變斷面のラーメンに就て（三）

石川　時信

第六　水平集中荷重を有する門構

次に掲ぐる第十四圖の如く鉛直部材に水平集中荷重を受くる門構に於ては CA 部材と BD 部材とが變斷面であるのが普通であるから其の場合の例を示すことゝする。

先つ CA 部材に對しては

$$\theta_{CA}-\theta_{AC} = -\frac{1}{EI_{CA}}\left[H_C\beta_{CA1}+L_{CA1}\right] \cdots\cdots (54)$$

$$\theta_{CA}h-d_{CA} = -\frac{1}{EI_{CA}}\left[H_C\beta_{CA2}+L_{CA2}\right] \cdots\cdots (55)$$

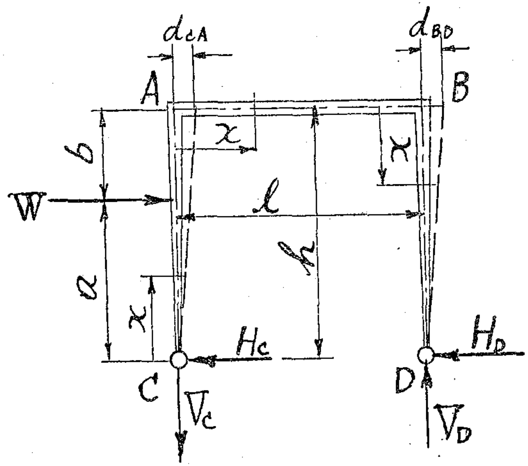
又 AB 部材に對しては彎曲率は H_Ch-V_Cx-bW であるから

$$\theta_{AB}-\theta_{BA} = -\frac{1}{EI_{AB}}\left[H_Chd_{AB1}-V_C\beta_{AB1}-bW\alpha_{AB1}\right] \cdots\cdots (56)$$

$$\theta_{AB}l-O = -\frac{1}{EI_{AB}}\left[H_Ch\alpha_{AB2}-V_C\beta_{AB2}-bW\alpha_{AB2}\right] \cdots\cdots (57)$$

又 BD 部材に對しては彎曲率は BD 部材上に於て直線變化遞減をなし D 點に到て零となる故に

$$M = (H_C h - V_C l - bW)(h-x)/h$$
$$= H_C(h-x) - V_C l(1-x/h) - bW(1-x/h)$$



第十四圖

從つて BD 部材に對して基本式を適用すれは

$$\theta_{BD}h - d_{BD} = -\left[H_C(h\alpha_{BD2} - \beta_{BD2}) - V_C l\left(\alpha_{BD2} - \frac{1}{h}\beta_{BC2}\right) - bW\left(\alpha_{BD2} - \frac{1}{h}\alpha_{BD2}\right)\right] \cdots\cdots (58)$$

以上(54)式より(58)式までの5個の式中未知數が θ_{CA}, θ_{AC}, H_C, d_{CA}, θ_{AB}, θ_{BA}, θ_{BD} 及 d_{BD} の8個含まる故に尙3個の式を得るに非れば之等の未知數は求められず、然るに A 剛節及 B 剛節に於ける撓角等値の法則及等變位の條件より次の三つの條件式が得らる。

$$\theta_{AC} = \theta_{AB} \cdots\cdots (59)$$

$$\theta_{BA} = \theta_{BD} \cdots\cdots (60)$$

$$d_{CA} = d_{BD} \cdots\cdots (61)$$

從つて其等未知數は求めらるべく、其の結果は

$$H_C = -\frac{-V_C\left\{\beta_{AB1}+\frac{l}{h}\left(\alpha_{BD2}-\frac{1}{h}\beta_{BD2}\right)\right\}+n\left(L_{CA1}-\frac{1}{h}L_{CA2}\right)-bW\left\{\alpha_{AB1}+\frac{1}{h}\left(\alpha_{BD2}-\frac{1}{h}\beta_{BD2}\right)\right\}}{n\left(\beta_{CA1}-\frac{1}{h}\beta_{CA2}\right)+h\alpha_{AB1}+\left(\alpha_{BC2}-\frac{1}{h}\beta_{BD2}\right)} \quad \cdots\cdots(62)$$

但し、 $n = \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{BD}}{I_{CA}}$

從つて

$$M_{AC} = H_C h - bW$$
$$= M_{AB} \quad \cdots\cdots(63)$$

又

$$M_{BA} = H_C h - V_C l - bW$$
$$= M_{BD} \quad \cdots\cdots(64)$$

但し、(62)式乃至(64)式に於て $V_C = aW/l$

若し、 $n' = \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{AB}}{I_{BD}}$

なる時は

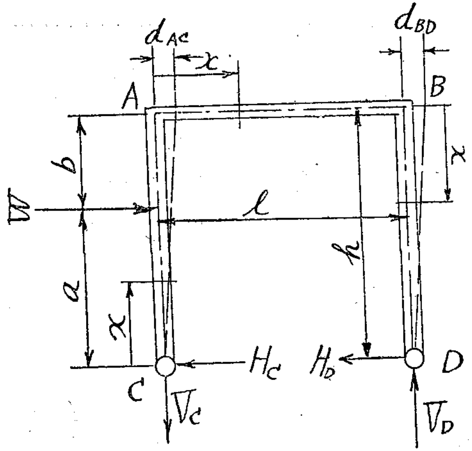
$$H_C = -\frac{-V_C\left\{\beta_{AB1}+\frac{n'l}{h}\left(\alpha_{BD2}-\frac{1}{h}\beta_{BD2}\right)+n'\left(L_{CA1}-\frac{1}{h}L_{CA2}\right)-bW\left\{d_{AB1}+\frac{n'}{h}\left(d_{BD2}-\frac{1}{h}\beta_{BC2}\right\}\right.\right.}{n'\left\{\beta_{CA1}+\alpha_{BD2}-\frac{1}{h}\left(\beta_{CA2}+\beta_{BD2}\right)\right\}+h\alpha_{AB1}} \quad \cdots\cdots(65)$$

是即ち CA 部材と AB 部材とが A 剛節に於て同一の慣性能率を有せず、又 BA 部材と BD 部材とが B 剛節に於て相等しき慣性能率 _ 有せざる場合にして、變斷面のラーメンを一般的に取扱つて、定斷面のラーメンを特殊的に取扱はんとするためには本式の形式を取るべきであるを示す。

第七　水平集中荷重を有する定斷面の門構

次に掲ぐる第十五圖の如く水平集中荷重を受け各部材が定斷面を有し、且つ A 點及 B 點に於て各部材が共通の慣性能率を有せざる時は前記(65)式に次の諸式を代入すればよし。

$$\left.\begin{aligned}
\beta_{CA1} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{CA2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
\alpha_{AB1} &= l \\
\beta_{AB1} &= \frac{1}{2}l^2 \\
\alpha_{BD2} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{BD2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
L_{CA1} &= -\frac{1}{2}b^2 W
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (66)$$



第十五圖

$$\left.\begin{aligned} L_{CA2} &= -\frac{1}{6}b^3W \\ V_C &= \frac{a}{l}W \\ n' &= \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{AB}}{I_{BD}} \end{aligned}\right\}$$

而して、其の結果は

$$H_C = \frac{W}{2}\cdot\frac{v(2h^3+3hb^2-b^3)+3h^2(h+b)}{h^3(2v+3)} \quad \cdots\cdots\cdots(67)$$

但し、(67)式に於ては、

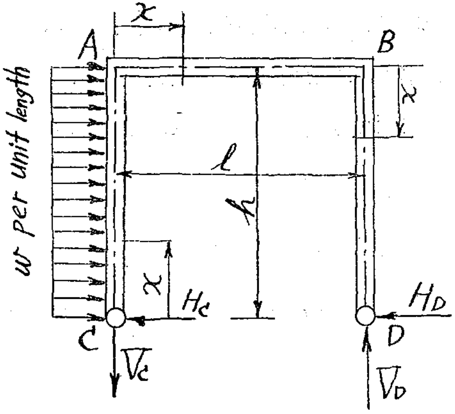
$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{BD}}$$

是卽ち鉛直部材に水平集中荷重 W を受くるラーメンの H_C 公式として吾々が普通極めてよく知れるものにして、各部材の慣性能率が一樣なる時のものである。但し、此の場合 A 點及 B 點に於ては AC 部材と AB 部及 BA 部材と BD 部材とは同一の慣性能率を有せずとして數式を取扱つてゐるのが從來のラーメンの公式の成立の條件となつてゐるのであるが其の力學的の意味は其れ等の點に同一の慣性能率を肯定してゐるのであるから、其處に大なる矛盾を來す事となる。斯樣の意味からしても、變斷面ラーメンと定斷面ラーメンとの間造を全然別個のもとして論ずるか又一般なる場合と特別なる場合との二つに分類するかは頗る重要なる問題なりと考へらるのである。

第八　水平等布荷重を受くる定斷面の門構

次に掲ぐる第十六圖の如く鉛直部材に水平等布荷重を受くる定斷面の門構に於ては前記(65)式に

$$\left.\begin{aligned}
\beta_{CA1} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{CA2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
\alpha_{AB1} &= l \\
\beta_{AB1} &= \frac{1}{2}l^2 \\
\beta_{BD2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
-bW &= -\frac{1}{2}Wh^2 \quad \left(\text{荷重のみに依る彎曲率}\right) \\
L_{CA1} &= -\frac{1}{6}Wh^3 \\
L_{CA2} &= -\frac{1}{24}Wh^4 \\
V_C &= \frac{1}{2}\,\frac{Wh^2}{l} \\
n' &= \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{BD}}{I_{BD}}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (68)$$



第十六圖

而して其の結果は

$$H_C = \frac{1}{8} Wh \frac{11v+18}{2v+3} \quad \cdots\cdots (69)$$

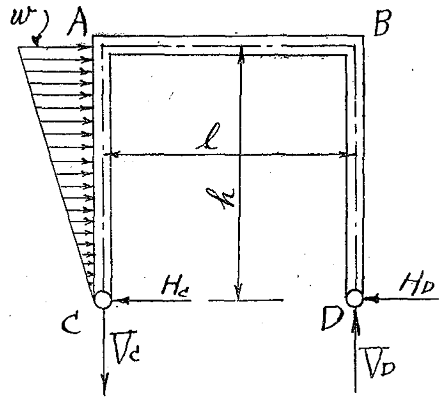
但し、(68)式に於て

$$v = \frac{h}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{h}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{BD}}$$

第九　水平等變遞增荷重を受くる定斷面の門構

次に掲ぐる第十七圖の如く鉛直部材に水平等變遞增荷重を受くる定斷面の門構に於ては前記(65)式に

$$\left.\begin{aligned}
\beta_{CA1} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{CA2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
\alpha_{AB1} &= l \\
\beta_{AB1} &= \frac{1}{2}l^2 \\
\alpha_{BD2} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{BD2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
-bW &= -\frac{1}{6}Wh^2 \left(\text{荷重のみに依る彎曲率}\right) \\
L_{CA1} &= -\frac{1}{24}Wh^3
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (70)$$



第十七圖

$$
\left.
\begin{aligned}
L_{CA2} &= -\frac{1}{120}Wh^4 \\
V_C &= \frac{1}{3}\cdot\frac{Wh^2}{l} \\
n' &= \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{AB}}{I_{BC}}
\end{aligned}
\right\}
$$

を代入すればよく、其の結果は

$$H_C = \frac{1}{30}Wh\frac{18v+30}{2v+3} \quad \cdots\cdots (71)$$

但し、

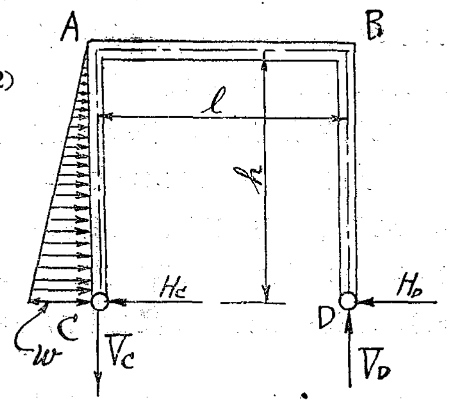
$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{BD}}$$

第十　水平等變遞減荷重を受くる定斷面の門構

次に掲ぐる第十八圖の如く、鉛直部材に水平等變遞減荷重を得くる定斷面の門構に於ては前記(65)式に

$$
\left.
\begin{aligned}
\beta_{CA1} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{CA2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
\alpha_{AB1} &= l \\
\beta_{AB1} &= \frac{1}{2}l^2
\end{aligned}
\right\}
$$

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_{BD2} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{BD2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
-bW &= -\frac{1}{3}Wh^2 \quad \left(\begin{matrix}\text{荷重のみに}\\\text{依る彎曲率}\end{matrix}\right) \\
L_{CA1} &= -\frac{1}{8}Wh^3 \\
L_{CA2} &= -\frac{1}{30}Wh^4 \\
V_C &= \frac{1}{6}\cdot\frac{Wh^2}{l} \\
n' &= \frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{I_{AB}}{I_{BD}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(72)$$



第　十　八　圖

を代入しても得らるべく、又前記(69)式より(71)式を減じても得らるべく其の結果は、

$$H_C = \frac{1}{40}Wh\frac{31v+50}{2v+3}\cdots\cdots\cdots(73)$$

但し、　$$v = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{CA}} = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_{AB}}{I_{BC}}$$

以上(69)(71)及(73)式は孰れも吾々の極めてよく見るラーメンの公式にして、變斷面のラーメンの特別なる場合である事がよく判る。(未完)