

(115) 線状地中構造物の耐震計算法としての応答変位法における問題点と改良案

大成建設(株) 志波 由紀夫

1. はじめに

線状地中構造物の長手方向の耐震計算法としては、一般に応答変位法が用いられている。応答変位法は、線状地中構造物を弾性床の上のほりにモデル化し、地盤の地震時変位に応じて弾性床を強制変位させ、このときほりに生ずる応力・変形を解析するものである。しかし、動的サブストラクチャー法の考え方によれば、地震力としては強制変位に加えて地盤・構造物間の接触力も作用させるのが正しい。

本論文では、現行の応答変位法における上記の問題を提起し、その改良案として、動的サブストラクチャー法に基づいた地震力の作用方法を取り入れた耐震計算法の提案を行う。なお、ここでの議論は線状地中構造物を長手方向に直角な方向に加振した場合(曲げモーメントおよびせん断力の計算)を対象とする。地盤の振動方向が長手方向に対して直角ではない場合も、軸力の計算に関して同様の議論ができるが、これについては今後の検討課題としたい。

2. 問題提起

線状地中構造物が地震時に周辺地盤の振動変位に追従した挙動を示すことは、良く知られている事実である。この事実に基づき、線状地中構造物の耐震計算法として、構造物がない状態での地盤の振動変位に応じて構造物を強制的に変形させ、それによる発生応力を求める方法が考えられる。ただし、構造物は長手方向に一定の剛性をもっているから、これを変形させるときに一定の反力が地盤に伝達され、この反力によって地盤側も変形させられる。そこで、この地盤・構造物間の相互作用をばねを用いて表現し、強制変位は相互作用ばねを介して作用させることとする。現行の応答変位法の考え方は、以上のように理解される。

ところで、見かけの上で地盤と全く等しい質量と剛性をもつ線状地中構造物の地震時挙動を、上記の応答変位法によって考えてみる。この構造物は、図-1に示すように、その外形に合わせて仮想的に区切った地盤の一部分にはかならない。いま、地盤が地震時に構造物の長手方向に対して直角な方向に振動すれば、構造物(土の棒)に生ずる変位および力は次のようになるはずである。

- ① 構造物の長手方向の変形はせん断変形であり、構造物の変位と地盤の変位は完全に一致する。
- ② 構造物に生ずる断面力は、せん断力 Q のみである。
- ③ 地盤から構造物へ伝達される地震力は、構造物の側面をせん断する方向の力のみである。
- ④ 相互作用ばねの作用に相当するものはない。

一方、具体的な計算は省くが、地盤中から切り出した土の棒に応答変位法を適用して耐震計算をすれば、上記に反して以下のような結果となるのは明らかである。

- ① 構造物の長手方向の変形は曲げ変形であり、一般的には地盤の変位(与えた強制変位)とは一致しない。
- ② 構造物に生ずる断面力は、曲げモーメント M とせん断力 Q である。
- ③ 地盤から構造物へ伝達される地震力は、構造物側面に直角な方向の力のみである。
- ④ 相互作用ばねの作用によって地震外力が生ずる。

以上は構造物の質量と剛性が地盤と等しいという

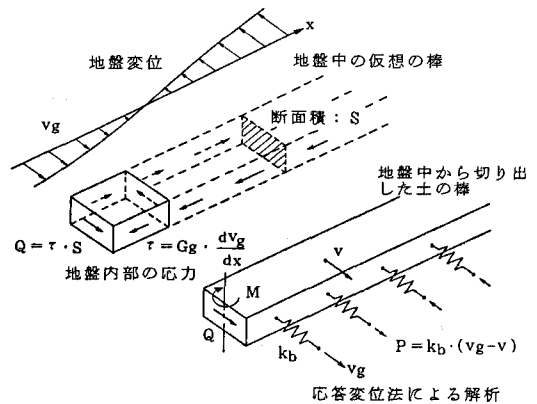


図-1 地盤と等しい質量と剛性をもつ地中構造物の耐震解析

特殊なケースの議論であるが、一般的なケースについても、構造物の質量と剛性が変化した場合としてとらえることができるから、程度の差はあれ、同様な不都合が生ずるものと考えられる。

この主な原因は、次の2つである。

④通常、線状地中構造物は **Bernoulli-Euler** ばりでモデル化され、せん断変形が無視されている。

⑤地震力の作用方法が力学的に正しくない。

原因④については、動的サブストラクチャー法の考え方から説明することができる。動的サブストラクチャー法は、地盤・構造物全体系の動的相互作用を解析する際に、図-2に示すように地盤と構造物を分割してそれぞれをサブストラクチャー(部分系)とし、サブストラクチャー間の接触面での変位と力の連続性を満足させるようにして構造物部分の挙動を解析する手法である¹⁾。動的サブストラクチャー法の定式化によれば、構造物部分への外力の力学的に厳密な与え方には次の2通りがある¹⁾。

(a) 切欠き地盤(構造物部分を取り去った地盤)の応答変位 $*$ を、相互作用ばねを介して作用させる。

(b) 自然地盤(構造物のない地盤)の応答変位 $*$ を相互作用ばねを介して作用させるとともに、地盤内部に生ずる応力 $*$ を作用させる。

(注*: 構造物との接触面の位置に生ずる変位または応力)

すなわち、現行の応答変位法における地震力の作用方法には、次の問題点がある。

①強制変位として自然地盤の応答変位を用いているが、正しくは、切欠き地盤の動的応答解析を行って得られる応答変位を用いるべきである。

②解析上の簡便性から自然地盤の応答変位を用いるのであれば、これと同時に地盤内部応力を地震力として作用させる必要がある。

3. 応答変位法の改良案

3.1 解析モデル

現行の応答変位法における問題点の解決を図るため、図-3に示す解析モデルを提案する。現行の解析モデルに対する改良点は次の2点である。

①線状地中構造物を **Timoshenko** ばりでモデル化することにより、せん断変形を考慮する。

②地震力として、自然地盤において構造物位置に生ずる応答変位と地盤内部応力、および構造物の慣性力の3種類を作用させる。

なお、改良点①、ならびに改良点②における慣性力の影響の考慮は、構造物の長手方向のせん断剛性および質量が地盤のそれに近いときに効果がある。

3.2 地震時断面力の定式化

図-3に示した解析モデルに従い、無限長の線状地中構造物の長手方向に生ずる曲げモーメントとせん断力の定式化を行う。

Timoshenko ばりの変形と断面力の関

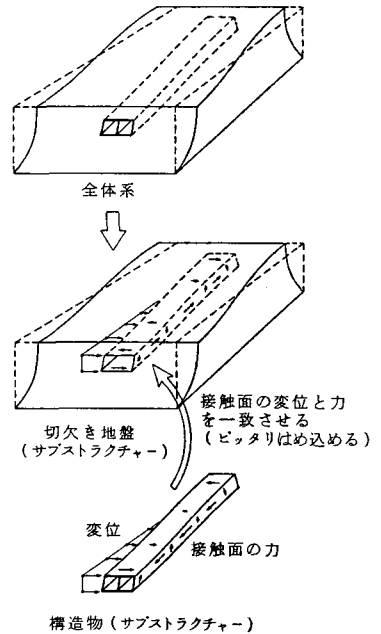


図-2 動的サブストラクチャー法の原理

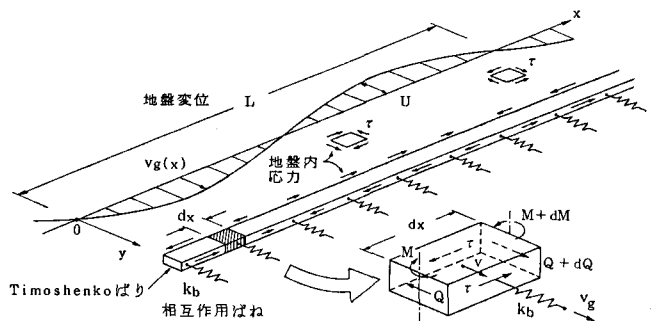


図-3 現行の応答変位法を改良した解析モデル

係は次式のとおりである²⁾(図-4参照)。

$$M = E \cdot I \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad \lambda = \gamma - \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma = \frac{Q}{G_s \cdot \kappa \cdot A} \dots \dots \dots (1)$$

また、強制変位、地盤内応力、および構造物の慣性力を考慮した地震力と断面力の釣合い式は

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -k_b \cdot (v_g - v) + \rho_s \cdot A \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \frac{\partial M}{\partial x} = Q - \tau \cdot S \dots (2)$$

となる。式(1)と式(2)より、変位 v に関する微分方程式が次式のように得られる。

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \left(1 - \frac{E \cdot I}{G_s \cdot \kappa \cdot A} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \cdot \left(k_b \cdot v + \rho_s \cdot A \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right) = k_b \cdot \left(1 - \frac{E \cdot I}{G_s \cdot \kappa \cdot A} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \cdot v_g + G_g \cdot S \cdot \frac{\partial^2 v_g}{\partial x^2} \dots \dots (3)$$

自然地盤の地震時変位が構造物の軸線に沿って正弦波状に

$$v_g = U \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{L} \cdot x\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{L} \cdot \sqrt{\frac{G_g}{\rho_g}} \cdot t\right) \dots \dots \dots (4)$$

と与えられるものとして微分方程式(3)を解くと、構造物の変位および断面力の大きさが以下のように求まる。

$$v = \frac{1 + \beta_s - \beta_g}{1 + \beta_s - \alpha_\rho \cdot \beta_g + (\alpha_G - \alpha_\rho) \cdot \beta_s \cdot \beta_g} \cdot v_g$$

$$M_{max} = \frac{4\pi^2 \cdot E \cdot I \cdot U}{L^2} \cdot \frac{\alpha_G - 1 - (\alpha_G - \alpha_\rho) \cdot \beta_g}{\alpha_G \cdot \{1 + \beta_s - \alpha_\rho \cdot \beta_g + (\alpha_G - \alpha_\rho) \cdot \beta_s \cdot \beta_g\}}$$

$$Q_{max} = \frac{2\pi \cdot G_g \cdot S \cdot U}{L} \cdot \frac{1 + \alpha_G \cdot \beta_s - \alpha_\rho \cdot \beta_g}{1 + \beta_s - \alpha_\rho \cdot \beta_g + (\alpha_G - \alpha_\rho) \cdot \beta_s \cdot \beta_g}$$

ここに、 $\alpha_G = \frac{G_s \cdot \kappa \cdot A}{G_g \cdot S}$ $\alpha_\rho = \frac{\rho_s \cdot A}{\rho_g \cdot S}$

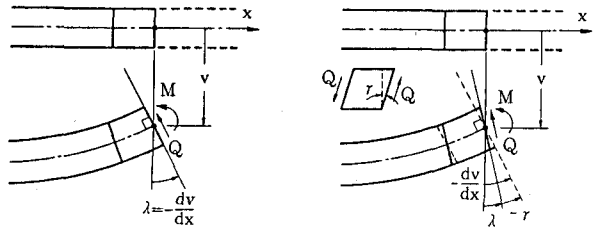
$$\beta_s = \frac{4\pi^2 \cdot E \cdot I}{G_s \cdot \kappa \cdot A \cdot L^2} \quad \beta_g = \frac{4\pi^2 \cdot G_g \cdot S}{k_b \cdot L^2} \dots \dots \dots (5)$$

3.3 提起した問題点の解消

構造物の質量と剛性が地盤のそれと等しい場合というのは、式(5)において $\alpha_\rho = \alpha_G = 1$ とした場合であり、式(5)は

$$v = v_g \quad M_{max} = 0 \quad Q_{max} = \frac{2\pi \cdot U \cdot G_g \cdot S}{L} = \frac{\partial v_g}{\partial x} \Big|_{max} \cdot G_g \cdot S \dots \dots \dots (6)$$

となる。また、このとき相互作用ばねは働かず、地盤と構造物の間の相互作用力は地震外力 τ のみである。すなわち、前に提起した問題点は解消している。さらに、構造物の慣性力およびせん断変形を無視するとともに地盤内部応力 τ を地震力として作用させない場合は、式(5)で $\rho_s = 0, G_s = \infty, G_g = 0$ とすればよく、



(a) Bernoulli-Eulerばり (b) Timoshenkoばり

図-4 はりの変形

表-1 記号一覧

記号	単位	説明
x	m	位置
t	s	時間
M	tf・m	曲げモーメント
Q	tf	せん断力
v	m	構造物の変位
v _g	m	地盤の変位
E	tf/m ²	構造物のヤング率
I	m ⁴	断面2次モーメント
A	m ²	断面積
S	m ²	構造物を充実断面としたときの断面積
ρ _s	t/m ³	構造物の質量密度
ρ _g	t/m ³	地盤の質量密度
G _s	tf/m ²	構造物のせん断弾性係数
G _g	tf/m ²	地盤のせん断弾性係数
λ	無次元	回転角
γ	無次元	角ひずみ
κ	無次元	断面形状から決まる係数
k _b	tf/m ²	相互作用ばね定数
U	m	地盤変位の振幅
L	m	地盤変位の波長
τ	tf/m ²	地盤内部のせん断応力

$$v = \alpha \cdot v_g \quad M_{max} = \alpha \cdot \frac{4\pi^2 \cdot E \cdot I \cdot U}{L^2} \quad Q_{max} = \alpha \cdot \frac{8\pi^3 \cdot E \cdot I \cdot U}{L^3} \quad \text{ここに、} \alpha = \frac{1}{1 + \alpha_G \cdot \beta_s \cdot \beta_g} \quad \dots\dots (7)$$

という結果を得る。上式は、現行の応答変位法の計算式³⁾である。

4. 現行の応答変位法との比較

提案した式(5)と現行の計算式(7)との比較を、表-2に示す小口径鋼管とRCシールドトンネルの2例について行った。ここで、地盤の質量密度、せん断波速度、相互作用ばね定数は、それぞれ、 $\rho_g = 1.7 \text{ t/m}^3$, $V_s = 150 \text{ m/s}$, $k_b = 1.0 G_g$ とした。

この計算例では、提案式と現行計算式の比は、図-5のようになる。この図から、曲げモーメントについては、提案式による値が現行の計算値とほぼ等しいか、または小さいことから、現行の計算式が安全側の値を与えることがわかる。ところが、せん断力については、提案式による値は現行の計算値に対し、特に地盤変位の波長が長い場合にかなりの倍率となり、現行の応答変位法はせん断力をかなり小さく見積もっていることになる。ただし、表-2に示したように、現行の計算式から得られるせん断力は一般に小さい値であるから、提案式によるせん断力が構造物の許容応力を越えるとは限らない。

なお、図-5には構造物へ地盤内応力を作用させない(式(5)において $G_g = 0$)とした場合の結果も示したが、この場合には、提案式と現行式はほとんど一致する。すなわち、ここに示した計算例では、提案式と現行式に大きな違いの生ずる理由は地盤内応力の作用であり、前に述べたように、構造物のせん断変形および慣性力の影響は小さい。

5. まとめ

現行の応答変位法における地震力の作用方法の問題点を指摘し、それに対する改良案を提示した。ここで提案した耐震計算法は、弾性床上のはりをTimoshenkoばりとし、このモデルに、地盤の地震時変位を強制変位として作用させるほかに、地盤内部に生ずる応力も作用させるものである。現行の応答変位法に比べ、本計算法ではせん断力が大きく算定される。

参考文献

- 1) 土木学会編:動的解析と耐震設計 第2巻 動的解析の方法, pp. 138~151, 技報堂出版, 1989.
- 2) 西野文雄・長谷川彰夫:新体系土木工学 7 構造物の弾性解析, pp. 82~86, 技報堂出版, 1983.
- 3) 例えば、日本水道協会:水道施設耐震工法指針・解説, p. 83, 1979.

連絡先: 〒245 横浜市戸塚区名瀬町 344-1 大成建設(株) 技術研究所 地震・風研究グループ TEL 045-812-1211

表-2 耐震計算例

諸元	単位	小口径鋼管	シールドトンネル
ヤング率	tf/m ²	2.1×10^7	3.0×10^6
ポアソン比	-	0.30	0.16
質量密度	t/m ³	7.85	2.5
口径	m	0.30	5.0
肉厚	m	0.008	0.25
κ	-	0.5	0.5
α_G	-	107.4	31.5
α_p	-	0.48	0.28
現行 Q_{max}	tf	0.0051*	97.4*
κ 応力度	kgf/cm ²	0.0694*	2.61*
提案 Q_{max}	tf	0.872*	332.5*
κ 応力度	kgf/cm ²	11.88*	8.91*

*: $L = 200 \text{ m}$, $U = 0.1 \text{ m}$ の場合

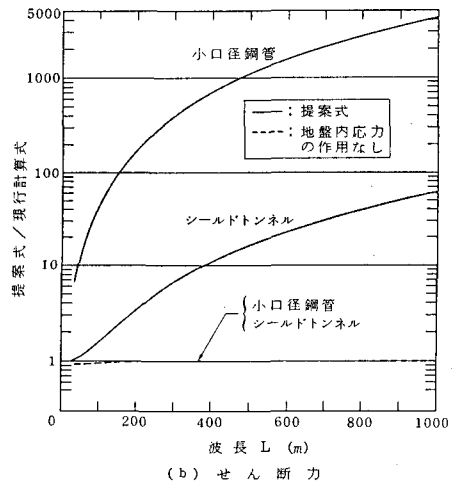
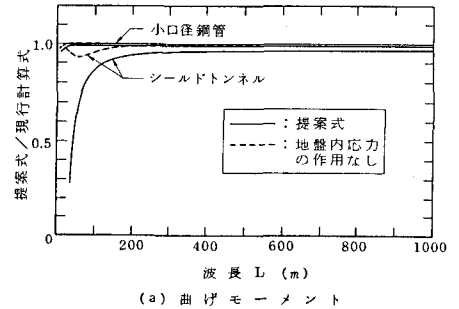


図-5 提案式と現行計算式の比較