

案堤下暗渠縱彎曲に關する一解法

石 川 時 信

第三 任意の點の q_x, γ 及 M

緒 論

緒 言

内 容 梗 概

本文は土を一種の彈性體と見做し大體に於て土の壓縮量は外力に比例するが其れも餘り固執せず先づ土の變形及其の變形に依る反力を假定し $EId^4y/dx^4 = q_x - P_x$ を微分する事に依りて問題を解決せんと試みたるものなり。

目 次

緒 言

一 概 説

二 演 算

第一 q_x を直線變化に假定せる場合

第二 q_x を曲線變化に假定せる場合

三 計 算 例

第一 q_x を直線變化に假定せる場合

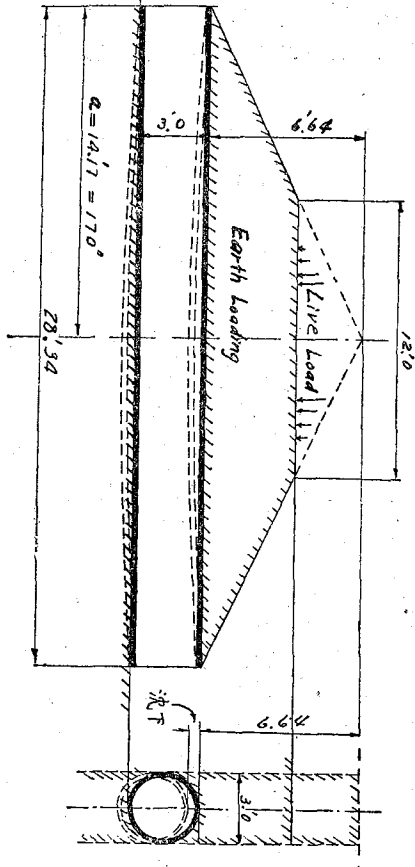
第二 q_x を曲線變化に假定せる場合

暗渠計算に就ては鈴木雅次博士並田中豊博士に依りて既に其の理論的研究が完成せられてゐるが、筆者は此の種構造物計算上の一大要素である所の土の沈下係數と云ふものが餘り一定不變のものではないといふ見地からして、或程度までは土を彈性體と見るが其れも餘り固執せず、只大體に於て土は彈性體にして其の變形は外力に比例するものであるといふ概念より此の種彈性基礎上に設けられたる細長い構造物縱彎曲に關する實用上の問題を解決せんとする案

志を有し既に二三の研究を發表したるを以て茲に又他の一例として道路には付きものの、暗渠の縦彎曲に關する問題を提示せる次第である。(土木建築雜誌第七卷第二號 13頁土管管調査委員會報告第一輯 244頁有明線函渠沈下圖、鐵道大臣官房研究所六年六月。(Theorie des Trügers auf elastischer Unterlage, K. Hayasim.) Seite 9. 參照)

一 概説

暗渠は河川改修工事に於ける堤防下のものは鐵道の盛土下のも又は道路下のもとのとは夫々特殊の異つた點を有し、此等



第一圖 築堤下暗渠略圖

三種の暗渠は暗渠に於ける荷重其他の事情が各相違してゐる事は此に委しく述ぶる迄もないが、今暗渠に於ける荷重

關係にのみ就て見ると、河川改修工事に於ける堤防は川表の側と川裏の側とでは勾配を異にし且つ大走りの様なものを有し、馬踏は割合に幅が狭く、馬踏上の活荷重は在る場合もあれば無い場合もある。鐵道の盛土は大體に於て上

り線側の勾配も下り線側の勾配も同じく盛土の法肩に於ける幅員が割合に廣く且つ列車の重量荷重を以てゐるから撃衝等の影響も相當大であるかも知れぬ。

形は大體鐵道の盛土と同じく左右對稱の場合が多いが、築堤上の荷重は鐵道の列車荷重の様に其の位置が一定して居

らす、大體梁堤の中心線に近い所が比較的荷重を受くる量が多いと見ても大差はない。従つて計算上には第二圖に示す様に三角形荷重と見做しても差支へはない。依て第二圖

$$\frac{dM}{dx} = Q = \int q_x dx - \int P_x dx$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q_x - P_x \dots \dots (\text{荷重は上向を正とす})$$

の如く梁堤の左端法下に原点を取り原点より右方距離を x 然るに

$$-EI \frac{d^3 y}{dx^3} = M \dots (\text{彎曲力})$$

廻りを正とす。撓度(は) 原位置より降るを負とす

であるから

$$-EI \frac{d^3 y}{dx^3} = \int q_x dx - \int P_x dx$$

故に

$$-EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q_x - P_x \dots (1)$$

是即連續荷重を受くる

照)

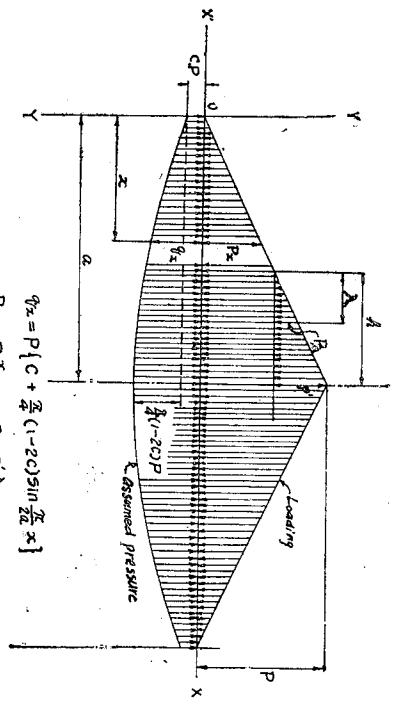
又暗集が荷重を受くれば暗集は彎曲し沈下を起すから土の反壓 q_x を受くる事となる。従つて x 點の剪断力を Q とし彎曲力率を M とし、暗集の横断面の慣性

第二圖 暗集載荷梁の側面圖

符の彈性式にして別に變つた事はないが本彈性式中 q_x は

土の沈下係数を K とし暗集の幅を D とすれば當然 $q_x = KDy$ であなければならぬが前にも述ぶる如く K の値を

$$Q = \int q_x dx - \int P_x dx \dots \dots \text{剪断力は上向を正とす}$$



一定不変のものであると固執せざる時は部分的には $q_x = K$ は KDY と等しく置くを要せずして任意に $q_x = f(x)$ と置き得るを以て $q_x = f(x)$ と置けば x 點の剪斷力は (1) 式を積分して

$$-EI \frac{d^2y}{dx^2} = \int q_x dx - \int P_x dx + C_1 \dots\dots\dots (2)$$

(本式の右邊は正剪斷力にして上向を意味す)

但し $x=0$ なる時は剪斷力は零であるから $C_1=0$ 又彎曲率は

$$-EI \frac{d^2y}{dx^2} = \iint q_x dx^2 - \iint P_x dx^2 + C_2 \dots\dots\dots (3)$$

(本式の右邊は正彎曲力率にして右廻りを意味す $dx^2 = dx$

ρ の意、以下同じ) *

$$A_e = - \int_0^a y dx = \frac{1}{EI} \left[\iiint q_x dx^3 - \iiint P_x dx^3 + \frac{1}{2} C_3 a^2 + C_4 a \right] \dots\dots\dots (5)$$

然るに暗渠が沈下した時は本面積に暗渠幅 (鐵管の徑)

D 及土の沈下係數 K を乗じたものは全下向荷重の二分

の一に等しかるべきに依り

$$KDA_e + \int_0^a P_x dx = 0 \dots\dots\dots (5')$$

或は本式は (5) より

* 但し $x=0$ なる時は彎曲力率は零なるを以て $C_2=0$ 又

$$-EI \frac{dy}{dx} = \iint q_x dx^2 - \iint P_x dx^2 + C_3 \dots\dots\dots (4)$$

{(本式の右邊は(正撓角 XEI) にして右廻りを意味す)}

但し C_3 は本式中最後の積分限界の上限を a とすれば

$dy/dx=0$ となるから求められる。又 (4) より

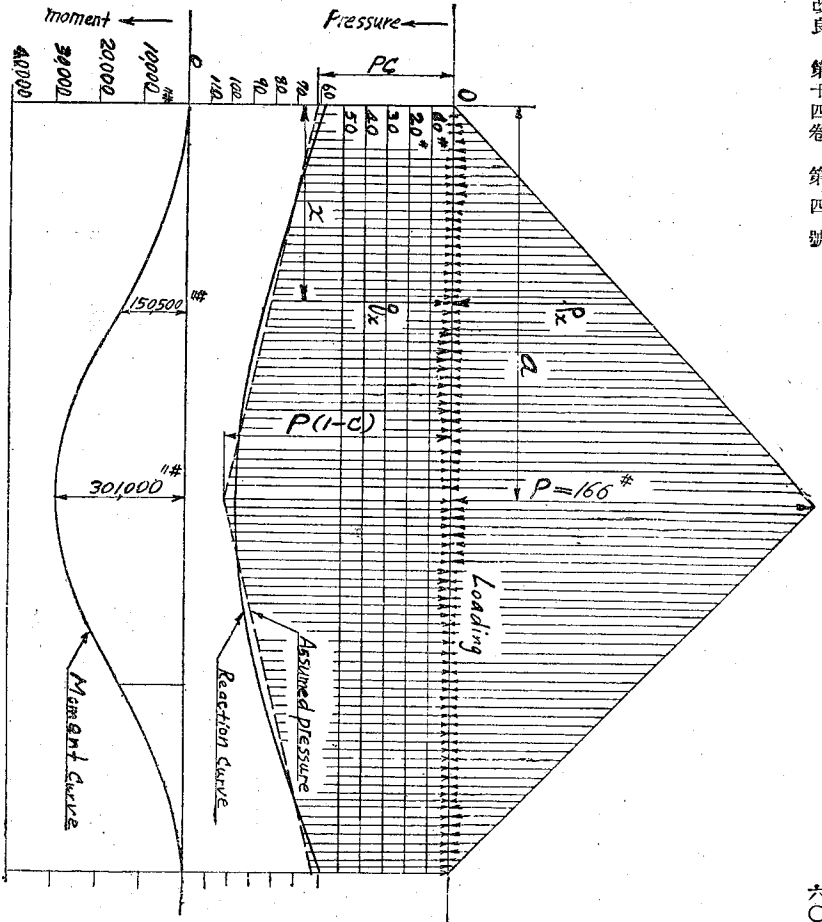
$$-EIY = \iiint q_x dx^3 - \iiint P_x dx^3 + C_3 x + C_4 \dots (5)$$

{(本式の右邊は(負撓度 XEI) にして沈下を意味す、即ち負號にて算出さる)}

本式は撓度を表すから即ち一種の彈性曲線なり、依つて

本式に依る撓度線と原位置線との間に挟まる面積を暗渠全

長の半に就て A_e とすれば



第三圖

$$\frac{KD}{EI} \left[\iiint q_x dx^3 - \iiint P_x dx^3 + \frac{1}{2} C_3 a^2 + C_1 a \right] + \int_0^a P_x dx = 0$$

故に

$$C_1 = \left[-\frac{EI}{KD} \int_0^a P_x dx - \iiint q_x dx^3 + \iiint P_x dx^3 - \frac{1}{2} C_3 a^2 \right] \frac{1}{a} \dots \dots \dots (5'')$$

即ち積分定数 C_1 は求められたり、而して本式中には未

* 第一 q_x を直線變化に假定する場合

だ q_x は未定のものとして扱ひたれど上の反壓 q_x と暗集

今上の反壓 q_x を第三圖の如く

$$q_x = CP + (1 - 2C) \frac{P}{a} \dots \dots \dots (7)$$

の沈下 y とは大體比例する様に P_x を假定すれば $x=0$ 及

と假定する時は前掲彈性式 (1) 式は

$$x=a \text{ に於ける } q_x \text{ 及 } y \text{ は}$$

$$\frac{q_0}{q_a} = \frac{y_0}{y_a} \dots \dots \dots (6)$$

$$-EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q_x - P_x$$

$$= CP + (1 - 2C) \frac{P}{a} \frac{x}{a} - P \frac{x}{a}$$

とする事も出来るから、本條件に依りて q_x は決定せらる。

又第二圖に於て荷重 P_x の上方部分に P_x なる部分ある

$$= PC \left(1 - \frac{2}{a} x \right) \dots \dots \dots (8)$$

は、荷重が若し梯形なるを要する時は (1) 式を $-EI d^4 y/d$

$x^4 = q_x - P_x + P_x$ として P_x の積分は常に $0 \rightarrow \lambda$ 又は

$$-EI \frac{d^3 y}{dx^3} = PC \left(x - \frac{x^2}{a} \right) + C_1 \dots \dots \dots (9)$$

$0 \rightarrow h$ の間に積分して差支へなきを示せるものである。

但し C_1 は $x=0$ なる時は $-EI dy^3/dx^3 = 0$ なる故 $C_1 = 0$

$$-EI \frac{d^2 y}{dx^2} = PC \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{x^3}{3a} \right) + C^2 \dots \dots \dots (9')$$

二 演 算 *

但し $x=0$ なる時は $-EI d^2y/dx^2 = 0$ なる故 $C_2 = 0$

* 但し $x=a$ なる時は $dy/dx = 0$ なる故

$$-EI \frac{dy}{dx} = PC \left(\frac{1}{6} x^3 - \frac{1}{12} \frac{x^4}{a} \right) + C_3 \dots (10) \quad * \quad C_3 = -\frac{1}{12} PCa^3 \dots (10')$$

$$-EIY = PC \left(\frac{1}{24} x^4 - \frac{1}{60} \frac{x^5}{a} \right) + \frac{1}{12} PCa^3 x + C_4 \dots (11)$$

本式は撓度を表はすから即ち一種の弾性曲線なり、依つて梁全長の二分の一に就て A_e とすれば
て本式に依る撓度線と原位置線との間に挿まるる面積を暗[△]

$$A_e = -\int_0^a y dx = \frac{1}{EI} \left[PC \left(\frac{1}{120} a^5 - \frac{1}{360} a^5 \right) - \frac{PCa^5}{24} + C_4 a \right] \dots (11')$$

然るに暗渠が沈下を爲せる時は本面積に暗渠幅 D 及 $KDA_e + \frac{1}{2} Pa = 0$

土の沈下係數 K を乗じたるものは全下向荷重の二分の一に等しかるべきに依り
或は (11') 式に依り

$$\frac{KD}{EI} \left[PC \left(\frac{1}{120} a^5 - \frac{1}{360} a^5 \right) - \frac{PCa^5}{24} + C_4 a \right] + \frac{1}{2} Pa = 0$$

故に $C_4 = -\frac{PEI}{2KD} + \frac{13PCa^4}{360} \dots (11'')$ 度の式 (11) 式に代入すれば

即ち積分常數 C_4 は決定されたり。依つて此の C_4 を撓

$$-Y = \frac{PC}{EI} \left[\frac{1}{24} x^4 - \frac{1}{60} \frac{x^5}{a} - \frac{1}{12} a^3 x \right] - \frac{P}{2} \left(\frac{1}{KD} - \frac{13PCa^4}{180EI} \right) \dots (12)$$

本式は即ち撓度の式であるが本式中には土の反壓 q_x を決定すべき O を含めるを以て、其れを決定するため $x = a$ に於ける撓度を y_a 及 y'_a とすれば (12) 式より

$$-Y_0 = -\frac{P}{2} \left(\frac{1}{KD} - \frac{13PCa^4}{180EI} \right) \dots\dots\dots (13)$$

$$-Y'_a = -\frac{P}{2} \left(\frac{1}{KD} + \frac{8PCa^4}{180EI} \right) \dots\dots\dots (14)$$

然るに土の反壓 q_x と撓度とは大體比例するを要するを以て

$$\frac{Y_0}{y_a} = \frac{q_0}{q_a}$$

より

$$\frac{\frac{1}{KD} - \frac{13Ca^4}{180EI}}{\frac{1}{KD} + \frac{13Ca^4}{180EI}} = \frac{O}{1-O} \dots\dots\dots (15)$$

$$\therefore O^3 - 2O \left(\frac{36EI}{KD} + \frac{13}{10} \right) + \frac{36EI}{KD a^4} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

即ち O は決定されたり。

第二 q_x を曲線變化に假定せる場合

土の反壓 q_x は彈性曲線の性質上

$$\int_0^a q_x dx = \left| \frac{1}{2} Pa \right| \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{dq_x}{dx} > 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{d^2q_x}{dx^2} < 0 \dots\dots\dots (19)$$

なるを要し且つ dq_x/dx は $x = a$ に於て 0 なるを要す。故に今假りに

$$q_x = P \left\{ C + \frac{\pi}{4} (1-2O) \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

とすれば

$$\int_0^a q_x dx = \left[P \left\{ Cx - \frac{1}{2} a (1-2O) \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} \right\} \right]_0^a = \frac{1}{2} Pa \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{dq_x}{dx} = P \frac{\pi}{4} (1-2O) \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} > 0 \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{d^2q_x}{dx^2} = -P \frac{\pi}{4} (1-2O) \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} < 0 \dots\dots\dots (22')$$

となるから一層合理的である。

依つて

$$-EI \frac{d^4y}{dx^4} = q_x - P_x$$

$$= P \left\{ C + \frac{\pi}{4} (1-2C) \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} \right\} - P \frac{x}{a} \dots\dots\dots (23)$$

$$-EI \frac{d^3y}{dx^3} = \left[P \left\{ Cx - \frac{\pi}{4} (1-2C) \frac{2a}{\pi} \left(\cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{a} - 1 \right) - \frac{Px^2}{2a} \right\} + C_1 \dots\dots\dots (24)$$

但し前例の如く $C_1=0$

$$-EI \frac{d^3y}{dx^3} P = \left[\frac{1}{2} Cx^2 + \frac{\pi}{4} (1-2C) \left\{ \frac{2a}{\pi} x - \left(\frac{2a}{\pi} \right)^2 \sin \frac{\pi}{2a} \frac{x}{a} \right\} - \frac{x^3}{6a} \right] + C^3 \dots\dots\dots (25)$$

但し $C_2=0$

$$-EI \frac{dy}{dx} = P \left[\frac{1}{6} Cx^3 + \frac{\pi}{4} (1-2C) \left\{ \frac{ax^2}{\pi} - \left(\frac{2a}{\pi} \right)^3 + \left(\frac{2a}{\pi} \right)^3 \cos \frac{\pi}{2a} \frac{x}{a} \right\} - \frac{x^4}{24a} \right] + C^3 \dots\dots\dots (26)$$

但し $x=0$ なる時は $dy/dx=0$ なる故

$$C^3 = -Pa^3 \left\{ \left(\frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{3} \right) C + \frac{5}{24} - \frac{2}{\pi^2} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$-EIy = P \left[\frac{1}{24} Cx^4 + \frac{\pi}{4} (1-2C) \left\{ \frac{ax^3}{3\pi} - \left(\frac{2a}{\pi} \right)^3 x + \left(\frac{2a}{\pi} \right)^4 \sin \frac{\pi}{a} \frac{x}{a} \right\} - \frac{x^5}{120a} \right] + C_3x + C_4 \dots\dots\dots (27)$$

本式は撓度を表はすから即ち一種の弾性曲線なり、依つて A_e とすれば幅葉二分の一長では

て本式に依る撓度線と、原位置線との間に挟まるゝ面積を

$$A_e = - \int_0^a y dx = \frac{Pa^5}{EI} \left[\frac{1}{120} C + \frac{\pi}{4} (1-2C) \left\{ \frac{1}{12\pi} - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^3 + \left(\frac{2}{\pi} \right)^5 \right\} - \frac{1}{720} \right] + \frac{1}{2} \frac{C_3 a^2}{EI} + \frac{C_4 a}{EI} \dots\dots\dots (28)$$

本式中 C_3 は (26) に既て求められたるを以て本式に 代入して簡単にすれば、

$$A^e = \frac{Pa^5}{EI} \left[\left\{ \frac{4}{30} - \frac{16}{\pi^4} \right\} C + \frac{8}{\pi^4} - \frac{61}{720} \right] + \frac{C_4 a}{EI} \dots \dots \dots (28)$$

然るに暗渠が沈下を起せる時は本面積に暗渠幅 D 及土

の沈下係数 K を乗じたるものは全下向荷重の二分の一に
或は (28) 式より

$$\frac{KDPa^5}{EI} \left\{ \left\{ \frac{4}{30} - \frac{16}{\pi^4} \right\} C + \frac{8}{\pi^4} - \frac{61}{720} \right\} + \frac{C_4 a}{EI} + \frac{1}{2} Pa = 0$$

$$\therefore C_4 = -\frac{PEI}{2KD} + Pa^4 \left[\left(\frac{16}{\pi^4} - \frac{4}{30} \right) C + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^4} \right] \dots \dots \dots (29)$$

即ち積分常数 C_4 は決定されたり、而して本式中には筒
が $x=0$ 及 $x=a$ に於ける撓度を y_0 及 y_a とすれば (27)
土の反 q_a を決定すべき C を含み C は未だ決定されない 式は $x=0$ に於て

$$-y_0 = \frac{C_4}{EI} = -\left[\frac{P}{2KD} - \frac{Pa^4}{EI} \left\{ \left(\frac{16}{\pi^4} - \frac{4}{30} \right) C + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^4} \right\} \right] \dots \dots \dots (30)$$

又 y_a は同じく (27) 式より $x=a$ に於て

$$-y_a = -\left[\frac{P}{2KD} + \frac{Pa^4}{EI} \left\{ \left(\frac{8}{\pi^4} - \frac{16}{\pi^4} - \frac{3}{40} \right) C + \frac{8}{\pi^4} + \frac{35}{720} - \frac{4}{\pi^4} \right\} \right] \dots \dots \dots (31)$$

又土の反壓 q_0 及 q_a は (20) 式に依り 故に

$$q_0 = PC \dots \dots \dots (32)$$

$$q_a = P \left\{ C + \frac{\pi}{4} (1-2C) \right\} \dots \dots \dots (33)$$

$$y_a = \frac{q_0}{y_a} = \frac{q_a}{q_a}$$

$$0 = \frac{1}{2KD} - \frac{a}{EI} \left\{ \left(\frac{16}{\pi^3} - \frac{4}{30} \right) C + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^3} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

本式は即ち上の反壓 q_B を定むべき C の値を與ふる式
 * $E = 30,000,000$ 封度毎平方吋
 $I = 6,640$ 吋⁴ (管厚 0.4" = 10mm 継手電氣銲接)
 $P = 166$ 封度毎吋長
 $K = 71.5$ 封度毎立方吋
 $D = 36$ 吋

三 計 算 例

第一 q_B を直線變化とせる場合

第三圖に示す如き場合に於て

とせば第 (16) 式より

$$a = 170 \text{ 吋}^*$$

$$C^2 - 2C \left(\frac{36 \times 30,000,000 \times 6,640}{71.5 + 36 \times 170^3} + \frac{13}{10} \right) + \frac{36 \times 30,000,000 \times 6,640}{71.5 \times 36 \times 170^3} = 0$$

$$\therefore C^2 - 2C \times 4.66 + 3.36 = 0$$

$$\therefore C = 0.376$$

$$\Delta - y_0 = -\frac{P}{2} \left(\frac{1}{KD} - \frac{13PCa^4}{180EI} \right)$$

故に $x=0$ に於ける撓度 y_0 は (13) 式より Δ

$$= -\frac{166}{2} \left(\frac{1}{71.5 \times 36} - \frac{13 \times 166 \times 0.376 \times 170^4}{180 \times 30,000,000 \times 6,640} \right) = -0.02277'' \dots \dots \dots (35)$$

従つて y_0 KD なるものを計算して見れば $y_0 \cdot KD = 0.02277 \times 71.5 \times 36 = 58.6 \text{ 吋} \dots \dots \dots (36)$

又 $x=a$ に於ける撓度 y_a は (14) 式より

$$-y_a = -\frac{P}{2} \left(\frac{1}{KD} + \frac{8PCa^4}{180EI} \right) = -\frac{166}{2} \left(\frac{1}{71.5 \times 36} + \frac{8 \times 166 \times 0.376 \times 170^4}{180 \times 30,000,000 \times 6,640} \right) = -0.0381'' \dots\dots\dots (37)$$

故に

$$y_a KD = 0.0381 \times 71.5 \times 36 = 98.1'' \dots\dots\dots (38)$$

又上の反壓 q_a は $x=0$ 及 $x=a$ に於ては (7) 式より

$$q_0 = PC = 166 \times 0.376 = 62.5'' \dots\dots\dots (39)$$

$$q_a = P(1-O) = 166(1-0.376) = 103.6'' \dots\dots (40)$$

故に

$$\frac{y_a}{y_0} = \frac{0.02277}{0.0381} \div \frac{1}{1.67} \Delta$$

第二圖の如く上の反壓 q_a を曲線變化とすれば (34) 式 より

$$\frac{C}{C + \frac{\pi}{4}(1-2O)} = \frac{1}{2 \times 71.5 \times 36 - \frac{(170)^4}{30,000,000 \times 6,640}} \left\{ \left(\frac{16}{\pi^4} - \frac{4}{30} \right) C + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^4} \right\}$$

$$\frac{1}{2 \times 71.5 \times 36 + 30,000,000 \times 6,640} \left\{ \left(\frac{8}{\pi^3} - \frac{16}{\pi^4} - \frac{3}{40} \right) C + \frac{8}{\pi^4} + \frac{35}{720} - \frac{4}{\pi^3} \right\}$$

$$\therefore C^2 + 92.02C - 32.47 = 0$$

故に (30) 式より

$$\therefore C \div 0.35$$

第二 q_a を曲線變化とせる場合

にして撓度の比と假定せる上の反壓の比とは略一致せり、
 (計算は計算尺に依れり) 此に計算せる結果を圖示せるも
 のが第三圖にして撓度には KD を乗じて上の反壓と同じ
 單位を以て表せり。圖中 Reaction Curve とあるは KDy
 を示す。

$$\begin{aligned}
 -y_o &= -\left[\frac{P}{KD} - \frac{Pa^4}{EI} \left\{ \left(\frac{16}{\pi^4} - \frac{4}{30} \right) C + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^4} \right\} \right] \\
 &= -\left[\frac{166}{2 \times 71.5 \times 36} - \frac{166 \times (170)^4}{30,000,000 \times 6,640} \left\{ \left(\frac{16}{\pi^4} - \frac{4}{30} \right) 0.35 + \frac{61}{720} - \frac{8}{\pi^4} \right\} \right] = -0.022893''
 \end{aligned}$$

∴ $KDy_o = 71.5 \times 36 \times 0.022893 \div 59 \text{ * } / \text{ * } \dots\dots\dots (41)$ 又 y_a は (31) 式より

$$\begin{aligned}
 -y_a &= -\left[\frac{P}{2KD} + \frac{Pa_1^4}{EI} \left\{ \left(\frac{8}{\pi^3} - \frac{16}{\pi^4} - \frac{3}{40} \right) C + \frac{8}{\pi^4} + \frac{35}{720} - \frac{4}{\pi^3} \right\} \right] \\
 &= -\left[\frac{166}{2 \times 71.5 \times 36} + \frac{166 \times (170)^4}{30,000,000 \times 6,640} \left\{ \left(\frac{8}{\pi^3} - \frac{16}{\pi^4} - \frac{3}{40} \right) 0.35 + \frac{8}{\pi^4} + \frac{35}{720} - \frac{4}{\pi^3} \right\} \right] = -0.03802'' \\
 \therefore KDy_a &= 71.5 \times 36 \times 0.03802 \div 97.3 \text{ * } / \text{ * } \dots\dots\dots (42) \quad \Delta q_o = PC = 166 \times 0.35 \div 58.1 \text{ * } / \text{ * } \dots\dots\dots (43)
 \end{aligned}$$

従つて上の反壓 q_o 及 q_a は (20) 式に依り Δ

$$q_a = P \left\{ C + \frac{\pi}{4} (1 - 2C) \right\} = 166 \left\{ 0.35 + 0.7854(1 - 2 \times 0.35) \right\} = 97.3 \text{ * } / \text{ * } \dots\dots\dots (44)$$

故に

$$\frac{y_o}{y_a} = \frac{0.022893}{0.03802} \div \frac{1}{1.66}$$

$$\frac{q_o}{q_a} = \frac{58.1}{97.3} \div \frac{1}{1.67}$$

即ち假定せる上の反壓と計算後の撓度とは同じ様な性質を有する事を知る、此に (41) (42) (43) (44) に計算せる KDy_o , KDy_a , q_o , q_a 等を圖示せるものは第三圖の如

くにして、圖中 Reaction Curve と記せるものが KDy にして圖面では上の反壓を直線變化なりとせる場合も曲線變化なりとせる場合も KDy には殆んど見別けが着か無い位差が少いから同一曲線を以て表はして置いた。尚以上の外 $x=a$ に於ける彎曲力率は (9) 式及 (25) 式より計算して一覽表にせるものが次に掲ぐる第一表である。

第一 表

q	C	y_oKD 58.6	y_aKD 98.1	q_o 62.5	q_a 103.6	y_o/y_a $\frac{1}{1.67}$	q_o/q_a $\frac{1}{1.66}$	M_{max} 301,000
直線變化	0.376							
曲線變化	0.350	59.	98.0	58.1	97.3	$\frac{1}{1.66}$	$\frac{1}{1.67}$	299,000

第三 任意の點の q_m, y 及 M

以上に計算せる所は $x=0$ 及 $x=a$ に於ける撓度及彎曲力率並士の反壓であつたが任意の點に於ける其等のものを計算して見る。

i) q_m が直線變化の場合

$$x = \frac{1}{2}a \text{ に於ける撓度は (11) 式より } \Delta$$

$$\text{又 (7) 式より}$$

$$q_{\frac{1}{2}} = P \left\{ C + \frac{1}{2}(1-2C) \right\} = 166 \left\{ 0.376 + \frac{1}{2}(1-2 \times 0.376) \right\} = 83 \text{ #/"} \dots\dots\dots (46)$$

又 (9) 式より

$$M_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{12} P C a^2 = \frac{1}{12} \times 166 \times 0.376 \times (170)^2 = 150,500 \text{ #"} \dots\dots\dots (47)$$

ii) q_m が曲線變化の場合

(27) 式に既知數値を入れて計算すれば

$$\begin{aligned} \Delta - y_{\frac{1}{2}} &= -\frac{76PCa^5}{1920EI} - \frac{C^2}{EI} \\ &= -\frac{76 \times 166 \times 0.376 \times (170)^4}{1920 \times 30,000,000 \times 6640} - \frac{-y_o}{EI} \\ &= -0.01036 - -0.02272 = -0.03313 \text{ #"} \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

$$-Y_x = \frac{1}{30,000,000 \times 6640} \left[-0.00795x^5 + 2.42x^4 + 706x^3 - 74,700,000x + 5,350,000,000 \sin \frac{\pi x}{2a} \right] - 0.0022893 \dots \dots \dots (48)$$

本式に於て $x = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \times 170$ とする時は

$$\begin{aligned} -Y_{\frac{1}{2}a} &= -0.01084 - 0.022893 = -0.033733'' \\ \therefore K D Y_{\frac{1}{2}a} &= 71.5 \times 36 \times 0.033733 = 87'' \end{aligned} \dots \dots \dots (49)$$

又 (20) 式より

$$q_{\frac{1}{2}a} = P \left\{ C + \frac{\pi}{4} (1 - 20) \sin 45^\circ \right\} = 166 \left\{ 0.35 + 0.7854(1 - 2 \times 0.35) \right\} \times 0.7071 = 86'' \dots \dots \dots (50)$$

又 (25) 式に既知數値を代入する時は

$$M_x = 166 \left\{ 0.175x^2 + 25.5x - 2,750 \sin \frac{\pi x}{2a} - 0.00098x^3 \right\} \dots \dots \dots (51)$$

本式に $x = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \times 170$ を入るゝ時は

以上 i) 及 ii) の計算結果を第一表のもとと合して一覽表とせるものは次に掲ぐる第二表である。

$$M_{\frac{1}{2}a} = 166 \left[1265 + 2170 - 1946 - 600 \right] = 147,000'' \dots \dots (52)$$

第 二 表

q_x	C	$K D Y_x$	$K D Y_{\frac{1}{2}a}$	$K D Y_a$	q_0	$q_{\frac{1}{2}a}$	q_a	M_0	$M_{\frac{1}{2}a}$	M_a
直線變化	0.376	58.6	85.9	93.1	62.5	83.0	103.6	0	150,00	301,000
曲線變化	0.350	59.0	87.0	98.0	58.1	86.0	97.3	0	147,000	299,000

本表を見るに q_{μ} は直線變化と假定しても曲線變化と假定しても撓度には大なる相違のなきを知る、本表を圖示せるものは第三圖の如くして Reaction Curve と記せるは KDy にして Assumed Pressure とせるは q_{μ} を示す。又 Reaction Curve 及 Moment Curve は q_{μ} を曲線變化と假定しても直線變化と假定しても圖面上では見別の着かぬ位少しの差であるから圖面を汚さないために其の一方で代表しておいた。

結 論

以上の如く此の種彈性基礎上に横はる細長い構造物に對

する縱彎曲問題を解決するために土の反壓 q_{μ} を先づ假定し $-EI \frac{d^4y}{dx^4} = q_{\mu} - P_{\mu}$ を直接に積分する方法は數學上の意味は決して珍しくも無いが、應力問題としては實に便利なものにして筆者は此の q_{μ} を假定撓度線と稱し。又此の方法を假定撓度線の方法と稱して數年前より特に力説し既に二三の研究を發表せる次第にして、事上に關する限り又事應用力學に關する限り此の方法を取り、而かも數學上の論議は敢てしない。彈性基礎上の構造物に對して筆者の提唱する所が幸に識者の容るゝ所となりて、技術上益する所とならば身に餘る光榮とする所である。「エンジニア」六年九月號 612 頁參照。〔完〕