

(47) アレー観測記録のARモデルへのモデル化と地震波動伝播情報の対応

武蔵工業大学 正員 星谷 勝  
 武蔵工業大学 正員 〇丸山 収  
 武蔵工業大学 学生員 大久保英也

1. はじめに

著者らは確率過程現象のサブル実現値を、カルマンフィルタによる時間領域適合型同定手法により、多変量ARモデルにモデル化する手法を開発した<sup>1),2)</sup>。その際、多変量ARモデルの係数行列を同定するために、カルマンフィルタに対して状態方程式および観測方程式の定式化を行い、予めその構造を既知とした確率過程に適用して、同定結果の精度および安定性を検討した。また、地震動アレー観測記録を確率過程現象のサブル実現波形とみなして、多変量ARモデルへのモデル化を試み、同定された係数行列からサブル波形を求め、実現波形との定性的な対応を調べた。その結果、モデルの係数行列が同定されると、確率過程現象のサブル波形を効率的に作成できることを確認した<sup>1)</sup>。以上の研究は、主に確率過程現象のモデル化に関するものであった。

一方、地震動アレー観測の目的は、地震動の伝播特性を表層地盤との関係において明確にすることにある。本研究では、同定された係数行列の経時変化から、これら波動伝播の情報を読みとることを目的としている。以下に、ARモデルの逐次同定手法の概説およびARモデルの係数行列の有する基本的な情報についての試算例を示している。

また、地震動の伝播特性とARモデルの係数行列の対応関係を明確にするために、既知の諸元を有する地盤モデルに対する数値シミュレーションにより作成したデータを用いて、解析を進めている。この解析は、実観測記録から工学的な情報を読みとるための知見を与えるものとする。これらの解析結果については、講演時に示すこととする。

2. ARモデルの逐次同定法

m-variate, one-dimensionalのAR(p)モデルは式(1)で与えられる<sup>3)</sup>。

$$Y(k) = -\sum_{i=1}^p A_i Y(k-i) + B_0 X(k) \tag{1}$$

式(1)を要素で示すと式(2)となる。

$$\begin{bmatrix} Y_1(k) \\ Y_2(k) \\ \vdots \\ Y_m(k) \end{bmatrix} = -\sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} a_{11}(i) & a_{12}(i) & \cdots & a_{1m}(i) \\ a_{21}(i) & a_{22}(i) & \cdots & a_{2m}(i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}(i) & a_{m2}(i) & \cdots & a_{mm}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(k-i) \\ Y_2(k-i) \\ \vdots \\ Y_m(k-i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & & & 0 \\ b_{21} & b_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ \vdots \\ X_m(k) \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここで、 $X(k) = [X_1(k) \ X_2(k) \ \cdots \ X_m(k)]^T$ で $(m \times 1)$ ベクトル、その要素 $X_i(k)$ は互いに独立で、  
 平均値:  $E[X_i(k)] = 0$ 、分散:  $E[X_i(k)X_i(k)] = 1$ である。

次に、式(1)の $A_i$ 、 $B_0$ をカルマンフィルタを用いて同定するための基本式を示す。ここで、 $a_{li} = A_i^T J_{li} = [a_{l1}(i) \ a_{l2}(i) \ \cdots \ a_{lm}(i)]^T$ とおくと、式(1)は、式(3)の様に表される。

$$Y(k) = -\sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} Y^T(k-i) & & & 0 \\ & Y^T(k-i) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & Y^T(k-i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \vdots \\ a_{mi} \end{bmatrix} + B_0 X(k) \tag{3}$$

ここで、 $J_{li} = [0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ 、第 $l$ 要素を1とする列ベクトル $(m \times 1)$ である。

また文献(3)を参照して式(1)において右方から $X(k)^T$ を乗じて、両辺の期待値をとり、 $E[Y(k-i)X^T(k)] = 0; i > 0$ 、 $E[X(k)X^T(k)] = I$ であることを用いれば、式(4)を得る。

$$B_0 = E[Y(k)X^T(k)] \tag{4}$$

さらに、式(1)において右方から $Y(k)^T$ を乗じて両辺の期待値をとり、 $[Y(k)X(k)^T]^T = X(k)Y(k)^T$ の関係を

用いば次式を得る。

$$B_0 B_0^T = \sum_{i=0}^p A_i E [Y(k-i)Y^T(k)] \quad (5)$$

ここで式(2)より、 $B_0$ は下三角行列であるから、 $B_0^T$ は上三角行列となる。したがって、ルネン分解等の手法を用いば式(5)より $B_0$ を求めることができる。次に、式(3)および式(5)をもとに、カルマンフィルタの状態方程式および観測方程式の定式化を行う。

本研究では、ARモデルの係数行列同定に際し、カルマンフィルタアルゴリズムに重み付きグローバルな繰り返しを併用したEK-WGI法を用いるが、パラメータ同定手法に関する詳細な点に関しては、参考文献(1)、(2)に委ねることとする。

### 3. 解析例

本研究では、東京大学生産技術研究所・千葉実験所構内に設置されている高密度アレー観測網による地震動観測記録を用いる。図-1にアレー観測網の概要を示す。また観測システムの概要については、文献(4)に委ねることとする。

ここでは、1985年10月4日の茨城県南部地震の記録を用いて、地震動の平面的変動特性とARモデルの係数行列との対応関係を調べることとする。まず観測点C0を起点として、それぞれ(a).C0-C1および(b).C0-P0の北-北西関数を計算した(図-2)。ここで、各観測地点において、EW成分を解析対象としている。図-2より当然の帰結であるが、2地点間の距離の増加により、高周波成分の相関が低くなっていることが読み取れる。

図-3は、それぞれ2地点の波形をX-Y平面にプロットして、相関関係を調べたものである(図-3(a),(b))。ここで図-3(a)は、直線的な傾向を示しており、両者の相関が高いことが分かる。このことは、周波数成分の対応関係を示した北-北西の計算結果からも読み取れる(図-2(a))。図-3(c)および(d)は、北-北西関数を調べて相関の低い振動数成分を除去した時系列波形をプロットしたものである。ここで、図-3(c)では、8HZ以下の成分を除去し、図-3(d)では、2.5HZ以下の成分を除去している。以上図-3では、波形の相関関係、勾配から振幅の比較およびばらつきから位相に関する情報が得られる。ここで、本研究で用いた高密度アレー観測記録においても、観測地点間の距離が増加すると波形が変形し、結果として相関が低くなることが読み取れる。

次に図-4に観測点C0およびP0で測定された波形を、2変量ARモデルへとモデル化した結果を示した。図-4に示した係数行列は、図-2および図-3に示した波形の伝播特性を表現しているものと考えられる。しかしながら現状の解析では、ARモデルの係数行列からのスペクトルの算出および対角成分の値の大小から2つの波形の相関関係を恣意的に判断することに留まることになる。したがって、ARモデルの係数行列から、地震動伝播特性を読みとることが必要と考える。また、本研究で提案する手法は、多地点同時観測データに対して適用可能であることから、係数行列の経時変化から、平面的および空間的な地震動伝播に関する解析も可能と考えている。

### 4. まとめ

本研究は、地震動アレー観測記録を多変量ARモデルへとモデル化し、その係数行列から地震動伝播特性を読みとるための試算を行った。次に、既知の地盤構造を有するモデルに対する数値シミュレーションから作成したデータを用いて係数行列の同定を行い、係数行列の経時変化から実地震動伝播に関する知見を得ることを考えている。

本研究は、星谷がAR係数同定に関する理論を、計算を丸山および大久保が行っている。最後に、地震動アレー観測データを公開して下さった東京大学生産技術研究所;片山恒雄教授および耐震防災工学研究室の方々に敬意を表します。

#### 参考文献

- (1)M. Hoshiya, Application of the Extended Kalman Filter-WGI Method in Dynamic System Identification, Stochastic Structural Dynamics-Progress in Theory and Applications, Elsevier Applied Science, pp. 103-124, 1988
- (2)M. Hoshiya and O. Maruyama, Adaptive Identification of Autoregressive Processes, Jour. of EM Div., ASCE, July, 1991
- (3)G. Deodatis and M. Shinozuka, An Auto-Regressive Model for Non-Stationary Stochastic Processes, Jour. of EM Div., ASCE, Dec., 1988
- (4)T. Katayama, F. Yamazaki, S. Nagata, L. Lu and T. Turker, Development of Strong Motion Database for the Chiba Seismometer Array, 東京大学生産技術研究所、耐震防災工学研究室、Report No.90-1(14)

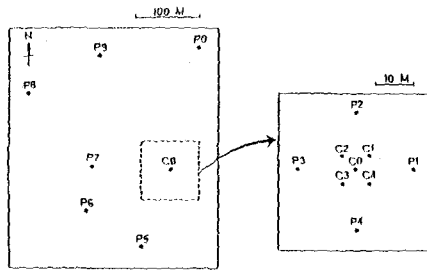


図-1. 観測点配置

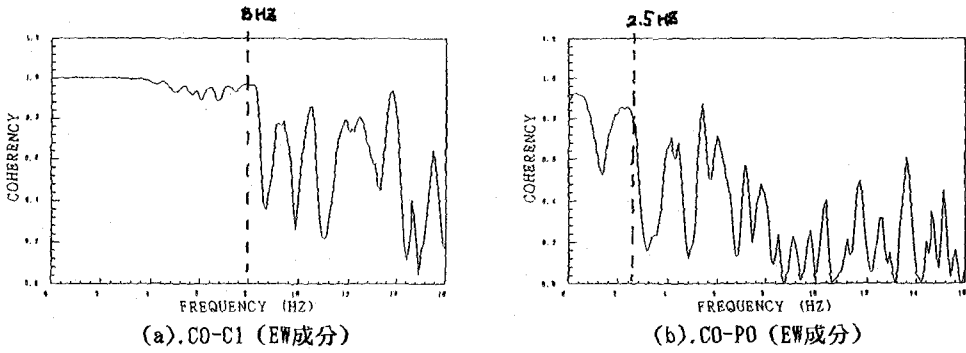


図-2. コヒーレンス

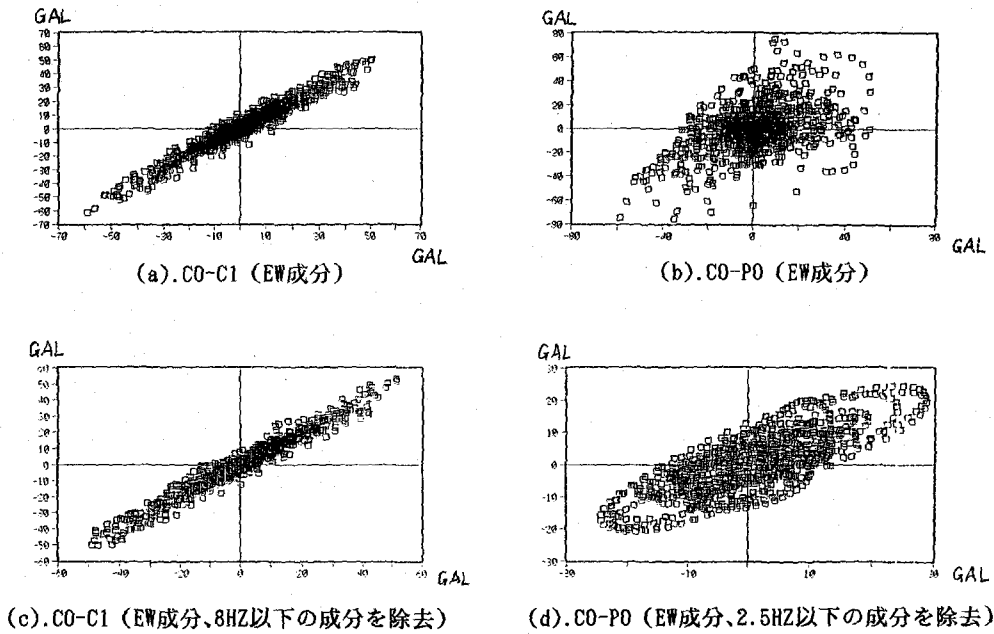


図-3. 波形の相関

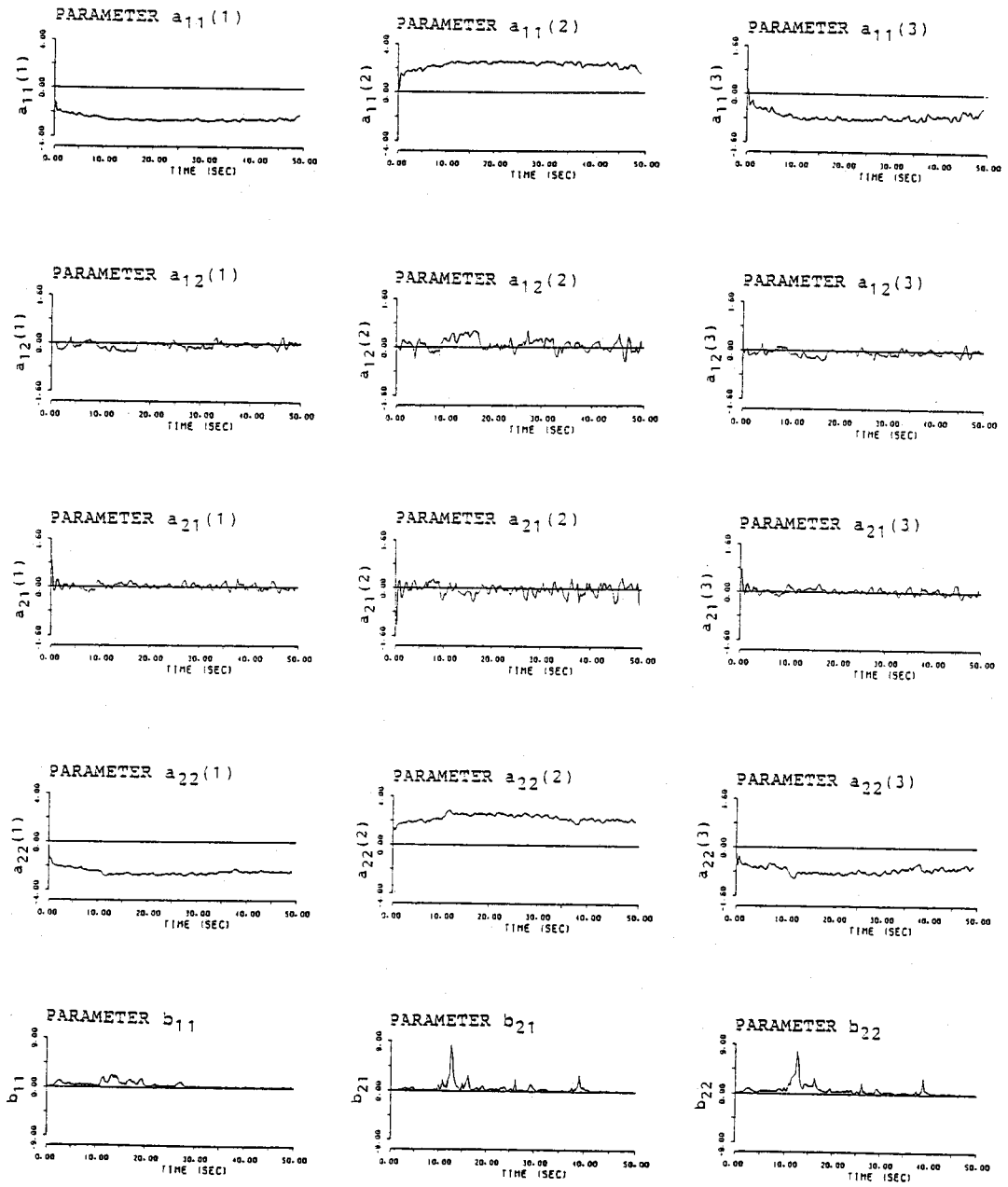


図-4. 係数行列の同定結果 (C0-P0)