

## (125) 動作遅延時間を考慮した不規則地震応答の最適アクティブコントロール

京都大学工学部

山田 善一

家村 浩和

神戸市

岩崎 好寿

### 1. 概説

構造物の地震時の動的応答を低減する方法として、アクティブコントロールの適用が検討されるようになっている。最適なアクティブコントロールの方法は、Fig.1で表わされるように、構造物の応答から得られるフィードバックコントロールに、地動から得られるフィードフォワードコントロールを併せた形式で実現される。しかしこの方法を実施する際の問題点として、制御力を加える際の加力装置の動作時間遅れが存在することが指摘されている。構造物の応答や地動の状態をセンサーで感知してから制御力を計算するまでの時間、加力装置へ指令が出されてから実際に制御力が作用するまでの時間等によって、動作時間の遅れは取り除くことができないものである。この時間遅れが大きくなると、制御力によって構造物が加振され、安定性が失われることがある。そこで本研究では、時間遅れの影響を軽減する数理的方法を提案し、シミュレーションを行った。

### 2. 遅延時間の補償方法

本研究では時間遅れを補償する方法として、現在から時間遅れの分だけ先の時刻において加えるべき制御力を、現在観測された状態量から推定する方法を考えた。

Fig.2で表される1自由度系が制御力  $u$  を受ける場合の運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = u - m\ddot{z}$$

これを線形加速度法を用いて離散化すると

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_{t+1} + Gz_{t+1}$$

ただし、

$$x_t = \begin{pmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \\ \ddot{x}_t \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{m + \frac{\Delta t}{2}c + \frac{\Delta t^2}{6}k} \begin{pmatrix} m + \frac{\Delta t}{2}c & \Delta tm + 2\Delta t^2c & \frac{\Delta t^2}{3}m + \frac{\Delta t^3}{12}c \\ -\frac{\Delta t}{2}k & m - \frac{\Delta t^2}{3}k & \frac{\Delta t}{2}m - \frac{\Delta t^3}{12}k \\ -k & -c - \Delta tk & -\frac{\Delta t}{2}c - \frac{\Delta t^2}{3}k \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{m + \frac{\Delta t}{2}c + \frac{\Delta t^2}{6}k} \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^2}{6} \\ \frac{\Delta t}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \frac{-m}{m + \frac{\Delta t}{2}c + \frac{\Delta t^2}{6}k} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{6} \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\Delta t$  : 観測時間間隔

ここで、地動加速度  $\ddot{z}$  が正規ホワイトノイズ過程であるとすると、最適制御理論を適用することにより制御力は  $u_{t+1} = F_x x_{t+1}$  という形で表される。ところが、これでは  $x_{t+1}$  が観測されると同時に  $u_{t+1}$  を計算して加えなければならないので、現実には不可能である。

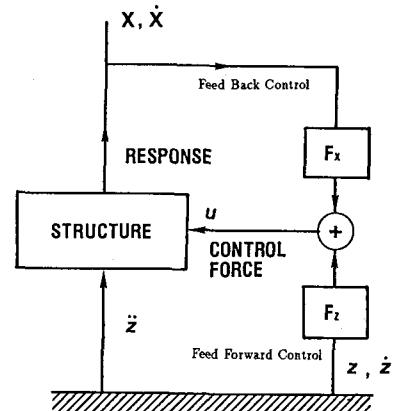


Fig.1 Control System

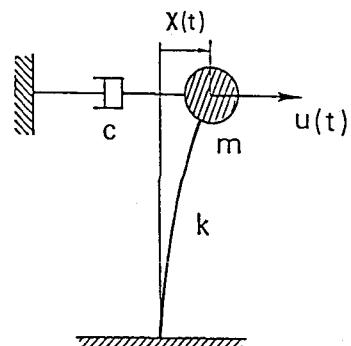


Fig.2 SDOF System

そこで、 $u_{t+1}$ を $x_t$ から求めることを考える。それにはまず、 $x_{t+1}$ を予測しなければならない。

まず、離散化された運動方程式を次のように変形する。

$$x_{t+1} = Ax_t + BF_x x_{t+1} + Gz_{t+1}$$

$$x_{t+1} = (I - BF_x)^{-1}(Ax_t + Gz_{t+1})$$

ここで、カルマンフィルターのアルゴリズムを用いることにより、構造物の応答は次のように予測することができる。

$$\hat{x}_{t+1/t} = (I - BF_x)^{-1}Ax_t$$

つまり、次のステップにおける外力を0と仮定して応答を求めればよいことになる。これは、ホワイトノイズの性質により、現在の地動と将来起こる地動とにまったく相関がないためだと考えられる。

地盤振動が卓越振動数を持つ場合にはその不規則波形が何らかのフィルターを通過したホワイトノイズであると仮定する。ここではそのようなフィルターとして1自由度振動系フィルターを地盤のモデルとして考える。つまり、地

盤を1自由度の振動系である、とみなすのである。仮想的なフィルターへの入力を $w(t)$ とすると、地盤の運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{z} + 2\zeta_g \omega_g \dot{z} + \omega_g^2 z = w$$

ここで $\omega_g$ は地盤の卓越振動数であり、 $\zeta_g$ はスペクトルのピークの高さを表わす定数である。このフィルターへの仮想的な入力 $w$ を強度 $V_0$ のホワイトノイズであるとすれば、加速度応答のパワースペクトルを求める

$$P(\omega) = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^4}{\left\{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 - 1\right\}^2 + 4\zeta_g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} V_0$$

となる。このパワースペクトルモデルはFig.3 のようになる。

次に地盤の運動方程式を線形加速度法を用いて離散化すれば、

$$z_{t+1} = A_z z_t + G_z w_{t+1}$$

ただし、

$$z_t = \begin{pmatrix} z_t \\ \dot{z}_t \\ \ddot{z}_t \end{pmatrix} \quad G_z = \frac{1}{1 + \Delta t \zeta_g \omega_g + \frac{\Delta t^2}{6} \omega_g^2} \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^2}{6} \\ \frac{\Delta t}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_z = \frac{1}{1 + \Delta t \zeta_g \omega_g + \frac{\Delta t^2}{6} \omega_g^2} \begin{pmatrix} 1 + \Delta t \zeta_g \omega_g & \Delta t + 4\Delta t^2 \zeta_g \omega_g & \frac{\Delta t^2}{3} + \frac{\Delta t^3}{6} \zeta_g \omega_g \\ -\frac{\Delta t}{2} \omega_g^2 & 1 - \frac{\Delta t^2}{3} \omega_g^2 & \frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta t^3}{12} \omega_g^2 \\ -\omega_g^2 & -2\zeta_g \omega_g - \Delta t \omega_g^2 & -\Delta t \zeta_g \omega_g - \frac{\Delta t^2}{3} \omega_g^2 \end{pmatrix}$$

これにカルマンフィルターのアルゴリズムを適用すると、地盤の状態は

$$\hat{z}_{t+1/t} = A_z z_t$$

として予測することができる。

また、地盤振動が卓越振動数を持つ場合には、制御力は $u_{t+1} = F_x x_{t+1} + F_z z_{t+1}$ という形で表されるので

構造物の運動方程式は次のようになる。

$$x_{t+1} = (I - BF_x)^{-1} \{ Ax_t + (G + BF_z) z_{t+1} \}$$

すると、上で求めた地盤の状態の予測値を用いることにより構造物の応答は、

$$\dot{x}_{t+1/t} = (I - BF)^{-1} \{ Ax_t + (G + BF_z) \dot{z}_{t+1/t} \}$$

として予測することができる。このように予測された応答を用いて制御力を

$$u_{t+1} = F_x \dot{x}_{t+1/t} + F_z \dot{z}_{t+1/t}$$

と設定すれば、遅延時間を考慮したアクティブコントロールを行うことができる。

### 3. 数値計算例

入力地震動として、ホワイトノイズと卓越振動数が 0.8Hz、地盤の減衰定数が 0.2 の模擬地震動を作成した。そして  $m=4(\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm})$ 、減衰定数 2 %、固有周期 2 秒の 1 自由度振動系にこの地動が入力された場合の応答を前節で述べた方法を用いて制御力を予測した場合と、予測を行なわなかった場合について数値計算によって求めた。入力がホワイトノイズの場合について、遅延時間と振動エネルギーおよび制御力との関係を表したのが Fig.4 である。振動エネルギーについては、制振効果がわかりやすいように、制御を行わない場合との比をとって、無次元化している。ここでは、制御力の予測を行った場合と行なわなかった場合とを比較している。これを見ると、時間遅れが 0.2 秒までは制御力の予測を行なった場合と行なわなかった場合の制振効果にはそれほど差はみられない。ところが、0.2 秒を過ぎると制御力の予測を行なわなかった場合は、振動エネルギーが急激に増加している。それに対して制御力の予測を行なった場合は時間遅れが 0.7 秒付近までは振動エネルギーがほぼ一定となっており、制御力を予測することにより時間遅れがよく補償されていることがわかる。しかし、0.7 秒を過ぎると振動エネルギーが増大はじめ、また、制御力の標準偏差も増えはじめていることから予測による補償効果が薄れていくことがわかる。次に入力が卓越振動数を持つ場合について遅延時間と制振効果との関係を表わしたのが Fig.5 である。これを見

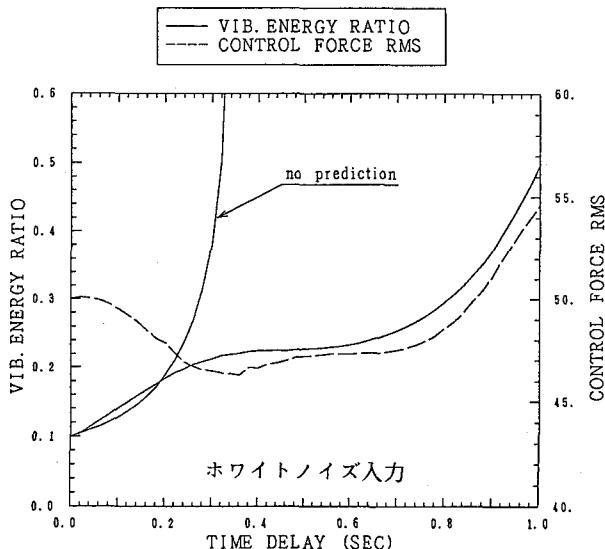


Fig.4 Time Delay Effect Using Control Force Prediction  
ホワイトノイズ入力

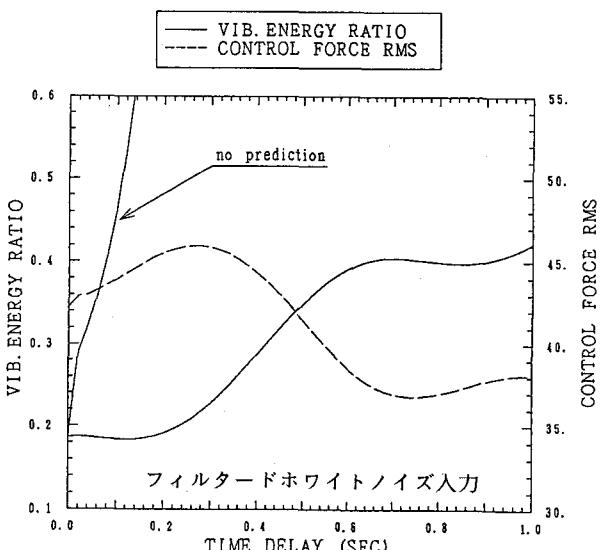


Fig.5 Time Delay Effect Using Control Force Prediction  
フィルタードホワイトノイズ入力

ても、制御力の予測を行なうことにより時間遅れがよく補償されていることがわかる。また、入力がホワイトノイズの場合と比べてみても、補償の効果がより大きく表れている。これは、ホワイトノイズの場合には外力を0とみなして予測を行なっているのに対して、卓越振動数を持つ場合には地動も予測しているため、構造物の応答がより正確に予測でき、制御力の設定がより正確にできているためと考えられる。

時間遅れが0.4秒の場合を例にとり、応答と制御力の時刻歴を求めた。Fig.6はホワイトノイズ入力の場合である。応答曲線を見ると制振効果は保たれているが、時間遅れがない場合よりも若干大きくなっている。また、制御力を見ると、位相のずれが見られる。このずれがあると、振動を抑制しようとして加えた力が、それの時間の間は、逆に振動を増大させるように働くため、応答が大きくなっていると考えられる。Fig.7は地動が卓越振動数を持つ場合であるが、この場合は応答曲線は、時間遅れがない場合とほとんど同じであり、制御力の位相のずれもあまり見られない。

#### 4.まとめ

本研究では、地震動による構造物の振動をアクティブにコントロールする際に問題となる、加力装置の動作時間遅れを克服する方法として、将来加えるべき制御力を現在観測された情報から予測する方法を提案した。得られた結果をまとめると次のようになる。

##### (1) 外力がきわめて広帯域で、ホワイト

ノイズと見なせる場合には、構造物の応答は、制御力の遅延時間の間に作用する外力を0とおいて予測することができる。そして、予測された応答値に基づいて制御力が設定できる。

(2) 地盤振動が卓越振動数を持つ場合には、その不規則波形をホワイトノイズ入力に対する1自由度系の出力とみなすことによって、一定時間後の地動の予測が行える。そして、構造物の応答の予測値は、予測された地動が作用する場合の応答を計算することにより求められ、これをもとに制御力が設定できる。

本研究では、入力される不規則地震動の周波数特性が事前にわかっているものとしたが、これが不明な場合や時間的に変動する場合には、地盤の特性を表すパラメーターを同定する問題を考える必要がある。

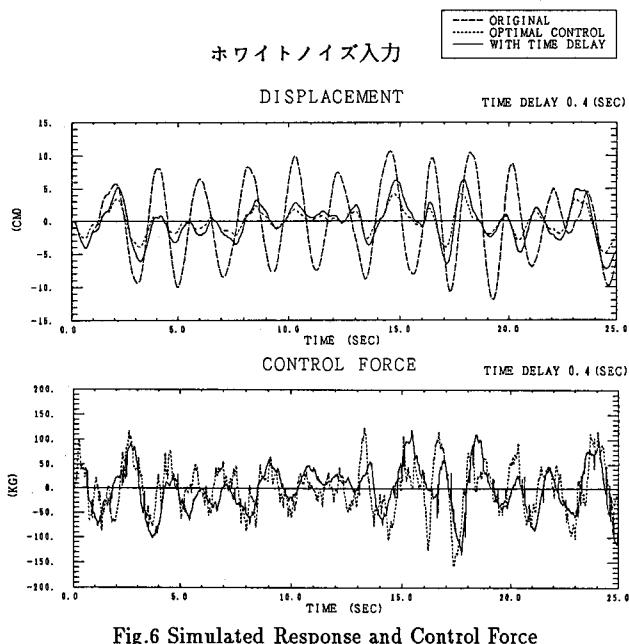


Fig.6 Simulated Response and Control Force

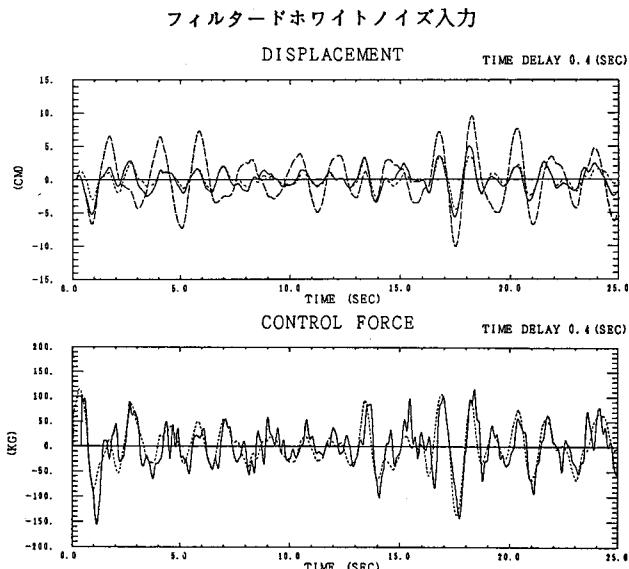


Fig.7 Simulated Response and Control Force