

(16) 時間領域BEMによる不整形地盤の遷移震動特性

岡山大学	正会員	竹宮 宏和
岡山大学	学生員	藤原 章弘
間組	正会員	須田 清隆

1. まえがき

過去の地震被害が不整形な沖積地盤に多く集中していることから、同地盤内の波動伝播特性、増幅特性の把握が重要となっている。不整形地盤の震動特性を把握するための解析手法として、波動固有関数による展開法、差分法、有限要素法、境界要素法、ハイブリッド法が採用されてきている。解法として定常調和状態の振動数領域解を求めている場合が多く、対象地盤の応答倍率を評価している。しかし震動の伝播特性の観点から、時刻歴として遷移応答特性より位相特性をも把握することは、沖積層内部で生成される表面波を検出するうえでも重要である。本研究ではこの観点から面外SH波の伝播と散乱による初期値境界値問題と捉え、時間領域境界要素法を用いて解析を行なった。

2. 入射波

谷地盤や沖積地盤のような不整形地盤に波が入射したとき、不整形基盤面の存在により波の伝播と散乱が生じる。(図1)このとき入射波による変位場を u^I 、反射波による変位場を u^R とすると

$$u^I(x, z, t) = a f(P^I) H(P^I) \quad (1)$$

$$u^R(x, z, t) = a f(P^R) H(P^R) \quad (2)$$

ここで P^I, P^R はそれぞれ入射波と反射波の位相であり、

$$P^I = V_S(t-t_0) - \sin\theta(x-x_0) + \cos\theta(z-z_0) \quad (3)$$

$$P^R = V_S(t-t_0) - \sin\theta(x-x_0) - \cos\theta(z+z_0) \quad (4)$$

境界によって生じる散乱場を u^S とすると、総変位場 u^F は結局

$$u^F = u^I + u^R + u^S \quad (5)$$

と表すことができる。ただし V_S は反射波のせん断波の速度である。

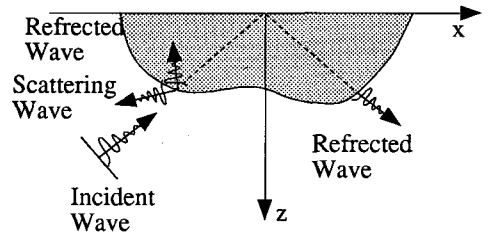


図1

3. 時間領域BEMの定式化

境界から散乱波が生じるときの半無限領域についての境界積分方程式は次のように与えられる

$$\varepsilon(y)u(y, t) = \int_B \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{t} \, ds(\mathbf{x}) - \mathbf{p}\mathbf{v} \int_B \mathbf{t}^* \cdot \mathbf{u} \, ds(\mathbf{x}) + u^I \quad (6)$$

式(6)を離散化するために、次の空間と時間についての内挿関数を導入する

$$\{ \mathbf{u}^e(\xi, t), \mathbf{t}^e(\xi, t) \} = \sum_{m=1}^{M+1} \phi_m^M(\xi) \{ \mathbf{u}^{e,m}(t), \mathbf{t}^{e,m}(t) \} \quad (7)$$

$$\{ \mathbf{U}(t), \mathbf{T}(t) \} = \sum_k \{ \psi_k^{Nu}(t) \mathbf{U}^k, \psi_k^{Nt}(t) \mathbf{T}^k \} \quad (8)$$

ここで ϕ_m^M, ψ_k^N はそれぞれM次の空間内挿関数、N次の時間内挿関数を表し、それぞれ0,1次の組合せを採用することが可能である。式(3),(4)により式(2)を順次離散化すると次式を得る

$$\mathbf{H}^0 \mathbf{U}^K - \mathbf{G}^0 \mathbf{T}^K = -\mathbf{F}^K \quad \text{但し} \quad \mathbf{F}^K = \sum_{k=1}^{K-1} (\mathbf{H}^{K-k} \mathbf{U}^k - \mathbf{G}^{K-k} \mathbf{T}^k) \quad (9)$$

式(9)の \mathbf{G}, \mathbf{H} マトリックスは各要素における2重積分で表される例えば定要素の場合

$$\{ G_{ij}^k, H_{ij}^k \} = V_{1,k}^{0,N}(i, j) \quad (10)$$

$$V_{m,k}^{M,N}(l, e) = \int_{-a_e}^{a_e} \int_{-\Delta t}^{\Delta t} \{ \mathbf{u}^*(\mathbf{y}(\xi), t_k - t; \mathbf{x}_l), \mathbf{t}^*(\mathbf{y}(\xi), t_k - t; \mathbf{x}_l) \} \phi_m^M(\xi) \psi^N(t) J_e(\xi) dt d\xi \quad (11)$$

この2重積分式は空間に関するフーリエ変換解、時間に関するラプラス変換解をまず解き、因果性を満たすようにCagniard-De Hoop法から逆変換解を得ることができる。¹⁾

4. 動的サブストラクチャー法による定式化

式(9)を不整形地盤上の沖積地盤の解析に適用するにあたり、本研究では動的サブストラクチャー法を用いる。解析対象地盤を図2のように内部領域 D 、外部領域 \bar{D} に分けてそれぞれ式(9)を適用すると、

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_{11}^0 & \bar{\mathbf{H}}_{12}^0 \\ \bar{\mathbf{H}}_{21}^0 & \bar{\mathbf{H}}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{U}}_1^K \\ \bar{\mathbf{U}}_2^K \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}_{11}^0 & \bar{\mathbf{G}}_{12}^0 \\ \bar{\mathbf{G}}_{21}^0 & \bar{\mathbf{G}}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_1^K \\ \bar{\mathbf{T}}_2^K \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_1^K \\ \bar{\mathbf{F}}_2^K \end{Bmatrix} \quad (12)$$

外部領域の波動場は入射波を含むことから散乱波に対してのみ式(9)を適用することに注意されたい。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11}^0 & \mathbf{H}_{12}^0 \\ \mathbf{H}_{21}^0 & \mathbf{H}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1^K - \mathbf{U}_1^K \\ \mathbf{U}_2^K - \mathbf{U}_2^K \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11}^0 & \mathbf{G}_{12}^0 \\ \mathbf{G}_{21}^0 & \mathbf{G}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{T}_1^K - \mathbf{T}_1^K \\ \mathbf{T}_2^K - \mathbf{T}_2^K \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1^K \\ \mathbf{F}_2^K \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここで \mathbf{U}_1^K , \mathbf{T}_1^K はそれぞれ入射波に対する変位と表面力である。式(12),(13)で地盤応答に関する未知量を部分消去法により消去すると、それぞれインターフェイスについての式になる。

$$\mathbf{A} \mathbf{U}_2^K + \mathbf{B} \mathbf{T}_2^K = \mathbf{P}^K \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{U}}_2^K + \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{T}}_2^K = \bar{\mathbf{P}}^K \quad (15)$$

式(14),(15)に境界条件

$$\mathbf{U}_2^K - \bar{\mathbf{U}}_2^K = \bar{\mathbf{U}}_2^K \quad \mathbf{T}_2^K - \bar{\mathbf{T}}_2^K = -\bar{\mathbf{T}}_2^K \quad (16)$$

を考慮して解くと未知量を求めることができる。

5. 数値計算例及び考察

解析は谷地盤と沖積地盤について行なった。沖積層または渓谷部とその近傍の地盤表面のみを解析対象としていることから、自由地表面の反射波成分を散乱波の境界条件に含めて近似的に解析を実施した。数値解析では内挿関数を空間、時間について全て0次、つまり定要素で行なった。モデルは三角形断面、台形断面、円形断面の3つを用い、本論文では紙面の都合により円形断面の結果のみ掲載している。

まず、プログラムの妥当性の検証を行なった。図3では層状地盤にSH波鉛直入射、斜め入射に対する表面変位応答と理論解と比較を行なっている。入射波にはSH-Ricker小波を用いた。Ricker小波は地震波の基本要素として考えられた次式の特殊な1周期の波である。

$$u^I(P^I) = [2(\pi\lambda_c P^I)^2 - 1] \exp\{- (\pi\lambda_c P^I)^2\}$$

図3をみてわかるように理論解と数値解析解はほぼ完全に一致している。さらに図4では円形断面の谷地盤、沖積地盤に周期波 $[1 - \cos(\eta\pi P^I)]$ が入射したときの定常状態での各点における最大応答倍率を計算し、振動数領域BEMの解析解と比較した。鉛直入射時にはほぼ一致しているが角度が増すにつれやや精度が落ちてきている。これは自由水平地表面をモデル化する際、谷地盤では波長の1.5倍、沖積地盤では波長の3倍の長さでモデル化しており、沖積部または渓谷部より遠方になると完全に境界条件を満たしていないため、半無限領域部をモデル化の際さらに長くすることで精度が向上することが確認された。以上の結果から、本数値解析手法の高い精度が保証されている。

図6,7では谷地盤および沖積地盤にSH-Ricker小波が鉛直および斜めに入射したときの表面変位応答の伝播の様子とその応答倍率を示した。使用した各モデルは図5に示した。谷地盤の表面変位応答について、最初のRicker小波の到達時間の遅れは仮定した波面からの距離に比例し、応答増幅は谷のエッジ部が最も大きく、谷の内側に入るに従って小さくなっている。その後の応答は谷部分では小さく、むしろ谷から離れた地点の方が大きくなっている。次に、沖積地盤の表面応答について、その発生が外部地盤より遅れているのがよくわかる。これは内部領域の波の伝播速度が外部領域に比べ小さいためである。軟弱地盤部では入射波の増幅が起きており、中央で最も大きく、エッジ部に近づくにつれ、小さくなっている。

参考文献

- 1) Wang Can Yun, Hirokazu Takemiya : Explicit Solution Of The Double Integral In Time Domain BEM ; 第45回土木学会全国大会概要 I-545 (1990.9) ; Also, Analytical Elements Of Time Domain BEM For Two-Dimensional Scalar Wave Problems, Int. J. Num. Meth. Eng. (to appear)

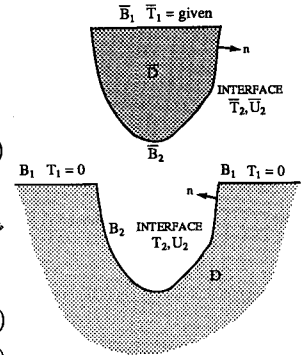


図2

鉛直入射の場合

斜め入射の場合

解析対象系

解析モデル

解析対象系

解析モデル

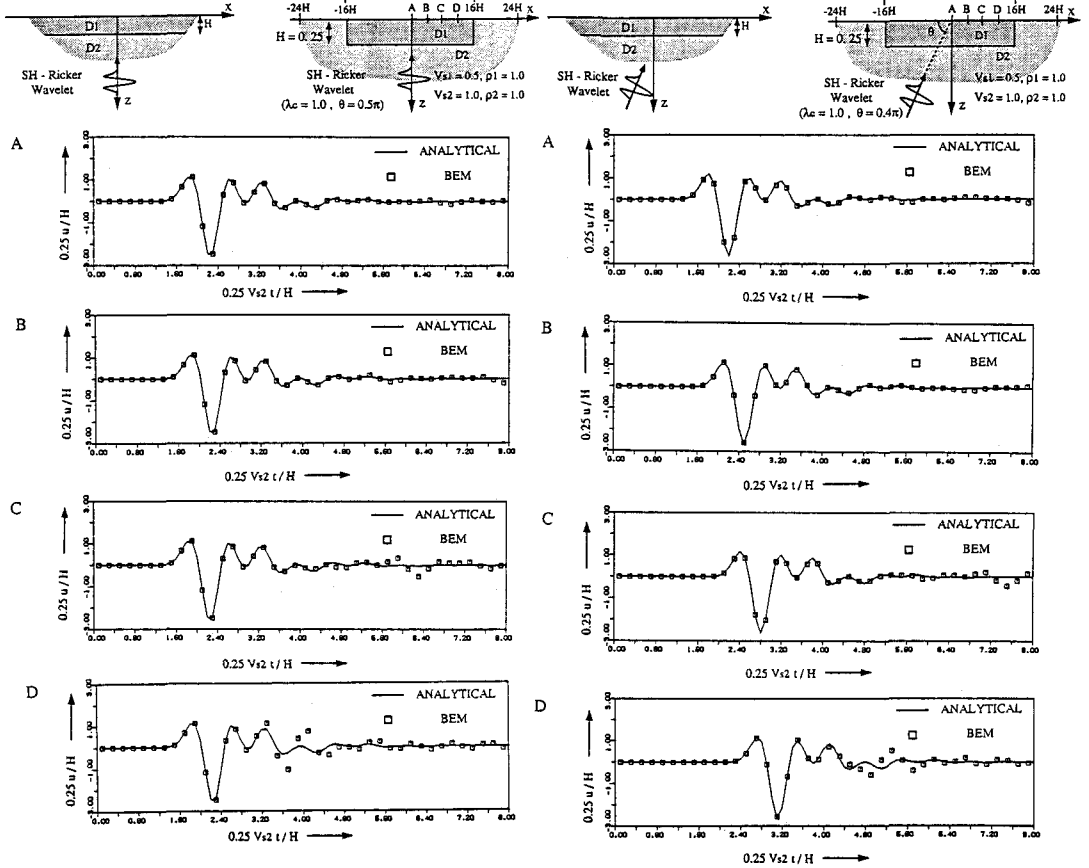
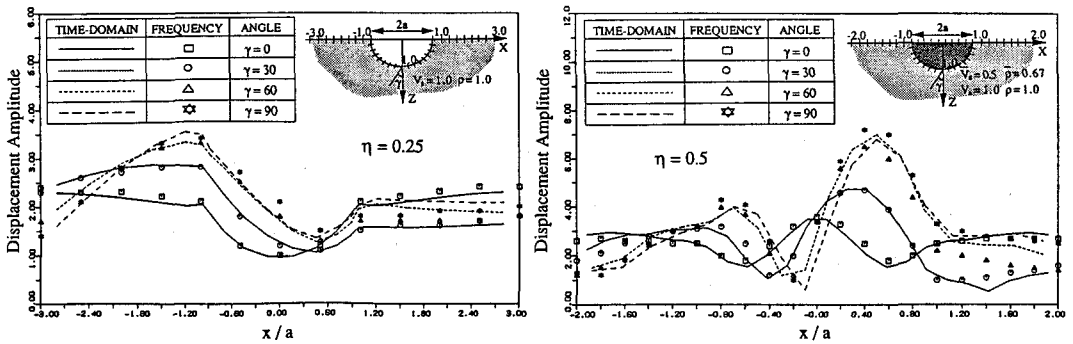


図3 層状地盤へのSH-Ricker 小波入射時の表面変位の数値解と理論解の比較



谷地盤への周期波入射時の定常状態における最大応答倍率

沖積地盤への周期波入射時の定常状態における最大応答倍率

図4

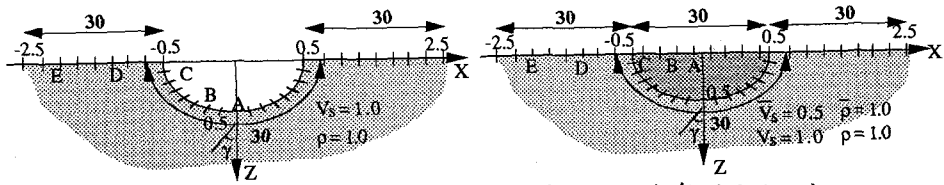
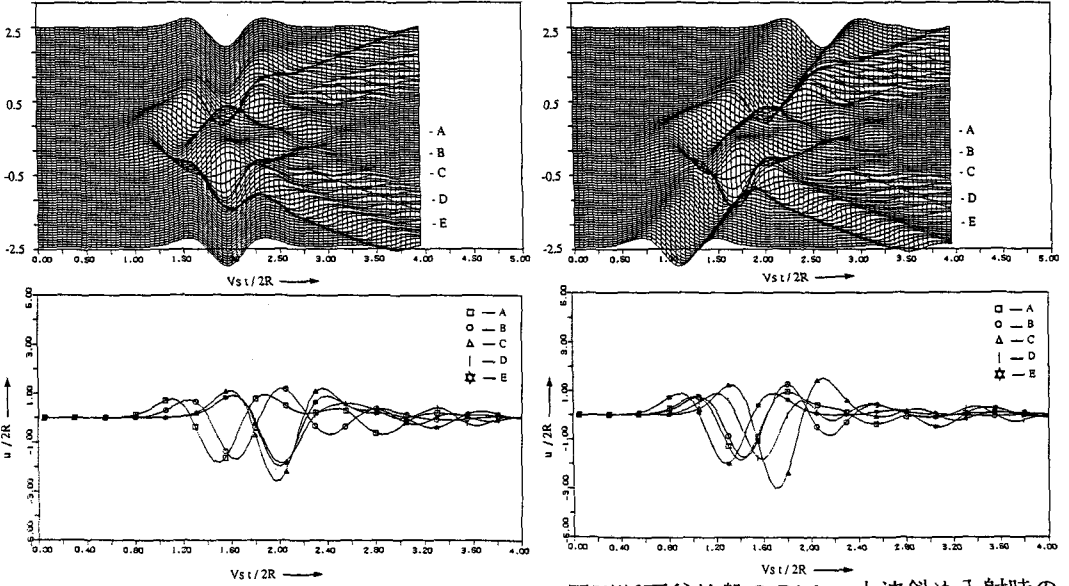


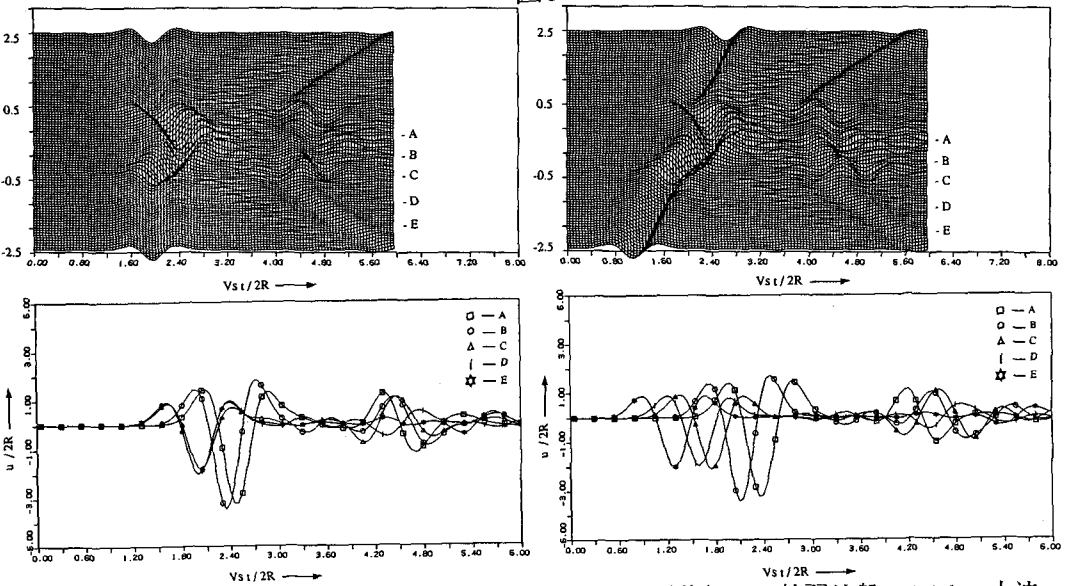
図5 円形断面の谷地盤,沖積地盤の解析モデルと各パラメータ
(太字は各区間の離散化要素数)



円形断面谷地盤の Ricker 小波鉛直入射時の
表面変位応答 ($\gamma=0$)

円形断面谷地盤の Ricker 小波斜め入射時の
表面変位応答 ($\gamma=0.1\pi$)

図6



円形断面基盤上の軟弱地盤の Ricker 小波
鉛直入射時の表面変位応答 ($\gamma=0$)

円形断面基盤上の軟弱地盤の Ricker 小波
斜め入射時の表面変位応答 ($\gamma=0.1\pi$)

図7