

## (65) FEM-FDMによる二次元液状化問題の解析

京都大学防災研 柴田 徹 岐阜大学工学部 岡 二三生  
 京都大学防災研 ○八嶋 厚 N K K 大石 博  
 (株)日建設計 小坂 正明 (株)鴻池組 中島 豊

### 1. はじめに

防災面で注目を集める、液状化のメカニズムの解明やその対策は急務であり、さまざまな形で提案されてきている。本研究では、筆者の一人がすでに開発している有限要素法と差分法を用いて開発した二次元液状化解析プログラム<sup>1)</sup>を改良し、別報<sup>2)</sup>では解析法の信頼性の確認として、スキームの安定性と精度の検討について報告した。そこで本報告ではこのプログラムを用いて、日本海中部地震で被害のみられた秋田港大浜2号岸壁での地盤定数を参考にした<sup>3)</sup>モデル地盤に対して、正弦波および実際に観測された加速度波形が入力された場合の挙動を解析した。

### 2. 構成式と解析法について

砂の構成式としては、すでに報告されている足立、岡の繰り返し弾塑性構成式<sup>4)</sup>(1988)を用いた。これまでの多くの繰り返し載荷時の構成式は、室内試験法の制約のためか、圧縮、伸張(三軸)の特殊な条件下で定式化されるものが多かったのだが、この構成式は例えば $\pi$ 面上での円形応力径路などの、より一般的な三次元応力下での土の挙動を表現することができる。また、参考文献5)により、 $\pi$ 面上の円形応力径路上での砂の変形挙動による実験値<sup>6)</sup>と本構成式を用いた解析値の比較から、変形が定量的、定性的によく表現できることが明かとなっている。ここで、本構成式の要点を記すと以下のとおりである。まず、正規圧密と過圧密領域を過圧密境界面( $f_b=0$ )によって定義されるとする。さらに、塑性ポテンシャル、塑性降伏関数、ひずみ硬化関数を導入して非関連流動則を用い、塑性ひずみ増分を求め、ひずみ増分を求めるというものである。なお、ひずみ硬化関数は、繰り返し塑性を表現するために破壊応力成分を用いて定式化している。詳しくは参考文献4)をご覧ください。

一方、液状化解析法としては、間隙水の移動も考慮した、二相混合体理論を用いた二次元地盤応答解析法を用いた。また、時間積分についてはニューマークの $\beta$ 法、質量マトリックスは lumped mass matrix を用いた。液状化の判定については、本解析にあたっては平均有効応力が初期の5%になったとき及び応力比が破壊応力比に達したときとし、液状化後はバイリニア型<sup>7)</sup>の構成式を適用した。

### 3. 支配方程式について

つりあい方程式と透水に関する連続方程式に有限要素法と差分法を適用することにより、変位を $u$ 、速度を $\dot{u}$ 、加速度を $\ddot{u}$ 、間隙水圧を $p$ であらわすと、次の一次元スカラー型の支配方程式が得られる。なお、粘性項は無視し、水圧は圧縮を負としている。また、本解析ではcoupleなスキームを用い、別報<sup>2)</sup>でこのスキームは《安定》と判断されている。

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} + [Q]\{p_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad \text{---①}$$

$$\rho_f [Q]^T \{\ddot{u}_{n+1}\} + (\gamma_w/k) [Q]^T \{\dot{u}_{n+1}\} + \{\alpha\} \{p_{n+1}\} = 0 \quad \text{---②}$$

ここで、 $[M]$ :土の質量マトリックス、 $[K]$ :剛性マトリックス、 $[Q]$ :体積ひずみ、節点変位に関するマトリックス、 $\{\alpha\}$ :透水に関するマトリックス、 $\{F\}$ :荷重項、 $\rho_f$ :水の質量、 $\gamma_w$ :水の単位体積重量、 $k$ :透水係数、 $n$ :ステップ数

①式を、有効応力を $\sigma$ として、不平衡力を考慮して変形すると、

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [K]\{\Delta u_{n+1}\} + \int [B]^T (\{\sigma_t\} - \{\sigma_{t=a}\}) dV + [Q]\{p_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad \text{---③}$$

ここで、 $[B]$ :ひずみに関するマトリックス

次に、ニューマークの $\beta$ 法<sup>7)</sup>より、

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \Delta t^2 \ddot{u}_n / 2 + \beta_2 \Delta t^2 \Delta \ddot{u}_n / 2 \quad \text{---④}$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t \ddot{u}_n + \beta_1 \Delta t \Delta \ddot{u}_n \quad \text{---⑤}$$

ここで、 $\Delta t$ は時間増分、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ はパラメーターで、 $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$ のとき線形加速度法と一致する。  
③式の $\Delta u_{n+1}$ に④式を、②式の $\dot{u}_{n+1}$ に⑤式を適用して整理すると、支配方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} [M] + (\beta_2 \Delta t^2 / 2) [K] & [Q] \\ [Q]^T & [\alpha'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{u}_{n+1}\} \\ \{p_{n+1}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F_{n+1}\} - \int [B]^T (\{\sigma_t\} - \{\sigma_{t=0}\}) dV - [K] (\Delta t \{\dot{u}_n\} + (1 - \beta_2) \Delta t^2 / 2 \cdot \{\ddot{u}_n\}) \\ -[Q]^T (\{\dot{u}_n\} + \Delta t (1 - \beta_1) \{\ddot{u}_n\}) / (k (1/g + \beta_1 \Delta t / k)) \end{bmatrix} \quad \text{---⑥}$$

$$\text{ただし、} \{\alpha'\} = \{\alpha\} / (\gamma_w (1/g + \beta_1 \Delta t / k)) \quad \text{---⑦}$$

#### 4. 解析結果

次に、日本海中部地震で被害の見られた秋田港大浜2号岸壁での地盤定数を参考<sup>3)</sup>にしたモデル地盤に対する二次元液状化解析例を示す。入力地震動としては、次に示す2つの場合、すなわち正弦波および秋田港でとれた強震記録に補正を加えられたものを用い(京都大学交通土木工学科、SLGによって補正されたS-1567 NORTH AKITA-S<sup>8)</sup>)、各々について解析を行った。なお、実地震波については地盤内での増幅も考慮して、入力加速度を0.2倍した場合について解析している。解析に用いた地盤定数をTable1に示し、FEMメッシュをFig.1に示す。基盤では非排水、固定条件、側方は非排水、鉛直変位固定条件、また、上方のみ排水可とした。なお本解析では、ニューマークの $\beta$ 法において最も安定するといわれている $\beta_1 = 0.6$ 、 $\beta_2 = 0.65$ <sup>7)</sup>を用い、⑥式であらわされる連立方程式はガウスの消去法によって解いた。

##### 1) 正弦波入力の場合

Fig.2は、Table1に示される入力波において、入力加速度の最大値が50galの場合の節点番号46での変位、加速度及び速度の時間履歴である。Fig.3、Fig.4は対応する要素番号40での応力、ひずみ、間隙水圧-時間関係である。間隙水圧は時間とともに増加する傾向にある。Fig.5は平均有効応力-時間関係を示すが、平均有効

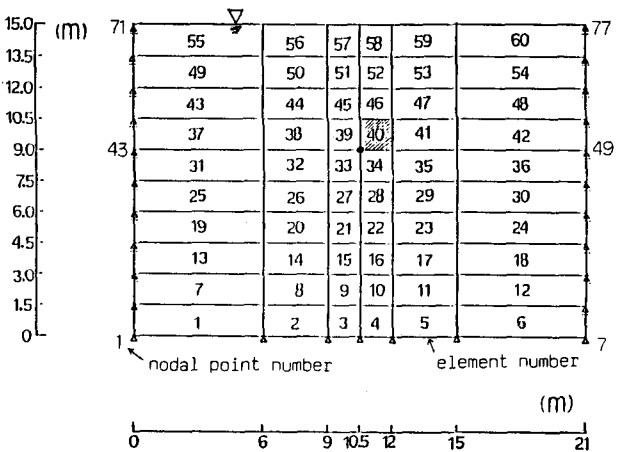


Fig.1 有限要素メッシュ

Table 1 地盤定数と入力波

質量 $\rho$	0.184 [t/m <sup>3</sup> ]	$C_{k0}$	$0.226 \times 10^{-4}$
初期透水係数 $k_0$	$1.16 \times 10^{-5}$ [m/sec]	$M_n^*$	1.1
異方圧密比 $K_0$	0.5	$M_r^*$	1.28
初期間隙比 $e_0$	1.0	$G'$	160
バイリニア基準 $\sigma_{v12}$	2.0 [tf/m <sup>2</sup> ]	$G_b$	100 [tf/m <sup>2</sup> ]
膨潤指数 $\kappa$	$0.30 \times 10^{-2}$		

$$\text{入力波 } F = A_0 \sin(2\pi f_1 t) \sin(2\pi f_2 t)$$

$A_0$ : 振幅 [m/sec<sup>2</sup>],  $f_1, f_2$ : 振動数 [Hz]

応力は時間とともに減少しており、液状化に至る過程の特性を表している。また、ここには示していないがこの例でははじめに液状化に至る層は地表から第二層めに集中し、深さ方向の過剰間隙水圧分布を見ると深いところでの水圧の増加が大きい。なお、この例では時間増分  $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$  を用いた。

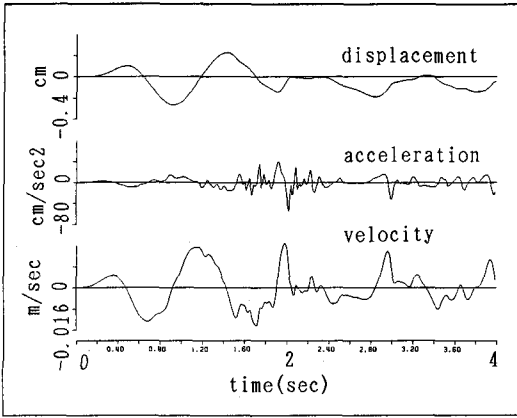


Fig. 2 変位、加速度、速度-時間関係

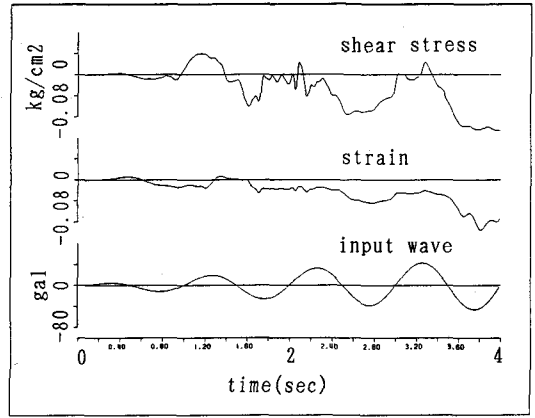


Fig. 3 応力、歪、入力波-時間関係

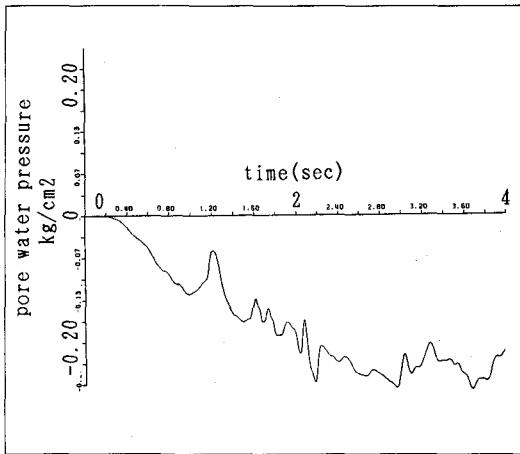


Fig. 4 過剰間隙水圧-時間関係

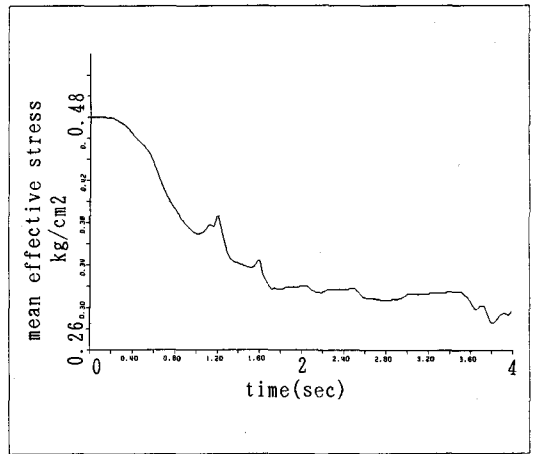


Fig. 5 平均有効応力-時間関係

## 2) 実地震波入力の場合

Fig. 6 は、Fig. 7 に示される入力波において、入力加速度の最大値が  $23.8 \text{ gal}$  ( $= 0.238 \text{ m/sec}^2$ 、実地震波の 0.2 倍) の場合の節点番号 46 での変位、加速度及び速度の時間履歴である。Fig. 7、Fig. 8 は要素番号 40 での応力、ひずみ、過剰間隙水圧-時間関係である。過剰間隙水圧は破壊 (3.86 sec) に至る少し前まで時間とともに増加して、液状化する前後急激に大きくなるなど振動している。ところで、この解析では 3.86 sec という早い時間で、破壊による液状化が要素番号 55 をはじめとして、上方の層を中心に起こっている。またここには示していないが、深さ方向の過剰間隙水圧分布を見ると、地表から 3、4、5 層目である中央層での水圧の増加が大きい。次に入力波を 0.2 倍しない場合について解析してみると、液状化する時間は 3.4 sec で 0.2 倍した場合よりやや早い、0.2 倍した場合と同じように上方の層を中心に液状化が起こるという結

果が得られた。なお、この解析では時間増分  $\Delta t=0.02\text{sec}$  を用いた。

### 5. あとがき

今後パラメーターの設定など、より現実に即した問題への適用を行うとともに、改良地盤への適用などを行いたい。また、本研究を進めるにあたり協力をいただいた関係者の皆様に謝意を表します。

### 6. 参考文献

- 1) Oka, F. & Abe, T., 1984, 8th WCEE, Vol. 3, pp111-118.
- 2) 柴田徹、岡二三生他：二次元液状化解析法の安定性と精度の検討、第20回地震工学研究発表会、1989.
- 3) 岡二三生、佐橋猛：秋田港における一次元液状化解析について、第18回地震工学研究発表会、1985.
- 4) 岡二三生、大野康年：土木学会中部支部研究発表会講演概要集、1988.
- 5) 加藤満：砂地盤の液状化解析に関する基礎的研究、岐阜大学卒業論文、1988.
- 6) Workshop on Limit Equilibrium Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engng., 1980.
- 7) 戸川隼人：有限要素法による振動解析、サイエンス社、pp.41-44.
- 8) DSG, Corrected and Integrated Earthquake Motion Accelerograms (revised edition), Reserch report No.84-ST-03., School of Civil Engng., Kyoto Univ..

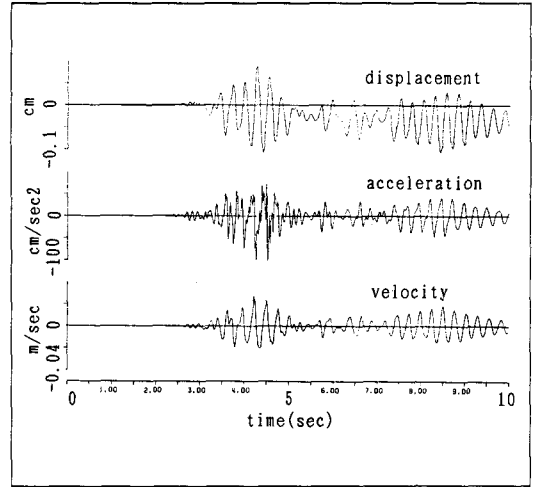


Fig. 6 変位、加速度、速度-時間関係

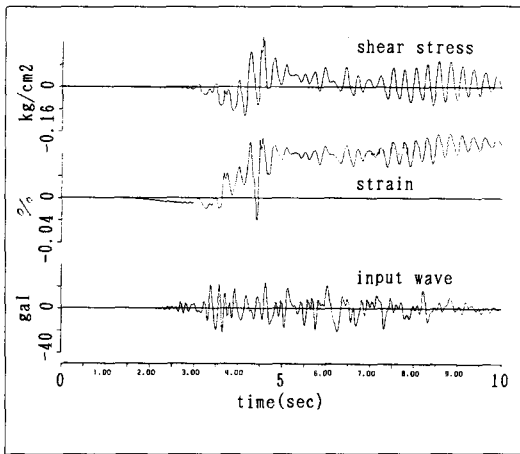


Fig. 7 応力、歪、入力波-時間関係

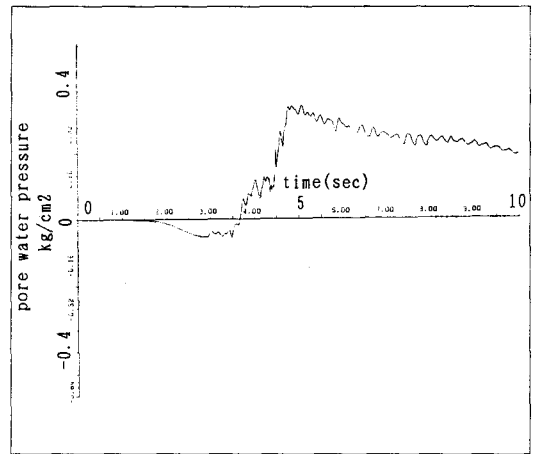


Fig. 8 過剰間隙水圧-時間関係