鐵筋混凝土床版の曲げモーメントに就いて

小野竹之助

鐵筋混凝土床版は支持桁或は壁と結合され一體となつて働く樣に作られる場合が少くない。斯る場合に於ては、床版と支承とは完全とまでは云へぬにしても、殆ど固定の狀態にあると考へることが出來る。

斯樣な構造に作られた床版の設計計算に就いて少しく述べて見度いと思ふ。

（1）　支承が桁の場合

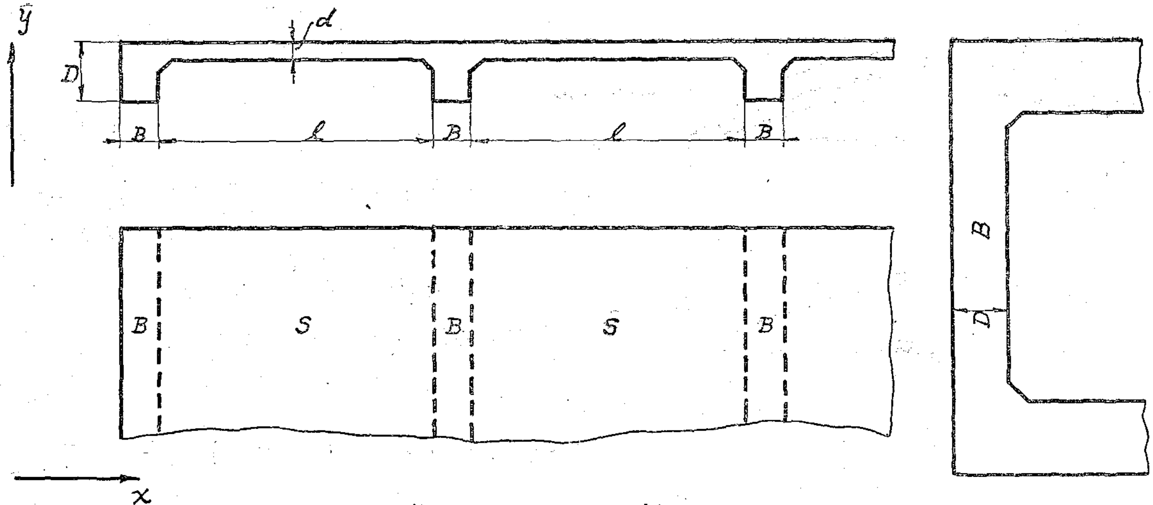
（a）　桁の兩端が完全固定の場合

第一圖に於て床版 S は桁 B に支持せられ、而も兩者が一體となつて働くものとする。さすれば S 床版上に外力が働いて、S 床版が撓みを起さんとする時、B 桁は之の影響を受けて、第二圖に示す如く捩んとする。然るに B 桁の兩端は完全固定なる爲め茲に捩り抵抗を表はし、之に依る負の曲げモーメントが床版 S の支點附近に生ずる。

第三圖に於ては

a 單桁の場合に於ける桁の撓度曲線

b は埋込桁の場合に於ける桁の撓度曲線

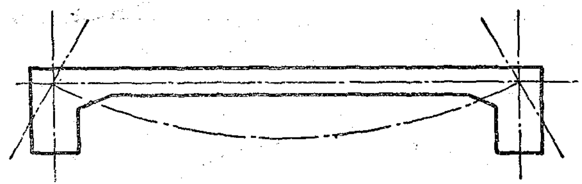


第　一　圖

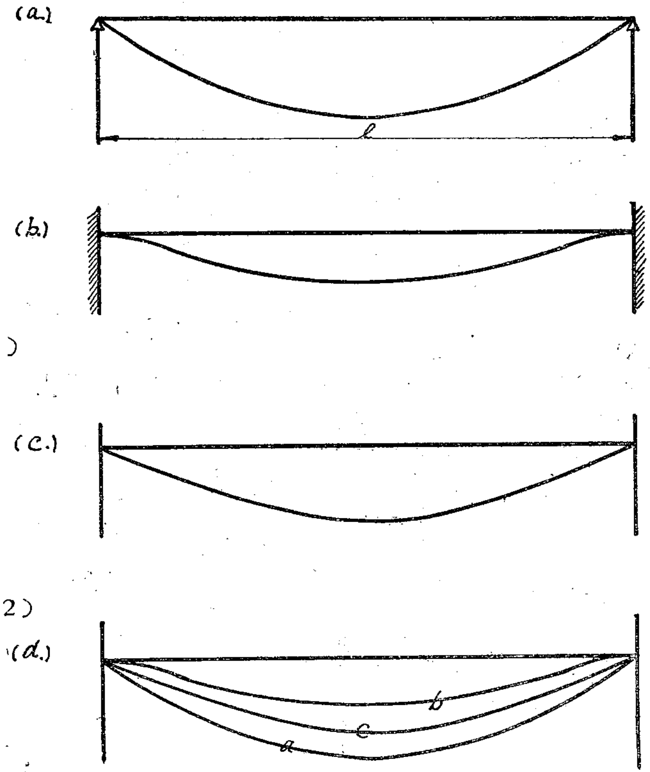
を示す。此處に我々が考へてゐる床版 S の撓度曲線は a 及 b の間を示し、c 圖に示すが如き曲線をなす。

次に之の捩り抵抗による端力率に就いて考へて見やう。

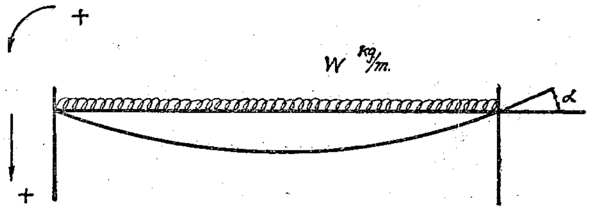
床版 S の上に $w\,kg/m^2$ なる等布荷重が滿載した場合、彈性線の式を用ひて、



第　二　圖



第　三　圖



第　四　圖

$$\frac{d^2\eta}{dx^2}=\frac{M}{EJ}=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{1}{2}wlx+\frac{1}{2}wx^2+X\right)\cdots\cdots(1)$$

となる。

玆に　η: 床版 S の撓度　X: B 桁の捩り抵抗に依る端力率　E: ヤング係數　J: 慣性能率

(1) 式を積分して

$$\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{1}{4}wlx^2+\frac{1}{6}wx^2+Xx+C\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

C の値を決定する。

$x=\frac{l}{2}$　の時

$$\frac{d\eta}{dx}=0$$

故に

$$O=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{1}{16}wl^3+\frac{1}{48}wl^3+\frac{1}{2}Xl+C\right)=-\frac{1}{24}wl^3+\frac{1}{2}Xl=-C$$

$$\therefore \quad C=\frac{1}{24}wl^3-\frac{1}{2}Xl \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

（2）式に（3）式を入れて、

$$\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{1}{4}wlx^2+\frac{1}{6}wx^3+Xx+\frac{1}{24}wl^3-\frac{1}{2}Xl\right) \cdots\cdots\cdots (4)$$

$x=0$ の時

$$\frac{d\eta}{dx}=\alpha$$

故に

$$\alpha=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{24}wl^2-\frac{1}{2}Xl\right)$$

或は

$$X=\frac{1}{12}wl^2-\frac{2EJ\alpha}{l} \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

（5）式は床版 S に $w\ kg/m^2$ なる等布荷重を滿載した場合、B桁の捩り抵抗によつて生ずる、床版 S の端力率 Xの値を與へる式である。

$\alpha=0$ の時は

$$X=\frac{1}{12}wl^2$$

となり兩端埋込の場合の端力率となる。

次に α と X との關係に就いて述べて見やう。

$$\alpha(y)=\int_0^y\frac{X(\xi)\xi d\xi}{GJ_B}+\int_y^L\frac{X(\xi)yd\xi}{GJ_B}-y\int_0^{\frac{L}{2}}\frac{X(\xi)d\xi}{GJ_B}\cdots\cdots(6)$$

玆に　G: B 桁の剛性係數　J_B: B 桁の慣性能率

（6）式を（5）式に代入して

$$X(y)=\frac{1}{12}wl^2-\frac{2EJ}{l}\left(\int_0^y\frac{X(\xi)\xi d\xi}{GJ_B}+y\int_y^L\frac{X(\xi)d\xi}{GJ_B}-y\int_0^{\frac{L}{2}}\frac{X(\xi)d\xi}{GJ_B}\right)\cdots\cdots(7)$$

$$\frac{dX}{dy}=-\frac{2EJ}{lGJ_B}\left(\int_y^L X(\xi)d\xi-\int_0^{\frac{L}{2}}X(\xi)d\xi\right)\cdots\cdots(8)$$

$$\frac{d^2X}{dy^2}=-\left(-\frac{2EJ}{lGJ_B}X\right)=\frac{2EJ}{lGJ_B}X\cdots\cdots(9)$$

（9）式を解いて

$$X=A\cosh\left(\sqrt{\frac{2EJ}{lGJ_B}}\cdot y\right)+B\sinh\left(\sqrt{\frac{2EJ}{lGJ_B}}\cdot y\right)\cdots\cdots(10)$$

$y=0$　　の時

$$X=\frac{1}{12}wl^2 \qquad \text{（第一圖）}$$

$y=\frac{L}{2}$ の時

$$\frac{dX}{dy}=0$$

故に

$$X=\frac{1}{12}wl^2\frac{\cos h\left\{\left(\frac{1}{2}L-y\right)\sqrt{\frac{2EJ}{lGJ_B}}\right\}}{\cos h\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{2EJ}{lGJ_B}}\right)} \quad \cdots\cdots (11)$$

（11）式に於て

$y=\frac{L}{2}$ の時

$$X=\frac{1}{12}wl^2\frac{1}{\cos h\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{2EJ}{lGJ_B}}\right)} \quad \cdots\cdots (12)$$

となり X の値は最小となる。

又　$y=0$　の時　$X=\frac{1}{12}wl^2$

となり X の値は最大となる。

床版 S の曲げモーメントの M_x は次式によつて與へられる。

$$M_x = M_x'' + X \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

M_x'':　床版 S を單桁として求めた場合の曲げモーメント

故に我々は床版 S が、兩端固定されてた桁に依つて支へられ、而も兩者が一體となつて働く樣な場合に於ては (11) 式より y の種々の値に對する X の値を求め、之を (13) 式に代入して、床版 S の曲げモーメント M_x を求める事が出來る。

（6）桁の兩端が自由に支持されてゐる場合

實際問題としては、斯樣な構造は殆どないと云つてもよい。

之の場合に於ては（a）の場合の如く、桁 B は床版 S の彎曲に對して、捩り抵抗を表はさない。從つて

$$X=0$$

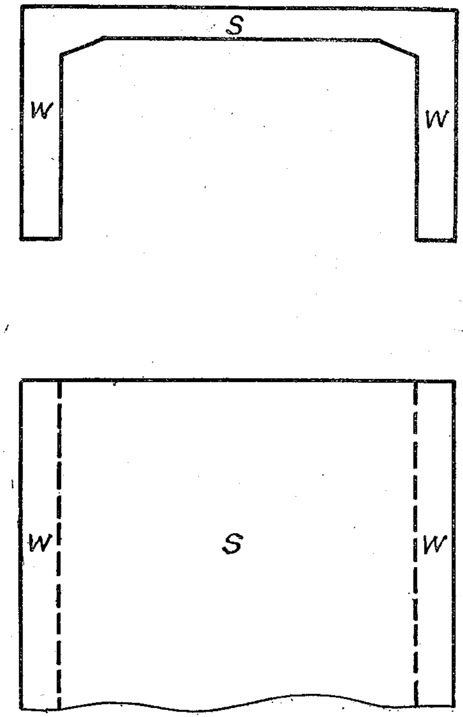
故に床版 S の曲げモーメント M_x は

$$M_x = M_x'' \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

となる。卽ち單桁として、曲げモーメントを求むればよい事になる。

（2）支承が壁の場合

第五圖に於て床版 S が壁 W に支へられ、而も兩者が一體となつて



第五圖

働く様な場合は、ラーメンの構造を示すものである。故に之の場合には壁 W の足の部分が固定なるか或は鉸なるかによつて、その場合々々のラーメンの計算に從つて、曲げモーメントを求め得る。

次に其結果のみを示せば、

第六圖の（1）の場合、即ち A 及 D 點が鉸なる場合には

$$M_B=M_C=\frac{wl^2}{4\left(2\frac{J_2}{J_1}\ \frac{h}{l}+3\right)} \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

$$M_x=M''_x+M_B \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

故に（15）式より M_B の値を求め、之を（16）式に代入せば M_x の値を知る。

第六圖の（2）の場合、即ち A 及 D 點が固定されてゐる場合には、

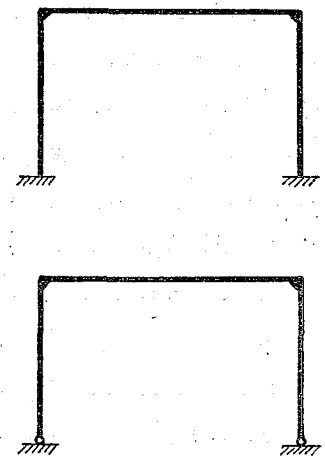
$$M_B=M_C=\frac{wl^2}{6\left(2+\frac{J_2}{J_1}\ \frac{h}{l}\right)} \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

$$M_x=M''_x+M_B \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

故に（17）より M_B の値を求め、之れを（18）式に代入せば M_x の値を知り得る。

(1)

(2)



第六圖