閉合形架構及び框構の解法（二）

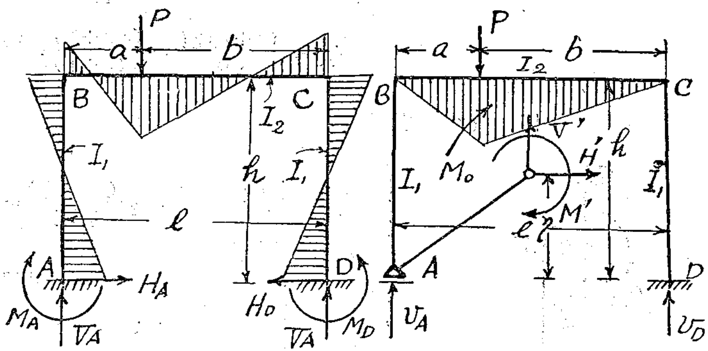
瀬　戸　政　章

XV. 矩形固定脚架構が非對稱荷重を受ける場合

（a）　垂直荷重を受ける場合

單一集中荷重に對しては (23) 式に於て $d=0$ と置けば、

$$(31)\cdots\cdots\cdots\cdots\begin{cases} M' = -\dfrac{Pab}{2(1+2k)l} \\ V' = \dfrac{Pab(l-2a)}{l^3(1+6k)} \\ H' = \dfrac{3Pab}{2h(2+k)l} \qquad \eta = \dfrac{1+k}{1+2k}h \end{cases}$$

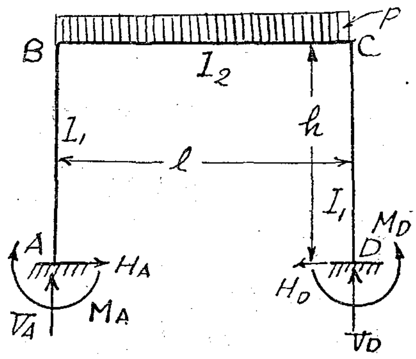


第　19　圖

又任意の分布荷重に對しては

$$\left\{ M' = -\frac{\int yx(l-x)\,dx}{2(1+2k)l} \right.$$

$$(32)\cdots\cdots\left\{\begin{aligned} V' &= \frac{\int yx(l-x)(l-2x)\,dx}{l^3(1+6k)} \\ H' &= \frac{3\int yx(l-x)\,dx}{2h(2+k)\,l} \end{aligned}\right.$$



第 20 圖

等布荷重に對しては $y = p$ と置けば、

$$(33)\cdots\cdots\left\{\begin{aligned} M' &= -\frac{pl^2}{12(1+2k)} \qquad V' = 0 \\ H' &= \frac{pl^2}{4h(2+k)} \qquad \eta = \frac{1+k}{(1+2k)}h \end{aligned}\right.$$

故に試みに各點の彎曲率を求むれば次の如くなる。

$$(34)\cdots\cdots\left\{\begin{aligned} M_A &= -\frac{pl^2}{12(1+2k)} + \frac{pl^2}{4h(2+k)}\cdot\frac{(1+k)h}{(1+2k)} = \frac{pl^2}{12(2+k)} = M_D \\ M_B &= -\frac{pl^2}{12(1+2k)} - \frac{pl^2}{4h(2+k)}\cdot\frac{kh}{(1+2k)} = -\frac{pl^2}{6(2+k)} = M_C \\ H_A &= \frac{pl^2}{4h(2+k)} = H_D = H' \\ V_A &= V_D = \frac{Pl}{2} \end{aligned}\right.$$

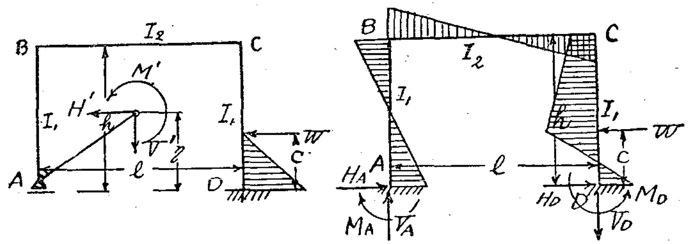
(*b*)　水平荷重を受ける場合

此時は單一水平荷重に對して、第21圖より（26）式に於て $d=0$ 故に、

$$(35)\cdots\cdots\cdots\cdots\begin{cases} M' = \dfrac{Pkc^2}{2h(1+2k)} \\ V' = \dfrac{3Pkc^2}{h(1+6k)l} \\ H' = \dfrac{Pc^2\{3h(1+k)-c(1+2k)\}}{2(2+k)h^3} \end{cases}$$

となる。又任意分布荷重及び水平等布荷重に對する考は（α）の場合と同樣である。之等の場合各點の彎曲率は次式で表はされる。

$$(36)\cdots\cdots\cdots\cdots\begin{cases} M_A = M' + H'\eta - \dfrac{V'}{2}l \\ M_B = M' + H'\eta - \dfrac{V'}{2}l \\ M_C = M' + H'\eta - \dfrac{V'}{2}l \\ M_D = M' + H'\eta - \dfrac{V'}{2}l + M_{OD} \end{cases}$$



第　21　圖

此時 M_{OD} は D 點に於ける單純なるモーメントの値である。以上を以つて最小働の法則に依る法を了へるが、之等の凡ての場合 M' は部材を內方に凸狀ならしむる場合は負を取らしめて Clockwise に取り、外方に凸狀ならしむる場合は正を

取らしめて Counterclockwise に取り、又 V' は正の場合上方に向ひ負の時は下方に向ふものと考へ、H' は正の場合は右に負の合場は左に向ふと考へて、他は我々が普通座標に關して撰ぶ正負を以つて進めば宜しい。

以上は皆れも對稱的構造の場合を取扱つたが、非對稱構造の場合は第2圖の X_2, X_3 を任意の方向に與へて式を樹てると、座標軸に角度の修正を施して（2）式を用ひ不静定量を求め得るが、本稿に於ては最も一般的なるものに就いて述べ之を省略した。

§ 2.　撓角撓度法に依る解法

直桁が荷重に依つて彎曲した場合、

E = 彈性係數

σ_x = 垂直應力

ρ = 曲率半徑

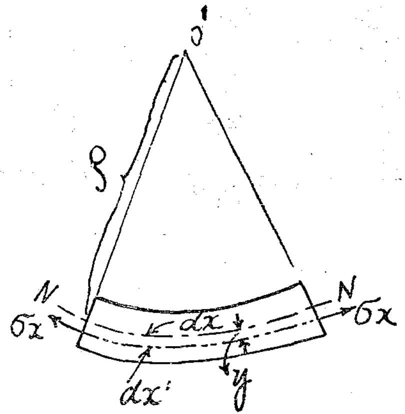
I = 斷面二次率

M = 外力に依る彎曲率

とせば第22圖に依り

$$dx' = dx\left\{1 + \frac{\sigma_x}{E}\right\}$$

從つて



第　22　圖

$$\frac{\rho+y}{\rho}=\frac{dx\left\{1+\frac{\sigma_x}{E}\right\}}{dx}=1+\frac{\sigma_x}{E} \qquad \therefore\ \frac{y}{\rho}=\frac{\sigma_x}{E}$$

然るに $\sigma_x=\frac{M}{I}y$ なる關係があるから

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

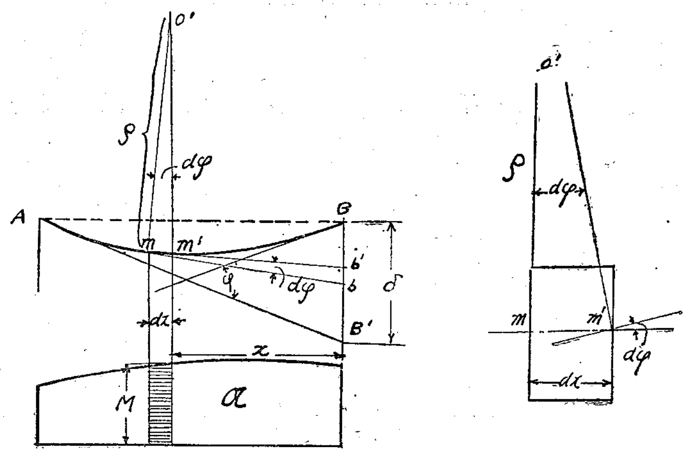
なる關係を得る。此の時桁の長素 dx を取りて考ふるに（第23圖參照）

$$dx=\rho d\varphi \qquad \therefore\ d\varphi=\frac{M}{EI}dx$$

從つて AB 間に於て部材 E, I が一定なりと考ふる事が出來れば、

$$\varphi=\int_A^B\frac{M}{EI}dx=\frac{1}{EI}\int_A^B Mdx=\frac{\mathfrak{A}}{EI}\cdots\cdots(b)$$

となる。又 $bb'=xd\varphi$ なる關係から



第　23　圖

$$\delta=\int_A^B xd\varphi=\int_A^B\frac{Mx}{EI}dx=\frac{\mathfrak{A}}{EI}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

以上に於て $\mathfrak{A}$ は彎曲率圖の全面積であり λ は B より取つた $\mathfrak{A}$ の重心迄の距離である。

今彎曲率 M, 撓角 φ, 撓度 d を Clockwise の場合を正に取り Counterclockwise の場合を負に取るものとして進めば、

第24圖に於て撓角は極めて小なる値なれば $l\tan\varphi_A = l\varphi_A$ と考へ得るから、

$$\varphi = \frac{\mathfrak{A}}{EI}, \qquad \delta = d - l\varphi_A = \frac{\mathfrak{A}}{EI}$$

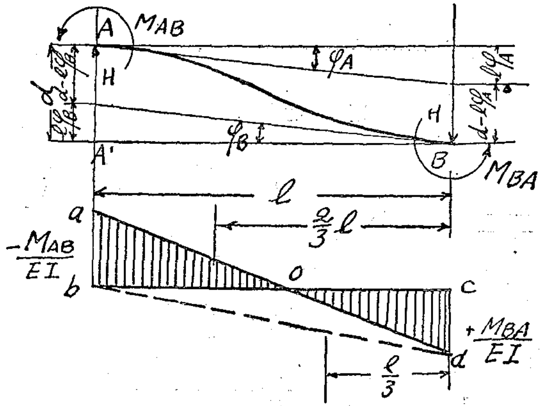
なる事から、

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \varphi_B - \varphi_A = -\frac{M_{AB}\,l}{2EI} + \frac{M_{BA}\,l}{2EI} \\ \delta &= d - l\varphi_A = -\frac{M_{AB}\,l^2}{3EI} + \frac{M_{BA}\,l^2}{6EI} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(d)$$

今 $d/l = R$, $I/l = k$ と置き M_{AB}, M_{BA} を求むれば、

$$(37)_1 \quad \cdots\cdots\cdots \left\{\begin{aligned} M_{AB} &= 2Ek(2\varphi_A + \varphi_B - 3R) \\ M_{BA} &= 2Ek(2\varphi_B + \varphi_A - 3R) \end{aligned}\right.$$

を得る。



第　24　圖

從つて AB 間に中間荷重を有する場合は、當然此の影響を加味すべきであるから、單桁としての彎曲率圖の面積を F とし B から F の重心に至る距離を $\overline{\lambda}$ とせば（第25圖）

$$\left.\begin{aligned} \delta &= d - l\varphi_A = -\frac{M_{AB}\,l^2}{3EI} + \frac{M_{BA}\,l^2}{6EI} - \frac{F\overline{\lambda}}{EI} \\ \varphi &= \varphi_B - \varphi_A = -\frac{M_{AB}\,l}{2EI} + \frac{M_{BA}\,l}{2EI} - \frac{F}{EI} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(d)$$

となる。之より M_{AB}, M_{BA} を求むれば、

$$M_{AB}=2\,Ek\,(2\varphi_A+\varphi_B-3\,R)-\frac{2F}{l^2}(3\bar{\lambda}-l)$$

$$M_{BA}=2\,Ek\,(2\varphi_B+\varphi_A-3\,R)+\frac{2F}{l^2}(2l-3\bar{\lambda})$$

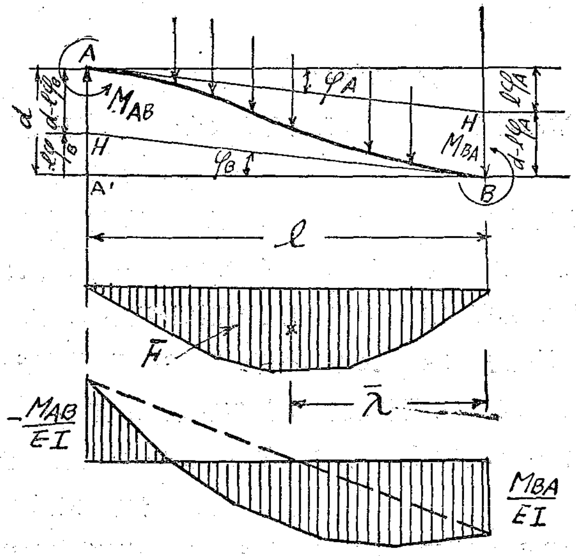
となる。

故に、

$$(37)_2\cdots\cdots\begin{cases} M_{AB}=2Ek\,(2\varphi_A+\varphi_B-3R)-C_{AB} \\ M_{BA}=2Ek\,(2\varphi_B+\varphi_A-3R)+C_{BA} \\ C_{AB}=\dfrac{2F}{l^2}(3\bar{\lambda}-l) \\ C_{BA}=\dfrac{2F}{l^2}(2l-3\bar{\lambda}) \end{cases}$$

を得る。

$(37)_1$ 及 $(37)_2$ 式に於て撓度なき場合は $R=0$ なるは勿論である。(37) 式は撓角撓度法の基本式であつて極めて應用廣く C_{AB}, C_{BA} は固有の荷重に就き容易に求め得る値である。



第 25 圖

第十七卷・第八號「閉合形架構及框構の解法(一)」

正 誤 表

訂正個所	誤	正
58頁(9)式 M_A, M_B の分子中	$3kh(3+4k)$	$3kh(3k+4)$
61頁(11)式 H' の分母中	$d^2(4k_1+k_3+1)$	$d^2(4k_1+2k_3+1)$
63頁(16)式 M_A の第二項分子中	$pl^2\{\cdots\cdots\cdots\}(k_1h+2h+d)(k_1h+2h+d)$	$pl^2\{\cdots\cdots\cdots\}(k_1h+2h+d)$
64頁(16)式 M_C の第五項分子中	$d(4k_3+2k_1)$	$d(1+k_3+2k_1)$
66頁(18)式 M_B の第五項分子中	$p_1h^2\{\cdots\cdots\cdots\}(1+k)$	$p_1h^2\{\cdots\cdots\cdots\}(m+k)$