變斷面のラーメンに就て（二）

石川　時信

〔二〕基本式の適用例

變斷面を有する部材より成立つ結構の任意の一部材 AB の兩端に於ける不靜定未知量 V_A, M_A, M_B, θ_A, θ_B, 及 d_B に對して三個の方程式

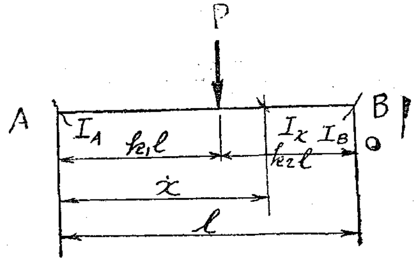
$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left(V_A l + L_0\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\left(M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI_A}\left(M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\}$$

を得たるは前述の如くなるが、本章に於ては專ら其の適用をなす。而して其の適用例中に於て、從來の如く部材斷面が定斷面なる場合の既知公式との符合如何にとの疑問が生ぜぬとも限らぬから、其の樣な場合に直ちに其の疑念をして解決せしむるに便するために、極めて簡單なる豫備計算を先に揭げて置いて然る後本章の實體に入る。

例へば前記の基本式中に於ける L_0, L_1 及 L_2 の三つは從來のラーメンセオリーに於ける荷重項の如きものにして、豫め計算し置くべきものなれば、其の簡單なる場合のものを次に掲ぐ。

第三圖の如き場合は、

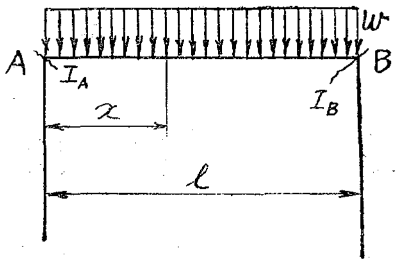
$$\left.\begin{aligned} L_0 &= -k_2 l P \\ L_1 &= -\frac{1}{2} k_2^2 l^2 P \\ L_2 &= -\frac{1}{6} k_2^3 l^3 P \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (23)$$



第　三　圖

又第四圖の如き場合は、

$$\left.\begin{aligned} L_0 &= -\frac{1}{2} w l^2 \\ L_1 &= -\frac{1}{6} w l^3 \\ L_2 &= -\frac{1}{24} w l^4 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (24)$$



第　四　圖

又第五圖の如き場合は、

$$L_0 = -\frac{1}{6} w l^2$$

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= -\frac{1}{24} wl^3 \\ L_2 &= -\frac{1}{120} wl^4 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

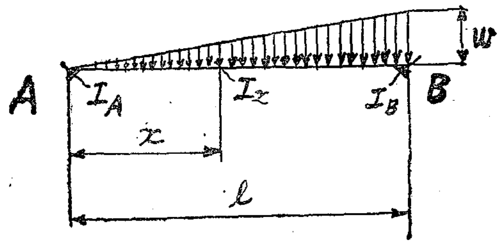
又第六圖の如き場合は、

$$\left.\begin{aligned} L_0 &= -\frac{1}{3} wl^2 \\ L_1 &= -\frac{1}{8} wl^3 \\ L_2 &= -\frac{1}{30} wl^4 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

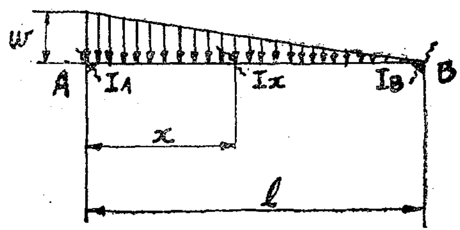
而して以上第三圖より第六圖に至るまでの四つの場合に於ては α_1, α_2, β_1, 及 β_2 は何れも共通にして、

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= l \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} l^2 \\ \beta_1 &= \frac{1}{2} l^2 \\ \beta_2 &= \frac{1}{6} l^3 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

である。



第　五　圖



第　六　圖

以上の事を述べて本章の實體に入る。

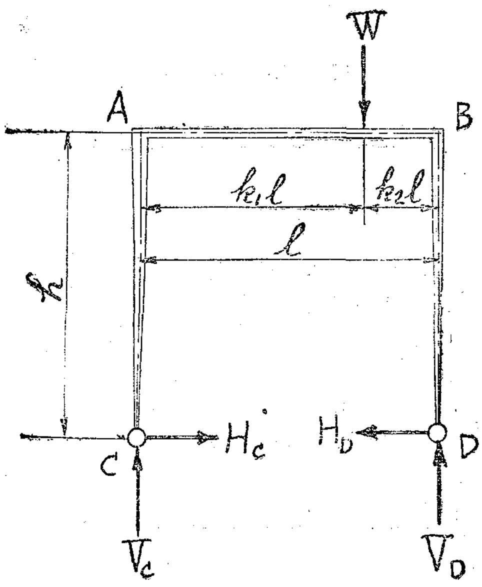
1　構脚鉸端なる門構

第七圖は構脚が鉸端である場合の門構の例にして、變斷面のラーメンとしては一番先に考へ着き易い形であるから、其の一例を掲げん。今 H_C 及 M_{AB} 等は正負の符號は之れを豫め定め置くも置かざるも結果は同じなれば其の取扱ひの便のために、之れを豫め定めずに進めば基本式より、

CA 部材に對しては、

$$\theta_{CA}-\theta_{AC} = -\frac{1}{EI_{CA}}[H_C\beta_{CA_1}] \cdots\cdots(28)$$

$$\theta_{CA}h-d_{CA} = -\frac{1}{EI_{CA}}[H_C\beta_{CA_2}] \cdots\cdots(29)$$



第七圖

又 AB 部材に對しては、

$$\theta_{AB}-\theta_{BA} = -\frac{1}{EI_{AB}}[M_{AB}\alpha_{AB_1}+V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}] \cdots\cdots(30)$$

$$\theta_{AB}l = -\frac{1}{EI_{AB}}[M_{AB}\alpha_{AB_2}+V_C\beta_{AB_2}+L_{AB_2}] \cdots\cdots(31)$$

又 BD 部材に對しては、

$$\theta_{BD}h-d_{BD} = -\frac{1}{EI_{BD}}\left[M_{BD}\alpha_{BD_2}-M_{BD}\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right] \quad \cdots\cdots(32)$$

以上 (28) 式より (32) 式までの5箇の方程式中には未知數が θ_{CA}, θ_{AC}, d_{CA}, θ_{AB}, θ_{BA}, M_{AB}, V_C, θ_{BD}, d_{BD}, 及 M_{BD} の 11 箇含まれてゐるを以て、尚6箇の方程式を得るに非らずんば其等の未知數は求められぬ。然るに靜力學的條件 $\Sigma H = 0$ より $H_C = H_D$ なるを以て第八圖より

$$M_{AB} = M_{BD} \quad \cdots\cdots(33)$$

又各剛節に於ける條件より

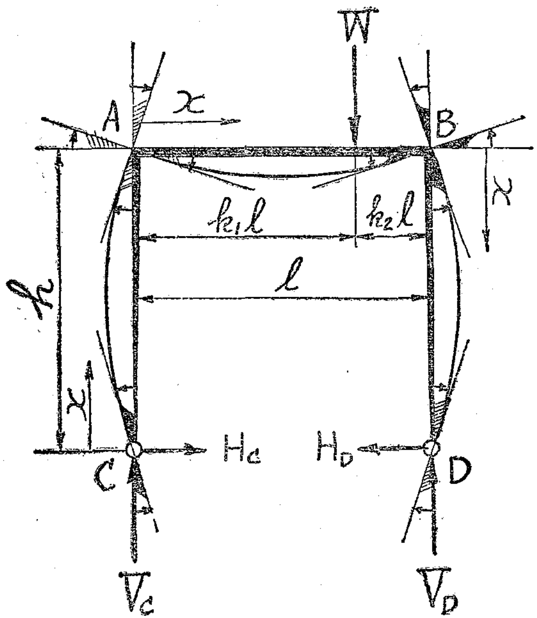
$$\theta_{AC} = \theta_{AB} \quad \cdots\cdots(34)$$

$$\theta_{BA} = \theta_{BD} \quad \cdots\cdots(35)$$

$$M_{AB} = H_C h \quad \cdots\cdots(36)$$

$$\theta_{AB} = -\theta_{BA} \quad \cdots\cdots(37)$$

$$d_{CA} = d_{BD} \quad \cdots\cdots(38)$$



第　八　圖

即ち6箇の方程式を得たり、從つて其等の未知數は求めらる。

今 A 剛節及 B 剛節は相等しき慣性能率を有するもの $I_{AB}=I_{BD}$ とせば

$$H_C = -\frac{V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}}{\frac{I_{AB}}{I_{CA}}\left(\beta_{CA_1}-\frac{\beta_{CA_2}}{h}+h\alpha_{AB_1}+\left(\alpha_{BD_2}-\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right)\right.} \quad \cdots\cdots(39)$$

即ち不靜定未知量 H_C は求められたり。但し本式中 V_C は $\Sigma V = 0$ なる靜力學的條件より直ちに $V_C = k_2 W$ を得るを以て、不靜定未知量として取扱はざるものとす。

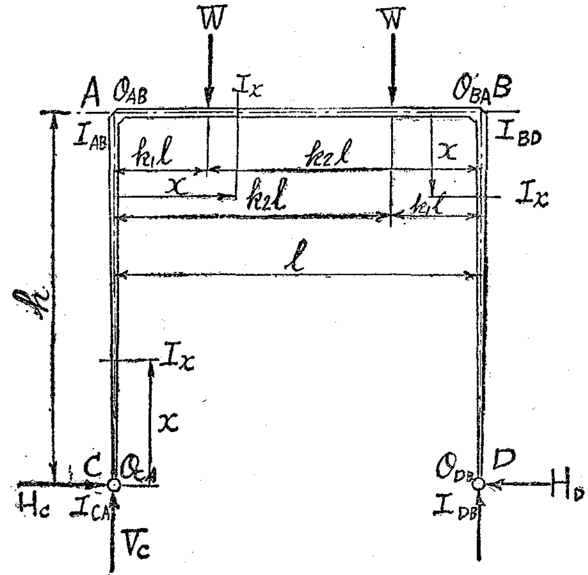
斯く H_C が求まれば前掲 (36) 式を使ふまでもなく、

$$M_{AB} = H_C h$$

又同じく前掲 (33) 式を使ふまでもなく、

$$M_{BD} = M_{AB} = H_C h$$

となる譯である。



第　九　圖

2　水平部材上に對稱荷重を有する門構

第九圖の如く水平部材上に對稱荷重を有する門構に於ては結構及荷重が左右對稱であるから解法は割合に簡單である。

即ち AB 部材に對しては、

$$\theta_{AB}-\theta_{BA} = -\frac{1}{EI_{AB}}\left[M_{AB}\alpha_{AB_1}+V_C\beta_{AB_1}+L_1\right] \quad \cdots\cdots(40)$$

BD 部材に對しては、

$$\theta_{BD}h = -\frac{1}{EI_{BD}}\left[M_{BD}\alpha_{BD_2} - M_{BD}\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right] \quad \cdots\cdots(41)$$

然るに次に掲ぐる第十圖の如く剛節に於ける條件より、

$$\theta_{AB} = -\theta_{BA} = -\theta_{BD}$$

$$M_{AB} = M_{BD}$$

なるを以て $I_{AB} = I_{BD}$ とすれば、

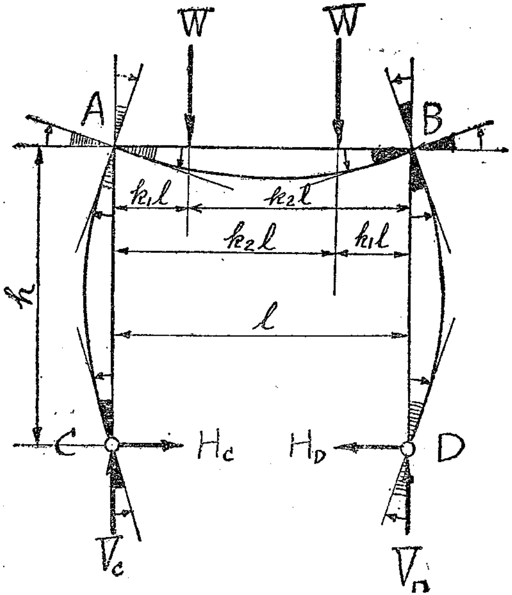
$$M_{AB} = \frac{V_C\beta_{AB_1} + L_{AB_1}}{-\alpha_{AB_1} + \frac{2}{h}\left(\alpha_{BD_2} - \frac{\beta_{BD_2}}{h}\right)} \quad \cdots\cdots(42)$$

従つて、

$$H_C = \frac{M_{AB}}{h}$$

$$= -\frac{V_C\beta_{AB_1} + L_{AB_1}}{h\alpha_{AB_1} + 2\left(\alpha_{BD_2} - \frac{\beta_{BD_2}}{h}\right)} \quad \cdots\cdots(43)$$

但し $V_C = W_o$



第十圖

3 水平部材と鉛直部材とが其の剛節點に於て相等しからざる斷面を有する門構

第十一圖の如く A 及 B 剛節點に於て各部材の相等しき斷面を以て剛結せられずして相等しからざる斷面を以て剛結せられたる場合に於ては解式は次の如くにして，本節に於ける解式は定斷面部材のラーメン卽ち從來のラーメンの解式と關聯して考ふる時に適する最も一般的のものである。卽ち AB 部材に對しては，

$$\theta_{AB}-\theta_{BA} = -\frac{1}{EI_{AB}}\left(M_{AB}\alpha_{AB_1}+V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}\right) \quad \cdots\cdots(44)$$

又 BD 部材に對しては，

$$\theta_{BD}h = -\frac{1}{EI_{BD}}\left[M_{BD}\alpha_{BD_2}-M_{BD}\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right]$$

然るに各剛節に於ける條件より，

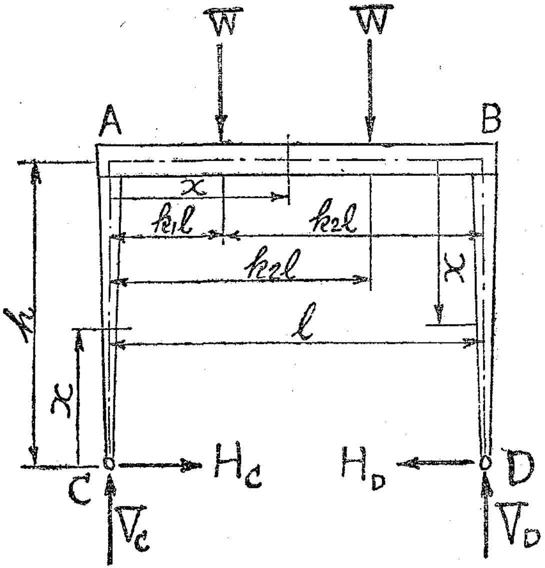
$$\theta_{BD} = -\theta_{BA} = -\theta_{BD}$$

$$M_{AB} = M_{BD}$$

にして且つ，

$$I_{AB} \neq I_{BD}$$

なるを以て，



第十一圖

$$M_{AB} = -\frac{V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}}{\alpha_{AB_1}+2\frac{I_{AB}}{hI_{BD}}\left(\alpha_{BD_2}-\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right)} \quad \cdots\cdots(46)$$

從つて、

$$H_C = \frac{M_{AB}}{h}$$

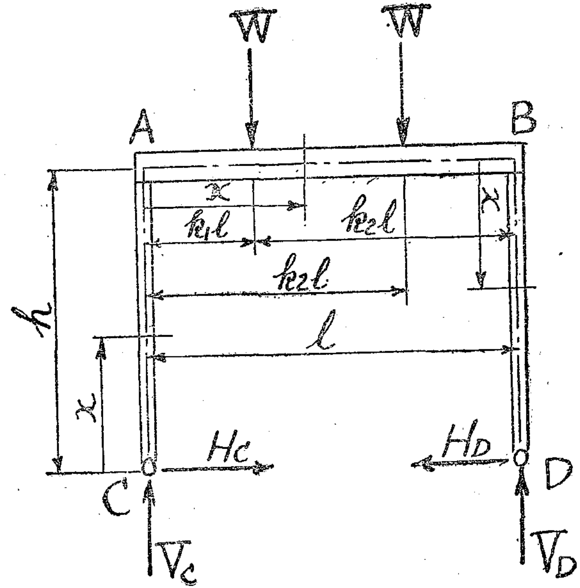
$$= -\frac{V_C\beta_{AB_1}+L_{AB_1}}{h\alpha_{AB_1}+2\frac{I_{AB}}{I_{BD}}\left(\alpha_{BD_2}-\frac{\beta_{BD_2}}{h}\right)}$$

4 各部材定斷面にして各剛節點に於て各部材相等しらざる門構

第十二圖の如く剛節點に於て各部材が相等しからざる斷面を以て剛結せられ、各部材は定斷面を有する場合は、從來吾々の取扱つてゐたラーメンであるが、それは前揭 (46) 式中に於ける α_{BD_2}, β_{AB_1}……等に前揭豫備計に示したる値を代入すればよい、卽ち、

$$\alpha_{AB_1} = l$$

$$\alpha_{BD_2} = \frac{1}{2}h^2$$



第十二圖

$$\left.\begin{aligned} \beta_{AB_1} &= \frac{1}{2} l^2 \\ \beta_{BD_2} &= \frac{1}{6} h^3 \\ V_C &= W, \quad \frac{h}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{BD}} = v \\ L_{AB_1} &= -\frac{1}{2} Wl^2 (k_1^2 + k_2^2) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (48)$$

とすれば得らるべく其の結果は、

$$M_{AB} = -\frac{3k_1 k_2 lW}{2v+3} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (49)$$

從つて、

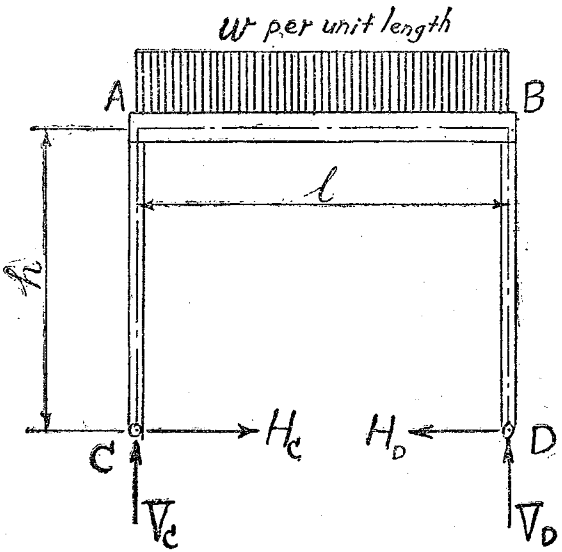
$$H_C = \frac{M_{AB}}{h}$$

$$= -\frac{3k_1 k_2 lW}{(2v+3)h} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (50)$$

是卽ち吾々がラーメンの公式として從來使用してゐたものである。

同樣にして第十三圖の如き場合に於ては、

$$\alpha_{AB_1} = l$$



第十三圖

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_{BD_2} &= \frac{1}{2}h^2 \\
\beta_{AB_1} &= \frac{1}{2}l^2 \\
\beta_{BC_2} &= \frac{1}{6}h^3 \\
V_C &= \frac{1}{2}wl \\
L_{AB_1} &= -\frac{1}{6}wl^3
\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(51)$$

であるから、之等の値を (46) 式に代入すればよく、其の結果は、

$$M_{AB} = -\frac{1}{4}wl^2 \frac{1}{2v+3} \qquad \cdots\cdots(52)$$

$$H_C = -\frac{1}{4}wl^2 \frac{1}{h(2v+3)} \qquad \cdots\cdots(53)$$

但し、 $v = \frac{k}{l} \cdot \frac{I_{AB}}{I_{BD}}$,

となり普通に吾々の用ひてゐたラーメンの公式と一致す。(未完)