變斷面のラーメンに就て（六）

石川　時信

〔三〕數　値　計　算　例

前來數章節に渉りて結構の一部材 AB が其兩端の間に於て慣性能率及荷重を一樣とせざる場合のラーメンの公式を示したが式中に含まるる $\alpha_1\beta_1L_1\alpha_2\beta_2$ 及 L_2 等は本文當初の（7）式に示すが如くに、慣性能率及荷重の變化の狀態に依りて、相當面倒なる計算を要す。本章に於ては其の或る特定の場合の數値計算例を示さんとするのである。云ふまでもなく（7）式に於ける $\alpha_1\beta_1L_1\alpha_2\beta_2$ 及 L_2 等は慣性能率及荷重の變化の狀態が餘りに複雜にして其の積分が簡單に計算し難き時は、積分式に依らずして總和の形を以て其の値を算出するを得策とす。此に述べんとするは、割合に簡單に其の積分の求め得らるるものに就てのみ積分計算の例を示さんとするのである。而して其の豫備計算として次の公式を掲ぐ。

$$\left.\begin{aligned}\int_0^l e^{-mx}dx &= \frac{1}{m}(1-e^{-ml})\\ \int_0^l\int_0^x e^{-mx}dx^2 &= \frac{1}{m}\left(l-\int_0^l e^{-mx}dx\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(139)$$

$$\int_0^l\int_0^l\int_0^x e^{-mx}dx^3 = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{2}l^2 - \int_0^l\int_0^x e^{-mx}dx^2\right)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^l e^{-mx}x\,dx = l\int_0^l e^{-mx}dx - \int_0^l\int_0^x e^{-mx}dx^2 \\
&\int_0^l\int_0^x e^{-mx}x\,dx^2 = l\int_0^l\int_0^x e^{-mx}dx^2 - 2\int_0^l\int_0^x\int_0^x e^{-mx}dx^3
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(140)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^l \frac{x^n}{(1+ex)^2}dx = \int_0^l \frac{x^n}{e^{mx}}dx\frac{\int_0^l e^{mx}dx}{\int_0^l (1+ex)^2\,dx} = K_1\int_0^l \frac{x^n}{e^{mx}}dx \\
&\int_0^l\int_0^x \frac{x^n}{(1+cx)^2}dx^2 = \int_0^l\int_0^x \frac{x^n}{e^{mn}}dx^2\frac{\int_0^l\int_0^x e^{mx}dx^2}{\int_0^l\int_0^x (1+ex)^2 dx^2} = K_2\int_0^l\int_0^x \frac{x^n}{e^{mx}}dx^2
\end{aligned}\right\}\cdots(141)$$

但し$\begin{cases} n = 0.\ 1.\ 2.\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ e \text{ は自然對數の底.} \end{cases}$

以上(139)乃至(141)式を使用して次に掲ぐる第三十一圖の如き構脚が變斷面部材なる門構に於ける不靜定未知量H_C及び其の他の諸量を算出して見ん。

第三十圖の如き場合は(39)式に依り

$$H_C = \frac{V_C\beta_{A11} + L_{AB1}}{\frac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA1} - \frac{\beta_{CA2}}{h}\right) + h\alpha_{AB1} + \left(\alpha_{BD2} - \frac{\beta_{BD2}}{h}\right)}\cdots\cdots\cdots\cdots(39)$$

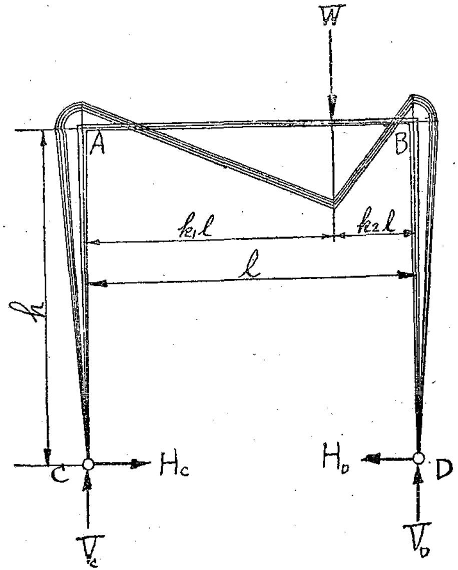
であつたが今、

$$l = h = 20\text{呎}\ ,\ k_2 = {}^1/_4\ ,\ W = 30.000\ \text{封度}$$

とすれば

$$V_C = Wk_2 = 7.500\ \text{封度}$$

又、CA部材は $4'' \times 4'' \times {}^5/_8''$ 山形鋼にして其背面距離が $10\frac{1''}{2}$ より $18\frac{1''}{2}$に等變するものとすれば、$I_{CA} = 352$吋^4 , $I_{AB} = 1213$吋^4 であるから、$\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}} = 3,732375 = e^{1.31705} = e^{m2}$、(但し e は自然對數の底) とす。從つて $m = 0.0658525$ CA 部材及 BD 部材は山形鋼の等變斷面ならば其の慣性能率は大體二次曲線 $(1 + Cx)^2$ で表はせるから二次曲線を以て計算すれば $C = 0.0466$ となる。而して二次曲線は其の積分が面倒であるが、前記公式を使用する事とすれば、



第三十一圖

構脚變斷面なる門構

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= 0.936 \\ K_2 &= 0.927 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(142)$$

又、$L_{AB1} = -\dfrac{1}{2}Wk_2^2l^2 = -\dfrac{1}{2}\times 30.000 \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 \times 20^2 = -375,000$,

$$\alpha_{AB1} = l = 20.\ \beta_{AB1} = \frac{1}{2}l^2 = \frac{1}{2}\times 20^2 = 200$$

又公式 (141) 式より、$\beta_{CA1} = 87.443 \times 0.936$, $\beta_{CA2} = 720.56 \times 0.927$,

又公式(141)はmを負號とし、$(1+cx)^2$の代りに$(1-cx)^2$とすれば遞減斷面部材に對する慣性能率に關するK_1 K_2を表はす事となり、此の場合K_1^1 K_2^1なる記號を用ふれば$K_1^1=0.954$. $K_2^1=0.969$となる。

從つて　$\beta_{BD2}=326.368\times0.969$　　$\beta_{BD2}=2,698.46\times0.969$。

以上の諸數量を列記して見易からしむれば、

$$\left.\begin{array}{lll} h & = 20 & \text{呎} \\ V_C & = 7,500 & \text{封度} \\ L_{AB} & = -375,000 & \text{封度呎}^2 \\ \alpha_{AB1} & = 20 & \text{呎} \\ \beta_{AB1} & = 200 & \text{呎}^2 \\ \beta_{CA1} & = 87.443\times0.936 & \text{呎}^2 \\ \beta_{CA2} & = 720.56\times0.927 & \text{呎}^3 \\ \alpha_{BD2} & = 326.368\times0.969 & \text{呎}_3 \\ \beta_{BD2} & = 2,689.46\times0.969 & \text{呎}^3 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (143)$$

此等の値を(39)式に代入すれば、

$$H_C=-1475 \text{ 封度。}$$

從つて

$$M_{AC}=H_Ch$$

$$= -1475 \times 20 = -29{,}500$$ 呎封度（第三十一圖參照）。

以上は變斷面部材より成立つラーメンの公式の數値計算をなしたる一例であるが、此に示した e^{mx} 又は $(1+cx)^2$ 等は勿論變斷面部材としては、極めて特例にして、一般には、斷面は急變することもあり、又荷重も急變する事がある故に其の樣な場合は（143）の値は積分式に依らず總和の形とした方が手數が省けるのである。

第三十一圖に於て彎曲力率圖を示せる線が四本あるは、門構の各部材が定斷面部材なりとして出來たる從來の公式に於て CA 部材及 BD 部材の慣性能率を其の部材の各部分の平均のもの又は各部材の大なる方の側より三分の二の長さの點に於けるもの或は變斷面としての公式竝に其の近似に依るものとの四通りに取り、M_{AC}の比較を示したものにして、2％乃至13％の差異あるを示す、此の比較の詳細は土木建築雜誌「シビル」昭和八年二月號拙文にあり。

結　　論

以上變斷面部材より成立つラーメンの公式を其の基本形、基本形の適用、及數値計算例の三つに大別して述べたが、其の當初に掲げたる所の基本式（13）は

$$M_A - M_B = -[V_A l + L]$$
$$\theta_A - \theta_B = -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1\right]$$
$$\theta_A l - d_B = -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2\right]$$

として部材 ABの左端反力 V_Aを式中に折込みたるも、其の後色々のラーメンに適用して見たる經驗より見て、本式

は、V_Aを消去して、

$$\left.\begin{aligned}\theta_A-\theta_B&=-\frac{1}{EI_A}\left[M_A\left(\alpha_1-\frac{\beta_1}{l}\right)+M_B\frac{\beta_1}{l}+\left(L_1-L\frac{\beta^1}{l}\right)\right]\\ \theta_A l-d_B&=-\frac{1}{EI_A}\left[M_A\left(\alpha_2-\frac{\beta_2}{l}\right)+M_B\frac{\beta_2}{l}+\left(L_2-L\frac{\beta^1}{l}\right)\right]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(144)$$

の形とした方が多少適用し易い事が判つた。

然しながら撓度撓角法と同じ形とすれば（144）式は

$$\left.\begin{aligned}M_A&=\frac{EI_A\left[\left(\frac{l}{\beta_2}-\frac{1}{\beta_1}\right)\theta_A+\frac{1}{\beta_1}\theta_B-\frac{1}{\beta_2}d_B\right]-\left[\frac{\left(L_1-L\frac{\beta_1}{l}\right)}{\beta_1}-\frac{\left(L_2-L\frac{\beta_2}{l}\right)}{\beta_2}\right]}{\frac{\left(\alpha_1-\frac{\beta_1}{l}\right)}{\beta_1}-\frac{\left(\alpha_2-\frac{\beta_2}{l}\right)}{\beta_2}}\\ M_B&=\frac{EI_A\left[\left\{\frac{l}{\left(\alpha_2-\frac{\beta^2}{l}\right)}-\frac{1}{\left(\alpha_1-\frac{\beta_1}{l}\right)}\right\}\theta_A+\frac{1}{\left(1-\frac{\beta_1}{l}\right)}\theta^B-\frac{1}{\left(\alpha_2-\frac{\beta_2}{l}\right)}d_B\right]-\left[\frac{\left(L_1-L\frac{\beta_1}{l}\right)}{\left(\alpha_1-\frac{\beta_1}{l}\right)}-\frac{\left(L_2-L\frac{\beta_2}{l}\right)}{\left(\alpha_2-\frac{\beta_2}{l}\right)}\right]}{\frac{B_1}{l\left(\alpha_1-\frac{\beta_1}{l}\right)}-\frac{\beta_3}{l\left(\alpha_2-\frac{\beta_2}{l}\right)}}\end{aligned}\right\}(145)$$

の形となりて$\theta_A\,\theta_B\,d_B$を消去する際に莫大の手數を要し、到底公式としての存在の價値なき事を知つた。

文末ながら六ケ月の長きに渉りて、蕪しいものを連載し、貴き紙面を汚したるを衷心御詫び申すと共に、讀者並に先達諸賢の尊き御忠言に接し、尙進んで本文の如きものが其の體裁を備ふる域に達せんことを祈る次第であります。〔完〕