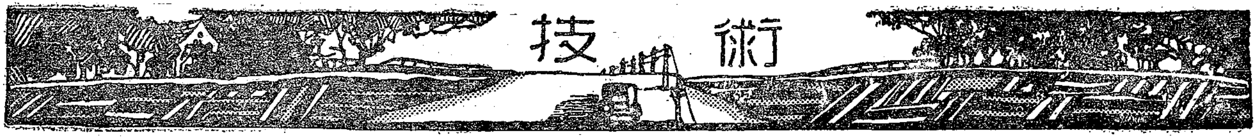


變斷面のラーメンに就て㈠

石川時信

變斷面のラーメンといふのは、部材の斷面が其の部材の兩端の間で一樣でなく、漸變するか又は急變する樣な部材から成立つてゐるラーメンといふ意にして、吾々が日常よく設計する橋梁とかビルデイングとかいふものゝ内には、其の内の一部分には隨分部材の斷面が一樣で無いものが多數あるが、而し吾々はラーメンの公式を使用する時にも、勿論部材の斷面は一樣のものとして計算してゐるのが普通である。然しながら、これは實際から云へば只計算に手數がかゝるからそんな事をしてゐるのであつて、そんな工合にして計算したものが果して實際に理論的のものであるか、又は充分其の計算が信頼出來る程度に經濟的であるか否かは頗る六ケしい事にして、其れを本當に安心して計算したり、設計したりせんとするには、どうしても部材の斷面は實際使用せんとする形に從つて、變斷面ならば變斷面、一樣斷面ならば一樣斷面として取扱はなくてはならぬ。然かもその部材の斷面の形が其の部材の兩端で一樣でない場合の如きは、其の一樣でない事が計

算の結果に及ぼす影響が如何に大きいものであるかは、一二度ラーメンの計算をした人は誰しも氣づく事であるけれども、どう云ふ譯か仲々その事を取り上げて問題にする人が少い樣である。否少いのではなくて其の都度それを問題にしない人が殆んどゐないといつてもよい位に度々我々は其の問題を耳にした。それにも拘らず、そんなら何處かからよい參考書なり雜誌なりを探し出して來てそれを使ふとか、又は人にもそれを見せてやるといふ風にすればよいのであるが、其れが又一切皆目なされてゐない。これは誠になげかはしい事であるがその情無い事はよいとしても甚しい人に至つては、それは Wilson の Slope Deflection Method でも Gehler でもやつてゐない位の事を云つて平氣な顏をしてゐる人が決して少くない。併し乍ら事の眞實をよく考へて見ると隨分變てこな事である。假令 Wilson や Gehler がやつてゐなくても、目の前に見えてどうにも信頼が出來ぬ事がはつきり判つてゐる事なら、なにもそれを無理に安心する必要は無からうと思ふ。それを無理に安心しやうといふのなら、わざわざ Wilson や Gehler の厄介にならなくても單桁なら最大彎曲率は $wl^2/8$ か又は $Wl/4$ であるし、固定桁ならば $wl^2/12$、突桁ならば $wl^2/2$ であるから、それ位の所で見當をつけてもよい位であるのに、猫も杓子もやれラーメン．ラーメンといつて騷いでゐるのが實に氣に障つてならぬ，然かもこのラーメンといふのは元々舶來もので、吾々日本人が高の知れたラーメン位のものにそんなに騷ぐならば、恰度多摩川緣に寢起きしてゐる朝鮮人勞働者がやれ日本語、やれ日本語といつて、日本語でなければ夜も日も明けぬ樣にしてゐるのと少しも異る所がない。今や日本は米國を屠つて正に世界唯一の覇者にならうとしてゐる時であるのに、も少し日本人は日本人らしい處が無くてはなるまい。實はその意氣を以て一昨々年頃から、少し研究したのが此處に揭げた變斷面のラーメンである。これは前にもシビルにも出した事のあるものに、だんだん修正を加へてまた此處に揭げた樣な次第にして、今度のは大分

わかり易いだらうと思ふ。若し同好の士があつて參考の一助ともなり、また大に足らざる所を叱正して頂く事が出來れば著者の光榮それに過ぐる所ありませぬ。

それで以下に述べんとする所を次の項目に分けて說明したいと思ふ。

〔一〕基　本　形

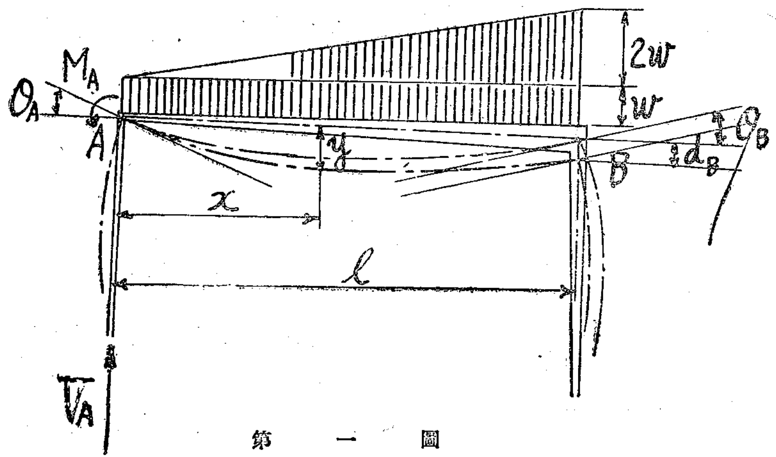
次に揭ぐる第一圖の如く結構の一部材 AB が w なる等布荷重と、其の外に零より $2w$ に達する直線變化の遞增荷重を受くる時は x 點の Moment は

$$M=M_A+V_Ax-\frac{1}{2}wx^2-\frac{1}{3l}wx^3\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

であるから、x 點の慣性能率を $I_Af(x)$ とし、又部材の材質の彈性率を E とすれば、桁の彈性式

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EI_Af(x)}$$

より、



第一圖

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{EI_A}\left[M_A\frac{1}{f(x)}+V_A\frac{x}{f(x)}-\frac{1}{2}w\frac{x^2}{f(x)}-\frac{w}{3l}\frac{x^3}{f(x)}\right]\cdots\cdots(2)$$

となる譯である。而して玆に彎曲率は或る斷面より原點側に就て考ふる事とし、正負の符號は右廻りを正とし、左廻りを負とし、從つて剪力は正の彎曲率を起すものを正とし、負の彎曲率を起すものを負とす。又彎曲率や剪力は正負の符號が孰れなりや判明せざる時は正を以て表はして置く。又彎曲率 M_A 又は剪力 V_A 慣性能率 I_A は何れも部材 AB の A 端のものを示すものとし、時に依りては M_{AB}, V_{AB}, 又は I_{AB} の如く表はす事もあり、何れも同意味のものとす。從つて M_{BA}, V_{BA}, 又は I_{BA} の如く記す時は B 端のものを表はすものとす。之等の記號は普通吾々がラーメンに使用してゐるものと全く同一とす。又次に出て來る撓角 θ_A 及 θ_B の如きも同じく θ_{AB} 及 θ_{BA} の如く表はすものとす。又撓度 d_A は d_{AB} と記しても d_{BA} と記しても、孰れも同じく A 端と B 端との關係的撓度を表はすものとす。尙撓角は其の部材の原位置線より右廻りになるものが負符にて算出されるのであるが、式を作る場合は正負の符號は右廻りになるものを正として式を作る事とす。又撓度は正負の符號は考へず孰れも正として式を作る。但し算出される時は必ずしも正を以て、立てたものが正に算出さるるとは限らぬ。一般に正を以て式中に取り入れたるは、其の正負の符號は算出後にあらざれば判明せざるものとす。此の事は彎曲率及剪力にも適用さるゝものとす。

以上の如く符號の規約をしておいて、（2）式を積分して問題を解くのが本論の目的であるが、元來此の問題は部材の慣性能率を表はす $f(x)$ と彎曲率 M とが x の函數であるから、其の函數を先に與えざれば問題が解けぬのではないかと思はれる事がよくあるが、それは全くの杞憂にして、本論に於ては $f(x)$ とか M とかには全く無頓着に先づ進んで、

後に M 又は $f(x)$ の問題を解結しやうといふのである。

從つて（2）式より、

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{EI_A}\left[M_A\int_0^x\frac{1}{f(x)}dx+V_A\int_0^x\frac{x}{f(x)}dx-\frac{1}{2}w\int_0^x\frac{x^2}{f(x)}dx-\frac{w}{3l}\int_0^x\frac{x^3}{f(x)}dx\right]+\theta_A \quad\cdots\cdots(3)$$

$$y=\frac{1}{EI_A}\left[M_A\int_0^x\int_0^x\frac{dx^2}{f(x)}+V_A\int_0^x\int_0^x\frac{xdx^2}{f(x)}-\frac{1}{2}w\int_0^x\int_0^x\frac{x^2}{f(x)}dx^2-\frac{w}{3l}\int_0^x\int_0^x\frac{x^3}{f(x)}dx^2\right]+\theta_A x \quad\cdots\cdots(4)$$

但し此の場合は A 端は變位なきものとす。

（3）及（4）式より B 端に於ける撓角及撓度（變位に同じ）は、

$$\frac{1}{EI_A}\left[M_A\int_0^l\frac{1}{f(x)}dx+V_A\int_0^l\frac{x}{f(x)}dx-\frac{1}{2}w\int_0^l\frac{x^2}{f(x)}dx-\frac{w}{3l}\int_0^l\frac{x^3}{f(x)}dx\right]+\theta_A=\theta_B \quad(5)$$

$$\frac{1}{EI_A}\left[M_A\int_0^l\int_0^x\frac{dx^2}{f(x)}+V_A\int_0^l\int_0^x\frac{xdx^2}{f(x)}-\frac{1}{2}w\int_0^l\int_0^x\frac{x^2}{f(x)}dx^2-\frac{w}{3l}\int_0^l\int_0^x\frac{x^3}{f(x)}dx^2\right]+\theta_A l=d_B \quad\cdots\cdots(6)$$

となる。（5），（6）式に於て、

$$\alpha_1=\int_0^l\frac{1}{f(x)}dx \quad\cdots\cdots$$

$$\beta_1=\int_0^l\frac{x}{f(x)}dx \quad\cdots\cdots$$

$$\left.\begin{aligned}
L_1 &= -\frac{1}{2}w\int_0^l \frac{x^2}{f(x)}dx - \frac{w}{3l}\int_0^l \frac{x^6}{f(x)}dx \cdots\cdots\cdots \\
\alpha_2 &= \int_0^l\int_0^x \frac{dx^2}{f(x)} \cdots\cdots\cdots \\
\beta_2 &= \int_0^l\int_0^x \frac{x}{f(x)} \cdots\cdots\cdots \\
L_2 &= -\frac{1}{2}w\int_0^l\int_0^x \frac{x^2}{f(x)}dx^2 - \frac{w}{3l}\int_0^l\int_0^x \frac{x^3}{f(x)}dx^2
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (7)$$

とすれば、

$$\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1\right] + \theta_A = \theta_B \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2\right] + \theta_A l = d_B \cdots\cdots\cdots (9)$$

（8），（9）兩式中に於ける α_1 β_1 L_2 α_2 β_2 L_2 の如きものは荷重と慣性能率さえ與ふれば計算出來る數量である。

又（1）式より B 端の彎曲率は、

$$M_A + V_A l - \frac{1}{2}wl^2 - \frac{1}{3}wl^2 = M_B \cdots\cdots\cdots (10)$$

であるから（10）式に於て、

$$L = -\frac{1}{2}wl^2 - \frac{1}{3}wl^2 \quad \cdots\cdots (11)$$

とすれば（10）式は、

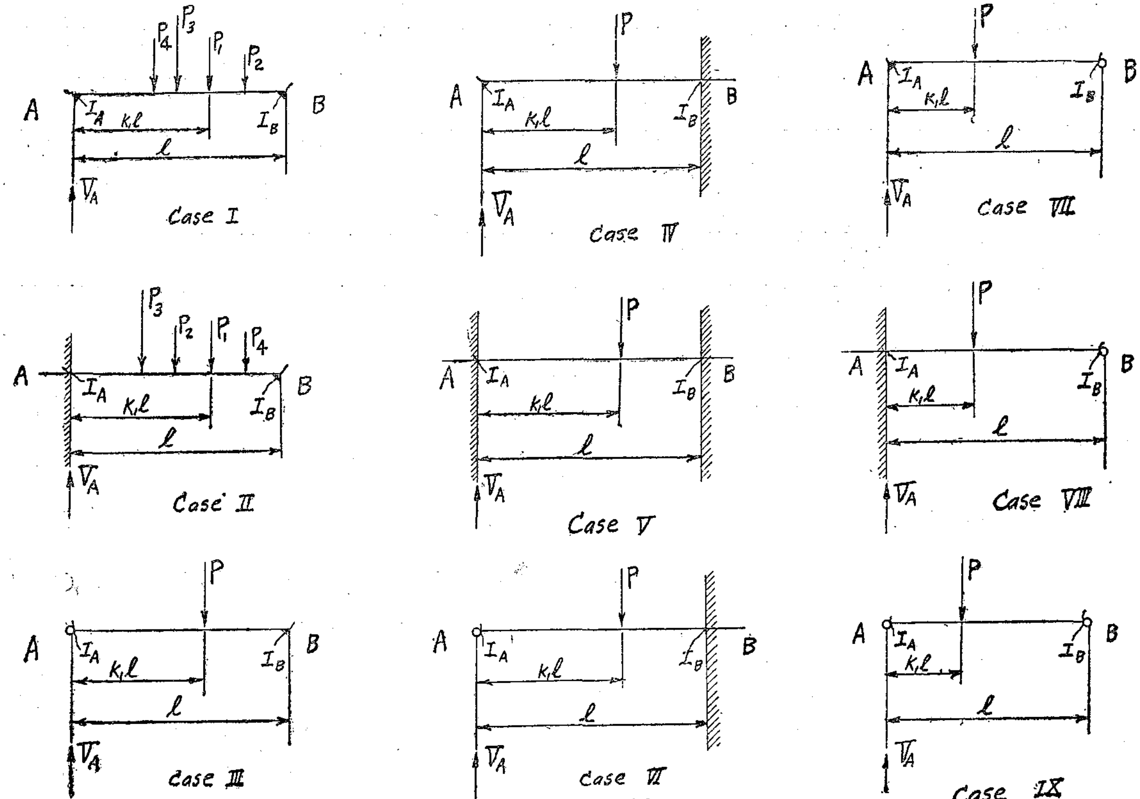
$$M_A + V_A l + L = M_B \quad \cdots\cdots (12)$$

以上（12），（8）及（9）式を假りに次の如く配列す。

$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left[V_A l + L \right] \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1 \right] \cdots\cdots \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2 \right] \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (13)$$

本式は實に變斷面ラーメン解法の基本を爲すものにして、本式の外に靜力學的條件である所の $\Sigma H=0$ 及 $\Sigma V=0$ の二つの條件、ラーメンの各構節に於ける撓角等置の方則、及各節點に於ける變位の考慮等を加へて、ラーメン解法に向はんとするのが本文の大體の主旨である。

而して上に掲ぐる（13）式は結構の一部材 AB の兩端が所謂彈性固定になつてゐる場合の其の部材に對する剪力、彎曲率、撓角及撓度を含む基本式であるが、結構の一部材は必ずしも其の兩端に於て彈性固定になつてゐるとは限らず、其の一端又は兩端が固定なる事あり、又鉸なる事あるを以て、其等の場合に對しても基本的の式がなければならぬ。而して


Case I
Case II
Case III
Case IV
Case V
Case VI
Case VII
Case VIII
Case IX

第　二　圖

其の場合といふのは第二圖に示す如く九つの場合に分けられる。

Case 1. 兩端彈性固定なる場合。

此の場合は (13) 式其儘にして、

$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left[V_A l + L \right] \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1 \right] \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2 \right] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (14)$$

Case 2. 左端固定右端彈性固定の場合。

此の場合は $\theta_A=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left[V_A l + L \right] \\ -\theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1 \right] \\ -d_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_1 + L_2 \right] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (15)$$

Case 3. 左端鉸右端彈性固定の場合。

此の場合は $M_A=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} -M_B &= -\left[V_A l + L\right] \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[V_A\beta_1 + L_1\right] \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[V_A\beta_2 + L_2\right] \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(16)$$

Case 4.　左端彈性固定右端固定の場合。

此の場合は $\theta_B=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left[V_A l + L\right] \\ \theta_A &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1\right] \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI_A}\left[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2\right] \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(17)$$

Case 5.　兩端固定の場合。

此の場合は $\theta_A=\theta_B=0$, $d_B=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} M_A - M_B &= -\left[V_A l + L\right] \\ 0 &= -M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1 \\ 0 &= -M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(18)$$

Case 6. 左端鉸右端固定の場合。

此の場合は $M_A=0$, $\theta_B=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} -M_B &= -\left[V_A l + L \right] \\ \theta_A &= -\frac{1}{E I_A}\left[V_A \beta_1 + L_1 \right] \\ \theta_A - d_B &= -\frac{1}{E I_A}\left[V_A \beta_2 + L_2 \right] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (19)$$

Case 7. 左端彈性固定右端鉸の場合。

此の場合は $M_B=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} M_A &= -\left[V_A l + L \right] \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{E I_A}\left] M_A \alpha_1 + V_A \beta_1 + L_1 \right] \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{E I_A}\left[M_A \alpha_2 + V_A \beta_2 + L_2 \right] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (20)$$

Case 8. 左端固定右端鉸の場合。

此の場合は $M_B=0$, $\theta_A=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} M_A &= -\Big[V_A l + L \Big] \\ -\theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\Big[M_A\alpha_1 + V_A\beta_1 + L_1 \Big] \cdots\cdots \\ -d_B &= -\frac{1}{EI_A}\Big[M_A\alpha_2 + V_A\beta_2 + L_2 \Big] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (21)$$

Case 9.　兩端鉸の場合。

此の場合は $M_A=M_B=0$ であるから、

$$\left.\begin{aligned} 0 &= V_A l + L \\ \theta_A - \theta_B &= -\frac{1}{EI_A}\Big[V_A\beta_1 + L_1 \Big] \cdots\cdots \\ \theta_A l - d_B &= -\frac{1}{EI_A}\Big[V_A\beta_2 + L_2 \Big] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (22)$$

以上本項に於て結構の一部材 $A\,B'$ の兩端の固定狀態に相應する基本式の變形する場合を述べて本項の終りとす。

〔未　完〕