

長大つり橋の耐震性に関する研究

京都大学工学部 工博 小西 一郎

1. 概説

最近わが国では海峡等を横断する長大スパンつり橋の計画が発表され、また実施されつつある。つり橋に関してはとくにタコマ橋の落橋以来、風に対する安定性が種々活発に研究され、多数の成果が発表されている。わが国でつり橋を建設する場合、風に対して充分安全であるべきことは勿論であるが、わが国が地震国であることからして、耐震の問題に関しても充分の検討を加える必要がある。

つり橋の耐震問題を検討するまえに、まず過去における長大つり橋、とくに米国におけるそれらかのような耐震上の考慮のもとに設計、建設されたかをしらべることは興味あることと考えられる。著者は寡聞にしてあまり例を知らないが、その二三を要約するとつぎのことが云えると思う^{(1),(2),(3)}。

すなわちつり橋の耐震設計にはケーブルや補剛トラスを従とし、タワーとアンカーに重点がおかれている。アンカーの設計にはいわゆる剛体としての設計が行なわれているようであり、タワーはFlexible bodyとして設計されている。しかしながらつり橋の固有振動周期が地震のそれにくらべて非常に長いことからして、いわゆる共振の現象は存在せず、単に静的な計算のみで充分としている。

以上で用いている固有周期は、いわゆるつり橋の低次振動を対象としているものであり、後述の本研究の結果からすれば、いずれもタワーに対する影響の小さい振動型のものである。従って共振の機会がないとする考え方は正しくない。本研究はこれらの実を明らかにするために行った基礎的研究であり、結論的にはタワーの耐震設計の重要性を強調しているが、研究の出发点としては、つり橋全体の動力学的基礎方程式から出発している。

本研究ではとくにタワーの重量と剛性を考慮に入れている。表-1には代表的つり橋の鋼重量を示したが、つり橋タワーの重量はつり橋全体の鋼重のうちの大きい割合をしめ、解析的結果のいかんを問わず

表-1 代表的つり橋の使用鋼重量 (ton)

Bridges	Cable	Suspended Structure	Tower	Tower Total (%)
Golden Gate (1937)	24,414	24,158	43,649	47.33
Mackinac Straits (1957)	12,407		13,000	
George Washing. (1931)	30,835	20,313	43,529	45.98
San Fr. Bay (1936)	9,800	19,514	10,932	27.10
Delaware Memorial (1951)		7,800	8,200	
Walt Whitman (1957)	4,385	9,691	9,414	40.12
Akashi Straits	20,000	23,100	30,000	41.04

、少なくとも動力学的解析を行なう場合には無視することができないものである

耐震問題の研究上最も困難な問題は、地震の性質そのものに不明の点が多いことである。さらにわが国では米国の場合とことなり、強震の記録がほとんどなく

これを使用することはできない。したがってこの問題に関しては、さらに今後の研究にまつものとし、本研究ではとりあえず、非常に簡単な形の外力に対するつり橋の動力学的性状を考究している。さらに複雑な形、たとえば実際の地震記録などに対しても本解析の結果は簡単に応用することができると期待される。

つり橋そのものも非常に複雑な構造であるので、本研究ではつり橋を物理的に相似な、多自由度の質点系で近似している。前述のとおりタワーの振動はとくに重要であるので、その質量と剛性を解析にとり入れた。このように考えに系の概略を図-1に示した。すなわち、補剛桁は弾性ヒンジで連結された剛体棒の連続と考え、ヒンジの弾性常数としては、もとの補剛桁の曲げに対する性状が相似であるように選んだ。補剛桁、床組、ケーブルの重量はすべてこれらのヒンジ点にあるものと考えている。タワーもまた同じような物理系で近似し、タワーの頂上に作用する水平力、鉛直力を通して、つり橋の他の部分との連成作用が行なわれる。つり橋の解析で行われる一般的仮定、たとえばハンガーの不伸長性なども仮定としている。減衰力は一応無視しているが、減衰性については適当な仮定をもうければ、考慮に入れることができる。減衰を考慮した計算も一、二行ったが建築構造物などにくらべ減衰常数が小さいので、一応減衰は無視してさしつかえないようである。

本研究では橋軸方向の地動に対する性状のみを取り扱ったが、橋軸直角方向、さらに任意方向の地動に対する解析も行われなければならない。

本研究で用いた数値はすべて現在神戸市で計画中の明石海峡連絡つり橋計画案によるものである。

2. 解析の方法

図-1に示した系の重量の集中した各点について運動の方程式を導くことができる。方程式の数はこれらの点の数と一致する。それ以外にケーブルの引張り、たわみ、のびに関する補助的な方程式として、いわゆるCable Equationに相当する式が導かれる。方程式の誘導は紙面の都合で省略するが、くわしくは参考文献によらねばならない。(4)

ここで導かれた方程式は、原理的には、つり橋のDeflection Theoryに従っているためNon-Linearの性質をもっている。しかしながら振動によるケーブル張力の変化が小さい場合には、いわゆるLinearized Deflection Theoryに従って線型化して考えることができる。(5)

線型理論を用いることにより、基礎微分方程式はつぎの形に書くことができる。

$$[A](\ddot{y}_r) + [B](\dot{y}_r) + (P_r(t)) = 0. \quad (1)$$

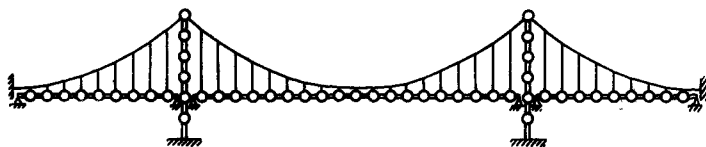


図 - 1

式(1)の中で[A]は対角要素 $a_{rr} = W_r/g$ で表わされる，質量を表わす行列であり，[B]は剛性を表わす行列である。(F(t))は外力の項で，任意の形の外力に対して数値的に与えることができる。μはたわみを表わしている。

式(1)で表わされる問題は物理的には多自由度質点系の問題で種々の解法が考えられるがもしこの系の固有振動数と固有関数かわければ，いわゆるModal Analysis によるのが最も便利な方法である。

3. 固有振動数と固有振動型

Modal Analysis を用いるため，系の固有振動数と固有振動型をあらかじめ計算する。固有振動数，固有振動型はさらに，振動系の振動特性を知る上からも重要な役割を演ずる。振動数方程式は，次式であらわされる。

$$|[B] - \lambda[A]| = 0. \quad (2)$$

以下の計算は，明石海峡連絡つり橋計画案の数値に従うものとする。同案の近似模型として図-2のようなものを採用した。図-2では主径間は8等分，側径間は4等分，タワーはそれぞれ8等分している。さきに同様の模型でタワーを4等分したものについての結果を公表したが⁽⁴⁾とくにタワーの振動が重要であることから，その後図-2のように8等分のものについて計算を行っている。

図-2の模型は自由度29の質点系であるが(前のものは自由度21)，中央スパンの中

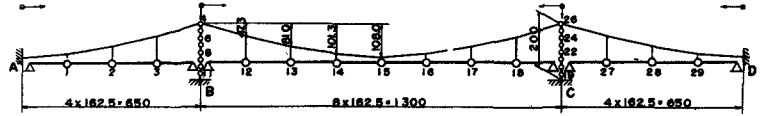


図 - 2

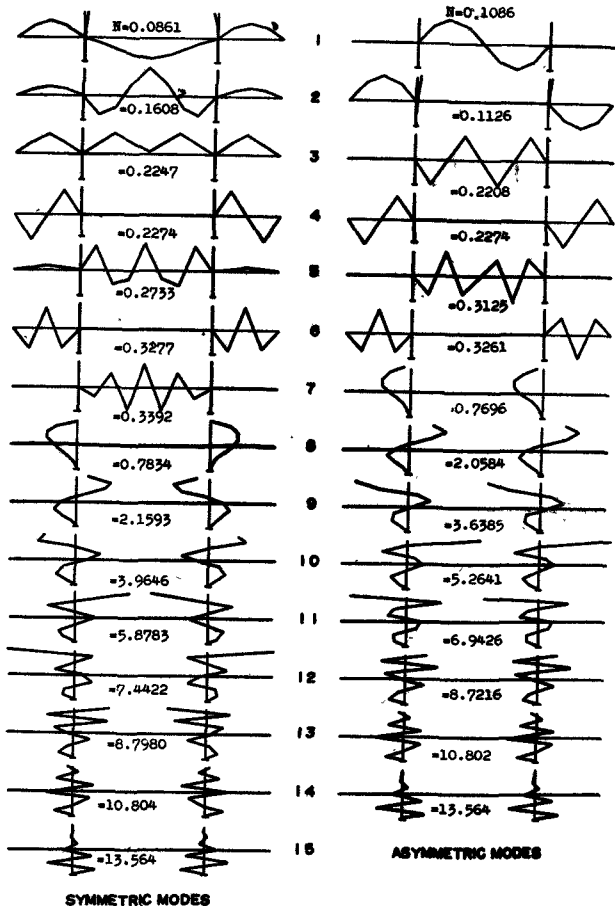


図 - 3

共に關して対称であるから、振動型は対称型と逆対称型とに分割でき、計算を簡単にする
 ことができる。しかし式(2)はいまだ入に關して15次の方程式であるから、この固有値と固有
 ベクトルのすべてを求めるためには高速度デジタル型電子計算機の力をかりねばならな
 い。

図-2の模型の振動型とその振動数(cycle/sec)を図-3に示した。図-3から得られる結論に
 ついては、結論の項でとりまとめて述べる。

4. 強制振動

系にわみみは、振動型 $Y_r^{(k)}$ と新しい時間関数 q_i を用いて

$$x_r = q_1 Y_r^{(1)} + q_2 Y_r^{(2)} + \dots + q_n Y_r^{(n)} \quad (3)$$

で表わされる。式(3)を式(1)に代入し、振動型の直交関係を用いることにより

$$\ddot{q}_k + \lambda_k q_k + \sum_i Y_i^{(k)} P_i(t) = 0, \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

の關係が得られ、各振動型に關して独立にレスポンスを計算し、式(3)より x_r を求めること
 ができる。

式(4)を用いることにより任意の外力 $P_i(t)$ に対するレスポンスを求めることができるが、
 すでに述べたように地震そのものが非常に複雑であり、不明の点が多いので、本研究の計
 算例としては図-4のような簡単な地動に対するレスポンスを計算した。図-4を式で表わせ
 ば、次式のようになる。

$$Z = \begin{cases} A(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t), & (0 \leq t \leq T) \\ = 0, & (t > T) \end{cases} \quad (5)$$

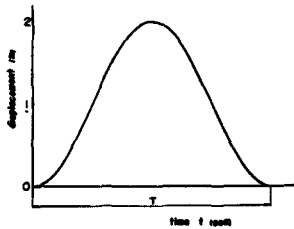


図-4

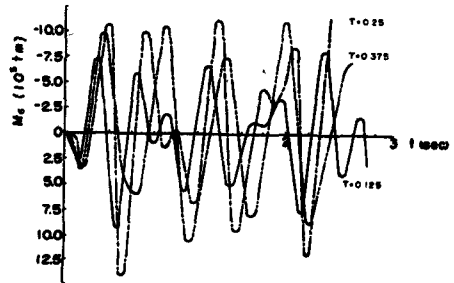


図-5(a)

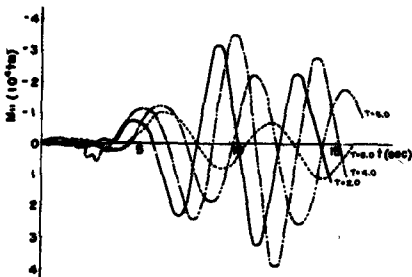


図-6

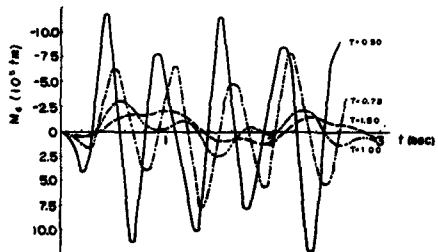


図-5(b)

図-2の系に地動が作用する場合のレスポンスの計算は目下進行中であるが、以前に自由度21の系について求めた結果を述べると、タワーの中央、および中央スパン補剛桁の中央における曲げモーメントと時間の関係をそれぞれ異なる外力の継続時間 T に対して書いたのが図-5、図-6である。レスポンスの最大値と T との関係を示したのが、図-7、図-8、および図-9である。図-7はタワーのベース、図-8はタワー中央、図-9は中央スパン補剛桁の中央の各曲げモーメントに対するものである。以上の各図はいずれも外力の振幅 $A=1m$ に対して求めたものであるが、系が線型であることから任意の振幅に対するものも容易に計算することができる。

5. 結論

以上の結果から得られる結論を述べるとつぎのようである。

すなわち図-3から明らかのように、対称型振動8次以後、逆対称型振動7次以後で表わされるようなタワーの振動が卓越した振動型が存在し、これらの周期は地震による外力と共振する機会の充分考えられるものである。従つてGolden Gate Bridgeの設計に用いられたような静的な設計法では不十分であり、動的設計を行う必要がある。Golden Gate Bridgeで静的設計のみで充分であるとした考え方の基礎には、図-3の1次、2次で表わされるような低振動数の振動のみをもつてつり橋の固有振動と考えたことによるものと思われる。

本研究の結果からも、補剛桁に関しては耐震的に考慮する必要があまりないことが結論される。またタワーのみを、ケーブルの影響を適当な物理系におきかえることにより解析することはある程度可能であり、今後の実験的、理論的研究が、全橋梁を考慮に入れる場合にくらべて非常に簡易化することができる。

今後の研究課題および実際の設計方針としてはつぎの方法をとるのが最も好ましいと考えられる。

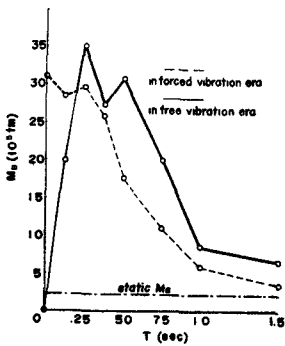


図-7

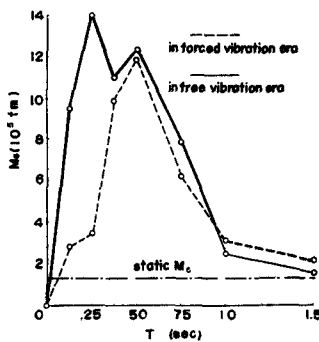


図-8

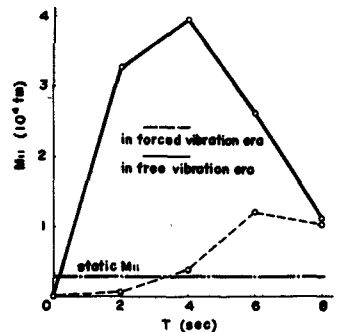


図-9

(1) アンカーの設計は剛体としての解析で充分と考えられるので、従来の震度法による設計が可能である。

(2) タワーに対しては高次振動、とくにタワーの振幅の大きい高次振動に対する共振が考えられるので、高次振動時の性状を実験的にしらべる必要がある。とくに振動減衰性の影響について実験的に研究せねばならない。

(3) タワーの地震地動に対する共振が考えられることから設計方法としては、弾性計算によるより極限設計法的なものを採用することが望ましい。すなわち適当な形の動的外力に対して、適当な Load Factor をかけたものを外力として、いわゆる非弾性領域までを考慮に入れて Limit Analysis によるのが適当であろう。(このことは地震時に必ずしもタワーに塑性変形をゆるすことを意味するものではない。)非弾性領域を含めたタワーの運動に対する解析は京都大学電子計算機 KDC-1 を用いて京都大学橋梁研究室で目下進行中であり、とくに電子計算機の使用によりこの解法が迅速化される。

(4) (3)の解析に用いる外力、すなわち地震そのものについては、実際の強震記録の存在しない現在、何か適当なすぐれに方法を見出さねばならない。しかし米国のように強震記録そのものを Standard External Force と考えてしまう契にも再考の余地はあるように思われる。今後本研究を実際設計の問題にまで発展させる場合、最も隘路となるのはこの契であろう。

(5) 本研究ではもっぱら橋軸方向の地震のみを対象としたが、他の方向の地動に対しても別に考慮の必要がある。

参 考 文 献

- (1) Designing Bridge Towers 700 Ft. High, Engineering News-Record, Oct. 8, 1936
- (2) Earthquake Resistant Design, Engineering News-Record, Aug. 17, 1939
- (3) L. S. Moisseiff, Provision for Seismic Forces in Design of Golden Gate Bridge, Civil Engineering, Jan. 1940
- (4) I. Konishi and Y. Yamada, Fundamental Studies on Earthquake Response of a Long Span Suspension Bridge, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. 22, Part 5, July 1960
- (5) Fr. Bleich, The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges, U. S. Government Printing Office, p. 282, 1950
- (6) C. Harapuchi, The proposed Suspension Bridge Over the Akashi Straits to Connect Kobe City with Awaji Island, Kobe City, 1959