

桁に於ける荷重、剪力、彎曲力率、撓角及撓度の表示法及其簡易化に就て (三)

石 川 時 信

第二章 計 算 例

前章 (3f) 乃至 (8f) 式に依りて單桁に數個の集中荷重在る場合の撓角及撓度の一般式を得たが、之等の一般式は等布荷重、又は連續荷重に對しても適用さる。又 (14) 乃至 (16) 式に於ては單桁の左端に於ける撓角の一般式を得たり。尚又 (17) 式の如く彎曲力率の一般式を斯くも簡單なる表式を以て表したるは、諸種の便宜極めて多きを知る。本章に於ては第一章に述べたる一般的の諸種の表式を二、三の載荷状態の單桁に對して適用し、其表式の有用なるを例示せんとす。

第一 一個の集中荷重を受くる單桁

次に掲ぐる第三圖の如く、單桁 AB が一個の集中荷重 W を受くる場合は第一章 (14) 式の例に依り、 A 端の撓角 C は

$$C = - \frac{1}{6EI} (R_A l^3 - W l^3) \dots\dots\dots (18)$$

但し

$$R_A = \frac{b}{l} W \dots\dots\dots(19)$$

従つて第一章 (3f) 乃至 (8f) 式の例に依り $C D$ 區間に於ては撓角及撓度は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2EI} (R_A x^2 - W \lambda^3) + C \dots\dots\dots(20)$$

$$y = \frac{1}{6EI} (R_A x^3 - W \lambda^3 x) + C x \dots\dots\dots(21)$$

又 $A C$ 區間に於ては、

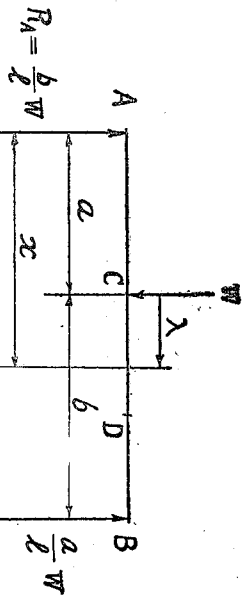
$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI} + C \dots\dots\dots(22)$$

$$y = \frac{R_A x^3}{6EI} + C x \dots\dots\dots(23)$$

今假りに C 點に於ける撓度 y_0 を得んとせば (23) 式に於ける x を a とし C 及 R_A には (18) 及 (19) 式の値を代入すればよく、其の結果は、

$$y_0 = - \frac{W a^2 b^2}{3EI} \dots\dots\dots(24)$$

本式は又 (21) 式に於て $x=a$, $\lambda=0$ とし、同様 C , R_A の値を代入して得らる。



第三圖

第二 二個の集中荷重を受くる單桁

次に示す第四圖の如く、單桁 $A B$ 上に二個の集中荷重 W_1 及 W_2 在る場合は、第一章 (14) 式の例に倣ひ A 端に於ける撓角 C は、

$$C = -\frac{1}{6EI} (R_A l^3 - W_1 b_1^3 - W_2 b_2^3) \dots (25)$$

但し、

$$R_A = \frac{1}{l} (W_1 b_1 + W_2 b_2) \dots \dots \dots (26)$$

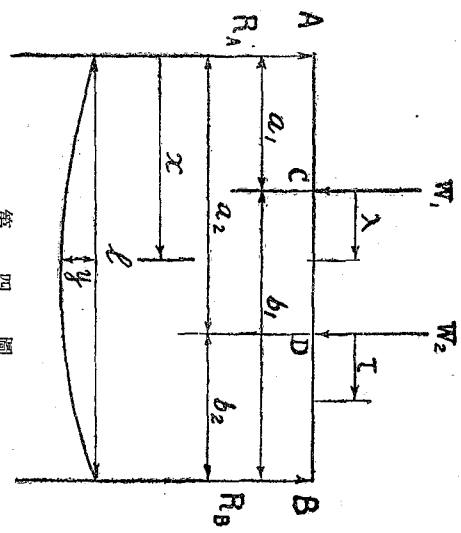
従つて第一章 (3f) 乃至 (8f) 式の例に倣ひ $D B$ 區間に於ける撓角及撓度は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2EI} (R_A x^2 - W_1 \lambda^2 - W_2 \tau^2) + C \dots \dots \dots (27)$$

$$y = \frac{1}{6EI} (R_A x^3 - W_1 \lambda^3 - W_2 \tau^3) + C x \dots \dots \dots (28)$$

又 CD 區間に於ては、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2EI} (R_A x^2 - W_1 \lambda^2) + C \dots \dots \dots (29)$$



第四圖

$$y = \frac{1}{6EI} (R_A x^3 - W_1 \lambda^3) + Cx \dots \dots \dots (30)$$

又 AC 區間に於ては、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI} + C \dots \dots \dots (31)$$

$$y = \frac{R_A x^3}{6EI} + Cx \dots \dots \dots (32)$$

今假りに C 點に於ける撓度 y_0 を求めんとせば (32) 式に $x=a$, $C=(25)$ 式, $R_A=(26)$ 式を代入すれば良く、其の結果は、

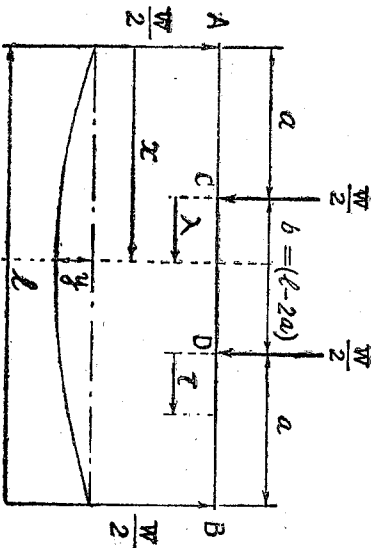
$$y_0 = - \frac{a_1^2 b_1^2 W_1}{3EI} - \frac{a_1 b_1 W_2}{6EI} (l^2 - a_1^2 - b_1^2) \dots \dots \dots (33)$$

本式は又 (28) 式又は (30) 式に於て $\tau=0$, $\lambda=0$, $x=a_1$ とし、同様の事をしても求めらる。

第三 二個の對稱荷重を受ける單桁

次に示す第五圖の如く二個の對稱荷重を受ける單桁に於ては桁の中央點に於ては撓角零なる故、左端 A に於ける撓角 C の値は (14) 式の例に依はず次の如くする方が簡單である。

即ち反力 R_A は、



第五圖

$$R_A = \frac{1}{2} W$$

なるを以て、 CD の區間に於ては、

$$M = -\frac{1}{2} W (x-\lambda) \dots\dots\dots (34)$$

従つて、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W}{4EI} (x^2 - \lambda^2) + C \dots\dots\dots (35)$$

$$y = \frac{W}{12EI} (x^3 - \lambda^3) + Cx \dots\dots\dots (36)$$

然るに $x=l/2$, $\lambda=(l-2a)/2$ に於ては $dy/dx=0$ なるに依り (35) 式より

$$C = -\frac{a(l-a)W}{4EI} \dots\dots\dots (37)$$

本式に依る C の値を (36) 式に代入すれば、

$$y = \frac{W}{12EI} \left[x^3 - 3(l-a)ax - \lambda^3 \right] \dots\dots\dots (38)$$

本式は即ち CD 區間に於ける撓度の式にして、本式より AC 區間に對する式を得るには $\lambda=0$ とすれば良く、

$$y = \frac{W}{12EI} \left[x^3 - 3(l-a)ax \right] \dots\dots\dots (39)$$

今假りに C 點に於ける撓度 y_c を求めんとせば、(39) 式に於て $x = a$ とすればよく、其の結果は、

$$y_c = - \frac{W a^2}{12 EI} (3l - 4a) \dots\dots\dots (40)$$

又中央點に於ける撓度 $y_{\frac{l}{2}}$ を得んとせば (38) 式に $x = l/2$, $\lambda = (l - 2a)/2$ を代入すればよく、其の結果は、

$$y_{\frac{l}{2}} = - \frac{W a}{48 EI} (3l^2 - 4a^2) \dots\dots\dots (41)$$

第四 部分的に對稱等布荷重を受くる單桁

次に示す第六圖の如く、部分的に對稱等布荷重を受くる單

桁の場合は、 $C D$ 區間に於ては、

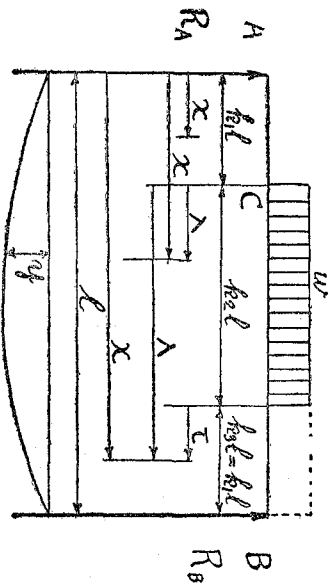
$$M = \frac{1}{2} k_2 l w x - \frac{1}{2} w \lambda x^2$$

なるを以て、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{4} k_2 l w x^2 - \frac{1}{6} w \lambda x^3 \right] + C$$

$x = l/2$, $\lambda = k_2 l/2$ に於ては $dy/dx = 0$ なるに依り、

$$C = - \frac{k_2 l^3 w}{48 EI} (3 - k_2^2) \dots\dots\dots (42)$$



第六圖

従つて $C D$ 區間に於ては、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{4} k_2 l w x^2 - \frac{1}{6} w \lambda^3 \right] - \frac{k_2 l^3 w}{48 EI} (3 - k_2^2)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{12} k_2 l w x^3 - \frac{1}{24} w \lambda^4 \right] - \frac{k_2 l^3 w}{48 EI} (3 - k_2^2) x \dots (43)$$

今假りに O 點に於ける撓度を得んとせば (43) 式に於て $x = k_1 l$, $\lambda = 0$ とすれば良く、

$$y_0 = - \frac{k_1 k_2 l^3 w}{48 EI} (3 - 4 k_1^2 - k_2^2) \dots (44)$$

又中央點に於ては、同じく (43) 式に於て $x = l/2$, $\lambda = k_2 \frac{l}{2}$ とすれば良く、

$$y_{\frac{l}{2}} = - \frac{k_2 l^4 w}{384 EI} (8 + k_2^2 - 4k_2^2) \dots (45)$$

(44) 式は $k_1 = (1 - k_2)/2$ として或は又、

$$y_0 = - \frac{k_1 k_2 l^4 w}{24 EI} (1 + k_2 - k_2^2) \dots (44a)$$

の形として、後に述ぶる所の従來の方法に依りて求めたる式と一致せしむるに便す。

本筋に求めたる C , y_0 及 $y_{\frac{l}{2}}$ の式は必ずしも中央點に於て $dy/dx = 0$ とせずとも (16) 式に倣ひて直ちに、

$$C = - \frac{l^3 w}{EI} \left[\frac{1}{12} k_2 - \frac{1}{24} \{ (k_2 + k_2^2)^2 - k_2^4 \} \right] \dots (46)$$

とする事を得べく、本式に於ては又 $k_3 = k_1 = (1 - k_2)/2$ なるを以て簡単にすれば (42) 式と一致す。

第五 對稱三角形荷重を受くる單桁

次に示す第七圖の如く、對稱三角形荷重を受ける單桁の場合

は、

$$R_A = \frac{1}{2} Ph, \quad R_B = P \frac{\lambda}{h}$$

なる故に CD 區間に於ては、

$$M = P \left(\frac{1}{2} hx - \frac{\lambda^3}{24h} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P}{EI} \left(\frac{1}{4} hx^2 - \frac{\lambda^4}{24h} \right) + C$$

$x=(a+l)$, $\lambda=h$ に於て $dy/dx=0$ なるに依り、

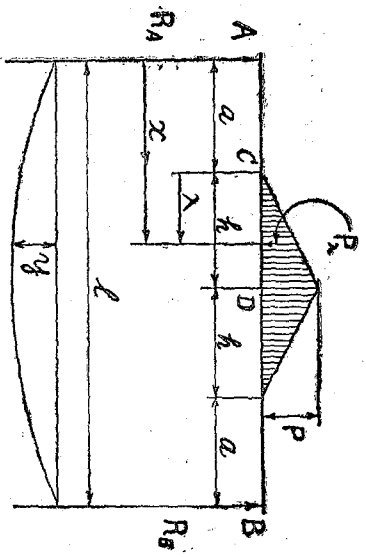
$$C = - \frac{Ph}{24EI} \left\{ 6(a+l)^2 - h \right\} \dots\dots\dots(47)$$

従つて CD 區間に對する y は、

$$y = \frac{P}{24EI} \left[2hx^3 - h \left\{ 6(a+l)^2 - h^2 \right\} x - \frac{\lambda^5}{5h} \right] \dots\dots\dots(48)$$

又 AC 區間に於ては $\lambda=0$ とし、

$$y = \frac{Ph}{24EI} \left[2x^3 - \left\{ 6(a+l)^2 - h^2 \right\} x \right] \dots\dots\dots(49)$$



第七圖

従つて、

$$y_0 = -\frac{Pa^2h}{24EI} (4a^2 + 12ah + 5h^2) \dots\dots\dots (50)$$

$$y_{\frac{l}{2}} = -\frac{Ph}{120EI} (20a^3 + 60a^2h + 55ah^2 + 16h^3) \dots\dots\dots (51)$$

第六 對稱三角形荷重を受ける固定桁

次に示す第八圖の如き場合は、

$$R_A = \frac{1}{2} Ph, \quad R_B = P \frac{\lambda}{h}$$

にして、且つ左端に於て M_A なる固定力率を有するを

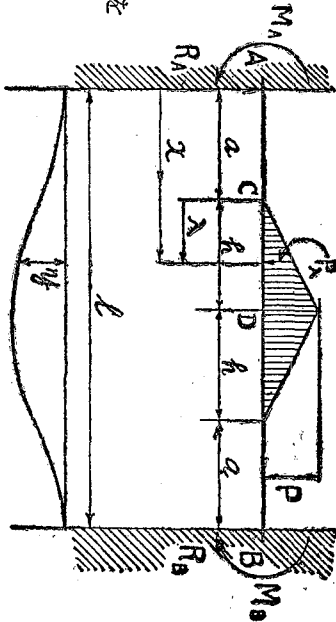
以て、 C, D 間は、

$$M = M_A + \frac{1}{2} Phx - \frac{P\lambda^3}{6l}$$

$$\frac{dq}{dx} = \frac{1}{EI} \left[M_A x + \frac{1}{4} Phx^2 - \frac{P\lambda^4}{24h} \right] + C, \quad (C=0)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} M_A x^2 + \frac{1}{12} Phx^3 - \frac{P\lambda^5}{120h} \right]$$

$x=(a+h)$, $\lambda=h$ に於て $dq/dx=0$ なるに依り、



第八圖

$$M_A = -\frac{Ph}{24(a+h)} \left\{ 6(a+h)^2 - h^2 \right\} \dots\dots\dots (52)$$

従つて CD 區間に於ては、

$$M = Ph \left[-\frac{6(a+h)^2 - h^2}{24(a+h)} + \frac{1}{2}x - \frac{\lambda^3}{6h^2} \right] \dots\dots\dots (53)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Ph}{EI} \left[-\frac{\{6(a+h)^2 - h^2\}}{24(a+h)}x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{\lambda^4}{24h^2} \right] \dots\dots\dots (54)$$

$$y = \frac{Ph}{EI} \left[-\frac{\{6(a+h)^2 - h^2\}}{48(a+h)}x^2 + \frac{1}{12}x^3 - \frac{\lambda^5}{120h^2} \right] \dots\dots\dots (55)$$

A C 區間に對しては $\lambda=0$ とすればよく、

$$M = \frac{Ph}{2} \left[-\frac{\{6(a+h)^2 - h^2\}}{12(a+h)} + x \right] \dots\dots\dots (56)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Ph}{4EI} \left[-\frac{\{6(a+h)^2 - h^2\}}{6(a+h)}x + x^2 \right] \dots\dots\dots (57)$$

$$y = \frac{Ph}{12EI} \left[-\frac{\{6(a+h)^2 - h^2\}}{4(a+h)}x^2 + x^3 \right] \dots\dots\dots (58)$$

従つて C 點及中央點に於ける M 及 y は、

$$M_c = -\frac{Ph}{24(a+h)} (5h^2 - 6a^2) \dots\dots\dots (59)$$

$$y_0 = -\frac{P a^2 h}{48(a+h)EI} (2a^2 + 8ah + 5h^2) \dots\dots\dots(60)$$

$$M_{\frac{1}{2}} = \frac{Ph}{24(a+h)} (6a^2 + 8ah + 3h^2) \dots\dots\dots(61)$$

$$y_{\frac{1}{2}} = -\frac{Ph}{240EI} (10a^3 + 30a^2h + 25ah^2 + 7h^3) \dots\dots\dots(62)$$

以上本章に於て著者の方法に依る計算例の二、三を述べて、其の計算の簡便なる事を示したり。而して本章に於て求めたる撓角及撓度は、従來の方法に依りて求めたるそれに一致する事勿論なり。

第三章 従來の方法に依る計算の一例

今前掲第六圖の如く部分的に對稱等布荷重 w を受けたる單桁 AB の撓度を求めんに、従來の方法を以てし、第二章の著者の方法に依る計算と比較し、著者の方法の簡便なるを示さんとす。従來は第六圖の如き場合は AC 及 CD の二區間に分ちて計算するを普通とせし故に、今それに倣へば AC 區間に對しては、

$$M = \frac{1}{2} k_2 l wx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4EI} k_2 l wx^2 + C_1 \dots\dots\dots(63)$$

$$y = \frac{1}{12EI} k_2 l wx^3 + C_1 x + C_2, \quad (C_2 = 0) \dots\dots\dots(64)$$

又 C, D 区間に對しては、

$$M = \frac{1}{2} k_2 l w x - \frac{1}{2} (x - k_1 l)^2 w = \frac{1}{2} w \left\{ -x^2 + l(k_2 + 2k_1)x - (k_1 l)^2 \right\}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2EI} w \left\{ -\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} l(k_2 + 2k_1)x^2 - (k_1 l)^2 x \right\} + C_3 \dots \dots \dots (65)$$

$$y = \frac{1}{2EI} w \left\{ -\frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{6} l(k_2 + 2k_1)x^3 - \frac{1}{2} (k_1 l)^2 x^2 \right\} + C_3 x + C_4 \dots \dots \dots (66)$$

以上 (63) 乃至 (67) 式中に於ける積分常数 C_1, C_2 及 C_4 を求むるために、 C 點に於ては撓角及撓度が二區間に對して等値である事、及び中央點に於ては撓角が零なる事の條件を使用するのが従來の方法なる故に、其れに倣へば $x = k_1 l$ に於て (63) = (65) なる故、

$$\frac{k_2 l w}{4EI} (k_1 l)^2 + C_1 = \frac{w}{2EI} \left\{ -\frac{1}{3} (k_1 l)^3 + \frac{1}{2} l(k_2 + 2k_1)(k_1 l)^2 - (k_1 l)^3 \right\} + C_3 \dots \dots \dots (67)$$

又 $x = k_1 l$ に於て (64) = (66) なる故に、

$$\frac{k_2 l w}{12EI} (k_1 l)^3 + C_1 (k_1 l) = \frac{w}{2EI} \left\{ -\frac{1}{12} (k_1 l)^4 + \frac{1}{6} l(k_2 + 2k_1)(k_1 l)^3 - \frac{1}{2} (k_1 l)^4 \right\} + C_3 (k_1 l) + C_4 \dots \dots \dots (68)$$

又 $x = l/2$ に於て $dy/dx = 0$ なるに依り (65) 式より、

$$\frac{1}{2EI} w \left\{ -\frac{1}{3} \left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} l(k_2 + 2k_1) \left(\frac{l}{2}\right)^2 - (k_1 l)^2 \left(\frac{l}{2}\right) \right\} + C_3 = 0 \dots \dots \dots (69)$$

以上 (67), (68) 及 (69) 式を聯立方程式として解けば、

$$C_1 = -\frac{w l^3}{48 EI} (8 k_1^3 - 12 k_1^2 + 6 k_1 - 1 + 3 k_2) \dots\dots\dots (70)$$

$$C_3 = -\frac{w l^3}{48 EI} (-12 k_1^2 + 6 k_1 - 1 + 3 k_2) \dots\dots\dots (71)$$

$$C_4 = -\frac{(k_1 D^4 w)}{24 EI} \dots\dots\dots (72)$$

従つて $A C$ 區間に於ては、

$$y = \frac{1}{4 EI} k_2 l w x^2 - \frac{w l^3}{48 EI} (8 k_1^3 - 12 k_1^2 + 6 k_1 - 1 + 3 k_2) x \dots\dots\dots (73)$$

$C D$ 區間に於ては、

$$y = \frac{1}{2 EI} w \left\{ -\frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{6} l (k_2 + 2 k_1) x^3 - \frac{1}{2} (k_1 D^2 x^2) \right\} \\ - \frac{w l^3}{48 EI} (-12 k_1^2 + 6 k_1 - 1 + 3 k_2) x - \frac{(k_1 D^4 w)}{24 EI} \dots\dots\dots (74)$$

従つて、

$$y_0 = -\frac{k_1 l^4 w}{48 EI} (8 k_1^3 - 4 k_1^2 k_2 - 12 k_1^2 + 6 k_1 - 1 + 3 k_2) \dots\dots\dots (75)$$

$$y_L = -\frac{w l^4}{384 EI} (16 k_1^4 - 24 k_1^2 + 16 k_1 - 3 + 8 k_2) \dots\dots\dots (76)$$

(75) 式、(76) 式は即ち C 點及中央點に於ける撓度なるが、其の計算は可成り面倒なり。尙其の結果を第二章の著者の方法に依る式と一致せしむるために $k_1 = (1 - k_2) / 2$ とすれば (70) 式、(75) 式、及 (76) 式は夫々、

$$Q_1 = -\frac{k_2 l^3 w}{48 EI} (3 - k_2^2) \dots\dots\dots (70a)$$

$$y_0 = -\frac{k_1 k_2 l^4 w}{24 EI} (1 + k_2 - k_2^2) \dots\dots\dots (75a)$$

$$y_{\frac{l}{2}} = -\frac{k_2 l^4 w}{384 EI} (8 + k_2^3 - 4 k_2^2) \dots\dots\dots (76a)$$

となりて (42) 式、(44a) 式、及 (45) 式と一致するを知る。蓋し第二章に於ける (42) 式及第三章に於ける (70a) 式は共に A 端に於ける撓角を表はせるを以て、式が一致する故なり。

本章は即ち従來の如く桁を幾つかの區間に分ちて計算する事の迅速なるを示せるものなり。

第四章 積分常數 C の表

單桁が集中荷重又は連續荷重を受くる時の、桁の左端 A に於ける撓角 C は、之れを積分常數なる名稱を用ふるは、従來一般に多く用ひられたる事なれば、今之れを假りに積分常數 C と名づくる時は、C の値は (14)、(15) 及 (16) 式に依りて一般に表はされたり。而して今 C の値を豫め假定せる種々なる荷重状態に對して計算し置けば、他日便する事少なからざるべきに依り、別表 I 乃至 4 に其の計算結果を掲げたり。而して又別表中には C を計算するに要する R_A の値、M の表式及 C を使用して得べき撓角及撓度の一般表式をも挿入し置きたり。尚別表中の諸式は其の表示法の形式は最簡に努めたるも式其のものは必ずしも最簡ならず。

以上第一章に於ては、數個の集中荷重又は部分的の連続荷重を受けたる單桁 AB の A 端に於ける撓角の一般式を求め、且つ彎曲力率、撓角、及撓度の表式の最簡なる表示法を示したり。又第二章に於ては第一章に述べたる著者の方法に依り、單桁及固定桁に於ける所謂積分常數の求め方の二、三の例を示したり。又第三章に於ては従來の方法に依りて單桁の撓度を計算し其の迂遠なるを示し、又第四章に於ては他日計算さるべき事あるを豫想し、假定せる數種の載荷状態の單桁の所謂積分常數を計算せる結果、並びに彎曲力率、撓角、及撓度の表式を表示したり。

本文は其の全體を通じて結局、モールの定理を其の値數式に表したる事に歸着し、一見斬新なる所無きが如く乍ら翻つて、第三章に述べたる部分的に對稱等布荷重を受けたる單桁の撓度計算の従來の方法を見るに、其の如何に迂遠なるかに想到する時は、著者の方法に依る第二章第四の計算例の如きは當然考案さるべき必要あり。本文の全體が決して無益のものに有らざるを察するに充分なるべし。

尚其外第三圖の如く單桁 AB に一個の集中荷重 W が載る場合の如きは、ラーメンの理論に依る時は、

$$M_{AB} = 2E \frac{I}{l} \left(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{d}{l} \right) - C_{AB}$$

$$M_{BA} = 2E \frac{I}{l} \left(\theta_A + 2\theta_B - 3\frac{d}{l} \right) + C_{BA}$$

に於て、

$$M_{AB} = M_{BA} = 0$$

$$d = 0$$

$$C_{AR} = \frac{W_a b^2}{l^2}$$

$$C_{BA} = \frac{W_a a^2 b}{l^2}$$

なるに依り、

$$\frac{2EI}{l} (2\theta_A + \theta_B) - \frac{W_a b^2}{l^2} = 0$$

$$\frac{2EI}{l} (\theta_A + 2\theta_B) + \frac{W_a a^2 b}{l^2} = 0$$

之れを解きて、

$$\theta_A = \frac{W_a b}{6EI} (1 + b) \dots \dots \dots (77)$$

但し(77)式の正負の符號は本文に於ける著者の符號と相反す。

の如くなりて(18)式に(19)式の値を代入して、

$$C = - \frac{W_a b}{6EI} (1 + b) \dots \dots \dots (78)$$

としたるものと一致し、ラーメソンの理論に於ては既にモールの定理が活用されて、斯くまで進みたるに係らず、一度桁のみの問題となる時は第三圖の如き簡單なる載荷状態の場合でさえも所謂積分常數の値を決定するためには極めて迅速なる方法を取る事周知の事なれば、本文に述ぶる(17)式及其の積分の如き表示法を以て問題を解決するといふ事は極めて重要な事なりといふを得べし、

行交流歴ならず、文意極めて不徹底なれども幸に會員並に先輩諸賢の高覽を得ば、著者の光榮之に過ぐるものなし(終)

第一卷

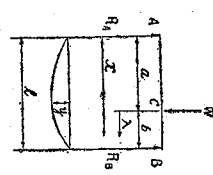
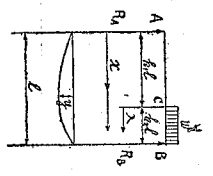
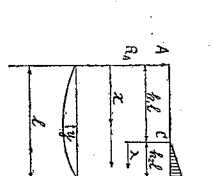
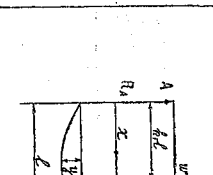
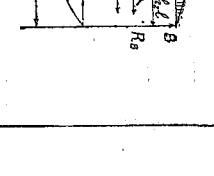

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Integration Constant, Boundary Conditions, etc.</p>		$\frac{1}{6EI} [q_0 l^2 (3l - x)] w_0 \sin \theta (l + x_0)$		$\frac{w_0 l^2}{24EI} (2l^2 + 3x_0 l - 4x_0^2 - 3x_0^2 \sin^2 \theta)$		$-\frac{w_0 l^2}{120EI} (l^2 \sin^2 \theta - 4l_0^2 - \frac{1}{2} l_0^2 \sin^2 \theta - 6x_0 l_0 \sin \theta)$		$-\frac{w_0 l^2}{24EI} (l^2 \sin^2 \theta - 3l_0^2 + 3l_0^2 \sin^2 \theta)$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">C</p>		$\frac{1}{2} (w_0 l_0 + w_0 l_0)$		$w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0)$		$\frac{1}{2} w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0)$		$\frac{1}{6} w_0 l_0 l (2l_0 + 3l_0)$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">R₁</p>		$\frac{1}{2} (w_0 l_0 + w_0 l_0)$		$w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0)$		$\frac{1}{2} w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0)$		$\frac{1}{6} w_0 l_0 l (2l_0 + 3l_0)$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">For Limit D B</p>		$\frac{1}{2} (w_0 l_0 + w_0 l_0) l - w_0 l_0 \cdot w_0 l_0$		$w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2$		$\frac{1}{2} w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l - \frac{w_0}{6EI} (l^2 - l^2) + \frac{1}{2} w_0 l_0^2$		$\frac{1}{6} w_0 l_0 l (2l_0 + 3l_0) l - \frac{w_0}{6EI} (l^2 - l^2) + \frac{w_0}{6EI} l_0^2$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">C D</p>		$\frac{1}{2} (w_0 l_0 + w_0 l_0) l - w_0 l_0$		$w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l - \frac{1}{2} w_0 l_0^2$		$\frac{1}{2} w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l - \frac{w_0}{6EI} l_0^2$		$\frac{1}{6} w_0 l_0 l (2l_0 + 3l_0) l - \frac{w_0}{6EI} l_0^2$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">A C</p>		$\frac{1}{2} (w_0 l_0 + w_0 l_0) l$		$w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l$		$\frac{1}{2} w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l$		$\frac{1}{6} w_0 l_0 l (2l_0 + 3l_0) l$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">For Limit D B</p>		$\frac{1}{2} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2 - w_0 l_0 \cdot w_0 l_0] + C$		$\frac{1}{2} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">C D</p>		$\frac{1}{2} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2 - w_0 l_0^2] + C$		$\frac{1}{2} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">A C</p>		$\frac{1}{2} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2] + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">For Limit D B</p>		$\frac{1}{6EI} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2 - w_0 l_0^2] + C$		$\frac{1}{6EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">C D</p>		$\frac{1}{6EI} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2 - w_0 l_0^2] + C$		$\frac{1}{6EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$		$\frac{w_0}{EI} [(w_0 l_0 l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l)^2 - \frac{1}{2} w_0 l_0^2 (l^2 - l^2)] + C$	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">A C</p>		$\frac{1}{6EI} [(w_0 l_0 + w_0 l_0) l^2] + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$		$\frac{w_0}{EI} l (\frac{1}{2} l_0 + l_0) l^2 + C$	

第 二 表

Load		Integration Constants, Reactions, Bending Moments, Slopes, and Deflections.			
C	C		$-\frac{w_1 w_2 L^3}{24EI} (2+2h_2-h_1^2(h_2+h_1)-3^2(2+h_1))$	$-\frac{w_1 w_2 L^3}{120EI} \left(\frac{10}{3} - h_1^2 + 5h_1(2-h_2) \right)$	$-\frac{w_1 w_2 L^3}{24EI} \left(4\left(\frac{L}{3} - \frac{1}{5}h_2\right)h_2 + h_1 \left[2-3h_1^2 h_2(1+h_1) \right] \right)$
	R _A	$w_1 h_2 L \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right)$	$\frac{1}{2} w_1 h_2 L \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right)$	$\frac{1}{6} w_1 h_2 L (2h_2 + 3h_1)$	
M	For limit	$w_1 h_1 \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right) x - \frac{1}{2} w x^2 (x^2 - \lambda^2)$	$\frac{1}{2} w_1 h_2 \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right) x - \frac{w x^3}{6 h_2 L} (x^2 - \lambda^2) + \frac{1}{2} w x^2$	$\frac{1}{6} w_1 h_2 \left((2h_2 + 3h_1) x - \frac{1}{2} w x^2 + \frac{w x^3}{6 h_2 L} (x^2 - \lambda^2) \right)$	
	C B	$w_1 h_1 \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right) x - \frac{1}{2} w x^2$	$\frac{1}{2} w_1 h_2 \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right) x - \frac{w x^3}{6 h_2 L}$	$\frac{1}{6} w_1 h_2 \left((2h_2 + 3h_1) x - \frac{1}{2} w x^2 + \frac{w x^3}{6 h_2 L} \right)$	
dy/dx	" C	$\frac{w_1 h_1}{EI} \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right) x^2 - \frac{1}{6} (x^3 - \lambda^3) + C$	$\frac{w_1 h_1}{EI} \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right) x^2 - \frac{1}{6} (x^3 - \lambda^3) + C$	$\frac{w_1 h_1}{6EI} \left((2h_2 + 3h_1) x^2 - x^3 + \frac{w x^3}{6 h_2 L} (x^2 - \lambda^2) \right) + C$	
	" B	$\frac{w_1 h_1}{EI} \left(\frac{1}{2} h_2 + h_1 \right) x^2 - \frac{1}{6} (x^3 - \lambda^3) + C$	$\frac{w_1 h_1}{4EI} \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right) x^2 - \frac{1}{6 h_2 L} x^4 + C$	$\frac{w_1 h_1}{24EI} \left((h_2 + 3h_1) x^2 - 4x^3 + \frac{w x^3}{6 h_2 L} \right) + C$	
y	" C	$\frac{w_1 h_1}{6EI} \left(\frac{1}{6} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{24} (x^4 - \lambda^4) + Cx$	$\frac{w_1 h_1}{12EI} \left(\frac{1}{4} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{10 h_2 L} (x^5 - \lambda^5) + \frac{\lambda^4}{2} Cx$	$\frac{w_1 h_1}{12EI} \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{10 h_2 L} x^5 + \frac{\lambda^4}{2} Cx$	
	" B	$\frac{w_1 h_1}{6EI} \left(\frac{1}{6} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{24} (x^4 - \lambda^4) + Cx$	$\frac{w_1 h_1}{12EI} \left(\frac{1}{4} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{10 h_2 L} x^5 + Cx$	$\frac{w_1 h_1}{24EI} \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 \right) x^3 - \frac{1}{10 h_2 L} x^5 + \frac{\lambda^4}{2} Cx$	

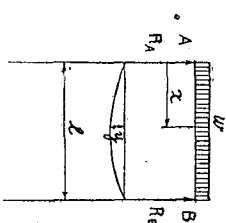
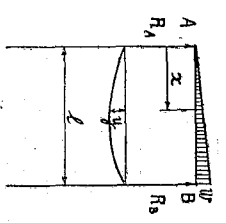
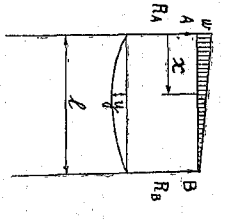
Note: $h_2 = h_1 = 1$

第三表

Load		Supporting Reactions		Slope		Deflection	
C		$R_A = \frac{Wb}{l}$	$R_B = \frac{Wa}{l}$	$\frac{Wab}{6EI} (l+a)$	$\frac{Wab}{6EI} (l+b)$	$-\frac{Wab^2}{6EI} (l+b)$	$-\frac{Wab^2}{6EI} (l+a)$
R_A		$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{1}{2} Wl$	$-\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$
for limit		$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$
C		$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$
B		$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$
A		$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{1}{2} Wl$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$\frac{Wl^2}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$	$-\frac{Wl^3}{24EI} (2-l^2)$

Note $k_1+k_2=1$

第 四 表

<p>load * 3. rotation moments and bending angles * Conditions, Reactions, and Equations</p>			
C	$-\frac{wl^3}{24EI}$	$-\frac{7wl^3}{360EI}$	$-\frac{wl^3}{45EI}$
R_A	$\frac{1}{2}wl$	$\frac{1}{6}wl$	$\frac{1}{3}wl$
M	$\frac{1}{2}w(lx-x^2)$	$\frac{1}{6}w(lx-\frac{x^3}{2})$	$w\left\{\frac{1}{3}lx-\frac{1}{2}x^2+\frac{x^3}{6}\right\}$
$\frac{d\theta}{dx}$	$\frac{w}{2EI}\left(\frac{1}{2}lx^2-\frac{1}{3}x^3\right)+C$	$\frac{w}{12EI}\left(lx^2-\frac{x^3}{2}\right)+C$	$\frac{w}{6EI}\left(lx^2-x^3+\frac{x^3}{4}\right)+C$
y	$\frac{w}{12EI}\left(lx^3-\frac{1}{2}x^4\right)+Cx$	$\frac{w}{12EI}\left(\frac{1}{3}lx^3-\frac{x^4}{10}\right)+Cx$	$\frac{w}{6EI}\left(\frac{1}{3}lx^3-\frac{1}{4}x^4+\frac{x^5}{20}\right)+Cx$