

橋梁のタイプ

	橋長取當り 死荷重(lb)	橋長取當り 鋼重量(lb)	全重量 鋼(lb)
I 普通のサスペンション・ブリッヂ	53,938	34,538	24,316,000 134,706,000
II セルフ・アンカーのサスペンション・ブリッヂ	86,770	67,570	37,384,000 234,864,000

又工費にて算て調ぶれば

橋梁のタイプ

	橋長1呎當 リ鋼の工費 \$	橋梁費 (橋脚橋臺を含む) リ鋼(lb) %
1 普通のサスペンション・ブリッヂ	3,550	24,339,000 100 %
2 セルフ・アンカーのサスペンション・ブリッヂ	7,000	26,480,000 109 %

(本稿は本年八月九州帝國大學に於て開催されたる道路學術講演會に於ける講演を加際訂正せしものなり)

構造物の實驗解法〔五〕

青木楠男

II 變形量の測定による内部應力の決定

概說 この實驗の目的は構造物又は其模型表面上の數多の點について、變形量（又は變位量）を測定し、この結果に

弾性理論上から求められる関係を適用し、それ等の諸點に於ける主應力の方向並に大きさを決定し、延いては任意の斷面に沿つての應力分布状態を知らんとするものである。

變形量の測定が供試體の表面上に限らるゝ關係上、この實驗の應用は主として表面應力をもつて内部應力を推しうる二次元の問題又はこれに類似のものについてのみであつて、第三軸の方向の應力が問題とせらるゝ場合への適用には更に特別なる關係の説導を必要とする。

この實驗に於ける一般的の缺點として考へられてゐるのは、變形の測定が其點の微小長について行はれるものでなく、相等の距離の間の變形量を實測するものであつて測定値はこの距離の間の平均變形量を與ふるに過ぎない點である。直應力材の一局部にて定應力の作用する區域の變形量測定であるなれば、この測定距離は相等長くても一向不便を認めず、この種の目的に作られた測定器の中には記録の便宜上から、測定長を 1m 前後とし、變形量を相等大ならしめたものもあるが、一般の場合で表面應力が相等變化する時にはこの測定距離は出來得る限り小さいことが理想である。

實例としては 0.7 mm 或は 3.3 mm 等の短いものを用ひたものもあるが、最も普通に用ひられてゐる測定器の測定距離は 20 mm 乃至 10 mm 程度である、供試體の大きさが極端に小さい場合、又は特異點附近等にて應力の變化が著く急激である點の測定等でなければ、普通の實驗用としては充分役立つものと考へられる。

而してこの實驗方法は測定せる變形量より主應力算出の立論の相異、従つて變形測定方針の相異等より數種に分類することが出来る。

一點にて 3 方向の變形量を測定する法 この方法の最初の聲明的な應用として Wyss 氏の結構格點鋼板の應力分布の研究

がある。供試體の表面に適當に選ばれた諸點に於て任意の 3 方向或は照査として更に 1 方向の變形を測定し後述すべき比較的簡單なる彈性關係式を用ひて主應力を算定する、而して測定變位の方向は取扱ひの便宜上其 2 つを互に 90° に交らしめ、これを x-y 軸に選べば、變形量 ε_x 及 ε_y は應力 σ_x 及 σ_y 間には

の關係がある、今更に x 軸と任意の角度 φ の傾き α をなす方向を考へ、この方向及これと 90° をなす方向の應力を夫々 σ_u 及 σ_v とすれば（第卅三圖参照）

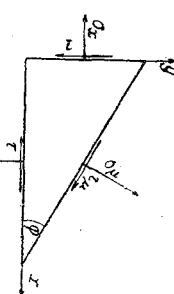
$$\left. \begin{aligned} \sigma_u &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\varphi + \tau \sin 2\varphi \\ \sigma_v &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\varphi - \tau \sin 2\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる、従つて

然るに (1) 式より $\sigma_x + \sigma_y = \frac{m \cdot E}{m-1} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= \frac{m \cdot E}{m-1} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \sigma_u + \sigma_v &= \frac{m \cdot E}{m-1} (\varepsilon_u + \varepsilon_v) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

この結果から或點に於て五に直角なる二方向の変形量の和は一定であり、これ等の中任意の2組を測定する場合4つの



第三十三

變形量中の 3 個を知れば他の 1 個は上記の關係より求めらべく、又 4 個を測定すれば (5) の關係式より測定値の照査をなすことが出来る。

これ等の變位測定の方向は既述の如く全く任意であるが、假りに 2 組の測定方向の中最初に選んだものが、第Ⅳ回圖に於けるが如く求めるとする主應力の方向 (θ 軸及 $\pi/2$ 軸) と α の傾斜 (α 軸及 $\alpha + \pi/2$ 軸) をなすものとし、次に選ぶ他の一組の變位の方向を最初の組に對し $\pi/4$ の傾き有せしむれば ($\alpha + \frac{\pi}{4}$ 軸及 $\beta + \frac{3}{4}\pi$ 軸)、2 組の軸の方向の變位量 ε_0 , $\varepsilon_{\alpha+\frac{\pi}{2}}$, $\varepsilon_{\alpha+\frac{\pi}{4}}$, $\varepsilon_{\alpha+\frac{3}{4}\pi}$ から次の如くにして主應力の方向及大きさを決定することが出来る。

今主應力の方向の變位を ξ_0 , $\xi_{\frac{\pi}{2}}$ とすれば、一般に

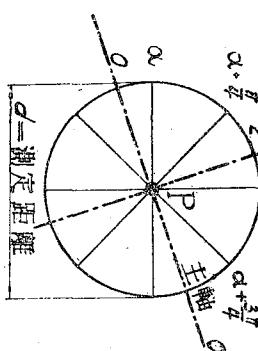
從
事

同様に $\alpha + \frac{\pi}{4}$, 及 $\alpha + \frac{3}{4}\pi$ の方向に對しては

$$\varepsilon_{a+\frac{\pi}{4}} - \varepsilon_{a+\frac{3}{4}\pi} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_{\frac{\pi}{2}}) \cos 2(a + \frac{\pi}{4})$$

$$\varepsilon_{a+\frac{\pi}{4}} - \varepsilon_{a+\frac{3}{4}\pi} = (\varepsilon_a + \varepsilon_{\frac{\pi}{4}})(-\sin 2a) \quad \text{(y)}$$

(8) 及 (9) 式によつて主應力が變位測定の方向となす角 α は



第四圖

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - \frac{\varepsilon_{a+\frac{\pi}{4}} - \varepsilon_{a+\frac{3}{4}\pi}}{\varepsilon_a - \varepsilon_{a+\frac{\pi}{2}}} \quad \dots \quad (10)$$

にて頼られる。

今便宜下: $\varepsilon_a + \varepsilon_{a+\frac{\pi}{\sigma}} = \varepsilon_o + \varepsilon_{\frac{\pi}{\sigma}} = \text{定數} = S_a$

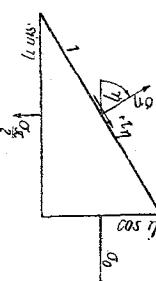
$$\varepsilon_0 - \varepsilon_{\frac{\pi}{2}} = D_0 ; \quad \varepsilon_a - \varepsilon_{a+\frac{\pi}{2}} = D_a ; \quad \varepsilon_{a+\frac{\pi}{4}} - \varepsilon_{a+\frac{3}{4}\pi} = D_{a+\frac{\pi}{4}}$$

(11) 及 (12) 式の D_0 の値は (13) 式より

$$\frac{1}{\cos 2\alpha} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha} = \frac{1}{D_\alpha} \sqrt{D_\alpha^2 + D_{\alpha + \frac{\pi}{4}}^2}$$

として與へられる、平方根の符號は、 $0 < \alpha < 45^\circ$ にして $\cos 2\alpha > 0$ なるが故に、 D_3 と同じである。

次に主應力の大きさの決定であるが、一般第卅五圖の如く主應力 $\sigma_{\frac{\pi}{2}}$ となりなる角度をなす面に働く垂直及切面應力 σ_{η} 、



第五冊

τ_η は

$$\sigma_\eta = \frac{1}{2}(\sigma_o + \sigma_{\frac{\pi}{2}}) + \frac{1}{2}(\sigma_o - \sigma_{\frac{\pi}{2}})\cos 2\eta$$

$$\tau_\eta = -\frac{1}{2}(\sigma_o - \sigma_{\frac{\pi}{2}})\sin 2\eta$$

にて示され、これに (1) 式と同様の関係より説導せらる。

$$\sigma_o = \frac{m \cdot E}{m^2 - 1} (m \cdot \varepsilon_o + \varepsilon_{\frac{\pi}{2}}), \quad \sigma_{\frac{\pi}{2}} = \frac{m \cdot E}{m^2 - 1} (m \varepsilon_{\frac{\pi}{2}} + \varepsilon_o)$$

を代入すれば

$$\sigma_\eta = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot E}{m^2 - 1} [(m+1)S_a + (m-1)D_a \cos 2\eta]$$

$$\text{従つて } \sigma_\eta = \frac{m \cdot E}{2} \left(\frac{S_a}{m-1} + \frac{\sqrt{D_a^2 + D_{a+\frac{\pi}{4}}^2}}{m+1} \cos 2\eta \right) \quad (15)$$

$$\text{同様に } \tau_\eta = -\frac{m \cdot E}{2} \cdot \frac{\sqrt{D_a^2 + D_{a+\frac{\pi}{4}}^2}}{m+1} \sin 2\eta \quad (16)$$

今 $\eta = \frac{\pi}{2}$ のとき (15) (16) 式は $\sigma_\eta = \sigma_{\frac{\pi}{2}}$; $\tau_\eta = 0$ にて主應力を與え。

$$\sigma_{\frac{\pi}{2}} = \frac{m \cdot E}{2} \left(\frac{S_a}{m-1} \pm \frac{\sqrt{D_a^2 + D_{a+\frac{\pi}{4}}^2}}{m+1} \right) \quad (17)$$

又 $\eta = \frac{a}{a+\frac{\pi}{2}}$ のとき $\sigma_\eta = \frac{\sigma_a}{\sigma_{a+\frac{\pi}{2}}}$; $\tau_\eta = \frac{\tau_a}{\tau_{a+\frac{\pi}{2}}}$ を與ふ。

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a+\frac{\pi}{2}}} = \frac{m \cdot E}{2} \left(\frac{S_a}{m-1} \pm \frac{D_a}{m+1} \right) \quad (18)$$

$$\tau_{a+\frac{\pi}{2}} = \pm \frac{m \cdot E}{2} \cdot \frac{D_{a+\frac{\pi}{4}}}{m+1} \quad (19)$$

今剪力を $\tau_a = \tau_a \cdot G$ にて示すとすれば $G = \frac{m \cdot E}{2(m+1)}$ なるが故に $\tau_a = D_{a+\frac{\pi}{4}}$ (21)

又最大剪力は $\eta = \pi/4$ にて起り (16) 式により

$$\tau_{max} = \pm \frac{m \cdot E}{2} \cdot \frac{\sqrt{D_a^2 + D_{a+\frac{\pi}{4}}^2}}{m+1} \quad (21)$$

(實驗例) 以上記の理論に基いて行はれた著明な實驗例の二三を記述したいと思ふ。

1. 開格點應力 第卅六圖に示すが如く直角に交る二部材の格點に於ける應力分布、殊に内側四角の頂點附近の應力を求めるものであつて、内側に丸味を附したる場合の影響をも同時に求めてゐる、開格點の對角線に沿つての應力分布に就いては 1912 年 P. euss 氏の實驗があるが、こゝに記述せんとするものは格點各部の應力を明かならしめたために、Wysse 氏によつて行はれた實驗である。

試片は軟鋼板 $390 \times 100 \times 10$ mm から作られ内角 A は直角、B は 30 mm の半径にて丸味が附けてある、試片には大體の形成を終へて後、初應力を除く意味に於て熱處理が施され、後兩面の琢磨が行はれてゐる。

載荷には C 及 D 點を垂直抗張試験機に取付けた圖示の伸張装置のナイフ・エッヂに當て上下に伸張してをる。荷重は A 點の應力が過大とならざる様、1.2 施程度に止めてをる。

變形測定のため試片兩面に圖の如く 30 mm 目の網目が記され、應力の變化大なるべき内角附近は測定を細かくするため 10 mm 目としてをる。

變形の測定は上記基盤の中心に於て行はれ、上下左右及二對角線の方向の四つが測定せられてをり、 $\Delta l_1 + \Delta u = \Delta l_1 + \Delta l_2$ の關係より測定値の照査を行つてをる。

變形測定用の裝置としては後述すべき Okhuizen 式のものが使用されてをる、變形測定距離は 20 mm 及 10 mm の 2 種で倍率は各々 900 及 1100 である。

(つづく)

