

京都大学工学部 正会員 後藤尚男  
 京都大学大学院 学生会員 ○ 豊田弘行

1. まえがき 耐震設計の対象となる地震を考えたとき、これを2つの面から確率事象として捉えることが妥当であろう。すなわち、地震の発生の不規則性と地震時における地盤の運動の不規則性である。地震発生の統計的取扱いは、過去千数百年間の地震の記録に極値統計学における再帰期間 (return period) の概念を適用して、将来の一定期間における最大地震加速度の期待値を示す地図を作製した河角博士の論文がある<sup>1)</sup>。しかし、現在得られていた過去の地震の記録が各時代における大地震をすべて網羅しているとは考え難いから、記録された地震の総数を全期間の長さで割って単位期間の地震の平均回数とした同論文の解析法には疑問が持たれる。著者は、将来の地震危険度の推定は、記録の少ない比較的最近の時代の地震記録に基づいて行なうべきであると考えが、本研究では、この立場に矛盾することなくそれ以前の時代の地震記録をも解析に取り入れる方法を考案した。また地震動の不規則性については、不規則振動論による地震応答解析が最近盛んに行なわれたようになったが、これを耐震設計に応用するとしても、地震動の強度を表わす統計量を数値的に決定する方法が与えられに至っていないために、真に確率的な評価を下すことが困難であった。本研究では、1回の地震における最大地震動の確率分布を求め、これより任意の震度階に対する地震動の r.m.s. 強度について論じた。さらに、これらの結果を用いて、将来のある期間における最大地震動の確率分布を求める方法について論じた。本研究の一部はすでに発表したが<sup>2)</sup>、ここではその後行なった数値計算結果、精度の検討の結果などとあわせて報告する。

2. 地震の確率モデル

(1) 地震の発生過程 過去の時代を  $r$  個の期間  $B_1, B_2, \dots, B_r$  に分け、それぞれの長さを  $S_1, S_2, \dots, S_r$  年とする。図-1のように、過去の地震総数  $N$  個のうち  $N_k$  個が  $B_k$  期間で発生し、またこれら  $N$  個の地震のうち  $n_1, n_2, \dots, n_m$  個がそれぞれ震度階  $I_1, I_2, \dots, I_m$  であったとする。このような記録に対し、地震発生の確率モデルを次のように設定する。すなわち

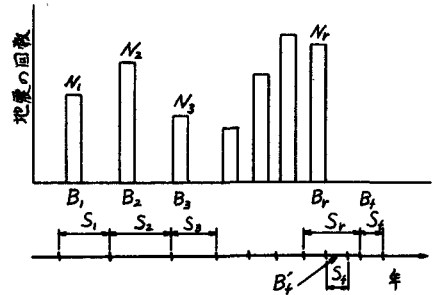


図-1 地震発生の確率モデルの説明

ち、 $B_k$  期間についてみると、この記録は  $N$  回の Bernoulli 試行列の実現値であり、 $N$  回のうち  $n_1, n_2, \dots, n_m$  回の試行がそれぞれ震度階  $I_1, I_2, \dots, I_m$  の地震について行なわれたものとする。各試行における生起確率は  $P_k = N_k/N$  とする。

次に最近の  $S_r$  年 ( $B_r$  期間) と将来の  $S_f$  年 ( $B_f$  期間) では地震の危険度に変化がないとすると、1回の Bernoulli 試行で地震が  $B_f$  に発生する確率  $P_f$  は  $P_f = P_r S_f / S_r = N_r S_f / N S_r$  で与えられる。したがって  $B_f$  期間で震度階  $I_1, I_2, \dots, I_m$  の地震がそれぞれ  $k_1, k_2, \dots, k_m$  回発生する確率が次式のように求められる。

$$P_c(k_1, k_2, \dots, k_m) = \prod_{j=1}^m \binom{n_j}{k_j} P_f^{k_j} (1-P_f)^{n_j-k_j} = \prod_{j=1}^m b(k_j; n_j, P_f) \dots (1)$$

また  $\tilde{N}_{I_j} = \sum_{i=1}^m n_{I_{ij}}$  とおくと、震度階  $I_j$  以上の地震の再現期間  $T_{rI_j}$  は次式より算出される。

$$T_{rI_j} = N S_r / \tilde{N}_{I_j} N_r \quad \dots\dots\dots (2)$$

(2) 地震動の表現 地震動が全体として統計的に非定常な性質を持つことは明かであるが、強震時には最大加速度を生ずる前後の数秒～十数秒に比較的定常的な部分がある場合が多いことが強震計の加速度記録から知られている。ここでは最大地動、地震動の最強部の強度などを問題にしているから、この定常部分のみを取り扱う。そこで地震加速度  $x(t)$  を次式で表わす。

$$x(t) = \beta g(t) \{u_1(t) - u_2(t - \tau)\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\beta$ : 加速度の次元を持つ定数、 $g(t)$ : 平均値0で分散1なる定常確率過程、 $\tau$ : 地震動の定常部分の長さ、 $u_2(t)$ : unit step function。また  $g(t)$  のパワースペクトル密度  $S_g(\omega)$  には次式を用いる。

$$S_g(\omega) = (128/3\omega_0) (\omega/\omega_0)^4 \exp(-4\omega/\omega_0), \quad \text{ここに } \omega_0 = 2\pi/T_0, \quad T_0: \text{卓越周期}$$

強震地震動の定常部分の振幅確率密度は、図-2からわかるように、近似的に正規分布とみなしてよさそうである。 $\chi^2$  検定を行なうと、両者は大振幅領域で特によく一致している。ここでは  $g(t)$  に (したがって  $x(t)$  に) 正規分布を仮定する。

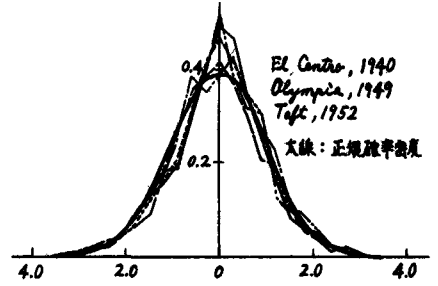


図-2 地震加速度定常部分の振幅確率密度

### 3. 1回の地震による最大地動の確率分布

(1) 基本式 1回の地震で加速度が  $\alpha$  を越えた過程を Poisson 過程で近似すると、その地震における最大加速度の確率分布  $\Psi_m(\alpha)$  は次式のように求められる。

$$\Psi_m(\alpha) = \Psi_{sm}(\xi) = \text{erf}(\xi/\sqrt{2}) \exp[-2.7386(\tau/T_0) \exp(-\xi^2/2)], \quad \text{ただし } \xi = \alpha/\beta \quad \dots\dots\dots (4)$$

Poisson 過程による近似は、 $S_g(\omega)$  が広帯域であるほど、 $\alpha$  (または  $\xi$ ) が大きいほど、そして  $\tau > T_0$  程度では  $\tau/T_0$  が大きいほど精度が良い。実際の大地震では  $\tau/T_0$  は 10~100 の範囲にあるものと若えて、その下限である  $\tau/T_0 = 10$  と数値計算に用いた  $\tau/T_0 = 30$  の2通りについて、シミュレーションの結果および操塚博士の方法<sup>3)</sup>を改良して求めた  $\Psi_m(\xi)$  の上・下限値と式(4)とを比較することによって精度を検討した。 $\Psi_m(\xi)$  の上・下限  $\Psi_{sum}(\xi)$ ,  $\Psi_{sln}(\xi)$  は次式より算出される。

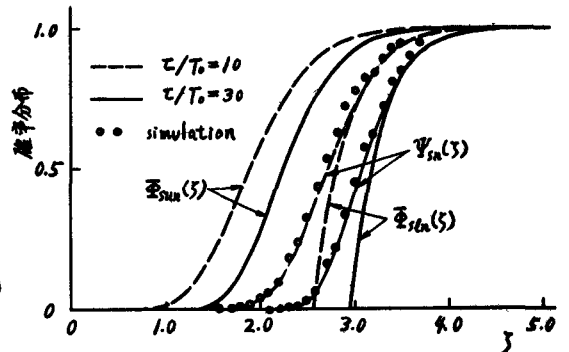


図-3  $\Psi_m(\xi)$  の精度の検討

$$\Psi_{sum}(\xi) = \{P_m(\xi)\}^{K+1}, \quad \Psi_{sln}(\xi) = \text{erf}(\xi/\sqrt{2}) - 2.7386 \frac{\tau}{K T_0} \frac{1 - \{P_m(\xi)\}^K}{1 - P_m(\xi)} \exp(-\xi^2/2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、
$$P_m(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \text{erf}(\xi/\sqrt{2}) \int_0^\xi \exp(-\frac{\xi^2}{2}) [\text{erf}\{\frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + R(\tau)\xi)\} + \text{erf}\{\frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - R(\tau)\xi)\}] d\xi$$

$K$ :  $\tau/(\tau_c + 2T_0) - 1$  の整数部分、 $R(\tau)$ :  $g(t)$  の自己相関関数、 $\tau_c$ :  $R(\tau) = 0$  なる最小の  $\tau$ 、 $\tau_c$ :  $g(t)$  の correlation time、 $\nu = \sqrt{2(1 - \{R(2\tau_c)\}^2)}$ 。

計算結果を図-3に示した。これより、本研究で用いた諸条件に対しては、Poisson 過程による近似

は十分正確な値を与えてくれることわがかる。

(2) パラメータ  $\beta$  震度階 I の地震による最大加速度の平均値を  $\alpha_I$  とすると、それに対応する  $\beta$  の値  $\beta_I$  は

$$\beta_I = \alpha_I / \int_0^{\infty} \{1 - \Psi_n(s)\} ds \quad \dots\dots\dots (6)$$

より求められる。この  $\beta_I$  は、震度階 I の地震動の定常部分における加速度の標準偏差を表わしており、不規則振動論による地震応答解析において、地震動の強度を決定する 1 つの指標となるであろう。図-4 に  $\beta_I/\alpha_I$  と  $\tau/T_0$  の関係を示す。

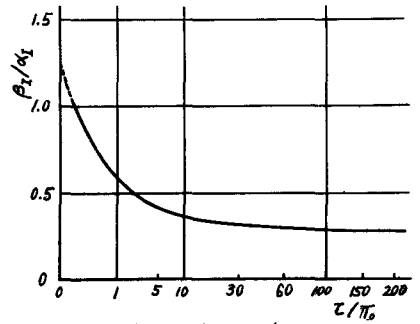


図-4  $\beta_I/\alpha_I$  と  $\tau/T_0$  の関係

(3) 平均加速度  $\alpha_I$  金井博士の研究結果と気象庁による各震度階の加速度から、 $\alpha_I$  を次式により算出する。

$$\alpha_V = 50 T_0^{-1.316}, \quad \alpha_{VI} = 96 T_0^{-1.316}, \quad \alpha_{VII} = 140 T_0^{-1.316} \quad (\text{cm/sec}^2), \quad (T_0: \text{sec}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお式(7)でなく河角公式を用いると、すでに知られているように

$$\alpha_V = 142, \quad \alpha_{VI} = 450, \quad \alpha_{VII} = 1420 \quad (\text{cm/sec}^2) \quad \dots\dots\dots (8)$$

#### 4. 将来の最大地震動の確率分布

(1) 基本式 各地震における最大地震動が互に独立であるとすると、震度階  $I_1, I_2, \dots, I_m$  の地震がそれぞれ  $k_{I_1}, k_{I_2}, \dots, k_{I_m}$  回起った場合の最大加速度  $\alpha_f$  の確率分布は次式で与えられる。

$$\Psi_c(\alpha_f | k_{I_1}, k_{I_2}, \dots, k_{I_m}) = \prod_{j=1}^m \{ \Psi_s(\alpha_f; I_j) \}^{k_{I_j}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\Psi_s(\alpha; I_j)$ :  $\beta$  に  $\beta_{I_j}$  を用いたときの  $\Psi_s(\alpha)$  の値。式(1), (9)より将来の  $B_f$  期間における最大地震加速度  $\alpha_f$  の確率分布  $\Psi_f(\alpha_f)$  が次式のように求められる。

$$\Psi_f(\alpha_f) = \sum_{k_{I_1}=0}^{n_{I_1}} \sum_{k_{I_2}=0}^{n_{I_2}} \dots \sum_{k_{I_m}=0}^{n_{I_m}} \left\{ \prod_{j=1}^m [ \Psi_s(\alpha_f; I_j) ]^{k_{I_j}} b(k_{I_j}; n_{I_j}, P_f) \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(2) 数値計算に用いた過去の地震記録 理科年表に記載されている過去の被害地震のうち、発生時期、震央、マグニチュードがわかっている地震による全国各地(緯度・経度を  $30'$  ごとに分割)での震度階を河角博士の方法によって算出し、これより震度階  $V$  以上の地震のみに注目して各地での地震回数  $N, N_V, N_{VI}, N_{VII}$  および再現期間  $T_{rv}, T_{rV}, T_{rVI}, T_{rVII}$  を求めた。 $S_n$  は統計的には長いほうが望ましいが、地震記録の正確さという点を考慮すれば、あまり長くできない。ここでは、北海道については150年、その他の地方については200年とした。計算結果の一部を表-1に示した。

(3)  $\tau/T_0$  の影響 式(4), (5), (6), (10)などを計算するときには  $\tau/T_0$  に適当な値を与えなければ

表-1 過去の地震記録の例

	地震の回数					再現期間(年)		
	$N$	$N_V$	$N_{VI}$	$N_{VII}$	$N_{VIII}$	$T_{rv}$	$T_{rV}$	$T_{rVI}$
釧路	3	3	1	0	2	50	75	75
東京	31	15	14	10	9	13	24	59
新潟	8	5	6	2	0	40	160	$\infty$
名古屋	19	8	9	6	4	25	48	119
京都	39	13	20	18	1	15	32	600
福岡	6	4	4	1	1	50	150	300

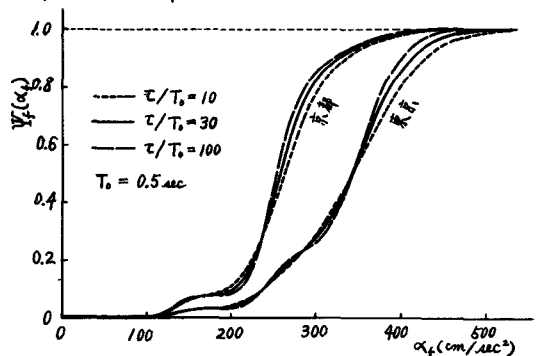


図-5 75年間の最大地震加速度の確率分布

ばならないが、 $10 \leq \tau/T_0 \leq 100$  の範囲では、図-4  
 で $\beta$ があまり変化しないことから推察されるように、  
 $\tau/T_0$ の影響は大きくない。このことは、 $\tau/T_0=10,$   
 $30, 100$ に対する東京、京都での $\Psi_f(\alpha_f)$ を示した図-5  
 からも明かである。本研究では、 $10 \leq \tau/T_0 \leq 100$ に  
 おける $\beta$ のほぼ中間値を与える $\tau/T_0=30$ を採用した。

(4) 将来の地震危険度  $S_f=75$ 年、 $T_0=0.5$ secに對  
 する全国各地での $\Psi_f(\alpha_f)$ および $\alpha_f$ の期待値 $E[\alpha_f]$ を  
 計算した結果の一部を図-6に示す。 $\Psi_f(0)$ は75年  
 以内に震度 $\tau$ 以上の地震が発生しない確率を表  
 わしている。同図からわかるように、 $\Psi_f(\alpha_f)$ は  
 鐘形の形状をしており、その標準的な形を考  
 えるのは困難であろう。したがって、詳細な確率  
 的評価を下す場合には、各地に特有の $\Psi_f(\alpha_f)$ を  
 考えよることが必要である。しかし、期待値 $E[\alpha_f]$   
 は、将来の地震危険度の大概の推定を行なうに  
 はやはり有力な指標である。そこで $E[\alpha_f]$ の分  
 布を図-7に示した。同図の(a)では $\alpha_f$ の決  
 定に式(7)を用いており、(b)では式(8)を用  
 いた。

### 5. 地震速度について

紙面の関係で割愛したが、地震速度 $v(t)$ に  
 ついても、式(2)の代りに

$$v(t) = \beta \int_{-\infty}^t g(t) dt \cdot \{u_-(t) - u_+(t - \tau)\}$$

とおくことにより、全く同様の議論が展開でき  
 る。ここでは $S_f=75$ 年、 $T_0=0.5$ secに對  
 する最大地震速度の期待値 $E[v_{mf}]$ の分布のみを  
 図-8に示した。ただし同図では $\alpha_f$ は式(7)  
 より決定されている。

- 1) 河角: 東京大学地震研究所報, 29巻, 照. 26.
- 2) 後藤・亀田: 第22回土木学会年次学術講演会, I-156, 照. 92.
- 3) 陈塚: Proc. ASCE, Vol. 90, EM5, 1964.

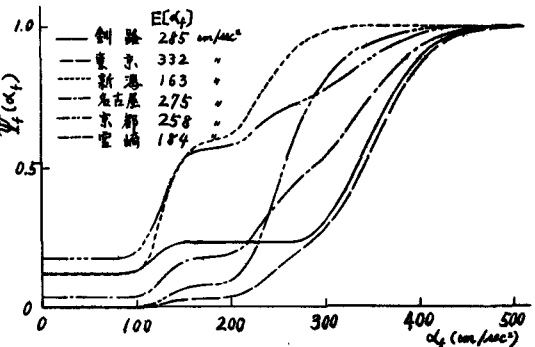
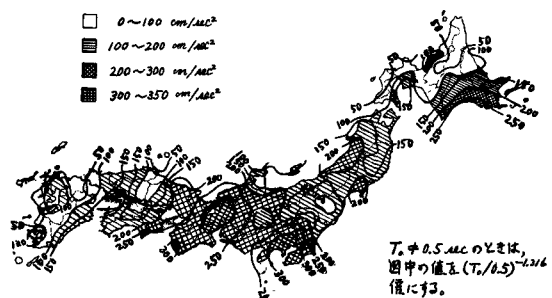
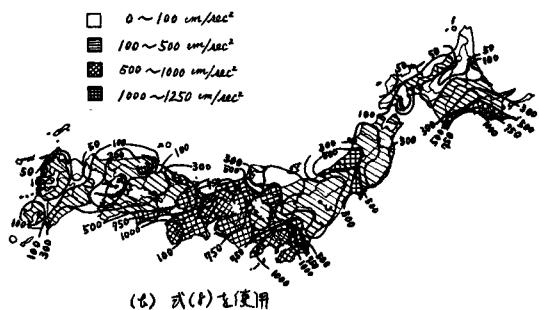


図-6 75年間の最大地震加速度の確率分布



(a) 式(7)を使用 ( $T_0=0.5$ sec)



(b) 式(8)を使用

図-7 75年間の最大地震加速度の期待値

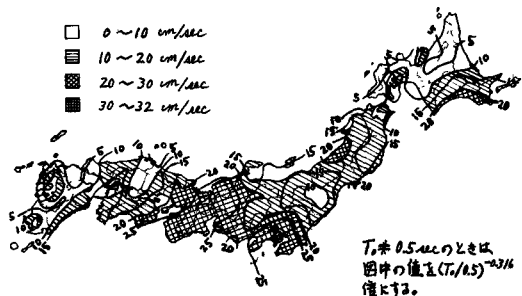


図-8 75年間の最大地震速度の期待値(式(7)を使用,  $T_0=0.5$ sec)