

水中構造物に及ぼす地震力

九大 正員 小坪 清 眞

1. 緒言

水中にある構造物が振動すれば、水の一部が附加質量として構造物に作用することは既に知られ、円筒などの簡単な断面形状の場合には理論解が得られて、実験的にも検証されている。しかるに、板又は矩形断面の場合には3次元の理論解はなく、2次元論においても、理論値と実験値との間にかなりの相違がある。すなわち、Riabouchinsky⁽¹⁾は2次元の流体の理論から、板面に直角方向の板の剛振動による流体の附加質量は、板巾を直径とする円筒の排除する流体質量の1.05倍であると述べ、Stelson⁽²⁾は模型実験によつてこれを確かめた。しかし、Clough⁽³⁾は模型実験により、この値が1.3程度の大いものであつたと報告している。こゝろ実験値相互の相違は実験方法や実験条件などいろいろの要素が関係していると思われるが、本論はこの場合の3次元の理論解を求め、さらに模型実験を行つて、構造物の振動時に生ずる流体抵抗の本質を究明しようと試みたものである。

2. 理論解

深さ h の水中に、長軸 $2a$ 、短軸 $2b$ の楕円筒を考える。座標 x, y, z をも、楕円筒座標 ξ, η, z に変換するため、 $x = k \cosh \xi \cos \eta$, $y = k \sinh \xi \sin \eta$ とおけば、筒表面では $\xi = \xi_0 = \tanh^{-1} b/a$ となり、 $\xi = 0$ は楕円の焦点間距離 $2k$ の直線を表わす。楕円筒座標による水分子の運動方程式より動水圧 σ の微分方程式を導けば次のようになる。

$$\frac{1}{k^2} \left\{ \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} \right\} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} - \frac{w_0}{g E_v} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 w_0 は水の単位体積重量、 E_v は体積弾性係数、 g は重力加速度で、 $l^2 = k^2 (\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta)$ である。

今、楕円筒が筒表面直角方向に $f(\eta, z) \sin \omega t$ なる振動を行う場合の動水圧は(1)式を境界条件

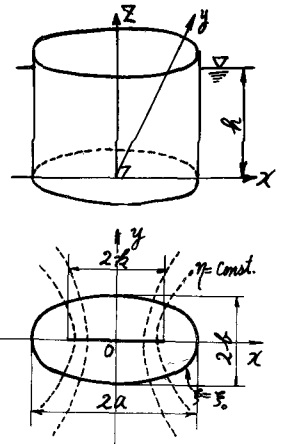
$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_{z=0} = 0, \quad (\sigma)_{z=h} = 0, \quad (\sigma)_{\eta=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right)_{\eta=\frac{\pi}{2}} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_0} = \frac{w_0 \omega^2}{g} f(\eta, z) \sin \omega t \quad (2)$$

によつて解けばよい。一般に次の解が得られる。

$$\sigma = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \text{Gek}_{2m+1}(\xi, -b_m) \text{se}_{2m+1}(\eta, -b_m) \cos \lambda_m z \sin \omega t \quad (3)$$

ここに、 $\text{se}_{2m+1}(\eta, -b_m)$ は Mathieu function, $\text{Gek}_{2m+1}(\xi_0, -b_m)$ は Modified Mathieu function で、 $b_m = \frac{k^2}{g} (\lambda_m^2 - C^2)$, $\lambda_m = \frac{(2m+1)\pi}{2h}$, $C^2 = \frac{w_0 \omega^2}{g E_v}$, $A_{mn} = \frac{w_0 a^2 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} f(\eta, z) \text{se}_{2m+1}(\eta, -b_m) \cos \lambda_m z \, d\eta \, dz}{\text{Gek}'_{2m+1}(\xi_0, -b_m) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \text{se}_{2m+1}(\eta, -b_m)^2 \, d\eta \, dz \int_0^h \cos^2 \lambda_m z \, dz}$

である。



$f(\eta, \xi)$ が与えられると, $\xi_0 = \tanh^{-1} h/a$ のいろいろの場合について, σ を計算することができる。Modified Mathieu function は双曲線函数の級数解として与えられたが, 手計算は殆んど不可能であるから, 尤大に設置された OKITAC-5090 によって数値積分した。

3. 計算結果

図-2 は楕円筒が剛振動する時の附加質量を, $h/a=0$ (板), 1 (円), 2 の3場合について, 無限長円筒の場合を1として示したものである。

附加質量は2次元の場合には h/a

の大小には無関係であるが, 3次元の場合には h/a の大小によって変化する。2次元 ($h/a=\infty$) の場合, 板に対する附加質量は Riabouchinsky の理論では $F=1.05$ となっているが, 著者の理論では $F=1.00$ となり, 多少異っている。

図-3 は筒が y 方向に (x^2/a^2) なる形の弾性振動を行う場合の動水圧の x 方向単位長さ当りの大きさを示したものである。

4. 模型実験

$2a=30\text{ mm}$, 長さ $l=175\text{ mm}$ の楕円筒の厚さ $2b$ を変えて, 板バネで水中に吊し, 空中及び水中での固有振動週期の変化から, 2次元の場合の附加質量を求めたのが図-4 である。No.1 は楕円, No.2 は矩形, No.3 は矩形断面の x 隅に $r=b$ の丸みをつけたものである。楕円筒の場合でも h/a が小さくなると, 理論値より実験値の方が相当大きくなる。又, 矩形の x 隅に丸みをつけると附加質量が小さくなる。板又は矩形断面の両端では理論的には加速度が ∞ になるが, 実際には粘性のため理論と異なった運動をしますのでないかと考える。このような理論と実験の相違は単に断面形状に關係するばかりでなく, 模型表面の粗さ, 振幅, 週期などにも關係するようである。これらの問題, さるに減衰の問題についても目下, いろいろの条件下の実験を行っている。文献 (1) *Congrès International des Mathématiciens, Strasbourg, 1920. P.568.* (2) *Trans. A.S.C.E., Vol. 122, 1957.* (3) *2nd W.C.E.E. Session 2.*

図-2

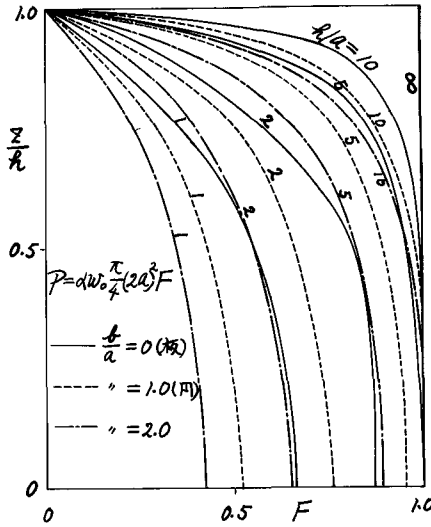


図-3

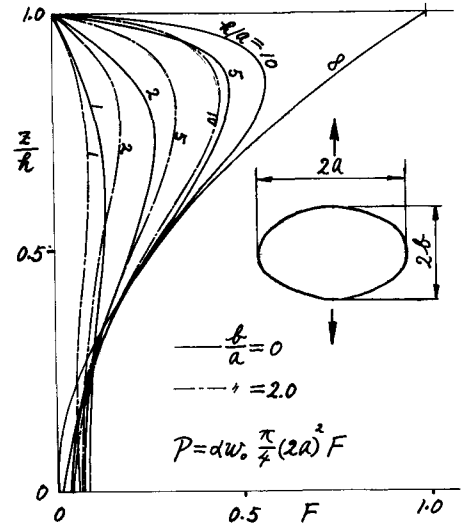


図-4

