變斷面のラーメンに就て（四）

石　川　時　信

第十一　水平部材上に集中荷重を有する L 形構

右に掲ぐる第十九圖の如く水平部材上に集中荷重 W を受け、各部材共變斷面を有し、且つ其等部材の一端が鉸なる時は CA 部材より計算を始むれば、

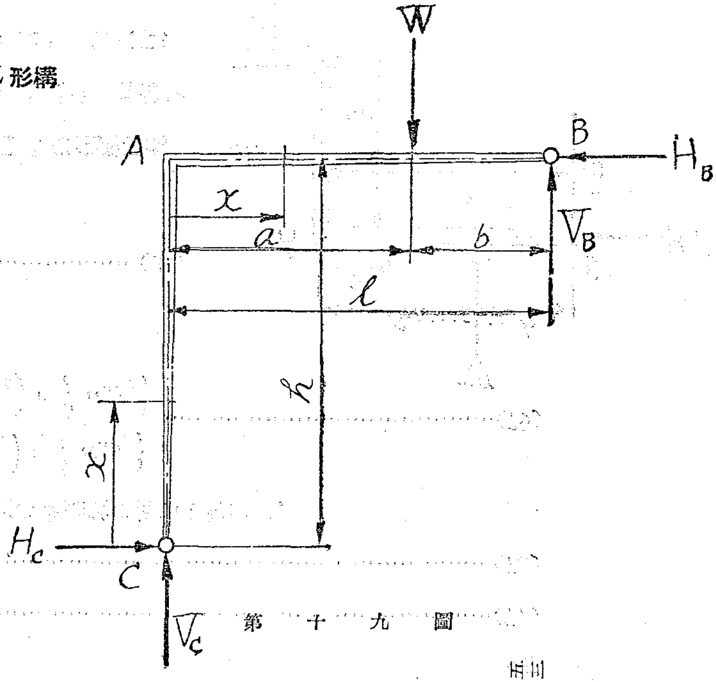
$$\theta_{CA}-\theta_{AC} = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_1})\cdots\cdots\cdots(74)$$

$$\theta_{CA}h = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_2})\cdots\cdots\cdots(75)$$

又 AB 部材に對しては、

$$\theta_{AB}l = -\frac{1}{EI_{AB}}(H_Ch\alpha_{AB_2}+V_C\beta_{AB_2}+L_{AB_2})\cdots\cdots\cdots(76)$$

然るに撓角等値及 $\Sigma M = 0$ の條件より、



第　十　九　圖

$$\theta_{AC} = \theta_{AB} \quad \cdots\cdots (77)$$

$$H_C h + V_C l + L_{AB} = 0 \quad \cdots\cdots (78)$$

以上5個の方程式を θ_{CA}, θ_{AC}, H_C, θ_{AB} 及 V_C の5個の未知數に就いて解けば、

$$V_C = \frac{\dfrac{L_{AB_2}}{l} - \dfrac{L_{AB}}{h}\left\{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1}\dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + \dfrac{h}{l}\alpha_{AB_2}\right\}}{\dfrac{\beta_{AB_2}}{l} - \dfrac{l}{h}\left\{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1} - \dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + \dfrac{h}{l}\alpha_{AB_2}\right\}} \quad \cdots\cdots (79)$$

從つて (78) 式より、

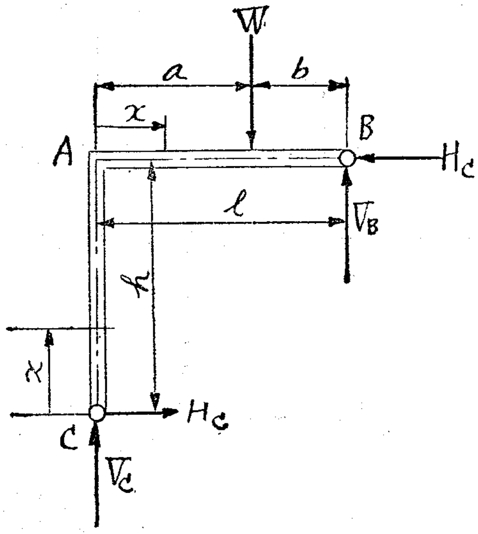
$$H_C = -\frac{1}{h}(V_C l + L_{AB}) \quad \cdots\cdots (80)$$

注意 $L_{AB} = -bW$。

第十二　水平部材上に集中荷重を有する L 形定斷面構

次に掲ぐる第二十圖の如く水平部材上に集中荷重 W を受け、各部材共定斷面を有し、且つ $I_{AB} \neq I_{AB}$ なる時は前節に求めたる一般式に、

$$\left.\begin{aligned} L_{AD} &= -bW \\ L_{AB_2} &= -\frac{1}{6}b^3 W \\ L_{CA_1} &= -\frac{1}{2}h^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (81)$$



第二十圖

$$\left.\begin{aligned}\beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3 \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3\end{aligned}\right\}$$

を代入すれば良く、從つて（79）式に（81）式を代入すれば、

$$V_C = \frac{Wb\left\{2l^2(v+1)+a(l+b)\right\}}{2l^3(v+1)} \cdots\cdots\cdots\cdots (82)$$

又（80）式に（82）式を代入すれば、

$$H_C = -\frac{Wab(l+b)}{2hl^2(v+1)} \cdots\cdots\cdots\cdots (83)$$

但し、（82）及（83）式に於て、

$$v = \frac{h}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{CA}}$$

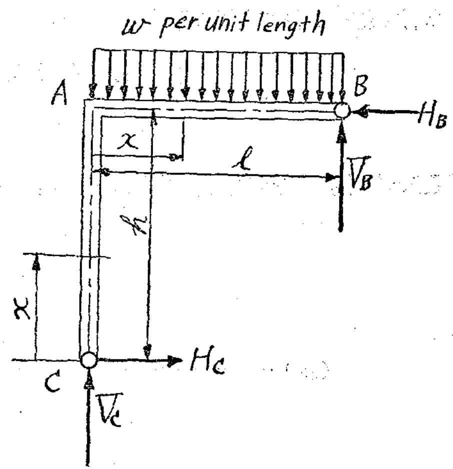
是卽ち吾々が平常ラーメンの公式として知つてゐるものにして、そは各部材の斷面が其の部材の兩端の間に於て全長を通じて一様である場合に對する特別式に過ぎない事を知るのである。

第十三　水平部材上に等布荷重 W を有する L 形定斷

次に掲ぐる第二十一圖の如く水平部材上に等布荷重 w を受け、各部材定斷面にして、且つ其等部材の一端が鉸なる時

は前記（79）式である所の一般式に

$$\left.\begin{aligned} L_{AB} &= -\frac{1}{2}wl^2 \\ L_{AB_2} &= -\frac{1}{24}wl^4 \\ \beta_{CA_1} &= \frac{1}{2}h^2 \\ \beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3 \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (84)$$



第二十一圖

を代入すれば良く、其の結果は、

$$V_C = \frac{1}{8}wh\frac{4v+5}{v+1} \cdots\cdots (85)$$

從つて H_C は此に求めたる（85）式の値を（78）式に代入すれば得らるべく（$L_{AB} = -wl^2/2$）其の結果は

$$H_C = -\frac{1}{8h}\cdot\frac{wl^2}{(v+1)} \cdots\cdots (86)$$

從つて、V_I, M_{AB} 等は簡單に求めらるべく其の結果は、

$$V_B = \frac{1}{8}wl\frac{4v+3}{v+1} \cdots\cdots (87)$$

$$M_{AB} = -\frac{1}{8}\frac{wl^2}{v+1} \cdots\cdots (88)$$

但し (85), (86), (87) 及 (88) 式に於て、$I_{AB} \neq I_{AC}$ にして、且つ

$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}}$$

である。

第十四　鉛直部材上に水平集中荷重を有する L 形構

次に掲ぐる第二十二圖の如く、鉛直部材上に水平集中荷重 W を受け、各部材共變斷面を有する L 形構に於ては CA 部材に對しては、

$$\theta_{CA}-\theta_{AC} = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_1}+L_{CA_1}) \cdots (89)$$

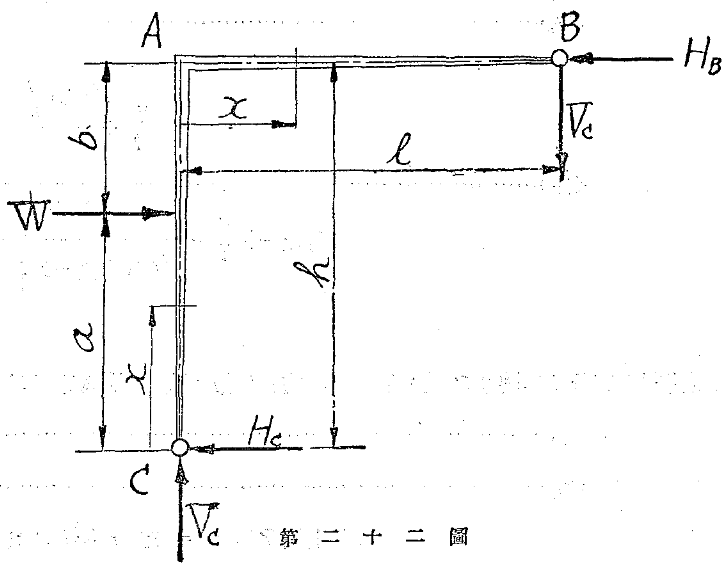
$$\theta_{CA}h = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_2}+L_{CA_2}) \cdots (90)$$

而して AB 部材に對しては、彎曲力率 M は、

$$M = H_Ch+V_Cx-Wb$$

である故に、

$$\theta_{AB}l = -\frac{1}{EI_{AB}}(H_Ch\alpha_{AB_2}+V_C\beta_{AB_2} - Wb\alpha_{AB}) \cdots (91)$$



第二十二圖

然るに、剛節 A に於ける撓角等値の法則及び鉸 B に於ける $M = 0$ なる條件より、

$$\theta_{AC} = \theta_{AB} \cdots\cdots (92)$$

$$H_C h + V_C l - Wb = 0 \cdots\cdots (93)$$

以上、(89) 式より (93) 式までの5個の方程式中に、未知數は θ_{CA}, θ_{AC}, H_C, θ_{AB}, 及 V_C の5個なるを以て、是等の式は解かるべく求められたる未知數は、

$$V_C = \frac{\dfrac{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(L_{CA_1} - \dfrac{1}{h}L_{CA_2}\right) + \dfrac{1}{l}(-Wb)\alpha_{AB_2}}{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1} - \dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + \dfrac{h}{l}\alpha_{AB_2}} - \dfrac{1}{h}(-Wb)}{-\dfrac{\dfrac{1}{l}\beta_{AB_2}}{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1} - \dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + \dfrac{h}{l}\alpha_{AA_2}} + \dfrac{l}{h}} \cdots\cdots (94)$$

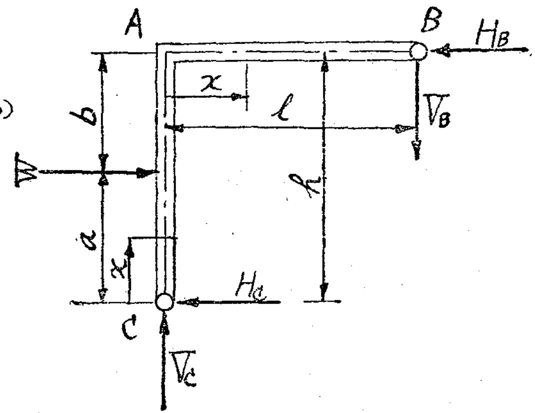
$$H_C = -\frac{1}{h}(V_C l - Wb) \cdots\cdots (95)$$

第十五　鉛直部材上に水平集中荷重を有する L 形定斷面構

次に揭ぐる第二十三圖の如く、鉛直部材上に水平集中荷重 W を受け、各部材定斷面にして、且つ各部材の一端が鉸なる L 形構の場合は、前記 (94) 式に

$$\left. L_{CA_1} = -\frac{1}{2}b^2 W \right\}$$

$$\left.\begin{aligned} L_{CA_2} &= -\frac{1}{6}b^3W \\ \beta_{CA_1} &= \frac{1}{2}h^2 \\ \beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3 \\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3 \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (96)$$



第二十三圖

を代入すれば良く、其の結果は

$$V_C = \frac{1}{2}abW\frac{l(a+h)}{h^2l(v+1)} \cdots\cdots\cdots\cdots (99)$$

$$H_C = \frac{b}{h}W - \frac{l}{h}V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (98)$$

$$H_B = \frac{a}{h}W + \frac{l}{h}V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (99)$$

但し、(97) 式に於て、$I_{AB} \neq I_{AC}$ にして、且つ、

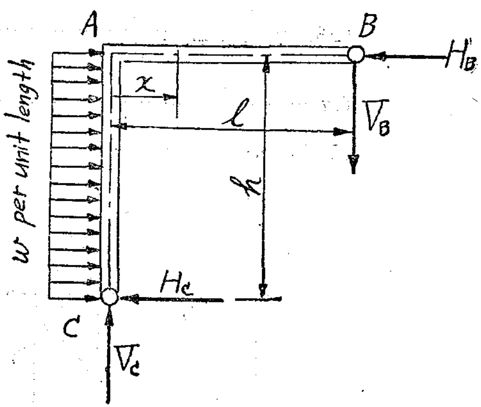
$$v = \frac{h}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{CA}}$$

である。

第十六　鉛直部材上に水平等布荷重 W を有する L 形定斷面構

次に掲ぐる第二十四圖の如く、鉛直部材上に水平等布荷重 W を受け、各部材共定斷面を有する L 形構にして、各部材の一端が鉸なる場合は、前記 (94) 式に於て、$(-bW)$なる荷重のみに依る彎曲力率は$(-Wl^2/2)$となるべく、又

$$\left.\begin{aligned} L_{CA_1} &= -\frac{1}{6}Wh^3 \\ L_{CA_2} &= -\frac{1}{24}Wh^4 \\ \beta_{AC_1} &= \frac{1}{2}h^2 \\ \beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3 \\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3 \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (100)$$



第二十四圖

となるべきに依り、

$$\left.\begin{aligned} V_C &= \frac{1}{8}Wh^2\frac{v}{l(v+1)} \\ H_C &= \frac{1}{8}Wh\frac{3v+4}{v+1} \\ \text{又}\quad H_B &= \frac{1}{8}Wh\frac{5v+4}{v+1} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (101)$$

となり　、吾々が普通に知つてゐる所のラーメンの公式と一致するのである。

第十七　一端固定にして他端鉸なる L 形構

次に掲ぐる第二十五圖の如く、一端固定にして他端鉸なる L 形構に於て CA 部材が變斷面を有し、AB 部材が定斷面を有する場合は CA 部材より計算を始むれば、

$$\theta_{CA}-\theta_{AC} = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_1}) \cdots\cdots (102)$$

$$\theta_{CA}h = -\frac{1}{EI_{CA}}(H_C\beta_{CA_1}) \cdots\cdots (103)$$

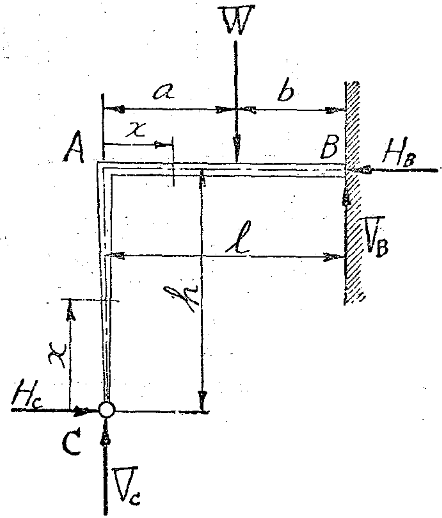
又 AB 部材に對しては、

$$\theta_{AB} = -\frac{1}{EI_{AB}}(H_Ch\alpha_{AB_1}+V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}) \cdots\cdots (104)$$

$$\theta_{AB}l = -\frac{1}{EI_{AB}}(H_Ch\alpha_{AB_2}+V_C\beta_{AB_2}+L_{AB_2}) \cdots\cdots (105)$$

又 A 剛節に於ける撓角等値の法則より、

$$\theta_{AC} = \theta_{AB} \cdots\cdots (106)$$



第二十五圖

以上(102)式より(106)式までの5個の方程式中に於て未知數は θ_{CA}, θ_{AC}, H_C, θ_{AB} 及 V_C の5個であるから之等の未知數は求められる譯である、而して其の求めたる結果は、

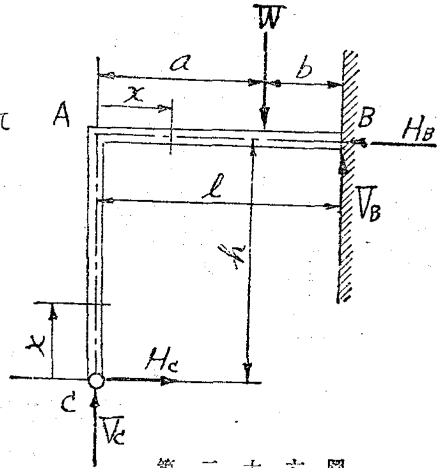
$$V_C = \frac{\dfrac{L_{AB_1}}{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1} - \dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + h\alpha_{AB_1}} - \dfrac{L_{AB_1} - \dfrac{1}{l}L_{AB_2}}{h\left(\alpha_{AB_1} - \dfrac{1}{l}\alpha_{AB_2}\right)}}{\dfrac{\left(\beta_{AB_1} - \dfrac{1}{l}\beta_{AB_2}\right)}{h\left(\alpha_{AB_1} - \dfrac{1}{l}\alpha_{AB_2}\right)} - \dfrac{\beta_{AB1}}{\dfrac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1} - \dfrac{1}{h}\beta_{CA_2}\right) + h\alpha_{AB_1}}} \cdots\cdots(106)$$

$$H_C = -\frac{V_C\left(\alpha_{AB_1} - \dfrac{1}{l}\alpha_{AB_2}\right) + L_{AB_1} - \dfrac{1}{l}L_{AB_2}}{h\left(\alpha_{AB_1} - \dfrac{1}{l}\alpha_{AB_2}\right)} \cdots\cdots(107)$$

第十八　一端固定にして他端鉸なる定斷面の L 形構

右に掲ぐる第二十六圖の如く、一端固定にして他端鉸なる L 形構に於て各部材共定斷面を有する構なる場合は前記（106）式及（107）式に、

$$\left.\begin{aligned} L_{AB_1} &= -\frac{1}{2}b^2W \\ L_{AB_2} &= -\frac{1}{6}b^3W \\ \alpha_{AB_1} &= l \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(108)$$



第二十六圖

$$\left.\begin{aligned}\beta_{AB_1} &= \frac{1}{2}l^2\\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3\\ \beta_{CA_1} &= \frac{1}{2}h^2\\ \beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3\end{aligned}\right\}$$

を代入すれば良く、其の結果は

$$V_C = \frac{b^3}{l^3}W\frac{2v(2l+a)+3(l+2v)}{4v+3} \quad \cdots\cdots(109)$$

$$H_C = -\frac{3ab^2W}{hl^2(4v+3)} \quad \cdots\cdots(110)$$

従つて

$$M_{AC} = -\frac{3ab^2W}{l^2(4v+3)} \quad \cdots\cdots(111)$$

但し、(109) 式 (110) 式及 (111) 式に於て、$I_{AB} \neq I_{AC}$ にして、且つ

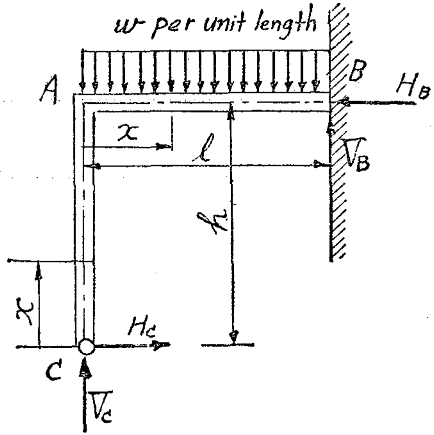
$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}}$$

となり、定斷面ラーメンの公式と一致するのである。

第十九　一端固定にして他端鉸なる定斷面 L 形構にして鉛直等布荷重を有する時

右に揭ぐる第二十七圖の如く、一端固定にして他端鉸なる L 形構が各部材共定斷面を有し、且つ其の水平部材上に等布荷重 W を有する場合は前記 (106) 及 (107) 式に、

$$\left.\begin{aligned} L_{AB_1} &= -\frac{1}{6}wl^2 \\ L_{AB_2} &= -\frac{1}{24}wl^4 \\ \alpha_{AB_1} &= l \\ \alpha_{AB_2} &= \frac{1}{2}l^2 \\ \beta_{AB_1} &= \frac{1}{2}l^2 \\ \beta_{AB_2} &= \frac{1}{6}l^3 \\ \beta_{CA_1} &= \frac{1}{2}h^2 \\ \beta_{CA_2} &= \frac{1}{6}h^3 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(112)$$



第二十七圖

を代入すれば良く、其の結果は、

$$V_C = \frac{3}{2}wl\frac{v+1}{4v+3} \qquad \cdots\cdots(113)$$

$$H_C = -\frac{1}{4}wl^2\frac{1}{h(4v+3)} \quad \cdots\cdots(114)$$

従つて $\Sigma V = 0$ より

$$V_B = \frac{1}{2}wl\frac{5v+3}{4v+3} \quad \cdots\cdots(115)$$

又、$M_{AC} = H_C h$ なるを以て、

$$M_{AC} = -\frac{1}{4}wl^2\frac{1}{4v+3} \quad \cdots\cdots(116)$$

又、(113) より (116) 式までは、何れの式に於ても、$I_{AB} \neq I_{CA}$ にして、且つ

$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}}$$

である。而して、此に注意すべきは前記 (115) 式に於て V_B が正である事は V_B は B 點に於ける鉛直反力なる意味である。若し、V_B を B 點に於ける剪力なりと考ふれば、V_B は負號とすべきにして、計算上より云へば、今までの正負の記號の規約では V_B は負にて算出されたれども、一般に前掲第二十七圖の如き場合に於ては V_B は B 點の反力なりと考へらるるを以て、特に正號を以て表はして置いた。(未完)