位移動量に依つて生ずる抵抗土壓の强度 $f_y$ は

$$f_y = f(\xi + y)/\eta$$

である。故に部材の巾を1mとし、部材の頂部より $y$ なる深さに於ける抵抗土壓强度を $q_y$ とせば、

$$q_y = \frac{f\theta(\xi+y)(Y-y)}{\eta} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

（但し $\delta_0 = 0$ とす。）

$Q_A$ を AO 部分に働いてゐる抵抗土壓强度の合成力とし、$Q_B$ を OB 部分に働いてゐる抵抗土壓强度の合成力とする。又 $q_A$ を $Q_A$ に對應する抵抗土壓の最大强度とし、$q_B$ を $Q_B$ に對應する抵抗土壓の最大强度とする。

$$\frac{dq_y}{dy} = \frac{f\theta(Y-\xi-2y)}{\eta}$$

$$y = \frac{Y-\xi}{2}$$

$y=0$ より $y=Y$ までの間、卽ちAO兩點間に於ては $y=\frac{1}{2}(Y-\xi)$ なる時、$q_y$ は最大となり、その値は

$$q_A = \frac{f\theta(Y+\xi)^2}{4\eta}$$

$$\theta f = \frac{4\eta q_A}{(Y+\xi)^2} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

（1）式及び（2）式より

$$q_y = \frac{4q_A(\xi+y)(Y-y)}{(Y+\xi)^2} \quad \cdots\cdots (3)$$

ＯＢ兩點間に於ける抵抗土壓の强度分布圖も、$q_y$ の式が示す如く拋物線をなすのであるが、計算を簡單にするため、C點に於ける拋物線の切線と考へる。

（3）式を $y$ に付いて微分せば

$$\frac{dq_y}{dy} = \frac{4q_y(Y-\xi-2y)}{(Y+\xi)^2} \quad \cdots\cdots (4)$$

（4）式に於て $y=Y$ と置けば、

$$\frac{dq_y}{dy} = \frac{-4q_A}{Y+\xi}$$

$$\therefore \quad q_B = -\frac{4q_A}{Y+\xi}(h-Y)$$

$$q_B(Y+\xi) = -4q_A(h-Y)$$

$$Y = \frac{-4q_A h - q_B\xi}{q_B - 4q_A} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$Q_A \int_0^y q_y d_y = \frac{2q_A Y^2}{3(Y+\xi)^2}(3\xi+Y) \quad \cdots\cdots (6)$$

$$Q_B = \frac{1}{2}q_B(h-Y) \quad \cdots\cdots (7)$$

$\Sigma H=0$ より

$$P + Q_A + Q_B = 0 \quad \cdots\cdots (8)$$

（8）式に（6）式及び（7）式を代入して、

$$P+\frac{2q_A Y^2}{3(Y+\xi)^2}(3\xi+Y)+\frac{1}{2}q_B(h-Y)=0 \quad \cdots\cdots (9)$$

(9)式に(5)式を代入して、

$$-P=\frac{(q_B\xi+4q_A h)^2\{q_B\xi-q_A(6\eta-4h)\}+6q_A q_B^2\eta^3}{12q_A\eta^2(q_B-4q_A)} \quad \cdots\cdots (10)$$

$Q_A$ の作用點は部材頂より

$$\frac{\int_0^y q_y y\,dy}{\int_0^y q_y\,dy}=\frac{Y(2\xi+Y)}{6\xi+2Y}$$

だけ下にある。今 $Q_A$ の作用點に付いて彎曲率を求め、$\Sigma M=0$ と置けば

$$P\left\{h_G+\frac{Y(2\xi+Y)}{6\xi+2Y}\right\}=Q_B\left\{Y-\frac{Y(2\xi+Y)}{6\xi+2Y}+\frac{2}{3}(h-Y)\right\} \quad \cdots\cdots (11)$$

(11)式に(5)式を代入せば

$$P\left\{3\frac{(4q_A h+q_B\xi)^2}{(q_B-4q_A)^2}-6(h_G+\xi)\frac{4qh+q_B\xi}{q_B-4q_A}+18h_G\xi\right\}$$

$$=Q_B\left\{\frac{(4q_A h+q_B\xi)^2}{(q_B-4q_A)^2}-4h\frac{4q_A h+\xi}{q_B-4q_A}+12h\xi\right\} \quad \cdots\cdots (12)$$

(12)式に(7)式及び(10)を入れて、

$$\{(4\beta+\xi_1)^2(\xi_1-6\xi_1\beta-2\beta)+6\beta(1+\xi_1)^3\}\{3(4\beta+\xi_1)^2-6(\alpha+\xi_1)(4\beta+\xi_1)\times(1-4\beta)+18\alpha\xi_1$$

$$(1-4\beta)^2\}+6\beta(1+\xi_1)^3\{-(4\beta+\xi_1)^2-4(4\beta+\xi_1)(1-4\beta)+12\xi_1(1-4\beta)^2\}=0 \quad \cdots\cdots (13)$$

但し $$\xi_1=\frac{\xi}{h}$$

$$\alpha=\frac{h_G}{h}$$

$$\beta=\frac{q_A}{q_B}$$

(5)式より

$$Y=\frac{-4q_Ah-q_B\xi}{q_B-4q_A}=\frac{-4\beta h-\xi}{1-4\beta}=\frac{-(4\beta+\xi_1)h}{1-4\beta}\quad\cdots\cdots(14)$$

(13)式を解いて $\beta$ を求め、その値を(14)式に代入せば Y を知る。

又(10)式を變形して

$$q_B=\frac{-12\beta\eta^2(1-4\beta)P}{(\xi+4\beta h)^2\{\xi-\beta(6\eta 4h)\}+6\beta\eta^3}=\frac{-12\beta(1+\xi_1)^2(1-4\beta)P}{(\xi_1+4\beta)^2\{\xi_1-\beta(2+6\xi_1)\}+6\beta(1+\xi_1)^3}\times\frac{1}{h}\quad\cdots\cdots(15)$$

(15)式に $\beta$ を代入せば $q_B$ の値を求め得る。之の $q_B$ の値は部材の安定を保つに必要なる抵抗土壓の强度を示すものであつて、實際問題として、設計地の土が之の値を取り得るかどうかを調べて見る必要がある。

部材に對する土壓强度 $q_y$ を示す曲線の切線は(4)式より

$$\frac{dq_y}{dy}=\frac{4q_A(Y-\xi-2y)}{(Y+\xi)^2}$$

$y=-\xi$ の時 $\frac{dq_y}{dy}$ の値は最大で、其の値は

$$\frac{4q_A}{Y+\xi}$$ となる。

故に安全のため、

$$\alpha=\frac{4p_A}{Y+\xi}$$

と置く。但し $\gamma=\delta u/k$

或は
$$q_A=\frac{1}{4}(Y+\xi)\gamma$$

$$q_B=\frac{1}{4\beta}(Y+\xi)\gamma \quad \cdots\cdots\cdots(16)$$

(16) 式に (14) 式を入れて

$$q_B=\frac{1+\xi_1}{4\beta-1}\gamma h \quad \cdots\cdots\cdots(17)$$

即ち (15) 式によつて求めた $q_B$ の値が、(17)式より求められる、$q_B$ の値より大なる時は安全なり。

次に例題を擧げて見やう。

〔例 1〕(第一圖及び第二圖參照)

橋臺の基礎として杭を使用する場合、後方の土壓の影響により、杭は前方向へ押倒されんとする。此の場合に於ける杭の耐横力に就いて考へて見やう。

(13) 式に於て、

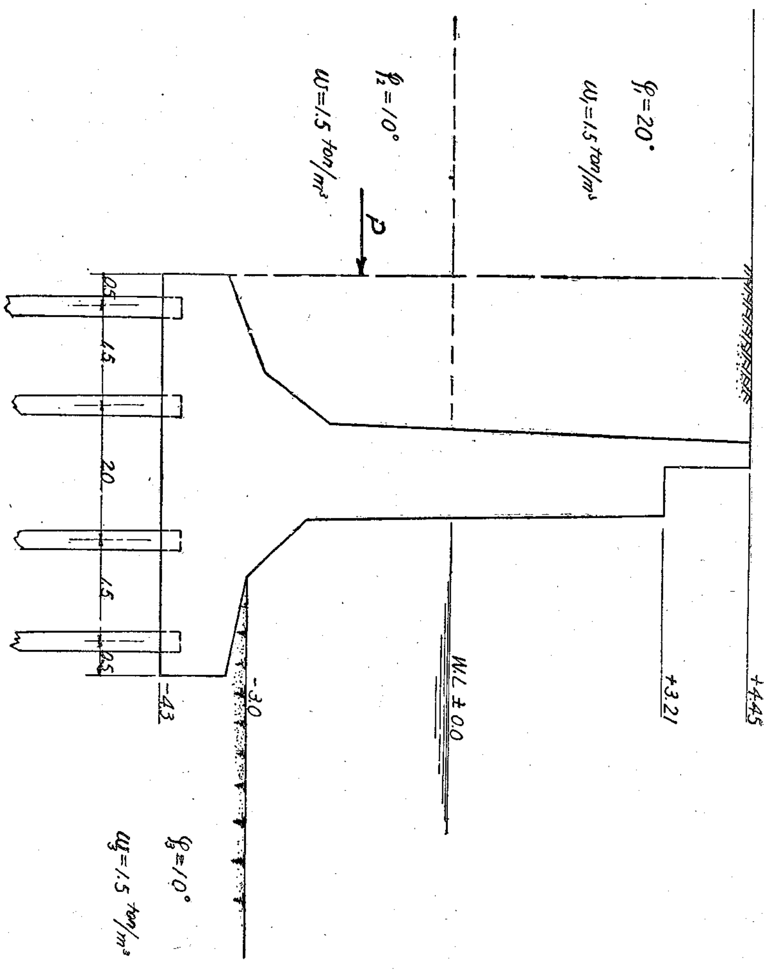
$$\xi_1=\frac{3.3}{20.0}=0.165$$

$$\alpha=0$$

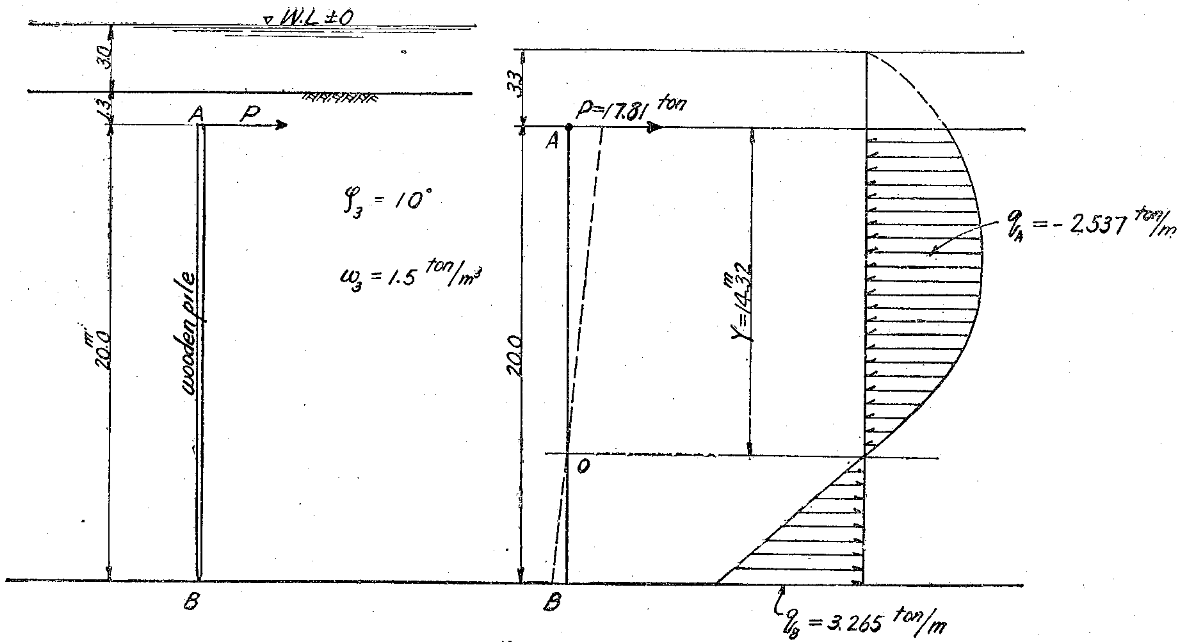
として $\beta$ の値を求むれば

$$3054.106\beta^5+114.679\beta^4-1372.752\beta^3+282.903\beta^2-11.482\beta+0.0003=0$$

$$\therefore \quad \beta=-0.777$$


φ1=20°
ω1=1.5 ton/m³
φ2=10°
ω=1.5 ton/m³
P
+4.45
+3.21
WL ±0.0
-3.0
-4.3
0.5
1.5
2.0
1.5
0.5
φ3=10°
ω3=1.5 ton/m³

第二圖




第　三　圖

(15) 式に $\beta$ の値を代入して、

$$q_B=\frac{-12\beta(1+\xi_1)^2(1-4\beta)P}{(\xi_1+4\beta)^2\{\xi_1-\beta(2+6\xi_1)\}+6\beta(1+\xi_1)^3}\times\frac{1}{h}=0.1833\times P$$

$$P=17.81^{ton}$$ とせば

$$q_B=0.1833\times17.81=3.265^{ton}/_m$$

一方又 (17) 式より

$$q_B=\frac{1+\xi_1}{4\beta-1}\gamma.h.=5.669\gamma$$

$$\gamma=w.b.d./k=1.5\times0.30\times1.421\times\delta=0.639\delta$$

$\delta=1$ とせば

$$\gamma=0.639^{ton}/_{m^2}$$

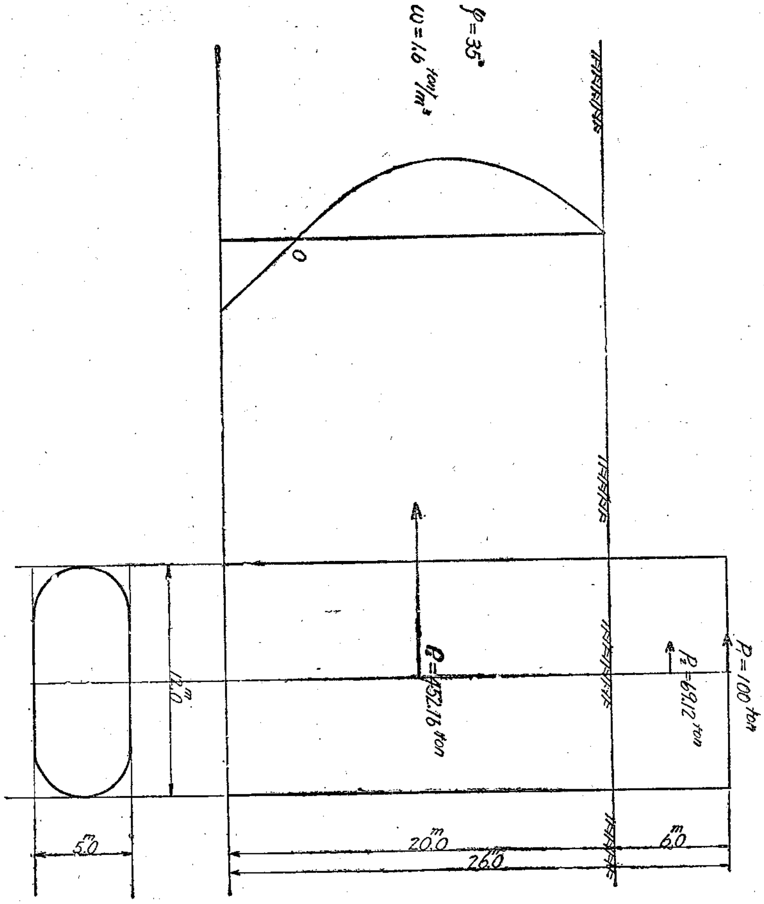
$$\therefore\quad q_B=5.669\times0.639=3.622^{ton}/_m$$

$$3.265^{ton}/_m<3.622^{ton}/_m$$

故に安全なり。

〔例 2〕（第四圖參照）

鐵筋コンクリート床版を有する道路橋に於て、（1）上部構造の死荷重 $500^{ton}$、其の作用點は地表面上 6m.（2）橋脚は鐵筋コンクリート造で平均斷面 2m×12m 高さは 6m.（3）基礎の井筒は側壁鐵筋コンクリート造で、中埋として粗コンクリートを用ひ、斷面は長徑 12m、短徑 5.0m. の楕圓形、深さは地表面より 20m. 震度 $k_h=0.2$ なる場合の上記井筒の安定計算を行つて見やう。


φ=35°
ω=1.6 ton/m³
O
Q=452.16 ton
P1=100 ton
P2=69.12 ton
12.0m
5.0
20.0m
6.0m
26.0

第四圖

（a）　水平外力

$$-P_1 = 500\times 0.2 = 100^{ton}$$

$$-P_2 = 2.4\times 2\times 12\times 6\times 0.2 = 69.12^{ton}$$

$$-P_3 = 2.4\times \pi\times 2.5\times 6.0\times 20\times 0.2 = 452.16^{ton}$$

地表面より $P_1$, $P_2$ 及び $P_3$ なる水平力作用點までの距離を夫々 $\eta_1$, $\eta_2$ 及び $\eta_3$ とせば、

$$\eta_1 = -6\mathrm{m} \qquad \eta_2 = -3\mathrm{m} \qquad \eta_3 = +10\mathrm{m}$$

$$M_1 = P_1\eta_1 = 600^{ton.m}$$

$$M_2 = P_2\eta_2 = 207.36^{ton.m}$$

$$M_3 = P_3\eta_3 = -4521.6^{ton.m}$$

$$\Sigma M = -3714.24^{ton.m}$$

$$-h_G = \frac{\Sigma M}{\Sigma P} = 5.978\mathrm{m}$$

$$\alpha = \frac{h_G}{h} \doteqdot -0.3$$

(13) 式より $\beta$ の値を求むれば、

$\beta = -1.066$ を得。

(15) 式より　　$q_B = 64.650^{ton}/_m$

卽ち井筒が安定なるためには　$q_B = 64.650^{ton}/_m$　だけの抵抗土壓强度を有する必要がある。次に之の設計地の安息角

(angle of repose) $\varphi=35°$ $\omega=1.6^{ton}/_{m^3}$ として上記抵抗土壓强度を取り得るかどうかを調べて見やう。

$$\tan^{-1} R_h = 11°19'$$

$$\therefore \quad \varphi' = 35° - 11°19' = 23°41'$$

$$\therefore \quad \frac{1}{k} = \frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'} = 2.343$$

$$\gamma = \omega.b.\delta/k = 1.6 \times 5.0 \times 2.343 \times \delta = 18.744\delta$$

$\delta = 1$ とせば

$$\gamma = 18.744$$

$$\therefore \quad q_B = 71.216^{ton}/_m$$

$$64.650^{ton}/_m < 71.216^{ton}/_m$$

故に安全なり。

以上〔例 1〕及び〔例 2〕は杭及び井筒の安定計算として、其の徑 b に作用する抵抗土壓に對し安全なるや否やを調べたのであるが、實際に於ては兩側面に相當大なる摩擦力及び粘着力が作用するのである。又〔例 2〕の場合に於て、實際には底面に相當の支持力がある譯であるが之を省略してゐる。尙ほ O 點以下に於ては地震時に於て、却つて大なる抵抗土壓を得られる譯である。故に上記檢算法を採用する時は相當の安全率を有する事となるのである。

以上は杭及び井筒の耐横力に關し、前記假定を設けて、數理的に述べたのである。

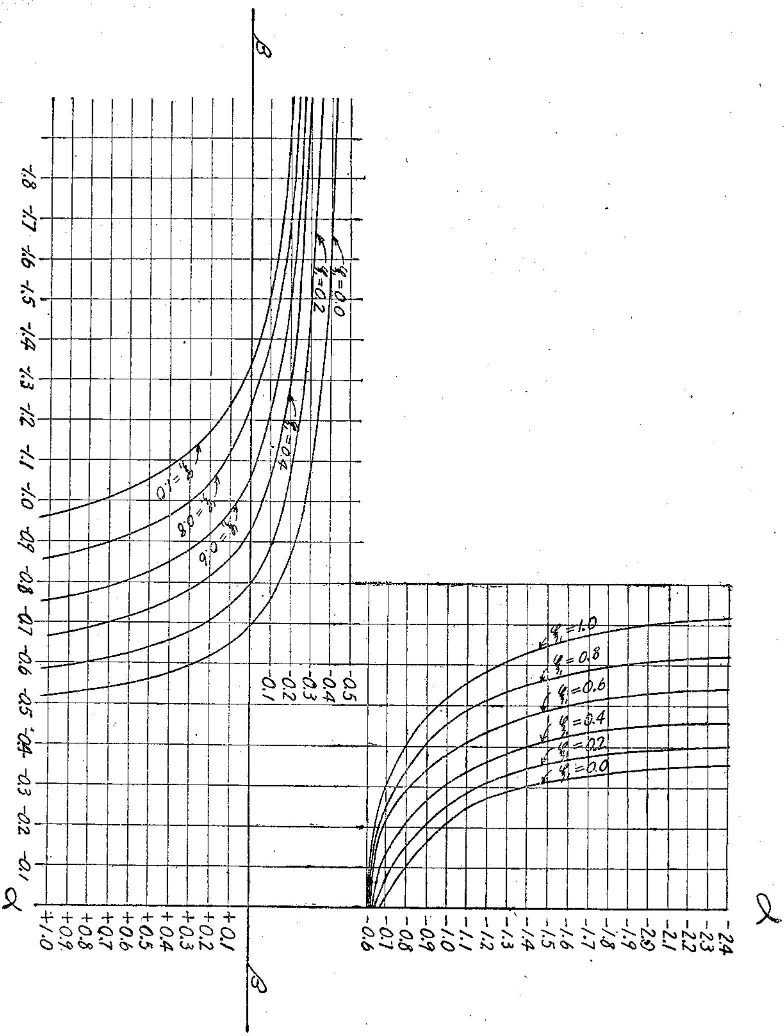
卽ち杭或は井筒等の部材に作用する水平力の作用點の位置が判れば、(13) 式より $\beta$ の値を求め、之の $\beta$ の値を (15) 式

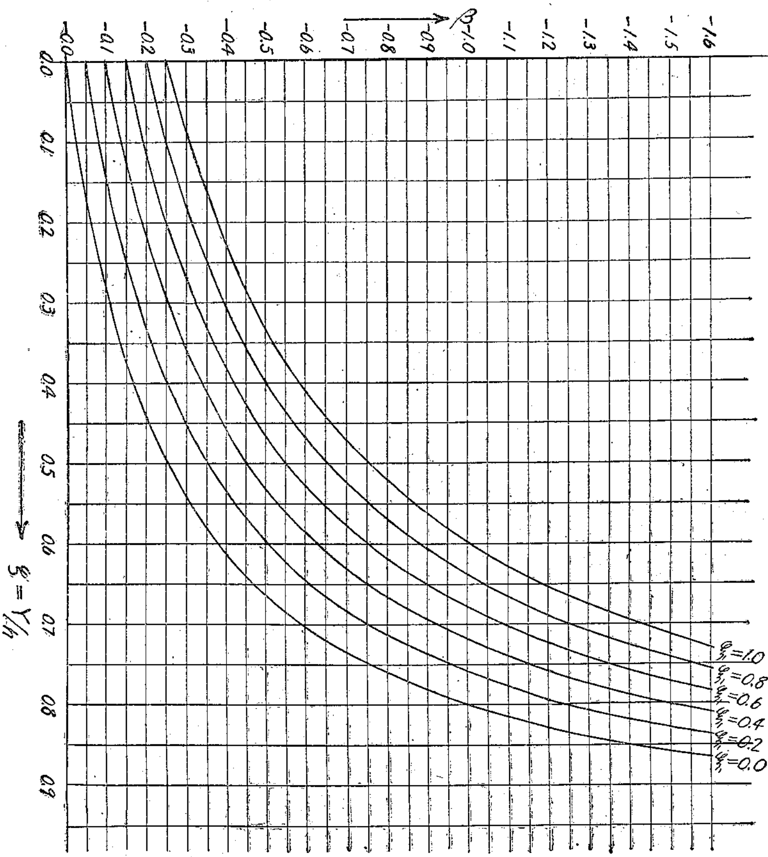
に代入せば、部材が安定を保つに必要な抵抗土壓強度を求め得るのである。尙ほ（15）式によつて求められた必要な抵抗土壓強度を實際に設計地が許し得るかどうかを（17）式に依つて調べて見る必要がある、と云ふ事は前に述べた通りである。然しながら斯様に繁雜な式を一々解いて安定計算を行ふ事は非常に手數を要し、簡單に檢算を行つて見ると云ふ譯には行かぬのである。而も之等求められたる式には前にも述べた如く相當の假定を有するものであるから、之等を一々忠實に大なる努力を以て解くと云ふ事も餘り感心の出來ぬ事であらう。此の意味よりして、筆者は（13）（14）（15）及び（17）式等を曲線に表はしたのである。第五圖乃至第十圖がそれである。

| $\varphi$ | $1/k$ | $\omega/k$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\omega=1.0\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=1.2\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=1.4\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=1.6\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=1.8\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=2.0\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=2.2\mathrm{ton/m^3}$ | $\omega=2.4\mathrm{ton/m^3}$ |
| 5 | 1.190 | 1.190 | 1.428 | 1.666 | 1.904 | 2.142 | 2.380 | 2.618 | 2.856 |
| 10 | 1.420 | 1.420 | 1.704 | 1.988 | 2.272 | 2.556 | 2.840 | 3.124 | 3.408 |
| 15 | 1.698 | 1.698 | 2.038 | 2.377 | 2.717 | 3.056 | 3.396 | 3.736 | 4.075 |
| 20 | 2.041 | 2.041 | 2.449 | 2.857 | 3.266 | 3.674 | 4.082 | 4.490 | 4.898 |
| 25 | 2.469 | 2.469 | 2.963 | 3.457 | 3.950 | 4.444 | 4.938 | 5.432 | 5.926 |
| 30 | 3.000 | 3.000 | 3.600 | 4.200 | 4.800 | 5.400 | 6.000 | 6.600 | 7.200 |
| 35 | 3.690 | 3.690 | 4.428 | 5.166 | 5.904 | 6.642 | 7.380 | 8.118 | 8.856 |
| 40 | 4.608 | 4.608 | 5.530 | 6.451 | 7.373 | 8.294 | 9.216 | 10.138 | 11.059 |
| 45 | 5.814 | 5.814 | 6.977 | 8.140 | 9.302 | 10.465 | 11.628 | 12.791 | 13.954 |
| 50 | 7.519 | 7.519 | 9.023 | 10.527 | 12.030 | 13.534 | 15.038 | 16.542 | 18.046 |

第　一　表

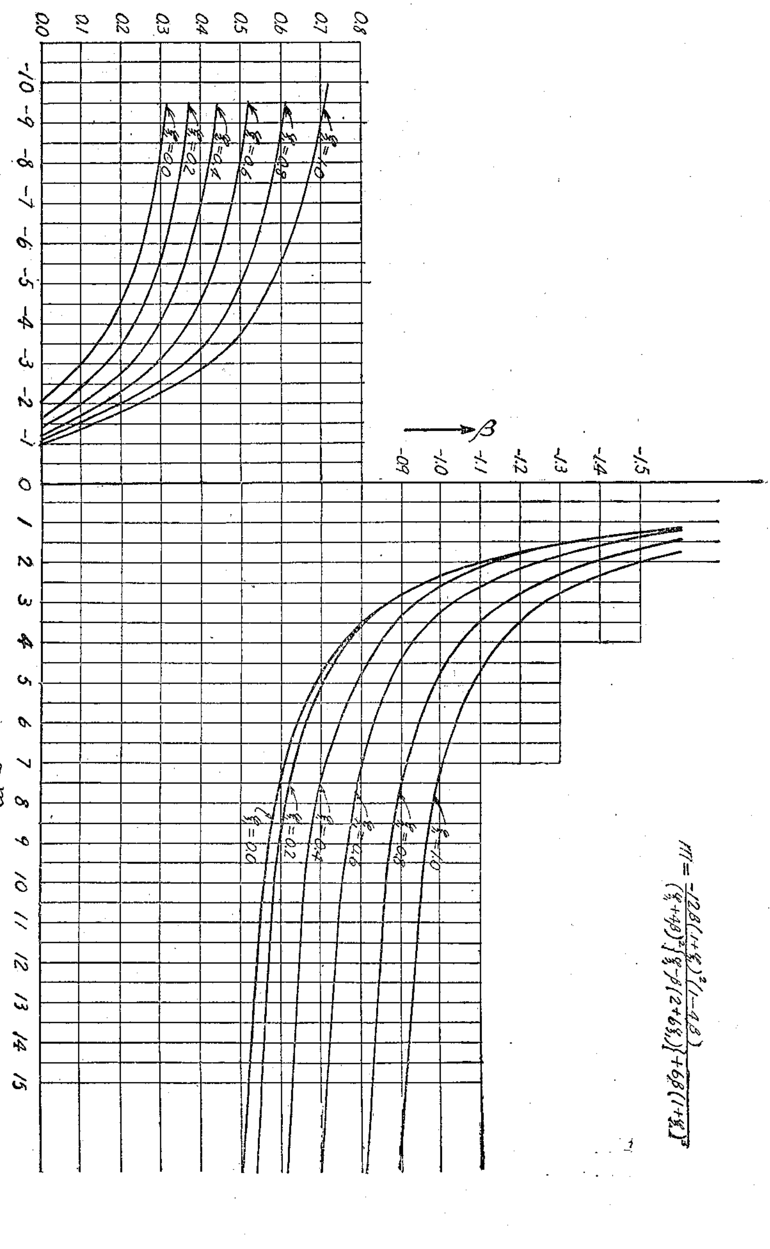
第五圖


β
α
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0
-1.1
-1.2
-1.3
-1.4
-1.5
-1.6
-1.7
-1.8
+0.1
+0.2
+0.3
+0.4
+0.5
+0.6
+0.7
+0.8
+0.9
+1.0
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0
-1.1
-1.2
-1.3
-1.4
-1.5
-1.6
-1.7
-1.8
-1.9
-2.0
-2.1
-2.2
-2.3
-2.4
=0.0
=0.2
=0.4
=0.6
=0.8
=1.0



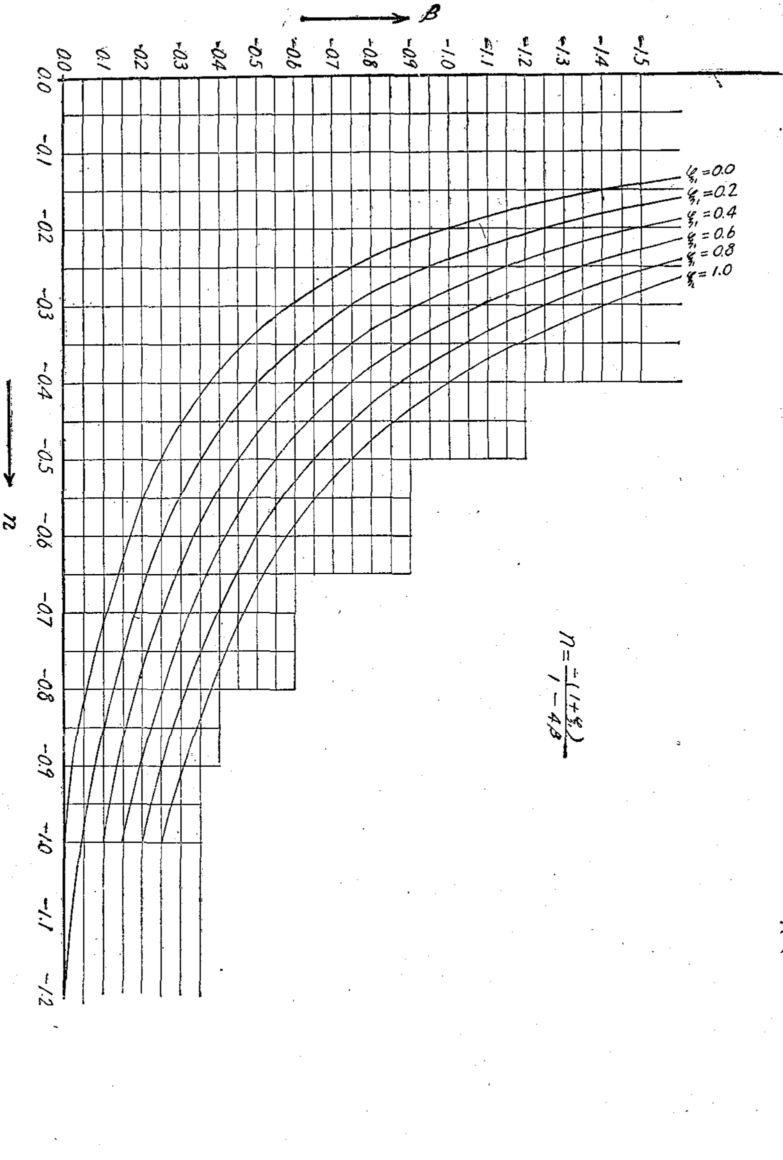
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
β=-1.0
-1.1
-1.2
-1.3
-1.4
-1.5
-1.6
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
$\xi = Y/h$
$\xi_1$=1.0
$\xi_1$=0.8
$\xi_1$=0.6
$\xi_1$=0.4
$\xi_1$=0.2
$\xi_1$=0.0


第六圖

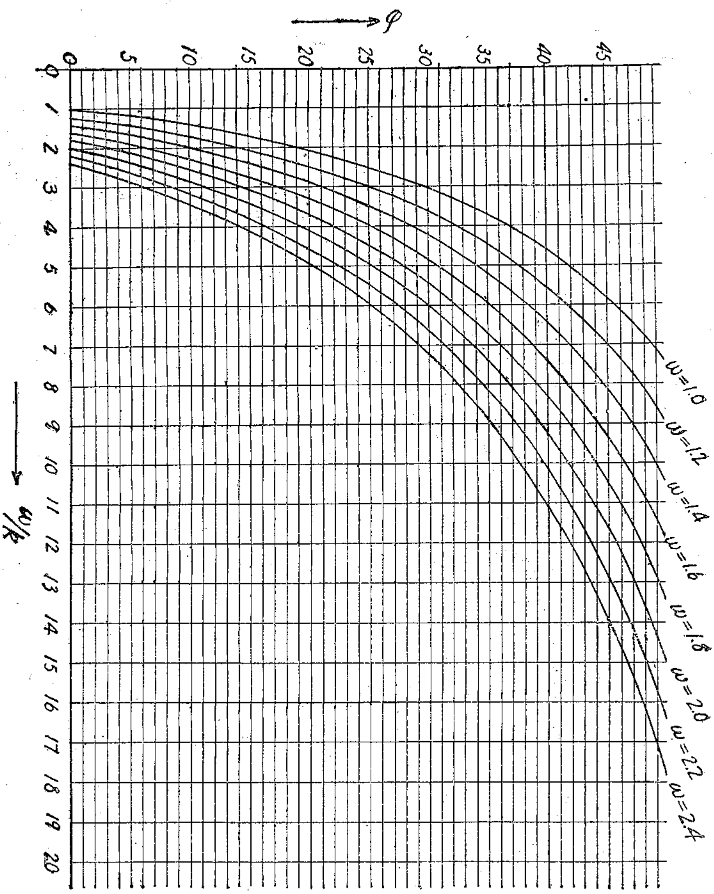


β
m
ξ=0.0
ξ=0.2
ξ=0.4
ξ=0.6
ξ=0.8
ξ=1.0
$m=\dfrac{-12\beta(1+\xi)^2(1-4\beta)}{(\xi+4\beta)^2\{\xi-\beta(2+6\xi)\}+6\beta(1+\xi)^3}$

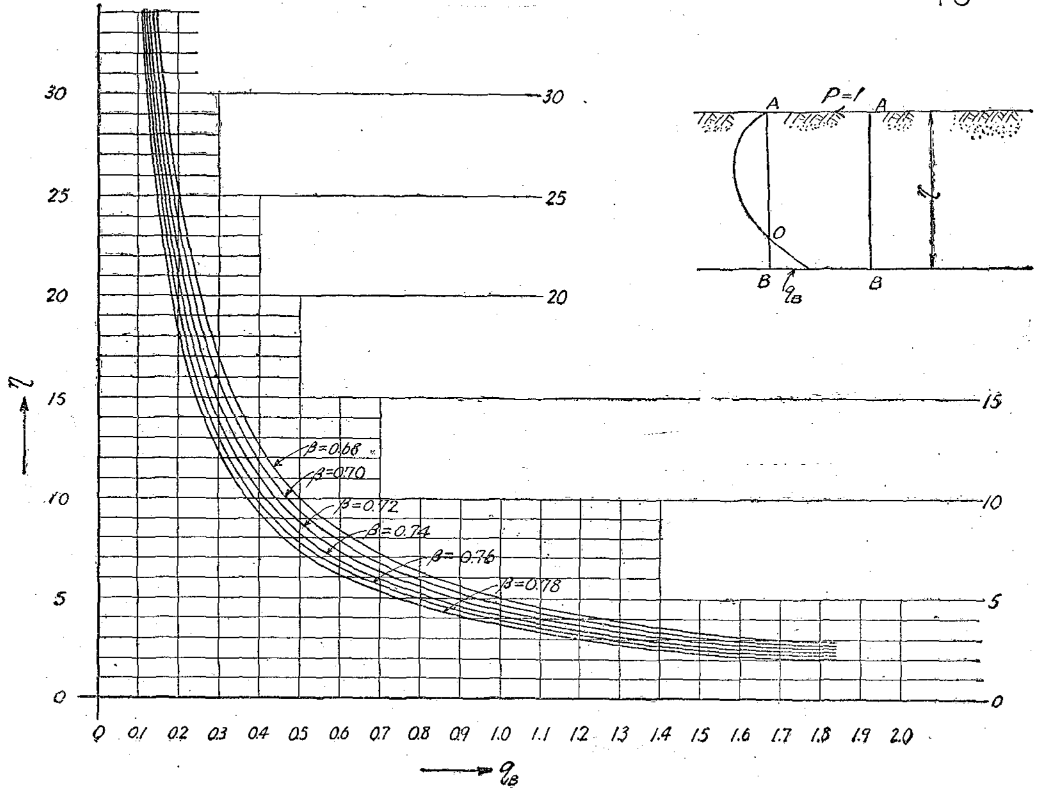

第七圖


β
0.0 0.1 0.2 -0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1.0 -1.1 -1.2 -1.3 -1.4 -1.5
n
0.0 -0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1.0 -1.1 -1.2
$\varphi_1 = 0.0$
$\varphi_1 = 0.2$
$\varphi_1 = 0.4$
$\varphi_1 = 0.6$
$\varphi_1 = 0.8$
$\varphi_1 = 1.0$
$n = \frac{-(1+\varphi_1)}{1-4\beta}$

第八圖


φ
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
ω/k
ω=1.0
ω=1.2
ω=1.4
ω=1.6
ω=1.8
ω=2.0
ω=2.2
ω=2.4

第九圖


β=0.68
β=0.70
β=0.72
β=0.74
β=0.76
β=0.78
η
$q_B$
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0
0 5 10 15 20 25 30
P=1
A
B
O

第十圖