

(9) 液状化解析に用いるジョイント要素の提案

佐藤工業 (株) 吉田望

1. はじめに 1964年アラスカ地震における Turnagain Heights の被害は、シルトに囲まれたレンズ状の砂が液状化し、排水の過程で上部に水の層が出来たためと考えられている。このように、透水係数が異なる材料が隣接していると、その間に水が溜りそれが地盤の挙動に大きな影響を与えることがある。ここではこのような現象を解析するためのジョイント要素を提案する。

2. 基礎式 ジョイント要素を模式的に図1に示す。要素は8つの独立な変位が可能であるが、3つは剛体変位であり、5つが独立な変形である。これを図2のように分離すると、(e)の変形に関しては剛性がないので、独立な変位は、法線方向変形(a)(c)と接線方向変形(b)(d)の4つである。これらのそれぞれにつき、要素中央の状態を要素の代表値として基礎式を導く。ただし、(a)(b)と(c)(d)はそれぞれ同じ形式の式となるのでここでは一方のみを示す。

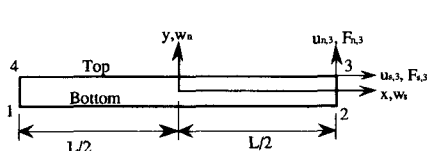


図1 ジョイント要素と記号

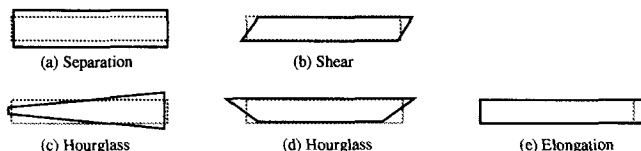


図2 ジョイント要素の独立な変形モード

ジョイント要素に関する変位関数を、モードに対応して

$$\{B\} = \left\{ -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\} + \left\{ \frac{x}{L} \quad -\frac{x}{L} \quad +\frac{x}{L} \quad -\frac{x}{L} \right\} = \{B^0\} + \{B^H\} \quad (1)$$

のように分けると、要素下辺に対する上辺の相対変位は $w = w^{top} - w^{bottom} = \{B\}\{u\}$ と表わせる。単位長さあたりのばね定数を k とすれば、応力は $\sigma = kw$ と表わされ、各モードに対する等価節点力は

$$\{F^0\} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \{B^0\}^T \sigma dx = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \{B^0\}^T k \{B^0\} dx \{u\} = L \{B^0\}^T k_c \{B^0\} \{u\} = \{K^0\} \{u\} \quad (2)$$

$$\{F^H\} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \{B^H\}^T k \{B^H\} dx \{u\} = \frac{k_c L}{12} \{h\} \{h\}^T \{u\} \quad (3)$$

となるので、各モードに対する剛性マトリックスは次のようになる。

$$\{K^0\} = L \{B^0\}^T k_c \{B^0\} = \frac{k_c L}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{K^H\} = \frac{k_c L}{12} \{h\} \{h\}^T = \frac{k_c L}{12} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

この和がマトリックスとなる。形式的には Goodman ら¹⁾が誘導したものと同じであるが、非線形解析を意識し、独立な4つの等価節点力成分を要素中央の状態(二つの応力と二つの見掛けの剛性)を使って表わしたのが特徴である。また、誘導の過程から、Goodman のもう一つの定式化²⁾は、有限要素法に用いるには独立な変形モードの考慮数が足りず、不十分であることも分かる。

次に、Biotの式に基づく定式化に組み込むことを考える。法線方向を強調するために添字 n を用いる。要素の水圧 p は要素内で一定とし、有効応力を $\sigma'_n = \sigma_n - p$ で定義すれば、釣合式は次式となる。

$$\{F_n\} = \{F_n^0\} + \{F_n^H\} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \{B\}^T \sigma'_n dx = \left(\{K_n^0\} + \{K_n^H\} \right) \{u_n\} - \{K_p\} p = \{K_n\} \{u_n\} - \{K_p\} p \quad (5)$$

水の流入、流出が上下の辺からのみ起こるとすると、要素に単位時間に流入する水量 W は、

$$W = \int_{\frac{L}{2}}^L \dot{w}_n dx = - \int_{\frac{L}{2}}^L (\dot{U}_{n,top} - \dot{U}_{n,bottom}) dx \quad (6)$$

一方、この間のジョイント要素の容積変化は $\{K_p\}^T \{\dot{u}_n\}$ となるので、連続の式は次式となる。

$$\{K_p\}^T \{\dot{u}_n\} = - \int_{top\ side} [N_{top}] dx \{\dot{U}_{top}\} + \int_{bottom\ side} [N_{bottom}] dx \{\dot{U}_{bottom}\} \quad (7)$$

ここで、 U は水の変位、 $[N]$ は隣接要素の水に関する補関数である。式(5)(7)が基礎式であり、 u - U - p 形式となっている。 u - p 形式に直すために、赤井・田村の方法³⁾を用いる。図3を参照すれば、要素に流入する水量は

$$W = L \left(\kappa_{top} \frac{h - h_{top}}{\ell_{top}} + \kappa_{bottom} \frac{h - h_{bottom}}{\ell_{bottom}} \right) \quad (8)$$

で表わされるので、水頭 h を水圧に戻せば、次の連続の式を得る。

$$\{K_p\}^T \{\dot{u}_n\} = W = \alpha(p - \rho_f \{X\}^T \{b\} - \{\ddot{u}\}) - \sum \alpha_i (p_i - \rho_f \{X_i\}^T \{b\} - \{\ddot{u}_i\}) \quad (9)$$

ここで、 $\alpha_i = L \kappa_i / \ell_i$ 、 $\alpha = \sum \alpha_i$ である。このままでは係数行列は非対称なので $\frac{\partial u}{\partial t} dt = du$ 、 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dt = d\dot{u}$ とおき、水圧に関しては後方差分を取ることにすれば、次式を得る（水頭の運動エネルギー項は無視）。

$$\{K_n\} \{du_n\} - \{K_p\} p = \{dF_n\} - \{K_p\} p_{i-dt} \quad (10)$$

$$\{K_p\}^T \{du_n\} = \alpha dt (p - \rho_f \{X\}^T \{b\}) - \sum \alpha_i dt (p_i - \rho_f \{X_i\}^T \{b\}) \quad (11)$$

式(10)(11)が最終的な式で、係数マトリックスは対象となっている。なお、これまでの誘導ではジョイント要素上下の辺からの水の流出、流入を考えたのみであるが、ジョイントが開いているときには、開口部からの水の流入、流出も考えられ、この場合には、式(9)の下で α_i を計算して式(9)や式(11)で総和を取る際、開口部も一つの辺と考え、適当に大きな透水係数を考えることにすれば考慮することが出来る。

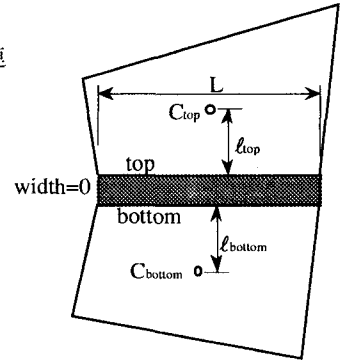


図3 赤井・田村の方法のモデル

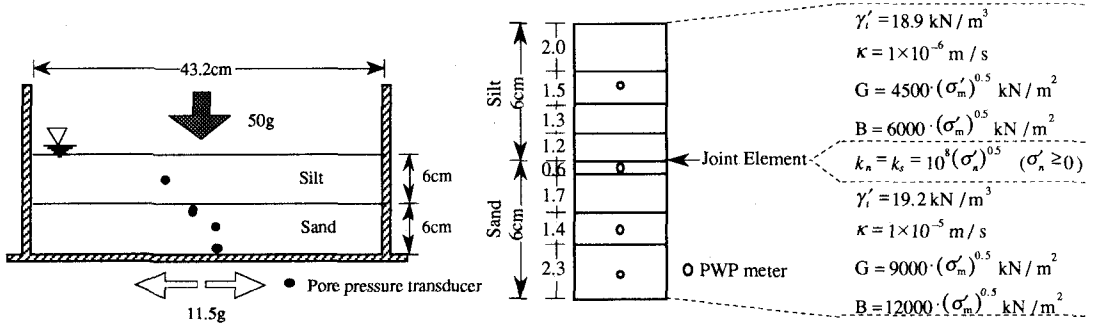


図4 実験モデルおよび計算モデルと諸定数

3. 計算例 Dobry⁴⁾が行なった遠心力载荷試験を解析する。図4にモデルと諸定数を、図5に実験結果の一部を示す。彼らは、3秒間の加振後間隙水圧消散の過程で、シルト層と砂層の間に水が溜まり、このため砂層の間隙水圧分布は、加振後12秒から3分までの間ほとんど変わらなかったと報告しており、これを再現できるかが興味の対象である。なお、計算に際し、材料定数などは正確な値が不明であることから適当な値を用いた。また、加振中の過剰間隙水圧の発生量の予測は本解析の興味の対象外であることから加振終了時の状態を初期状態として解析した。ここで、この間ではせん断変形の変化は大きくはなく、したがってせん断変形に伴う非線形性は考慮しないこととし、有効拘束圧の変化に伴う非線形性のみを考慮している。

図5、図6に計算結果を示す。水圧に関しては実験値と比較している。また、数値は全て実モデルの諸元に変更している。図6は加振終了直後の状況と、過剰間隙水圧がほとんど消散するまでの状態の両方を表わしている。

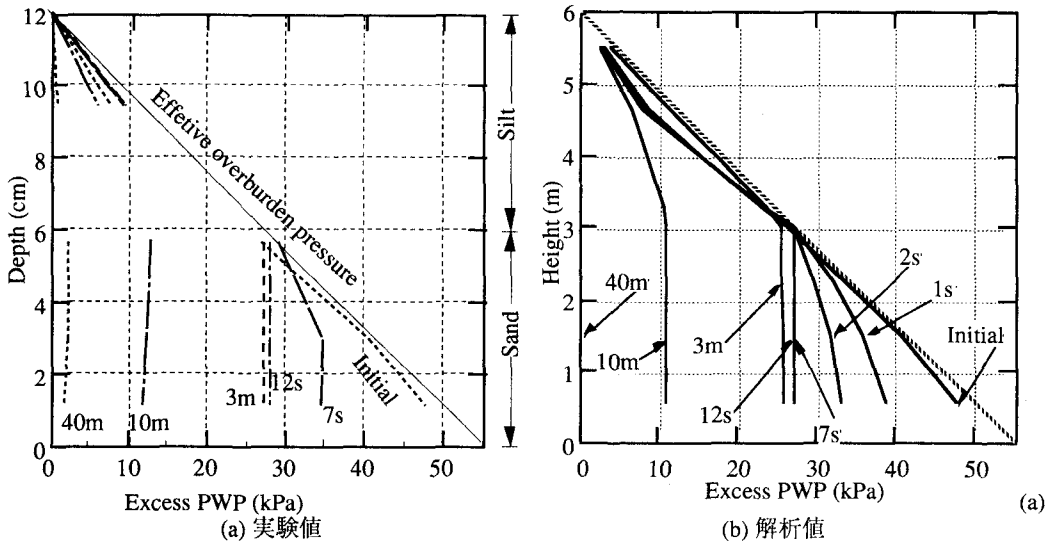


図5 過剰間隙水圧分布の変化の比較

まず、解析結果から、加振終了以後の挙動を追跡する。図6の加振直後挙動を見ると、ジョイント要素下端（砂層）の沈下は最初の3秒程度で非常に急激であり、またこの間で砂層の過剰間隙水圧の値はほとんど同じ値になっていることから、加振終了直後に砂層の過剰間隙水圧の消散は急激に進行していることがわかる。また5秒以降ではジョイント要素下端の沈下量、砂層の過剰間隙水圧分布ともほとんど一定であり、過剰間隙水圧は（途中までではあるが）ほとんど消散してしまっていることも分かる。一方、地表面の沈下はこの間ではほとんど変化していない。したがって、砂層から消散した水は地表までの間に蓄えられる必要がある。ジョイント要素（シルト層下端）の沈下を見ると、地表の沈下量より少し大きい、ジョイント要素下端の沈下量に比べれば非常に小さいので、砂層から消散した水は、大部分がジョイント要素の中に蓄えられ、ほんの一部のみがシルト層の中に入って行っただけであることが分かる。シルト層では、ジョイント要素からの間隙水圧の流入はあるが、地表からの流出は少なく、そのためわずかではあるが体積が増え、また過剰間隙水圧も大きくなっている。

次に長時間の応答を見ると、最初のうちはほとんど目立たなかったジョイント要素上端の沈下と地表の沈下が次第に大きくなって来るのが目に付く。これに対して加振終了後3分までは砂層の過剰間隙水圧の値とジョイント要素下端の沈下は変化しない。すなわち、この間はジョイント要素にたまった水がシルト層の中に消散して行く過程である。シルト層中央の過剰間隙水圧が次第に大きくなって行くこともこの現象を裏付けている。また、この間ではジョイント要素上端の沈下は地表の沈下に比べて大きく、ジョイント要素からシルト層に供給されている水は地表に消散される水量より小さく、シルト層は膨張している。

加振終了後3分の少し前でジョイント要素下端の沈下量と上端の沈下量が同じになる。すなわち、ジョイント要素が閉じる。これに伴って、砂層の過剰間隙水圧の消散が再び始まり、過剰間隙水圧が小さくなって行くとともに、ジョイント要素下端の沈下も大きくなって行く。しかしながら、ジョイント要素は一旦閉じて以降は開かず、砂層から消散した水は直接シルト層に流れ込む。ジョイント要素が、シ

ルト層内の間隙水圧の流れが砂層からの間隙水圧を十分吸収できる程度に動水勾配が大きくなったためと考えられる。また、加振終了後5分以降は、地表面から消散する水量の方が砂層から供給される水量より大きくなるため、シルト層でも過剰間隙水圧の消散が起こり、体積は減少する。

最後に、実験値との比較をする。図5(a)(b)は過剰間隙水圧分布を比較したものであるが、全体的な分布形状は非常によく実験値と一致している。特に、実験で得られた加振終了後12秒から3分までの砂層の水圧分布が変化しない現象はよく実験結果を説明している。時刻歴応答でも、水圧分布の継時的な変化はよく説明されており、本解析手法の有効性が実証されたといえる。

4. おわりに 透水係数の異なる二つの材料の間に水が溜まり、それが地盤全体の挙動に影響を与えるような現象を解析するために、2相系材料の解析に使えるジョイント要素の定式化をした。この定式化は要素中心の状態を代表値としてその他の点の値を使わずに非線形解析が可能となっている。要素剛性マトリックスは2点ガウス積分で求められることが多いが、非線形解析では計算量が増える要因となるので本手法は便利であろう。また、有効応力の概念を導入しジョイント要素内に水のたまる現象を解析できるようにし、実験結果との比較から、その有効性を実証した。

参考文献

- 1) Goodman, R.E. and Taylor, R.L., A Model for the Mechanics of Jointed Rock, Jour. of SM, ASCE, Vol.94, No.SM3, May, 1968, pp.637-659
- 2) Goodman, R.E., Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks, West Publishing Company, 1976
- 3) 赤井浩一、田村武、弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析、土木学会論文報告集、第269号、pp.95-104、1976
- 4) Dobry, R., Oral presentation, 4th Japan-U.S. Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures for Soil Liquefaction, Honolulu, Hawaii, May, 1992

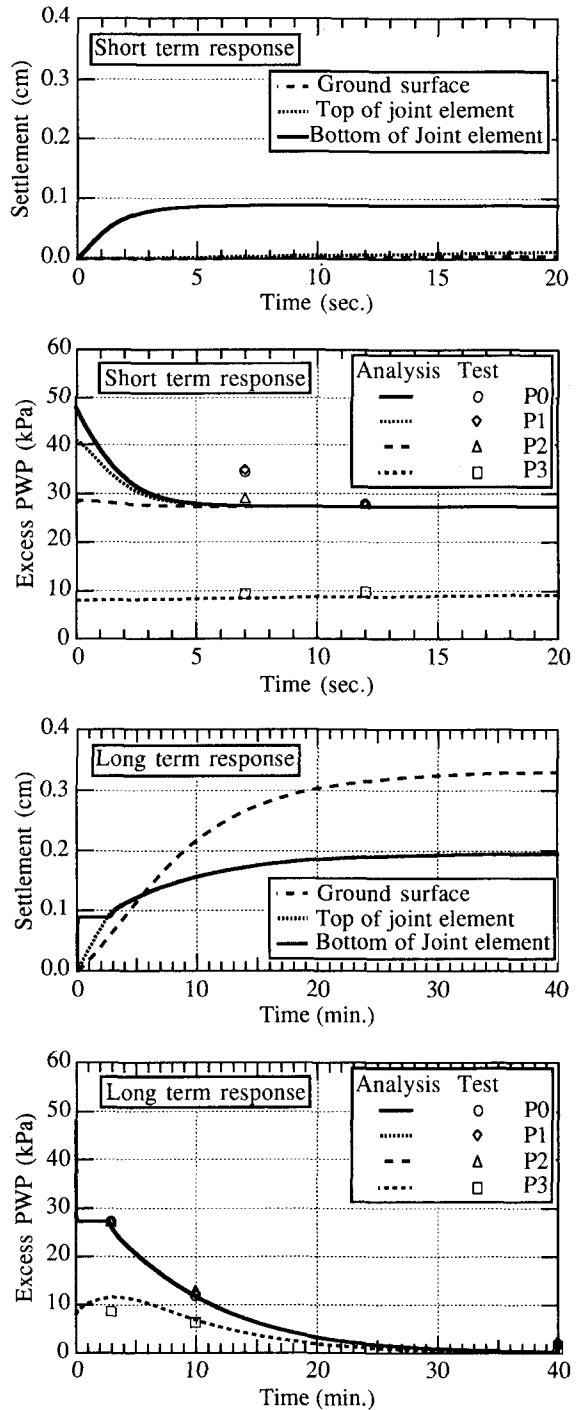


図6 沈下と過剰間隙水圧の時刻歴応答