

(205) 偏心を有する免震橋梁の地震応答特性の検討

(株)熊谷組技術研究所 ○金子 啓

(株)熊谷組技術研究所 足立 喜隆

1. はじめに

道路橋の免震設計の初期検討では、免震橋梁は1自由度振動系で簡便にモデル化される¹⁾。ところが、曲線橋や橋脚高の異なる橋では上部構造の水平面内の並進成分と回転成分が連成し^{2, 3)}、1自由度振動系では表せない。このような橋梁の特徴は、上部構造の重心と免震支承や下部構造の剛性中心とが一致していないこと、すなわち偏心していることである。そこで、偏心による連成振動を剛体モデルに組み込み、地震応答特性を検討した。

2. 剛体振動モデル

図-1(a)に示すように、免震橋梁を免震支承と下部構造で弾性支持される剛体棒とみなせば、同図(b)のような1質点3自由度系モデルに集約できる。ここで、図中のXY座標系からX'Y'座標系に変換すれば、 $u'-\theta$ 成分が連成振動系を成し、 v' 成分は独立の1自由度振動系として扱える。以後、前者の連成系について考えるものとする。また、変換後の座標を新XY軸として'」記号を省略して記述する。地震時の質点の運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M1\ddot{u}_g \quad (1)$$

$$\text{ただし、} M = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_H & eK_H \\ eK_H & K_\theta + e^2K_H \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix}, \quad 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、質量および剛性に関する回転半径をそれぞれ $e_j = \sqrt{J/M}$ 、 $e_k = \sqrt{K_\theta/K_H}$ とおき、連成しないときの並進振動の円振動数を $\omega_0 = \sqrt{K_H/M}$ とする。非減衰自由振動の運動方程式から、連成系の固有円振動数 ω_L (低次)、 ω_H (高次)は、

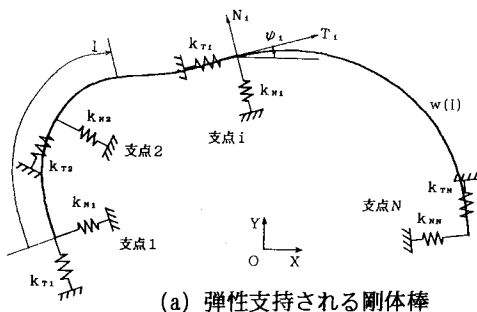
$$\begin{aligned} (\omega_L/\omega_0)^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2 + \left(\frac{e}{e_j} \right)^2 \mp \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2 + \left(\frac{e}{e_j} \right)^2 \right\}^2 - 4 \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2} \right] \\ (\omega_H/\omega_0)^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2 + \left(\frac{e}{e_j} \right)^2 \pm \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2 + \left(\frac{e}{e_j} \right)^2 \right\}^2 - 4 \left(\frac{e_k}{e_j} \right)^2} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

振動モードは、

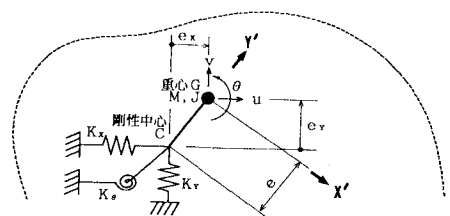
$$\begin{pmatrix} U \\ \Theta \end{pmatrix}_L = \frac{-e}{1 - (\omega_L/\omega_0)^2} = r_L, \quad \begin{pmatrix} U \\ \Theta \end{pmatrix}_H = \frac{-e}{1 - (\omega_H/\omega_0)^2} = r_H \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 r_L および r_H は、重心点から各モードの不動点までの距離を表す。

次に、2つの無次元パラメータ e/e_k 、 e_j/e_k ($=\sqrt{J/K_\theta}/\sqrt{M/K_H}$; 連成しない場合の回転振動と並進振動の固有周期の比を表す)を導入する。これらのパラメータを変化させ、式(3)から求めた振動モ



(a) 弾性支持される剛体棒



(b) 1質点3自由度モデル

図-1 剛体3自由度振動系モデル

ードを図-2に示す。 $e_j/e_k < 1$ では低次モードの方が並進成分がより卓越したモード、高次モードの方が回転成分がより卓越したモードとなっており、 $e_j/e_k > 1$ ではその関係が逆転する。また、 e_j/e_k が等しいときの e/e_k による $|e/r|$ の変化から、 e/e_k が大きくなるにつれて、並進成分卓越モードの回転成分が大きくなり、逆に回転卓越モードの回転成分は小さくなるのがわかる。また、式(2)から求める固有円振動数の関係を、固有周期の関係に置き換えて図-3に示す。 e/e_k が大きくなるにつれて、低次モードはより長周期側へ、逆に高次モードはより短周期側に固有周期がシフトすることがわかる。

3. モーダルアナリシスに基づく考察

モーダルアナリシスによれば、式(1)の運動方程式の解は、固有周期 T_L 、 T_H と一般化減衰定数 h_L 、 h_H で規定される各モードの1自由度振動系としての応答変位 q_{L0} 、 q_{H0} を求め、これと式(5)のモードベクトル ϕ_L 、 ϕ_H および式(6)の刺激係数 β_L 、 β_H を用いて、式(4)により求めることができる。

$$u = \phi_L \beta_L q_{L0} + \phi_H \beta_H q_{H0} \quad (4)$$

$$\phi_L = [1 \ 1/r_L]^T, \quad \phi_H = [1 \ 1/r_H]^T \quad (5)$$

$$\beta_L = M/(M+J/r_L^2), \quad \beta_H = M/(M+J/r_H^2) \quad (6)$$

図-4は、無次元パラメータを変化させたときの $\phi_L \beta_L$ 、 $\phi_H \beta_H$ の並進成分を示したものである。(a)の低次モードと(b)の高次モードは相補関係($\phi_{L0} \beta_L + \phi_{H0} \beta_H = 1$)にあり、 $e_j/e_k = 1$ のとき $\phi_{L0} \beta_L \doteq \phi_{H0} \beta_H$ 、 $\beta_L \doteq 0.5$ であり、その前後で1または0に漸近していく。また、 e/e_k が大きくなる程ゆっくり漸近していく。同様に、図-5は回転成分について示したもので、2モードは相殺関係($\phi_{L\theta} \beta_L + \phi_{H\theta} \beta_H = 0$)にある。また、 $e_j/e_k = 1$ のとき $|\phi_{L\theta} \beta_L| = |\phi_{H\theta} \beta_H| \propto e/e_k$ といえるから、 $|\phi_{L\theta} \beta_L|$ 、 $|\phi_{H\theta} \beta_H|$ は e/e_k に関らずほぼ一定で、 e_j/e_k が1から離れるにつれて e/e_k が大きい程 $|\phi_{L\theta} \beta_L|$ 、 $|\phi_{H\theta} \beta_H|$ も大きくなる。

このように、2つのモードの $\phi \beta$ は、並進成分で相補関係、回転成分で相殺関係にあることから、偏心に

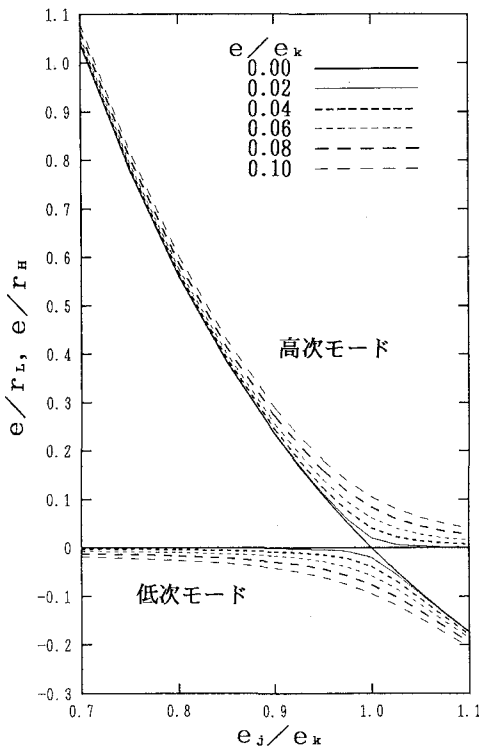


図-2 無次元パラメータと振動モードの関係

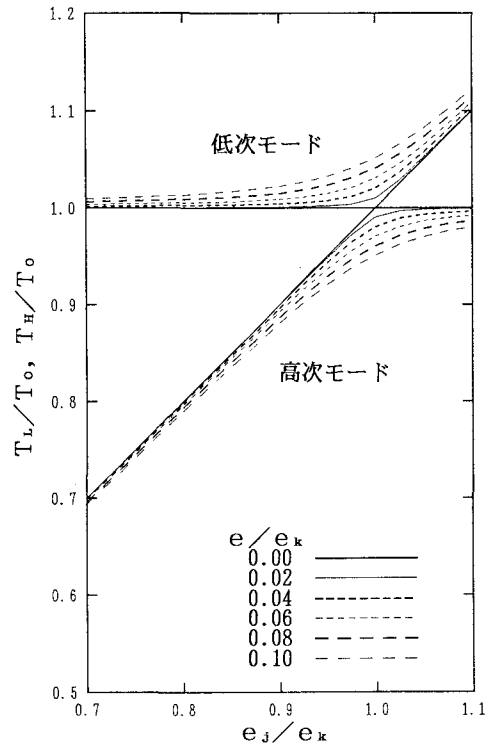


図-3 無次元パラメータと固有周期の関係

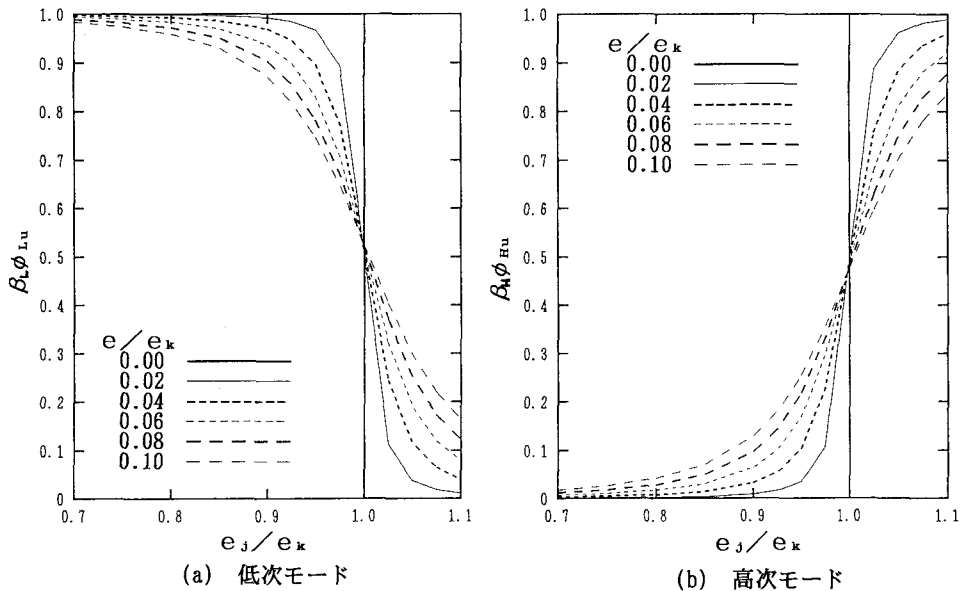


図-4 無次元パラメータと並進変位成分の関係

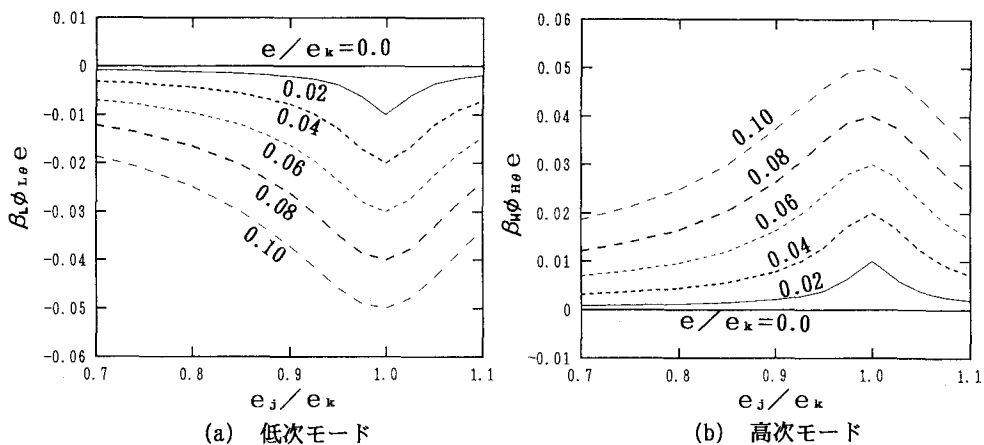
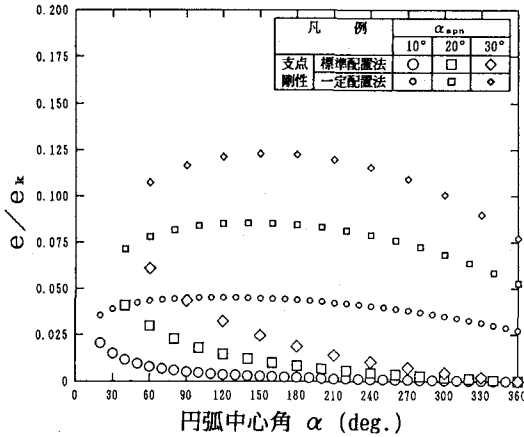


図-5 無次元パラメータと回転変位成分の関係

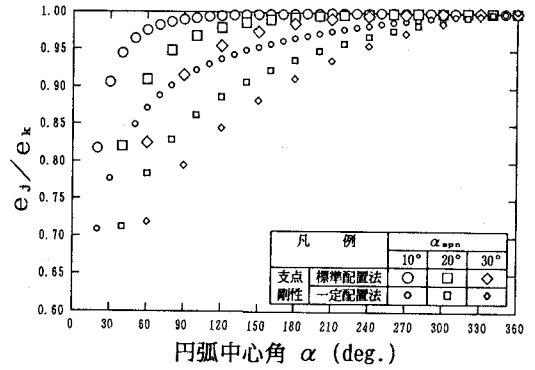
よる地震応答の変化は、モード間で1自由度振動系としての応答変位 q_{L0} 、 q_{H0} が異なることに起因するといえる。さらに、それは固有周期と一般化減衰定数の違いにより生ずるが、免震橋梁のこれらモード間の減衰定数はほぼ等しい場合が多いと考えられるから、固有周期の違いが重要であるといえる。

図-6は、等断面等スパンの円弧曲線橋について、支間当りの円弧中心角 α_{spn} 、径間数 N_{spn} (2以上)、支点剛性分布を変えたときの無次元パラメータの範囲を示したものである⁴⁾。支点剛性に関し、標準配置法は上部構造の重量分布に応じて端支点の剛性を中間支点のそれの1/2とした場合であり、一定配置法は全ての支点剛性を一定とした場合である。 $\alpha_{spn} = 30^\circ$ 、剛性一定配置法による2径間橋といった極端な場合を除いて、 e/e_k は0.1以下、 e_j/e_k は0.8以上の範囲にある。したがって、図-3より、2モード間の固有周期の比として最大0.8程度を考えればよいと思われる。

そこで、周期が異なる2つの1自由度振動系の応答がどの程度異なるか、5地震波を用いて計算してみた。系の固有周期は通常の免震橋梁の固有周期から、1.5secとその0.8倍の1.3secの2ケースをとり、減衰定数



(a) 無次元パラメータ e/e_k



(b) 無次元パラメータ e_j/e_k

図-6 円弧曲線橋の無次元パラメータ

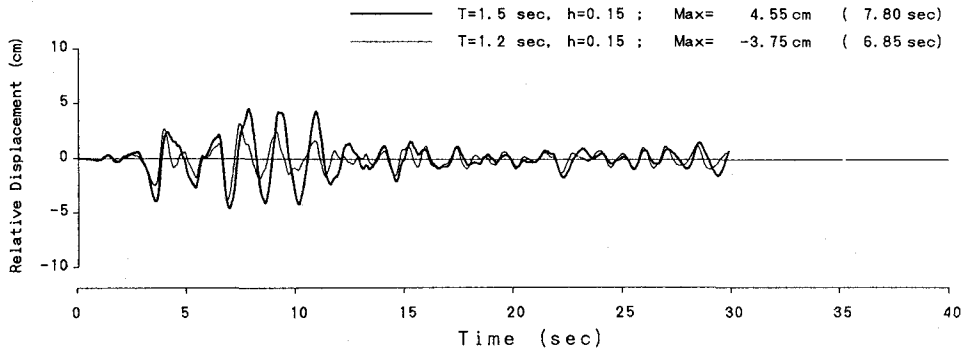


図-7 周期の異なる1自由度振動系の応答変位の比較; Taft(EW)記録, 周期比=0.8

も一般的な値で0.15とした。また、入力地震動には、El Centro NS(1940)、Taft EW(1952)、開北港 TR(1978)、八戸港湾 NS(1968)、San Francisco Airport NS(1989)を用い、応答計算は Newmark β 法 ($\beta=1/6$) によった。このうち、2つの系で応答が最も異なったケースの Taft 記録に対する応答変位波形を図-7に示す。両者の応答波形の位相は概ね一致しており、モード間で逆位相の最大値をとるような場合は考えなくても良さそうであり、回転変位成分がモード間である程度相殺されることが期待される。

4. まとめ

曲線橋など、上部構造重心と支承・下部構造の剛性中心が偏心している免震橋梁の地震応答特性について、剛体振動モデルを用いて検討した。検討結果は以下の通りである。

- ① 偏心を有する免震橋梁では並進成分と回転成分の連成振動系をなし、偏心の影響はモード間の周期差を通して現れる。
- ② その影響を抑えるためには、橋梁全体として無次元パラメータ e/e_k を0に、 e_j/e_k を1に近づけるように免震支承の剛性配置を行うと、モード間で回転成分が相殺されるようになる。

参考文献

- 1) 建設省：道路橋の免震設計法マニュアル(案)、pp77-80、平成4年10月
- 2) 金子、足立：剛体3自由度振動系による曲線免震橋のモデル化、第48回年次講演会投稿中、平成5年9月
- 3) 建設省、他：道路橋の免震構造システムの開発に関する共同研究報告書(その3)、pp485-489、平成4年10月
- 4) 金子：曲線橋梁への免震構造の適用性に関する研究、筑波大学大学院修士論文、平成5年2月