

構造物の實驗解法 (四)

青 木 楠 男

前掲の實驗例に於ては、反向點にて分割せられたる構造物の各部分の彎曲率は單なる靜力學的的關係から算出すること
が出来たのであるが、構造物によつては斯くの如き簡單なる方法のみにては、解法が求め難く、部材の剛直比 J/A (部材の

斷面の慣性能率と有

効長との比) を考慮

しなければならぬ

場合がある。

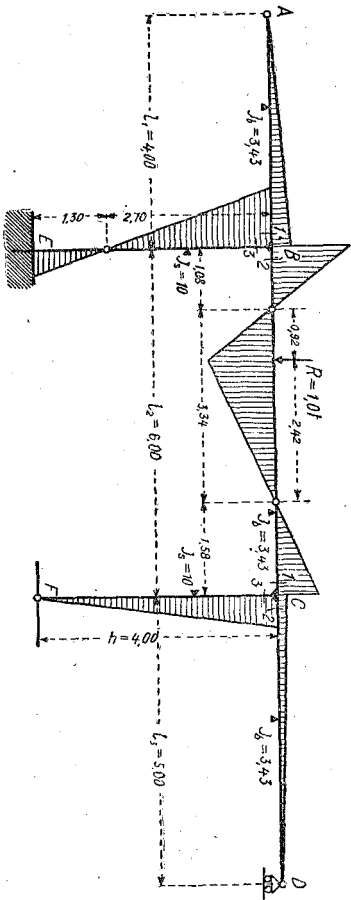
例へば第 26 圖の

三徑間連續桁が二支

柱を有し A 端は固定

D は轉子一支柱は固

定端、他は鉸端なる



第廿六圖 支柱を有する三徑間連續桁

場合、中央径間に集中荷重 $R=1T$ を加へたものとする、“Nupubest” 装置により各部分の断面剛性を適宜に選定して作った模型について行つた実験の結果、中央径間に 2 反方向點、固定端を有する支柱に 1 反方向點が圖示の位置に起つたとする。

この結果から中央径間 BC の彎曲率は前掲の實驗例に於けると同様、2 反方向點間を單桁、左右を突桁として靜力學的に算出することが出来左端の彎曲率 $M_{bc}=0.782$ となる。

次に端桁 AB 及支柱 EB の端彎曲率 M_{ba} 及 M_{be} を求むるに、さほど正確なる結果を必要としない場合には次の略算法にて比較的簡單に算出することが出来る。

先づ各材について剛直比を計算する。

$$\text{端桁 BA} \quad J_g/I_1 = 8.48/4.00 = 0.86$$

$$\text{支柱 BE} \quad J_{g/a} = 10.0 \times 2.70 = 3.70$$

この比率によつて M_{ba} , M_{be} と平衡を保つべき $M_{bc}=0.782$ の値を分ち

$$M_{ba} = \frac{0.782 \times 0.86}{0.86 + 3.70} = 0.148 \text{ 米噸}$$

$$M_{be} = \frac{0.782 \times 3.70}{4.56} = 0.634 \text{ 米噸}$$

を得。

この略算にては支柱の剛直比として $J_{g/a}$ を用ひてをるところに誤りがあるので次の計算に於ては BE 支柱についてよ

り煩雜なる計算を必要とする。

先づ B 格點について其の變形による回轉を考へる、剛格點なるが故に孰れの部材に對してもこの回轉角は同様でなく
てはならぬ、今 BE 支柱について此回轉角を力率面積法にて求むれば

$$\tau_{BC} = \frac{1}{hEJ_s} \left\{ \frac{M_{BE}a^2}{2} \left(b + \frac{2}{3}a \right) - \frac{M_{EB}b}{2} \cdot \frac{b}{3} \right\}$$

然るに $\frac{M_{BE}}{M_{EB}} = \frac{a}{b}$ $M_{EB} = \frac{b}{a} M_{BE}$

$$\tau_{BE} = \frac{M_{BE}}{6hEJ_s} (3ab + 2a^2 - \frac{b^3}{a})$$

桁 BA に對しては

$$\tau_{BA} = \frac{1}{I_1 E J_1} \cdot \frac{M_{BA} l_1}{2} \cdot \frac{2l_1}{3} = \frac{M_{BA} l_1}{3EJ_1}$$

従つて

$$\frac{M_{BE}}{M_{BA}} = \frac{\frac{2hJ_s}{J_1} (3ab + 2a^2 - b^3/a)}{\frac{J_1}{l_1}} = \frac{3.30}{0.86}$$

故に $M_{BA} = \frac{0.782 \times 0.86}{3.3 + 0.86} = 0.162$ 米噸

$$M_{BE} = \frac{0.782 \times 3.30}{4.16} = 0.620 \text{ 米吨}$$

これ等の數値を既述の略算法の結果と比較するとき約 2~9% の相異がある。

更に構造物によつては格點變位の自由な

第 廿七 圖

第 廿八 圖

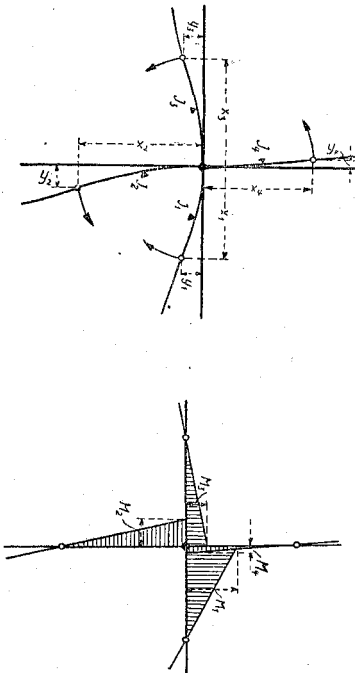
第 27 圖に示すごとく多數の部材の集中する格點を考へねばならぬ場合がある、第 28 圖はこれ等の部材の彎曲力率圖を示したもので、一般に第 29 圖 FG の如き桁が上圖の示す彎曲力率をうけ下圖の彈性曲線を持つ場合、傾斜角 $\theta = 0$ なる一點 F の接線より反方向點 G₁ の偏倚は

$$y = \frac{M_x}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{EJ}$$

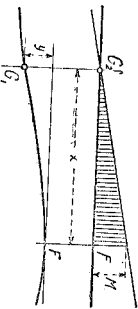
従つて彎曲率は $M_x = \frac{3yEJ}{x^2}$

にて示さる。

よつて第 27 圖の各部材については



第 廿九 圖



$$M_1 : M_2 : M_3 : M_4 = \frac{8Y_1 E_1 J_1}{x_1^2} : \frac{8Y_2 E_2 J_2}{x_2^2} : \frac{8Y_3 E_3 J_3}{x_3^2} : \frac{8Y_4 E_4 J_4}{x_4^2}$$

同一材料の使用せられたる場合

$$M_1 : M_2 : M_3 : M_4 = \frac{Y_1^2 J_1}{x_1^2} : \frac{Y_2^2 J_2}{x_2^2} : \frac{Y_3^2 J_3}{x_3^2} : \frac{Y_4^2 J_4}{x_4^2}$$

J は實物について又は模型について定まつた値であり xY は實驗の結果によつて得らるべき數値である。而して此等の値は目的上から云つて單に比例値を知れば十分である。

而して上式の關係を用ひて各彎曲力率を求めんがためには一部份の夫れ例へは M₁ が Nupubest 法によつて靜力學的にか又は他の方法にて求められてをらねばならぬ、この場合

$$M_1 = M_2 + M_3 + M_4$$

の平衡條件を用ひ上記の比例式から各彎曲力率を解くことが出来る。

以上 Nupubest 解法に於ける特殊の場合を説いたものであるが、孰れも曲度計の利用を反方向點の位置決定に限つた場合の話で $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$ の關係を用ひて曲度計の讀みから直接各點の彎曲率を算出する場合には以上の如き理論的の煩雜なる手數を必要としない。

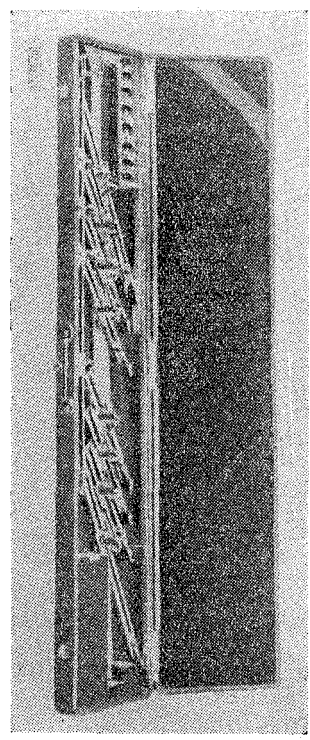
一般に Nupubest 解法の精度としては 1~8% 程度と云はれてをるが、これまで述べるにはよほどの骨折りが必要である。而してこの方法の目的並に性質上から見て其の正確さに於て優るよりもむしろ操作の簡便、時間の節約等の方が主眼

と考へらるべきである。

Gottschalk 氏の Continostat 南米 Buenos Aires の Civil Engineer Otto Gottschalk によつて考案された “Continostat” と呼ばれてゐる實驗装置がある。南北兩米の諸大學、官公署等に相當備付けられてをると考案者の稱してをるこの装置は其の理論、構造等既述のものと同小異である、一つのセットとして販賣されてをり大體第 30 圖の如き體裁をなしてをる。構造物模型を備付けの鋼帯によつて形成する點など Nupbest と全く同じことであるが、實驗方法が Rieckhof 氏は反方向點の位置決定を主眼としたに對し、Gottschalk 氏は模型の鋼帯の形成する彈曲線を、直接未知量の影響線として用ひ様とする點に於て異つてをる。

第 31 圖は四個連續桁の實驗を示したもので、これによつて装置の大體を説明すると、先づ金屬製の滑かな長定期があり、これに噛み合つて左右に滑動する何箇かの標桿があり、其尖端に模型形成用の鋼帯を握む爪が取付けられてをる。鋼帯は實驗の目的に應じて自由に撰擇できる様各種の長きと厚さのものがあり、模型一部の断面變更をなしうる爲に短い多數の鋼帯も附屬してをる。此ほか直交する部材を有する場合の格點金物、彎曲率影響線の頂點に用ひらるべき特別なる部

第三十圖 Continostat 装置



材縮金物等を有してをる。

實驗例として三徑間連續桁の計算を示して見様、

第 32 圖は其略圖である。徑間 5m + 9m + 6m 第一

徑間には $G = 2 \times 1 = 2T$ 第二徑間には $G_2 = 9 \times 0.5$

$= 4.5T$ の等布荷重と一集中荷重 $P = 6T$ を有する

ものとし、桁の断面一樣なりとする。

先づ適當の縮尺にて圖を描き、これと適當の間

隔を置き、鋼製定規を据え、標桿の位置を連續桁

支點に一致せしめ其尖端に模型形成用の鋼帯を取

りつけ、これを圖面の位置と一致せしめる。

最初に支點 A の反力を求めて見る、他の 3 支點固定の上 A 支點の標桿を A' まで移動せしめる、移動量は徑間の $\frac{1}{5}$

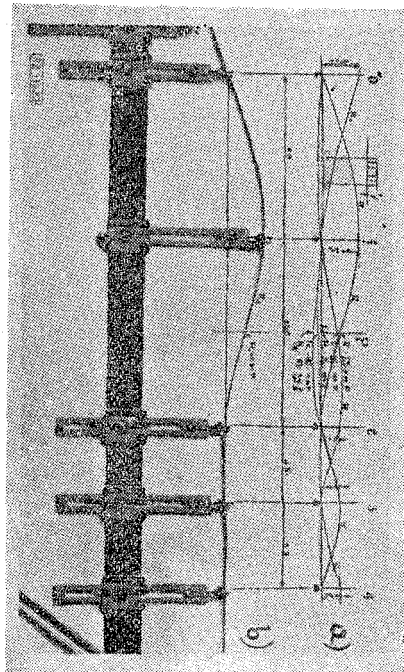
乃至 $\frac{1}{6}$ 程度を適度とする、このときの鋼帯の示す彈曲線は反力 R_A の影響線を示し A A' の長さを單位として測つた縱座

標は各點の單位荷重による R_A を示すものである、従つて上記の荷重によつて生ずる R_A は

$$R_A = 2 \left(0.32 - \frac{2 \times 0.015}{3} \right) - 4.5 \frac{2 \times 0.18}{3} - 6 \times 0.18 = 1T$$

こゝに 0.32 0.18 0.18 は G_1 G_2 P の載荷點に於ける縱座標を示し、 $\frac{2 \times 0.015}{3}$ 、及 $\frac{2 \times 0.18}{3}$ は等布荷重部の影響線と

其の兩端を結ぶ直線との間の面積を示す。



第 31 圖 Continuous beam による四徑間連續桁實驗

同様に R_B の算出には標準 B を動かし弾曲線 A

$B'CD$ を求め R_B は

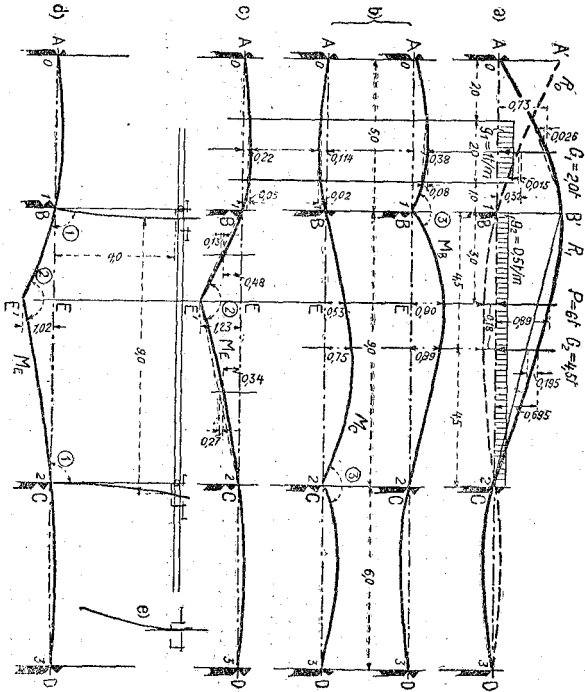
$$R_B = 2 \left(0.73 - \frac{0.026}{3} \right) + 4.5 \left(0.695 - \frac{0.105}{3} \right) + 6 \times 0.89 = 9.63T$$

として算出せられる。このほか b 圖 c 圖に於ては B, C, E にて鋼帯を既述の縮金物にてつぎこの點の移動によつて各點の彎曲力率影響線を求めてを

各種實驗法の比較 以上述べ來つた 5 種の實驗法を模型の種類によつて區別して見ると、Boggs Kanus 氏の方法の如く實物の形狀に應じて模型を製作するものと Rieckhof Gotschalk 氏の方法の如く豫め與へられた鋼帯又は鋼線を用ふるものと 2 種がある。

前者は實物の部材が如何に二次率に變化があらうが、形狀に彎曲、不規則の變化があらうがこれに應じて模型つくれるから應用の範圍が極めて廣く、理論計算では企圖し得ない様な複雑なる形狀のものゝ解法に適用出来るから實驗解法の偉

第卅二圖 三徑間連續桁



力を充分に發揮しうるものは此種のものであると云はねばならぬ。

併しこれに伴つて當然起つて来る手数は模型の製作上の困難である。構造物が複雑なればなるほど正確なる模型の工作は困難となる、且つ模型に關しての一大缺點と認められることは實驗の誤差の主なるものが、模型局部に起る彎折に原因することである、これを避けんがためには實物に近い Slenderness Ratio の模型が喜ばれ其結果として小型のものを用ふる方が都合よく、製作上の缺點、移動装置の不正確等より起る誤差を充分懂ならしむるに必要なほど大型のものが使用できないこととなる。

これに對して鋼帶を用ふるものにあつては模型部材断面の選擇に前者ほどの自由さをもたぬ、殊に一部材中に断面の變化ある場合の、模型の如きは先づ出来ないと考へた方がよい、Rieckhof にしろ Gottschalk にしろこのためには一部材中断面の大きくなる部分だけ他の短い鋼帶を重ねればよいと稱し、これを使つての實驗例も示してをるが、二枚重ねの鋼帶を一體として完全に働かせることは先づ難しい、水平剪力のために所詮は別々の板として働くものと考へねばならぬ。かく考へると結局鋼帶使用の實驗では慣性能率一定の構造物で部材の形状の簡單なもののみが極めて便利に試驗出來ると云ふことになり、部材組合装置はあるものゝ色々な角度に集る部材特別形状の曲桁などあるときは全然模型製作が不能となる。

次に實驗方法の不便と其精確度を比較して見たいと思ふ、Beggs の方法での誤差の生ずる原因は

1. 模型の不正確並に實驗中に生ずる局部 Buckling
2. 變形装置の不正確による誤差

8. 観測上の誤差

であつて、1及2のものは其原因をつきとめさへすれば、いかほどでも精度度を高めてゆける質のものであり、3のものは其實験方法の性質上から考へて他の鋼帯によるものほどに誤差が起る筈がない、従つてこれ等數種の模型試験方法のうちで Beggs 氏のもの是最も正確で其誤差を數%に止めることは困難ではない。

たゞ實驗の結果から得られるものが支點に於ける不穩定量であつて、求めたこれ等の結果から各斷面の彎曲率等を計算せねばならぬ手數のあることが、直接彎曲力の測定可能である鋼帯使用のものとの大なる相異である。

Rieckhof の方法に於ての誤差は

1. 鋼帯の厚さに不釣等があること
2. 曲度計がさほど精密なものでないこと
3. 格點結合装置の不完全から模型の形狀の正確が期し得ないこと
4. 測定に當つての變形が實驗の便宜上からかなりの量に達するから、このために生ずる模型形狀の狂ひのために精度が落ちること

1と3とは注意によつては或程度まで其影響を除きうるが2と4とによる誤差は實驗の性質上、そう容易くは除き得ぬ曲度計がさほど敏感でない結果として反方向點の位置の決定に相等困難を感じる鋼帯の兩側から曲率の變化を見るのであるが誤差の原因が反方向點の位置の誤に存することが多い。もし曲度計を用ひ其示度の比率によつて各點の彎曲率を算定する場合ならば同様に其精度があまり期待出來ぬことは想像される、これ等の點から考へてこの方法の精度は10%程度が精々

と考へる方が妥當かも知れぬ。

Gottshalk の方法は模型から直ちに影響線を求めるもので、如何程多數の荷重を有してを一つも一つの影響線によつて不静定未知量を容易に算出しうる點が。他のものに比して優つた特長であるが、其操作から考へて Riackhof の方法に比して更に大なる誤差が入つて來ることは當然である、鋼帯の不均等による誤差は Nupubost と同様、變形のための誤差は變形を Nupubost より更に強くするから一層大きい。又鋼帯の形狀をうつして影響線とする操作が極めて精密にゆくとも思はれない、これ等の點から見で、其の實驗の結果の應用が便利であるだけに誤差は他のものに比して大なることは免れない。

以上模型による不静定量の實驗解法として今日用ひられてをる主なものを記述したつもりである。實地に應用の経験を有しない筆者が大膽な批判を下したことを考察者諸氏へ謝すと共に見解の誤りについての御叱正を乞ふ次第である。

尙この實驗解法に關する文献として筆者の調べた範圍では 16 ばかりあるが其中主なものは次の様なものである、特別に興味をもたれる讀者のために書き出して見た。其の中 * 印を附したものは拙稿執筆に當つて参考としたものである。

(この項終)

- O. Schäfer—Modellmessungen als Hilfsmittel für die Berechnung Stat. unbest. Syst. (Armierter Beton) 9B. S 3 S 81)
- A. Mullenhoff—Die Berechn. st. unbest. Syst. mit Hilfe von Biegunsmessern an Papiermodellen (Der Eisenbau 1922 S 138)

- G. E. Beeggs—An accurate mech. solution of St. Ind. str. by use of Paper models and Special gages. (Proc. of Am. Con Ins. 1922)

- F. Kann—Beitrag zur Lösung st. umbest. System durch Messung (Beton und Eisen 1921 S. 268)
- O. Gottschalk—Exp. Lösung st. umbest. Sys. für den Gebrauch in der Praxis (Bauingenieur 1926 S. 772)
- * O. Gottschalk—Lösung stat. Aufgaben mittels Modellgerätes (V. D. I. 1926 S. 261)
- * K. Hofacker—Mechano-Stat. Untersuchung Hochgeradig St. umbest. Tragwerke. (Schw. Bauz 1926. S. 153)
- C. Rieckhof—Nupubest (Technische Mechanik V. D. I verlag 1925)
- * C. Rieckhof—Experimentelle Statik (1927)
- * B. Anders—Brass wire models used to solve indeterminate Structure (Eng. N. R. Dec. 8 1927)
- * 吉田薫——不静定架構の實驗的解法に就て (建築雜誌14504號, 1927)
- * G. Norch—Die Exp. Brech St. umbest. (System. Zent. der Bauverwaltung 5 okt 1927)

鐵筋混凝土桁橋の設計に就て (完)

大 野 博

4 二等橋及び三等橋に對する計算

以上を以て T 桁の主なる經濟的寸法を決定することを得たのであるが、然らば内務省「道路構造に關する細則」所定の二