

(45) AL法とFEMの結合による不整形地盤の震動解析法

山口大学工学部 正員 清野純史
 京都大学防災研究所 正員 土岐憲三
 京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信
 鹿島建設(株) 正員 藤村和也

1. 概説 地盤震動解析においては、FEM、BEM、AL法^{1)~4)}等の手法がよく用いられる。このうち、FEMは無有限領域に適用することは難しく、BEM、AL法は非線形、非均質性を考慮しにくいという欠点がある。そのため、対象地盤をFEM、外部地盤を他の手法でモデル化する結合解法が開発されている。特に、近年よく用いられるAL法を用いるFEMとAL法の結合解法⁵⁾は、演算時間の面で有利である。本研究では、面外(SH)、面内(P-SV)波動場を対象としたFEMとAL法の結合解法について、その解析精度、演算時間等の検討を行った。

2. 定式化 図-1に示すように、(m+1)層地盤の第(1)層をFEM、残りの(2)~(m+1)のm層をAL法でそれぞれモデル化し、結合境界面上の変位・応力の連続条件により両手法を結合する。

FE領域における結合境界面上の節点を添字c、その他の節点を添字fで表すと、面外、面内波動場のいずれについても次式を得る。

$$\begin{bmatrix} S_{ff} & S_{fc} \\ S_{cf} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_f \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $[S] = [[K] - \omega^2[M]]$ である。物体力を無視すると、境界面上の節点力と変位の関係は次式で表される。

$$\{f_c\} = [F_c]\{u_c\} \quad [F_c] = [S_{cc}] - [S_{cf}][S_{ff}]^{-1}[S_{fc}] \quad (2)$$

AL領域^{3),4)}における面外波動場はAL領域の第(i)層($i = 1 \sim m-1$)、第(m)層内でそれぞれ次式で与えられる。

$$v^{(i)}(x, z) = \sum_{-N}^N [A^{(i)}(k_n) \exp(iv_n^{(i)} z) + B^{(i)}(k_n) \exp(-iv_n^{(i)} z)] \exp(ik_n x) \quad (3)$$

$$v^{(m)}(x, z) = \sum_{-N}^N A^{(m)}(k_n) \exp(iv_n^{(m)} z) \exp(ik_n x) + \exp(ik_0 x - iv_0 z) \quad (4)$$

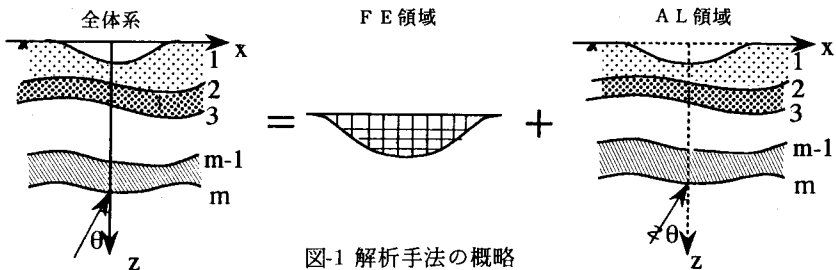


図-1 解析手法の概略

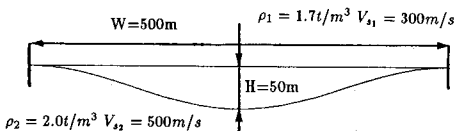


図-2 地盤モデル

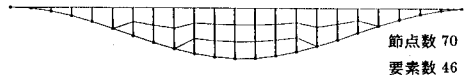


図-3 FEM メッシュ (20m)

ここに

$$\begin{aligned} k_n &= k_0 + \frac{2\pi}{L}n & \nu_n^{(i)} &= \left[\frac{\omega}{c_s^{(i)}}{}^2 - k_n^2 \right]^{1/2} (n = \pm 1, \pm 2, \dots) \\ k_0 &= \frac{\omega}{c_s^{(m)}} \sin \theta & \nu_0 &= \frac{\omega}{c_s^{(m)}} \cos \theta \end{aligned} \quad (5)$$

であり、 $c_s^{(i)}$ は層(i)のS波速度、 θ はz軸からの入射角、また $A^{(i)}$ 、 $B^{(i)}$ はそれぞれ(i)層内の下降、上昇波の強度を表す散乱係数である。

面内波動場に対する変位は、ポテンシャル ϕ 、 ψ を用いると次式のように表わされる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6)$$

ポテンシャル ϕ 、 ψ は、第(i)層内($i = 1, \dots, m-1$)では

$$\phi^{(i)}(x, z) = \sum_{-N}^N [A_p^{(i)}(k_n) \exp(i\nu_{pn}^{(i)}z) + B_p^{(i)}(k_n) \exp(-i\nu_{pn}^{(i)}z)] \exp(ik_n x) \quad (7)$$

$$\psi^{(i)}(x, z) = \sum_{-N}^N [A_s^{(i)}(k_n) \exp(i\nu_{sn}^{(i)}z) + B_s^{(i)}(k_n) \exp(-i\nu_{sn}^{(i)}z)] \exp(ik_n x) \quad (8)$$

第(m)層内では

$$\phi^{(m)}(x, z) = \sum_{-N}^N A_p^{(m)}(k_n) \exp(i\nu_{pn}^{(m)}z) \exp(ik_n x) + \phi_0 \quad (9)$$

$$\psi^{(m)}(x, z) = \sum_{-N}^N A_s^{(m)}(k_n) \exp(i\nu_{sn}^{(m)}z) \exp(ik_n x) + \psi_0 \quad (10)$$

となる。ここに

$$\nu_{pn}^{(i)} = \left[\frac{\omega}{c_p^{(i)}}{}^2 - k_n^2 \right]^{1/2} \quad \nu_{sn}^{(i)} = \left[\frac{\omega}{c_s^{(i)}}{}^2 - k_n^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

であり、 ϕ_0 、 ψ_0 は入射波動のポテンシャル、 $c_p^{(i)}$ は層(i)のP波速度である。

これらの式を用いることにより、任意の点での変位・応力が表現され、第(1)、(m)層内の散乱係数ベクトル $\{A^{(1)}\}$ 、 $\{A^{(m)}\}$ をパラメータとしてAL領域の最上境界面での変位・応力、第2~第m境界の変位・応力の連続条件がそれぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} \{u_1\} &= [U_1]\{A^{(1)}\} : \text{境界面1の変位} \\ \{\tau_1\} &= [T_1]\{A^{(1)}\} : \text{境界面1の応力} \end{aligned} \quad (12)$$

$$[G_E]\{A^{(1)}\} = [G_M]\{A^{(m)}\} + \{H\} \quad (13)$$

上式中、 $[G_E]$ 、 $[G_M]$ は変位ポテンシャルの表現式と境界面の座標等から得られる係数マトリックスであり、 $\{H\}$ は入射波によるベクトルである。

以上で得られた式を、結合境界面上での変位・応力の連続条件を基に結合する。FE領域では節点力の形で応力が表されているので、分布応力を等価な節点力に変換する分布マトリックス $[L]$ を導入することによりFE領域での境界面上の応力は次式のようになる。

$$\{\tau_c\} = [L]^{-1}\{f_c\} = [L]^{-1}[T_c]\{u_c\} \quad (14)$$

ここで、 $\{u_c\} = \{u_1\}$ より次式を得る。

$$\{\tau_c\} = [L]^{-1}[T_c][U_1]\{A^{(1)}\} \quad (15)$$

AL領域の境界面1上では、自由境界面で $\{\tau_1\} = 0$ 、結合境界面で $\{\tau_1\} = \{\tau_c\}$ であるので、この条件を適用し、係数行列の各列をフーリエ変換した後 $2N+1$ の長波長成分を抽出することにより、次式を得る。

$$[G_1]\{A^{(1)}\} = \{0\} \quad (16)$$

これを2~m境界面の連続式と連立することにより、最終的に、面外波動場で $6N+3$ 次、面内波動場で $12N+6$

次の連立1次方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} [G_1] & [0] \\ [G_E] & [G_M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^{(1)} \\ A^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ H \end{Bmatrix} \quad (17)$$

上式を解くことにより $\{A^{(1)}\}$ 、 $\{A^{(m)}\}$ が求まり、これに式(3)を適用することにより、AL領域の任意の点での変位・応力が計算できる。FE領域に関しては式(1)を適用することにより全節点の変位が求められる。

3. 解析結果 解析モデルを図-2に示す。AL領域に関する解析条件は、離散地点数64、打ち切り波数は面外波動場31、面内波動場で15としている。FE領域はメッシュ長20mを基本とし、3節点、4節点の1次要素を用いて分割している。このメッシュ図を図-3に示す。

図-4、図-5は1.0Hz、3.0Hzの調和波動鉛直入射時の解析結果をFE-BE結合解法によるもの、およびAL法のみによるものと併せて示したものである。図-4は面外波動場、図-5 a), b) は面内波動場の水平、鉛直変位に関するものである。十分な精度で他手法と一致していることがわかる。

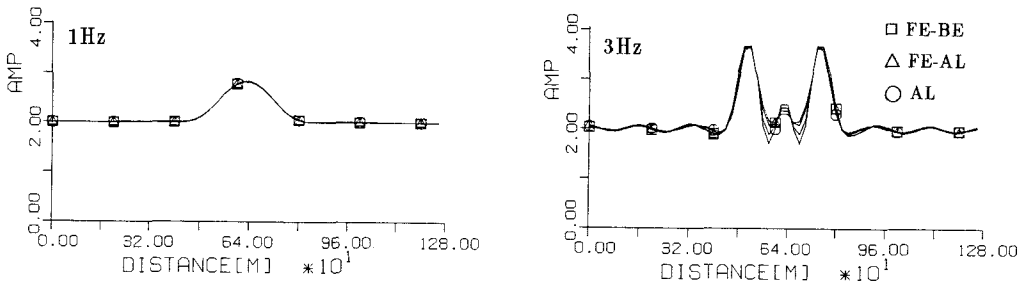
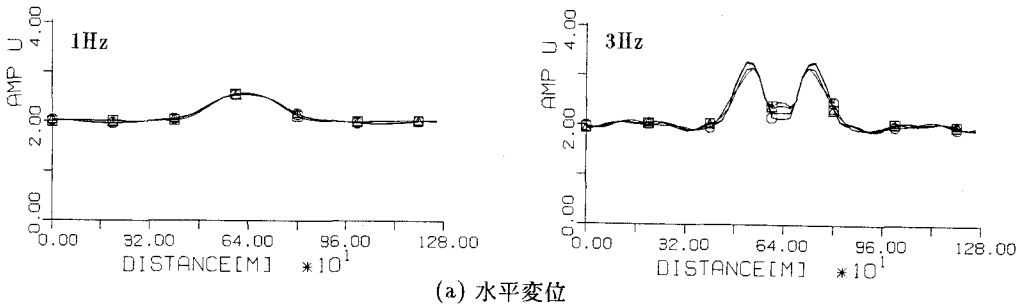
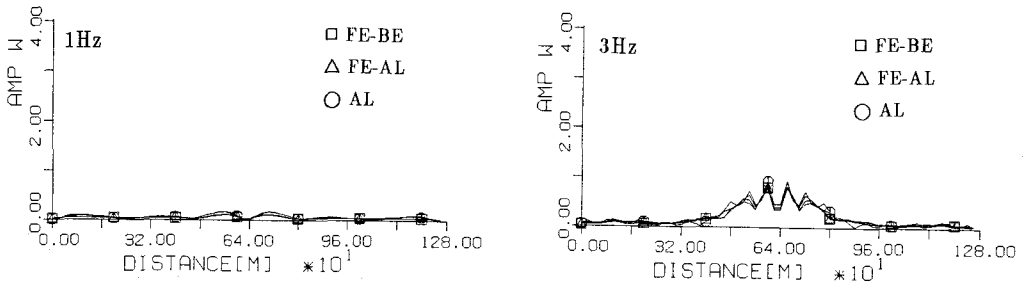


図-4 SH波鉛直入射時の地表面応答倍率 (Imp.=1:2)



(a) 水平変位



(b) 鉛直変位

図-5 SV波鉛直入射時の地表面応答倍率 (Imp.=1:2)

つぎに、周波数 0.1Hz から 5.0Hz までの誤差の評価を図-6、図-7 a), b) に示す。ここで誤差は FE-BE 結合解法において FE 領域のメッシュ長を 10m としたものを厳密解と仮定し、次式に従って評価したものである。

$$err_u = \frac{\max ||u| - |u_{10}||}{\max |u_{10}|} \quad (18)$$

精度の面では他手法と比べて顕著な差は見られないが、表-1 に示す計算時間の面では、FE-AL 結合解法の方が FE-BE 結合解法よりも有利であることがわかる。この傾向は、特に面内波動場において著しい。なお上記の計算は SONY NWS-3860 を用いて行った。

4. 結論 本研究では、FEM と AL 法の結合による地盤振動解析手法について、その解析精度と計算時間について検討を行った。ここで得られた成果を以下に示す。

- (1) FEM と AL 法の結合解法について、面内、面外両波動場に対して他手法との比較を行い、その解析精度について検討した結果、実用上十分な精度で応答が求められることがわかった。
- (2) 各手法の計算時間の比較に関しては、FE-BE 結合解法よりも FE-AL 結合解法の方が有利であるという結果を得た。今回は 2 層地盤についてのみ計算であったが、多層地盤においてはさらに FE-AL の方が有利になると思われる。本手法は 3 次元問題にもすぐに適用でき、また AL 法を時間領域で定式化することにより時間領域問題にも発展できる。

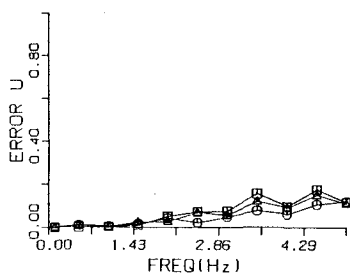
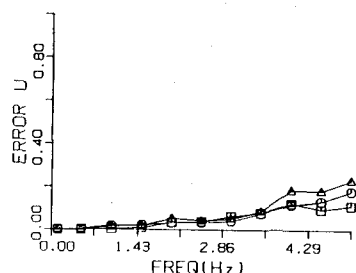


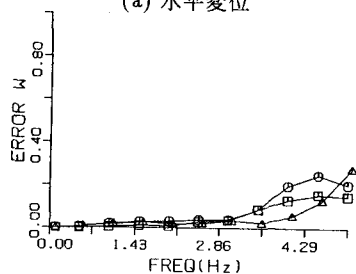
図-6 誤差の評価 (SH 波入射)

表-1 計算時間の比較

手法	面外波動場	面内波動場
FE-BE	32.8s	177.7s
FE-AL	18.5s	38.7s
AL	6.4s	26.5s



(a) 水平変位



(b) 鉛直変位

図-7 誤差の評価 (SV 波入射)

参考文献 1) Aki, k. and Larner, K. L.: Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J. Geophys. Res., Vol.75, pp.933-954, 1970. 2) 堀家政則: 複数の曲がった境界を有する減衰のある媒質の地震動応答計算法への AL 法の拡張とそれを用いた堆積盆地の地震動の特性, 地震, 40 巻 2 号, pp.247-259, 1987. 3) 大堀道広: 不整形性を有する沖積地盤の震動特性, 東京大学博士論文, 1990. 4) 土岐憲三・佐藤忠信・清野純史・福井基史: 3 次元不整形地盤の震動解析, 京都大学防災研究所年報, 第 35 号 B-2, pp.1-13, 1992. 5) 源栄正人・浦尾謙二: 波数離散化型解法を用いた不規則不整形地盤の波動伝播解析—波数離散化型解法と FEM の結合解法—, 日本建築学会学術講演概要集, 1989.