

(74) 地震動計測における異常値の判定と補正について

鳥取大学工学部 野田 茂
東京ガス(株) 防災・供給センター 狩野浩之

1. まえがき

地震時の緊急対策として、モニタリングシステムの利用は既に試みられている(文献1参照)。しかし、必ずしも十分な理論的検討のもとに、その有効性が確認されて実施されているとは言い難い。ライフライン施設のようにシステムが広範囲に広がっている場合には、地震発生後にどこで被害が発生したかを的確に把握することが重要であり、その後の緊急対応に貴重な情報を提供する。

東京ガス(株)では、地震被害の早期把握のため、供給地域に331のセンサー(SIセンサーと加速度計)を設置し、モニタリングシステムとして活用することを考えている。この場合、SIと A_{max} は、独自の無線回線を通して、常時1分間隔で送られてくる。地震が発生した場合、全ての観測点でのデータを完全に収集するには数分を要する。

本研究では、ライフライン施設の敷設されている地域に地震動を測定するセンサーを設置して、地震動モニタリングシステムを構成し、地震時にライフラインの供給を緊急に遮断することを考えている。その際、解決すべき課題としては、1) どの位置にいくつのセンサーを設置すればよいか?、2) 地震被害の指標となる地震動の何を計測すればよいか?、3) センサーの設置されていない地域の地震動をどのように把握するか?、4) 情報は地震発生後何分後までに収集されるべきか?、5) 伝送された地震動情報を緊急対応にどのように結びつけられるか?、などを考える必要がある。

モニタリングシステムにおいては、欠損値や異常値の存在も認識しておかなければならない。すなわち、観測装置の故障、データ欠測や異常値を感知したときには、観測データの補間を考える必要がある。あるいは、地震被害により、観測装置が破壊されて、データ伝送が不能になるというような不測の事態が発生する場合には、バックアップ機能の存在が重要となる。

ここでは、センサーの情報を有効に利用するため、1) 異常に大きな値を示したり、欠損したセンサー値の妥当性を調べる方法、および2) 観測センサーに基づいて周辺の状態を判断する方法を提案する。これには、地盤分類した地盤上における観測点が非常に少ない場合の対処法をも含めて、欠損値の補間の観点も含め、SI値の異常値の判定を行う。なお、基本的には実記録をできる限り活かすようなアルゴリズムを考える。

2. 異常値の判定法の概要

本研究では、観測異常や伝送異常などによって部分的にデータ(SI値、 A_{max})に異常が発生しうることを想定し、ごく簡単な判定手法から高度な手法まで、当面の実用性も考慮して、いくつかの方法を提案する。このため、次のステップに従い、SIと A_{max} センサーの計測値に関して、異常値の判定・処理を行う。まず、1) 異常値の仮判定を行い、次に2) 仮判定されたセンサーの動作が異常か正常かを本判定し、3) 正常なデータセットから、異常データを示す観測点のSI値と A_{max} を推定する。異常値の本判定は確率場におけるdisjunctive cokrigingによるものとし、異常値の補正も同時に実施する。

(1) 異常値の仮判定

ここでは、異常値の仮判定に関する簡易手法について述べる。

図1のように、地盤分類に従って、SI値の距離減衰図を作成する。全データから、限られた距離範囲ごとに、SI値の平均値、分散および確率分布を求める。次に、 $\Pr(SI \leq \epsilon)$ あるいは $\Pr(SI \geq 1 - \epsilon)$ を満たす観測点とSI値を特定する。このようにして求めたSI値を異常データと仮判定する。実際には、画面情報を見て、異常データの発生地点がわかるようなアラームシステムとする。

次のような方法も考えられる。SIと A_{max} に関する多数のデータセットから、図2に示すように回帰分析を行い、平均曲線と非定数の分散を求める。これらの統計量を用いて超過確率あるいは非超過確率を求め、あるレベルを超えるあるいは越えない異常なSI値と A_{max} の観測点を見い出す。

仮判定された観測点に対しては次に述べる高度な手法を駆使して、異常値の本判定ならびに処理を実施する。

(2) 異常値の本判定

(1)で仮判定された異常観測点のSIと A_{max} は、異常データを除いた正常な観測データセット($SI_i, i = 1 \sim m; A_{max,j}, j = 1 \sim n$ 、SIと A_{max} の観測位置が同一である必要はない)から、式(1)によって推定できる。このような問題は、確率場におけるdisjunctive cokriging(DCK)(例えば、文献2)~5)を用いれば、解くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{SI}(x_0) &= \sum_{i=1}^m f_i [SI(x_{1i})] + \sum_{j=1}^n h_j [A_{max}(x_{2j})] \\ \widehat{A_{max}}(x_0) &= \sum_{i=1}^m f'_i [SI(x_{1i})] + \sum_{j=1}^n h'_j [A_{max}(x_{2j})] \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、 x は空間座標(2次元)を示す。 x_{1i} はSIセンサーの、 x_{2j} は加速度計の、 x_0 はSIまたは A_{max} を推定

すべき観測点の位置 (図3参照) である。 SI と A_{max} は、 SI と A_{max} の非正規確率変数から変換された正規確率変数である。

なお、式(1)の未知関数 f_i, h_j, f'_i と h'_j を求めなければならない。これには、直交射影の考えを活かし、不偏推定でかつ最小分散推定を行えばよい。

このとき、図4に示すように、正常なデータセットが観測されたという条件 ($SI(X_\alpha), A_{max}(X_\beta); X_\alpha = x_{1i}, \alpha, i = 1 \sim m, X_\beta = x_{2j}, \beta, j = 1 \sim n$) の下で、 $SI(x_0)$ または $A_{max}(x_0)$ があるレベル (下限 $SI_L, A_{max,L}$ または上限 $SI_U, A_{max,U}$) を超過する条件付確率 P_{SI} と $P_{A_{max}}$ が評価できる。

$$\left. \begin{aligned} SI_L &= P_{SI}^{-1}(1 - \varepsilon_1 | X_\alpha, X_\beta), & SI_U &= P_{SI}^{-1}(\varepsilon_1 | X_\alpha, X_\beta) \\ A_{max,L} &= P_{A_{max}}^{-1}(1 - \varepsilon_2 | X_\alpha, X_\beta), & A_{max,U} &= P_{A_{max}}^{-1}(\varepsilon_2 | X_\alpha, X_\beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

のように、逆条件付確率を用いて表せる。そこで、観測位置 x_0 での SI センサーの値 SI_0 と加速度計の最大加速度 $A_{max,0}$ を、式(2)の $SI_L, A_{max,L}$ および $SI_U, A_{max,U}$ と比較する。その結果、異常値の判定は次式で行える。

$$\left. \begin{aligned} SI_0 \leq SI_L, & \quad SI_0 \geq SI_U \\ A_{max,0} \leq A_{max,L}, & \quad A_{max,0} \geq A_{max,U} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{異常} \quad \left. \begin{aligned} SI_L < SI_0 < SI_U \\ A_{max,L} < A_{max,0} < A_{max,U} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{正常} \quad \dots\dots(3)$$

(3) 異常値の処理

式(3)で異常と判定された観測点については、式(1)により、正常なデータセットから、 SI と A_{max} を推定することができる。この推定値を観測値とみなすと、データ数は $m+n+1$ あるいは $m+n+2$ となる。これらのデータを用いることにより、 x_0 と異なる位置 x'_0 での異常値の判定およびその処理は、上記の手順を繰り返せば、容易に行うことができる。すなわち、順次1つずつセンサー計測の実現値の数を増やすことにより、異常値を正常な推定値で置換することができる。

3. 本判定のアルゴリズムの詳細

SI 値、最大加速度 A_{max} と地盤の卓越周期 T_{GP} にはある種の関係が見られる。ここでは、観測された SI 値 $SI(x_{1i}) (i = 1 \sim p)$ と最大加速度 $A_{max}(x_{2j}) (j = 1 \sim q)$ (x は観測値の座標を示す) から、異常と判断される観測点での SI 値を求める手法の詳細を述べる。なお、 SI と A_{max} の2つを使うのは推定精度を高めるためである。

SI と A_{max} は非線形な確率特性 (例えば、対数正規分布) を示すため、正規分布に変換する。

$$SI(x_{1i}) = \phi(S(x_{1i})) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(S(x_{1i})) \quad \dots\dots(4)$$

$$A_{max}(x_{2j}) = \psi(A(x_{2j})) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k H_k(A(x_{2j})) \quad \dots\dots(5)$$

ただし、 ϕ と ψ は変換関数である。 $S(x_{1i})$ と $A(x_{2j})$ は変換データで、標準正規分布を有する。 H_k は k 次のエルミート多項式である。 C_k と D_k は、エルミート積分を用いると、求められる。例えば、 C_k は次のようである。

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} k!} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y) H_k(y) e^{-\frac{y^2}{2}} dy \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} k!} \sum_{i=1}^J w_i \phi(y_i) H_k(y_i) e^{-\frac{y_i^2}{2}} \end{aligned} \quad \dots\dots(6)$$

disjunctive cokriging (DC) によれば、補間点 x_0 の SI 値 $SI^*(x_0)$ は、その周辺観測点のデータ $SI(x_{1i}) (i = 1 \sim m)$ と $A_{max}(x_{2j}) (j = 1 \sim n)$ を用いると、次式のように推定できる。

$$SI^*(x_0) = \sum_{i=1}^m f_i(S(x_{1i})) + \sum_{j=1}^n h_j(A(x_{2j})) \quad \dots\dots(7)$$

ただし、 f_i と h_j は未知関数であり、これらを決定しなければならない。

式(7)はエルミート多項式に展開すると、

$$SI^*(x_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^m f_{ik} H_k(S(x_{1i})) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^n h_{jk} H_k(A(x_{2j})) \quad \dots\dots(8)$$

となる。 f_{ik} と h_{jk} はエルミート展開の係数である。

今、直交射影推定によれば、観測データが得られたという条件の下で、

$$E[SI(x_0) | S(x_\alpha)] = E[SI^*(x_0) | S(x_\alpha)] \quad \dots\dots(9)$$

$$E[SI(x_0) | A(x_\beta)] = E[SI^*(x_0) | A(x_\beta)] \quad \dots\dots(10)$$

となる。 $SI(x_0)$ は真値である。また、 $x_\alpha = x_{1i} (\alpha, i = 1 \sim m)$ 、 $x_\beta = x_{2j} (\beta, j = 1 \sim n)$ である。

式(4)と(7)を式(9)と(10)に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} E[\phi(S(x_0)) | S(x_\alpha)] &= \sum_{i=1}^m E[f_i(S(x_{1i})) | S(x_\alpha)] + \sum_{j=1}^n E[h_j(A(x_{2j})) | S(x_\alpha)] \\ E[\phi(S(x_0)) | A(x_\beta)] &= \sum_{i=1}^m E[f_i(S(x_{1i})) | A(x_\beta)] + \sum_{j=1}^n E[h_j(A(x_{2j})) | A(x_\beta)] \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

となる。

一般に、正規変数 X と Y について、次式の関係が成立する。ただし、 ρ_{XY} は X と Y の相関係数である。

$$E[\phi(X)|Y] = \sum_{k=0}^{\infty} (\rho_{XY})^k C_k H_k(Y) \quad \dots\dots(12)$$

これより、式 (11) は次のように変形される。

$$\sum_{k=0}^{\infty} H_k[S(x_\alpha)] C_k \left\{ \rho_{11}^k(x_0 - x_\alpha) - \sum_{i=1}^m f_{ik} \rho_{11}^k(x_{1i} - x_\alpha) / C_k - \sum_{j=1}^n h_{jk} \rho_{21}^k(x_{2j} - x_\alpha) / C_k \right\} = 0 \quad \dots\dots(13)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} H_k[A(x_\beta)] C_k \left\{ \rho_{12}^k(x_0 - x_\beta) - \sum_{i=1}^m f_{ik} \rho_{12}^k(x_{1i} - x_\beta) / C_k - \sum_{j=1}^n h_{jk} \rho_{22}^k(x_{2j} - x_\beta) / C_k \right\} = 0 \quad \dots\dots(14)$$

ここで、 $\rho_{ii}(x_0 - x_\xi)$ と $\rho_{ij}(x_0 - x_\xi)$ は距離 $|x_0 - x_\xi|$ 離れた 2 観測点間の自己相関関数と相互相関関数である。

式 (13) と (14) より、次式が成立しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m b_{ik} \rho_{11}^k(x_{1i} - x_\alpha) + \sum_{j=1}^n a_{jk} \rho_{21}^k(x_{2j} - x_\alpha) &= \rho_{11}^k(x_0 - x_\alpha) \\ \sum_{i=1}^m b_{ik} \rho_{12}^k(x_{1i} - x_\beta) + \sum_{j=1}^n a_{jk} \rho_{22}^k(x_{2j} - x_\beta) &= \rho_{12}^k(x_0 - x_\beta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(15)$$

ここで、

$$a_{jk} = \frac{h_{jk}}{C_k}, \quad b_{ik} = \frac{f_{ik}}{C_k} \quad \dots\dots(16)$$

a_{jk} と b_{ik} の係数を式 (8) に代入すると、

$$\begin{aligned} SI^*(x_0) &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k \left\{ \sum_{i=1}^m b_{ik} H_k(S(x_{1i})) + \sum_{j=1}^n a_{jk} H_k(A(x_{2j})) \right\} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k^*(S(x_0)) \end{aligned} \quad \dots\dots(17)$$

となる。

式 (17) の推定値の精度を把握するために、推定誤差分散を求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{SI^2} &= E\{[SI(x_0) - SI^*(x_0)]^2\} \\ &= E[SI(x_0)^2] - E[SI(x_0)SI^*(x_0)] \end{aligned} \quad \dots\dots(18)$$

ここで、直交条件 $E\{[SI(x_0) - SI^*(x_0)]SI^*(x_0)\} = 0$ を利用している。

式 (18) の右辺第 1 項は、

$$\begin{aligned} E[SI(x_0)^2] &= \sum_{k=1}^{\infty} k! C_k^2 + E[SI(x_0)]^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k! C_k^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(19)$$

となる。また、第 2 項は次式で表せる。

$$E[SI(x_0)SI^*(x_0)] = \sum_{k=0}^{\infty} k! C_k^2 \left\{ \sum_{i=1}^m b_{ik} \rho_{11}^k(x_0 - x_{1i}) + \sum_{j=1}^n a_{jk} \rho_{12}^k(x_0 - x_{2j}) \right\} \quad \dots\dots(20)$$

式 (19) と (20) を式 (18) に代入し、 $k=0$ のとき $E[SI(x_0)SI^*(x_0)] = E[SI(x_0)^2]$ (すなわち、 $b_{i0} = a_{j0} = \frac{1}{n+m}$) を考慮すると、推定精度 (分散) は次式のようにになる。

$$\sigma_{SI^2} = \sum_{k=1}^{\infty} k! C_k^2 \left[1 - \sum_{i=1}^m b_{ik} \rho_{11}^k(x_0 - x_{1i}) - \sum_{j=1}^n a_{jk} \rho_{12}^k(x_0 - x_{2j}) \right] \quad \dots\dots(21)$$

さて、計測値が異常であるかどうかを判断するために、条件付確率すなわち超過確率を求める。既知観測データの条件下で、 $SI(x_0)$ があるレベル \bar{SI} よりも (変換座標で言えば、 $S(x_0)$ が \bar{S} よりも) 大きくなる条件付確率は、

$$P[SI(x_0) \geq \bar{SI} | SI(x_\alpha), A_{max}(x_\beta)] = P[S(x_0) \geq \bar{S} | S(x_\alpha), A(x_\beta)] \quad \dots\dots(22)$$

となる。

今、

$$\theta_{\bar{S}}(S(x)) = \begin{cases} 1; & S(x) \geq \bar{S} \\ 0; & S(x) < \bar{S} \end{cases} \quad \dots\dots(23)$$

とすれば、式 (22) は、

$$\begin{aligned} P[S(x_0) \geq \bar{S} | S(x_\alpha), A(x_\beta)] &= P[\theta_{\bar{S}} = 1 | S(x_\alpha), A(x_\beta)] \\ &= E[\theta_{\bar{S}} | S(x_\alpha), A(x_\beta)] \end{aligned} \quad \dots\dots(24)$$

である。

$\theta_{\bar{S}}$ をエルミート展開すれば、

$$\begin{aligned} \theta_{\bar{S}}(S(x)) &= \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k H_k(S(x)) \\ &= P_{SI^*}(x) \end{aligned} \quad \dots\dots(25)$$

となる。ここで、 θ_k は、直交射影の特性を用いて決定される係数である。 $P_{SI^*}(x)$ は条件付確率の推定値である。 $k=0$ のとき、 θ_k は $1-G(\bar{S})$ に、 $k>0$ のとき、 θ_k は $g(\bar{S})H_{k-1}(\bar{S})/k!$ となる。ここに、 $G(u)$ と $g(u)$ は正規型の分布関数と密度関数である。

異常値を判定すべき観測点 x_0 での条件付確率は、

$$P_{SI^*}(x_0) = 1 - G(\bar{S}) + g(\bar{S}) \sum_{k=1}^{\infty} H_{k-1}(\bar{S}) H_k(S(x_0)) / k! \quad \dots\dots(26)$$

となる。ただし、 $H_k(S(x_0))$ は未知量なので、式(17)を用いて、次式で推定する。

$$H_k^*(S(x_0)) = \sum_{i=1}^m b_{ik} H_k(S(x_{1i})) + \sum_{j=1}^n a_{jk} H_k(A(x_{2j})) \quad \dots\dots(27)$$

4.あとかき

結局、異常値は次のようにして判定する。まず、ある超過確率レベルに等しくなるような \bar{SI} (あるいは \bar{S})を、式(26)から計算する。観測点のSI値がこの \bar{SI} よりも大きくなった場合、異常と判定する。一方、観測SI値が異常に小さい場合も、超過確率の概念に従って、同様に判定する。このように異常と判定された計測SI値は、式(17)によって補正する。また、欠損値については式(17)によって推定する。ただし、この計算を実施する際、地盤種別の相違、すなわち地盤と震央距離に応じた平均値な揺れ易さとはばつき(空間座標による平均値と共分散関数)を勘案しなければならない。

参考文献

- 1) (社)土木学会関西支部：3.地震被害早期把握のためのモニタリングシステム、平成3年度講習会テキスト、より安全な都市を目指して—ライフライン系の地震防災から—、pp.141～172、平成3年11月。
- 2) Matheron,G.: A simple substitute for conditional expectation: The disjunctive kriging, Advanced Geostatistics in the Mining Industry edited by Guarascio,M. et al., pp.221-236, 1976.
- 3) Maréchal,A.: The practice of transfer functions: Numerical methods and their application, Advanced Geostatistics in the Mining Industry edited by Guarascio,M. et al., pp.253-276, 1976.
- 4) Cressie,N.A.C.: Statistics for Spatial Data, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- 5) Yates,S.R.: Disjunctive kriging, 3.Cokriging, Water Resources Research, Vol.22, No.10, pp.1371-1376, September 1986.

〒680 鳥取市湖山町南4-101 鳥取大学工学部社会開発システム工学科 野田 茂

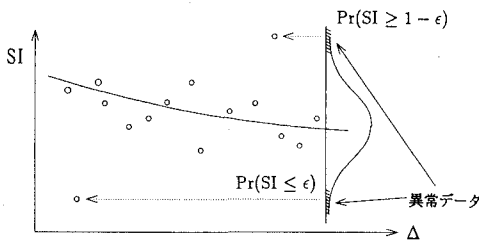


図1 SI値の距離減衰における異常データ

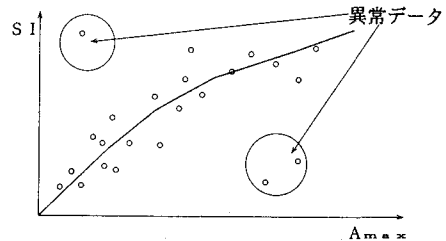


図2 SIとA_maxの関係における異常データ

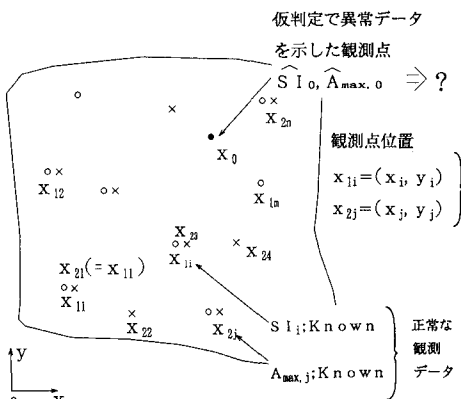


図3 センサーの配置

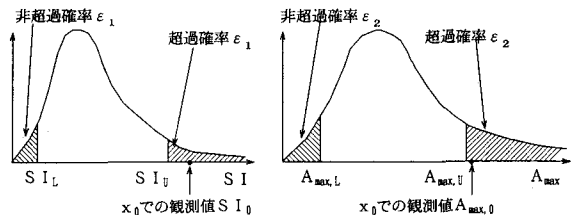


図4 SIとA_maxの超過確率