

(131) 液体貯槽内容液の地震応答スペクトル

九州共立大学 工学部 正員 小坪 清真
 九州工業大学 工学部 正員 ○高西 照彦
 九州工業大学 工学部 正員 多田 浩

1. まえがき 液体貯槽が地震を受けたとき、貯槽壁面には常時荷重である静水圧に加えて、内容液の運動によって生ずる動水圧が作用することはよく知られている。したがって、液体貯槽の合理的な設計を行うには、地震時における壁面動水圧応答の最大値を推定することが必要である。そのためには、現在既に築造されている液体貯槽について、それが地震を受けたときの壁面動水圧を実測することによって、あるいは実規模の液体貯槽を作製し、振動実験を行ってその壁面動水圧を計測することによって設計に役立つ資料を収集することが望ましいが、それらはいずれも実行するのに多大な困難が伴う。本論は、まず、比較的小さな液体貯槽を用いて、振動台による振動実験を行うことによって得た結果から、実規模の液体貯槽に対する壁面動水圧及び波高の地震応答の最大値を合理的に推定するための理論について述べた。次に、小型液体貯槽模型を用いて行った振動台実験について簡単な説明を行った。さらに、実験によって得られた結果を利用して、上記の理論にしたがって実規模液体貯槽に対する壁面動水圧応答の最大値を算出し、これより壁面動水圧の地震応答スペクトル図を作成した。最後に、実規模液体貯槽に対する地震応答計算を行って、壁面動水圧の最大応答値を算出し、これより理論地震応答スペクトル図を描いた。そして上記の小型模型実験の結果を用いて作成した地震応答スペクトル図と比較した。

2. 理論 本論では図-1に示すように、長方形2次元液体貯槽が水平方向に $\phi(t)$ の強制変位をうける場合について考える。いま貯槽内容液の運動に対して線形理論が成立すると仮定すれば、このときの内容液中の動水圧応答 $\bar{\sigma}$ は、次式によって求めることができる⁽¹⁾。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(x, z, t) &= \sigma(x, z, t) + \sigma_0(x, t) & (1) \\ \sigma &= -\rho g \sum_{s=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n_s^2} \ddot{\psi}_s(t) \Gamma_s(x, z) & (2) \\ \sigma_0 &= -\rho L(x/L - 1/2) \ddot{\phi}(t) & (3) \\ \Gamma_s(x, z) &= \frac{\cos(\pi x/L) \cosh(\pi z/L)}{\cosh(\pi H/L)} & (4) \\ \ddot{\psi}_s + n_s^2 \psi_s &= -\beta_s \ddot{\phi}(t) & (5) \\ n_s^2 &= (\pi g/L) \tanh(\pi H/L) & (6) \\ \beta_s &= -4/(\pi s) \tanh(\pi H/L) & (7) \end{aligned} \quad (s=1, 3, 5, \dots)$$

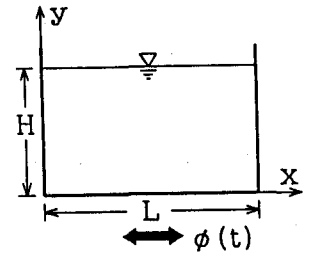


図-1 長方形液体貯槽の座標系

ここに、 ρ ：液体の密度、 g ：重力の加速度、 n_s 、 $\Gamma_s(x, z)$ ：内容液の第 s 次の固有円振動数及び振動形、 H ：水深、 L ：貯槽の幅、上付添字 \dots ：時間に関する2回微分である。入力加速度 $\ddot{\phi}$ が与えられれば、式(5)の微分方程式を解くことによって ψ_s を得ることができ、さらにこれを用いて、式(2)、(3)、(1)より $\bar{\sigma}$ を求めることができる。式(5)の ψ_s はデュアメル積分を用いれば

$$\psi_s(t) = -\frac{1}{n_s} \int_0^t \beta_s \ddot{\phi}(\tau) \sin n_s(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

と表される。さらに、式(6)を考慮し、式(8)を用いて式(5)から $\ddot{\psi}_s$ を求めて、これを式(2)に代入すれば、結局 $\bar{\sigma}$ は次式のように表すことができる。

$$\bar{\sigma}(x, z, t) = -\rho L \sum_{s=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 s^2} \left\{ \ddot{\phi}(t) - n_s \int_0^t \ddot{\phi}(\tau) \sin n_s(t-\tau) d\tau \right\} \Gamma_s(x, z) - \rho L \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) \ddot{\phi}(t)$$

さて、幅が L_M 、水深が H_M である長方形液体貯槽模型Mと幅が L_P 、水深が H_P である長方形実規模液体貯

槽Pについて考える。以後、模型に関する量には下付添字Mを、実規模液体貯槽に関する量にはPをつけて表す。いま、この両貯槽の長さ及び水深について相似の関係が成立しているとし、その相似比を α^2 とすれば

$$L_M = \alpha^2 L_P, \quad H_M = \alpha^2 H_P \quad (10)$$

と書くことができる。上式を用いれば、式(6)から次式の関係式が得られる。

$$n_{MP} = \alpha n_{MN}, \quad \text{また、固有周期 } T_s \text{ については } T_{sM} = \alpha T_{sP} \quad (11)$$

実規模液体貯槽Pと液体貯槽模型Mとが、それぞれ水平方向に $\ddot{\phi}_P(t)$ 及び $\ddot{\phi}_M(t)$ の入力加速度をうけた場合を考える。いま、 $\ddot{\phi}_M(t)$ と $\ddot{\phi}_P(t)$ との間に、次式の関係式

$$\ddot{\phi}_M(t) = \ddot{\phi}_P(t/\alpha) \quad \text{あるいは} \quad \ddot{\phi}_P(t) = \ddot{\phi}_M(\alpha t) \quad (12)$$

が成り立つ、すなわち、 $\ddot{\phi}_M(t)$ は $\ddot{\phi}_P(t)$ の時間軸のみを α 倍に引き伸ばした波形で与えられるものとする。模型液体貯槽Mの動水圧応答は、式(9)を参照すれば、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_M(x_M, z_M, t) = & -\rho L_M \sum_{s=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 s^2} \{ \ddot{\phi}_M(t) - n_{sM} \int_0^t \ddot{\phi}_M(\tau) \sin n_{sM}(t-\tau) d\tau \} \Gamma_{sM}(x_M, z_M) \\ & - \rho L_M (x_M/L_M - 1/2) \ddot{\phi}_M(t) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、貯槽Mの内容液中の点 (x_M, z_M) に対応する貯槽Pの内容液中の点を (x_P, z_P) とすれば、式(4)を参照して、次式の関係が成立することがわかる。 $\Gamma_{sM}(x_M, z_M) = \Gamma_{sP}(x_P, z_P)$ (14)

式(10)~(12)及び式(14)を式(13)に代入して多少の演算を行えば、式(13)は次式のように表すことができる。

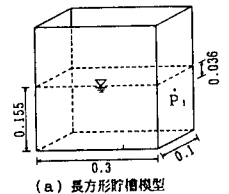
$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_M(x_M, z_M, t) = & \alpha^2 \left[-\rho L_P \sum_{s=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 s^2} \left\{ \ddot{\phi}_P\left(\frac{t}{\alpha}\right) - n_{sP} \int_0^{t/\alpha} \ddot{\phi}_P(\tau) \sin n_{sP}\left(\frac{t}{\alpha} - \tau\right) d\tau \right\} \Gamma_{sP}(x_P, z_P) \right. \\ & \left. - \rho L_P (x_P/L_P - 1/2) \ddot{\phi}_P(t/\alpha) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

式(9)を参照すれば、上式の[]の中は $\bar{\sigma}_P(x_P, z_P, t/\alpha)$ と書くことができるから、上式から

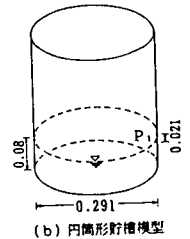
$$\bar{\sigma}_M(x_M, z_M, t) = \alpha^2 \bar{\sigma}_P(x_P, z_P, t/\alpha) \quad (16)$$

の関係が得られる。また、波高応答についても上式と全く同様な関係式が成り立つことを示すことができる。さらに、ここに述べた長方形とはその幾何学的な形が異なる互いに相似な液体貯槽に対しても、本論と同様な理論が成り立つことも付言しておく。式(16)から次のようなことがいえる。すなわち、両者の代表的な長さ及び水深の比が式(10)で与えられるような2つの相似な液体貯槽M、Pがあって、貯槽Pが水平方向に入力加速度 $\ddot{\phi}_P(t)$ の地震をうけたときの内容液の動水圧応答 $\bar{\sigma}_P(x_P, z_P, t)$ は、貯槽Mが水平方向に入力加速度 $\ddot{\phi}_M(t) = \ddot{\phi}_P(t/\alpha)$ 、すなわち、 $\ddot{\phi}_P(t)$ の波形においてその時間軸のみを α 倍に引き伸ばした入力加速度をうけたときの内容液の動水圧応答 $\bar{\sigma}_M(x_M, z_M, \alpha t)$ の $1/\alpha^2$ に等しい。

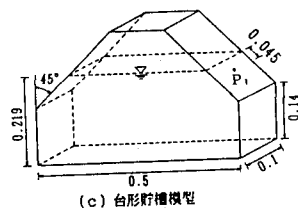
3. 液体貯槽模型の振動実験 **3.1 地震応答スペクトルの作成法** 実規模液体貯槽Pと相似な液体貯槽模型Mを作製し、それに一定の水深まで液体を満す。貯槽Mの代表的な長さとして水深は、いずれも貯槽Pのそれらの α^2 倍であるとする。貯槽Mを振動台上に設置して、振動台入力として実地震の加速度記録 $\ddot{\phi}_P(t)$ の時間軸のみが α 倍になるように調整した加速度記録 $\ddot{\phi}_M(t) (= \ddot{\phi}_P(t/\alpha))$ を用いて振動実験を行い、壁面動水圧 $\bar{\sigma}_M$ 及び波高 ζ_M の時刻歴応答値を計測して、その最大値 $\hat{\sigma}_M$ 及び $\hat{\zeta}_M$ を求める。2.で述べた理論に従えば、実規模液体貯槽Pが $\ddot{\phi}_P(t)$ の実地震をうけたときの壁面動水圧及び波高応答の最大値 $\hat{\sigma}_P$ 及び $\hat{\zeta}_P$ は $\hat{\sigma}_P = \hat{\sigma}_M/\alpha^2$ 、 $\hat{\zeta}_P = \hat{\zeta}_M/\alpha^2$ を用いて算出することができる。したがって、 α をいろいろ変えた場合について、すなわち実地震記録の時間軸の伸縮率をいろいろに変えた場合について、あらかじめ加速度記録を作成しておいて、それらをそれぞれ振動台に対する入力加速度とし



(a) 長方形貯槽模型



(b) 円筒形貯槽模型



(c) 台形貯槽模型

図-2 液体貯槽模型 (単位m)

て採用し、液体貯槽模型Mに対する振動実験を行って、この時の壁面動水圧及び波高の最大応答値 $\hat{\sigma}_n$ 及び $\hat{\zeta}_p$ を求めて、 $T_{1P} (= T_{1M}/\alpha) \sim \hat{\sigma}_p$ 曲線あるいは $T_{1P} \sim \hat{\zeta}_p$ 曲線を描けば、その内容液のスロッシングの第1次固有周期が T_{1P} であるような実規模液体貯槽Pに対する壁面動水圧あるいは波高の地震応答スペクトル曲線が得られたことになる。

3. 2 振動実験とその結果及び考察 振動台実験には、図-2に示すように、長方形、円筒形及び台形の3種類の液体貯槽模型を用いた。これらはいずれも厚さ10mm(長方形、台形)あるいは3mm(円筒形)の亚克力樹脂製で、その大きさ、水深及び水圧計の位置(P_1)は図に示すとおりである。水深については、3者のスロッシングの第一次固有周期($T_{1M}=0.645$ 秒)がすべて等しくなるように定めた。このようにすれば、これら3種類の貯槽模型を同時に振動台上に設置して振動実験を行うことができ便利である。上記の貯槽模型の固有周期 T_{1M} は振動台を用いて行った振動実験によって得た共振曲線から、そのピーク値に対する振動数を読み取ることによって定めたものである。なお、数値計算によって求めた貯槽模型のスロッシングの第1次の固有周期は、長方形貯槽のそれは0.6449s、円筒形貯槽のそれは0.6444s、台形貯槽のそれ(境界要素法による計算値)は0.6449sである。水圧計は共和電業製PGM-02KG(容量200gf/cm²)を用いた。実地震波としては図-3に示すように、日本海中部地震(1983.5)の秋田港における記録(EW成分)を採用し、その最大加速度を20~50Galの範囲でいろいろに調整して用いた。実地震波のフーリエスペクトルを図-4に示す。

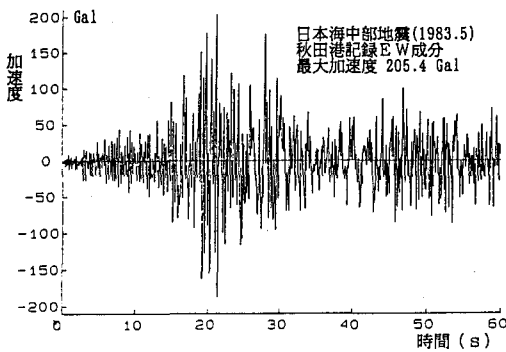


図-3 実地震記録

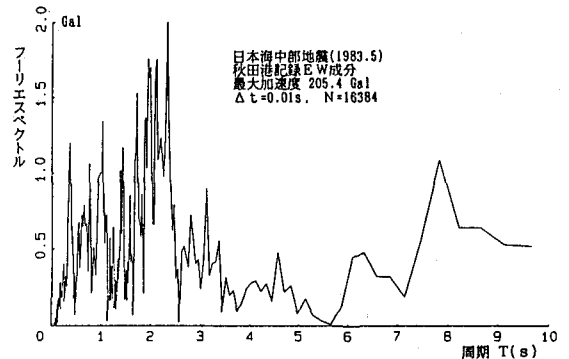


図-4 実地震記録のフーリエスペクトル

同図における標本点間隔は $\Delta t = 0.01$ s、標本数は $N = 16384$ である。加振実験に必要な振動台入力加速度波形は、上記の実地震記録を使って、次のようにして作成した。振動台への入力波はアナログ形の加速度記録でなければならないので、デジタル記録として与えられている実地震記録をDA変換することが必要である。そのとき同時に、実地震記録の時間軸を調整することも必要になる。それには例えば、実地震記録が $\Delta t = 0.01$ s毎のデジタル記録として与えられている場合に、その時間軸を α 倍するには、DA変換を行う際に変換の時間間隔を $\Delta t = 0.01\alpha$ 秒にセットするだけでよい。さて、最大加速度を20~50Galの範囲である一定値に選び、 α をいろいろ変えて作成した振動台入力加速度記録を用いて、図-2に示した3種類の液体貯槽模型に対して振動実験を行い、それぞれの壁面動水圧の時刻歴応答を計測して、その最大応答値を求めた。得られた結果の一例を図-5に示す。同図は入力加速度の最大値が20Galの場合について、時間軸の伸縮率 α と壁面動水圧(その位置は図-2中の P_1 点)の最大値 $\hat{\sigma}_n$ との関係を示したものである。図-5の結果を用いて $T_{1P} = T_{1M}/\alpha$ 、 $\hat{\sigma}_p =$

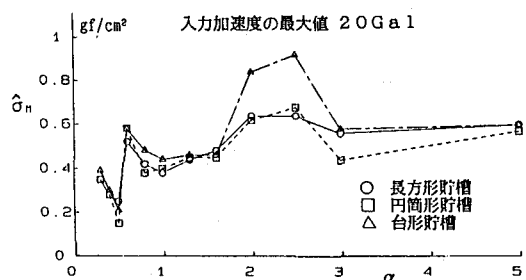


図-5 時間の伸縮率 α と貯槽模型の壁面動水圧 $\hat{\sigma}_n$

$\hat{\sigma}_n/\alpha^2$ を算出し、 T_{1P} と $\hat{\sigma}_p$ の関係をプロットした図、すなわち実規模液体貯槽の壁面動水圧の地震応答スペクトル図を図-6に示す。同図を利用すれば、図-2に示すような液体貯槽模型と相似な実規模液体貯槽に対する地震時最大壁面動水圧を容易に推定することができる。図-6から、その第1次固有周期が等しい長方形、円筒形及び台形液体貯槽の地震時壁面動水圧の最大値は互いにほぼ等しく、それらは固有周期の増加に従って急激に増大していることが判る。

つぎに、実規模長方形及び円筒形液体貯槽については、線形理論による壁面動水圧の地震応答計算を行い、実規模台形貯槽については境界要素法による地震応答計算を行って、それぞれその最大応答値を求めた。数値計算によって得られた結果を実験値から推定した値(図-6)と共に図-7(a)~(c)に示した。長方形と円筒形の場合については、実験値から推定した値と数値計算結果とは比較的良好に一致しているといえる。台形については、全体として計算値の方がより大きい、固有周期 T_{1P} に対する壁面動水圧の変化のパターンは、比較的互いによく似ているといってもよいと思われる。台形の場合は、長方形や円筒形の場合と異なり、固有周期が1秒前後の所で、数値計算によって求めた応答スペクトルに非常に急激な変化が生じていることは注目に値する。この範囲には、実験値から推定した壁面動水圧の値が存在しないので、現時点ではこれ以上両者を比較して論ずることはできない。線形理論が成り立つ範囲内では、液体貯槽模型の壁面動水圧 $\hat{\sigma}_n$ は、振動台入力加速度の増加に伴って値そのものは大きくなるが、そのときの時間伸縮率 α と $\hat{\sigma}_n$ との関係は、図-5とほぼ同じ傾向を保ったままである。したがって、図-5の結果を用いて推定した実規模液体貯槽の地震時壁面動水圧 $\hat{\sigma}_p$ も当然、入力地震波の最大加速度の増加と共に値そのものは大きくなるが、スロッシングの第1次固有周期 T_{1P} と $\hat{\sigma}_p$ との関係は、図-6とその傾向がほとんど同じである。

実験及びデータ整理には、古賀律勝、渡利和之両君の助力を得た。記して謝意を表します。

(1)高西照彦・木下貴夫・多田浩：振動台試験による2次元模型貯水槽の応答特性，九州工業大学研究報告(工学)，No.55，1987.12。

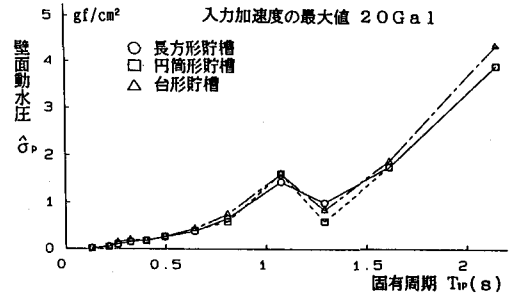
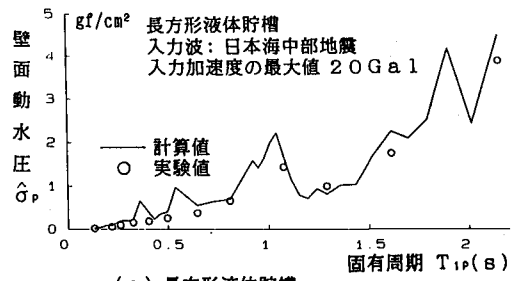
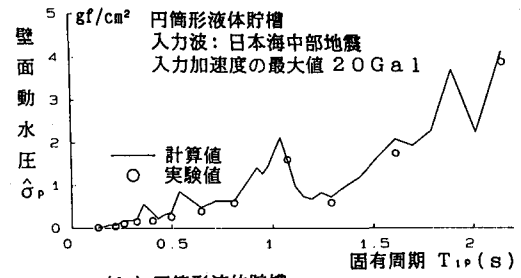


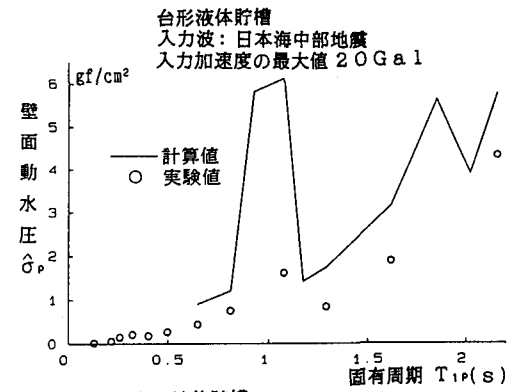
図-6 実規模液体貯槽の壁面動水圧の地震応答スペクトル



(a) 長方形液体貯槽



(b) 円筒形液体貯槽



(c) 台形液体貯槽

図-7 壁面動水圧(実験から算出した値と数値計算結果との比較)