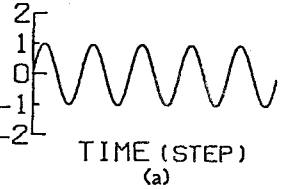


(13) 感度切り換え補正に伴う誤差が地震記録のやや長周期帯域に及ぼす影響

東電設計(株) ○中瀬 仁
片山 幾夫

1. まえがき 昨今、地震動のやや長周期帯域における特性に関する研究が進む中、記録の精度がどうかという点については特に注意を払わなければならない。ここでは一般に信頼がおけるとされやすい電磁式地震計による記録について、感度切り換えに伴う記録波形の零線のずれに対する従来の補正法が、記録のやや長周期帯域におよぼす影響を検討し、それに変わる補正法を提案する。



2. 時間領域における補正 地震観測システムが受ける地震動の強度によって、ピックアップ出力信号を増幅する割合を段階的に切り換えること（以下、感度切り換えと称する）が、一般的に行われている。この感度切り換えに伴って記録の零線が階段状にずれることがある。通常、この種の誤差は、感度が切り換わった区間の単純平均値かまたは重み付き平均値を零線がずれた量として、これを該当区間の記録値から差し引くこと（以下、区間平均法と称する）で補正される。しかし、こういった区間平均による補正法では、必ずしも零線がずれた量を精度良く求めていることにはならない。

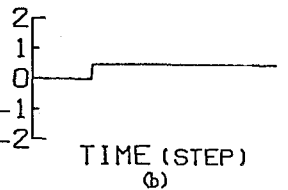
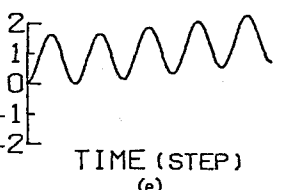
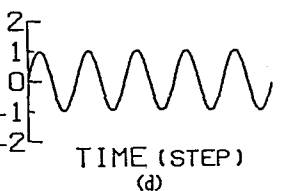
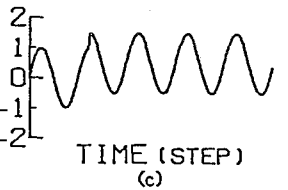


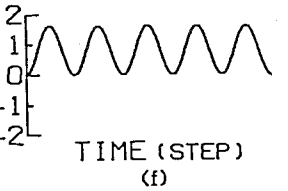
図-1に、具体的な数値計算の例を示す。(a)に示すような振幅1の正弦波5波(256ステップ)を作成する。次に(b)に示すような65ステップ目で感度切り換えを行ったため0.5上方に零線のずれを生じたことを表す階段状の波形を作る。(a)と(b)を加え合わせた波形(c)を観測波形とする。この観測波形に対して区間平均による補正を施す。すなわち65ステップ以降の区間平均値を求め該当区間の記録値から差し引く。補正された波形を(d)に示す。補正波形を一見したところ正しく補正されているように見える。しかし、実際にこの例では、補正量である区間の平均値は0.46であり、予め与えた零線のずれ0.5と一致しない。通常、電磁式地震計の観測波形は、速度波形かまたは加速度波形である。したがって、変位波形を得るためにはこの補正波形を積分することになる。補正波形を刻み0.1秒として一回積分した波形を(e)に示す。原波形(a)の積分波形(f)と比べると、丁度65ステップ目から波形が上方に直線的にずれることがわかる。



一般的に、積分波形を得る際には適当なハイパスフィルターをかけて影響の大きい誤差成分をカットすることが行われる。しかし、やや長周期帯域の特性を検討するには安易にフィルターをかけるわけにはいかない。

上述したような正弦波に対する検討だけでは一般性を欠く。以下に式(1)に示すようなバンドパスホワイトノイズ(離散化データ)に対して若干の検討を加える。

$$x(t_j) = 1/k \sum_{j=1}^k \cos(\omega_j t_j + \phi_j) \quad (\text{ただし } \phi \text{ は } 0 \text{ から } 2\pi \text{ の一様乱数}) \quad (1)$$



区間平均による零線のずれの推定量の、真の零線のずれに対する誤差は、記録の平均値の分散に密接に係わる。いま、後述する検討の都合上256ステップ(j=1,256)で刻みを0.1秒として最大値が1のホワイトノイズを作成した。

図-1 区間平均による補正

このようなホワイトノイズの母平均は0である。母分散の不偏推定量 σ^2 は作成したホワイトノイズの標本分散を用いて計算すると0.12であった。このうち任意の位置に発生する連続した m ステップが感度切り換えのため一様にシフトしたとする。この区間に対する平均値の標準偏差は $\sqrt{\sigma^2/m}$ である。実はこの標準偏差が区間平均法のもつ誤差であるとしてよい。ここでは最も精度がよい $m=255$ に対して誤差を計算すれば、 $\sqrt{\sigma^2/255}=0.022$ である。最大値に対する区間平均法による補正の誤差は少なくとも2.2%であるといえる。したがって最大値が100galのホワイトノイズに対して $m=255$ の区間平均を施した場合2gal程度の誤差が残る。

3. 区間平均法で生じる誤差成分の周波数特性 区間平均法で生じる誤差の一般的な概形を図-2に示す。時刻 t_0-D でジャンプが生じ t_0+D でもにもどる。ジャンプの大きさが例えば α galなら、この誤差波形に対するフーリエ積分 $F_n(\omega)$ は式(2)で表せる。

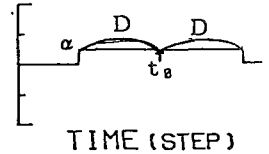


図-2 補正で生じる誤差の概形

$$F_n(\omega) = (2\alpha \cdot \sin(\omega D) / \omega) \cdot e^{-j\omega t_0} \quad (2)$$

ωD が0の時と $\pi/2$ の奇数倍、すなわち周波数にして0と $n/4 D$ (Hz) ($n=1, 3, 5 \dots$)の時、フーリエスペクトルに大きさ $2\alpha D$ および $4\alpha D/n\pi$ のピークが現れる。例えばそれらは $D=2.5$ 秒の時 $3/10$ (Hz)、 $1/10$ (Hz)および直流成分に対して 0.265α 、 0.796α 、 5α のピークとなる。最大値100galのホワイトノイズに対して区間平均を施し2galの誤差を生じたすれば、この誤差成分に対するフーリエスペクトル値は3.3秒(3/10 Hz)に対して $0.53\text{gal}\cdot\text{sec}$ 、10秒(1/10Hz)に対しては $1.59\text{gal}\cdot\text{sec}$ 、直流成分は $10\text{gal}\cdot\text{sec}$ に達する。ホワイトノイズのフーリエ振幅が $55.5\text{gal}\cdot\text{sec}$ であることから、区間平均法で生じるような階段状の誤差は、記録の長周期帯域の精度にかなりの影響を及ぼすことがわかる。

4. 周波数領域における補正法の提案 感度切り換えに伴って生じる零線のずれの一般的な概形を図-3(a)に示す。時刻 t_0-D で感度切り換えのためジャンプ α が生じ t_0+D で元にもどる。記録の継続時間を T ($T=25.6$ 秒、刻み0.1秒、256ステップ)とする。ここでは $\alpha=0.5$ 、 $t_0=9.6$ 秒、 $D=3.2$ 秒を与えておく。真の地震波形として式(1)で表されるホワイトノイズを考える(図-3(c))。

いま、(a)と(c)を加え合わせた観測波形(d)を所与とし、 $t_0=9.6$ 秒、 $D=3.2$ 秒を既知として、実際に、零線のずれ $\alpha=0.5$ を同定する。

波形(a)と相似形であって、ジャンプの大きさが1であるものを補正の補助に用いる波形として用いる(図-3(b))。観測波形(d)と補助波形(b)は既知でありこれらの波形に対するフーリエ級数を用いて周波数領域で α を推定する方法を提案する。

まず、(a)、(b)、(c)、(d)に対するフーリエスペクトルを $F_a(\omega_i)$ 、 $F_b(\omega_i)$ 、 $F_c(\omega_i)$ 、 $F_d(\omega_i)$ 、(ただし $i=1, 128$)であらわす。それぞれのスペクトルを図-3(e)、(f)、(g)、(h)に示す。

次のような変数 β に関する目的関数 z を考える。

$$z = \sum_{i=1}^{128} |F_d(\omega_i) - \beta F_b(\omega_i)| \quad (3)$$

z が最小値を取るような β を、適当に初期値 β_0 を仮定して試行錯誤で求めた。 β が0.49999のとき z が最小値となった。この β は $\alpha(=0.5)$ に限りなく近い。

このように、観測波形に対するフーリエスペクトルと、感度切り替えによって生じた零線のずれと相似形で、大きさが1の矩形波に対するフーリエスペクトルに β を乗じたものの差の絶対値の総和を最小にする β を求めることで零線のずれを同定する方法が有効である(以下、最小スペクトル強度法と称する)。

一方、区間平均による補正では α の推定値は0.47669であり、最小スペクトル強度法の方が精度が高い。さて、感度切り換えが生じて実際には零線がずれなかった場合、補正を施すとかえって誤差を生じるおそれもある。そこで最小スペクトル強度法の一般性をチェックするために、真の地震波形(c)に対して仮に区間 t_0-D-t_0+D で感度切り替えにより零線のずれ α ($\neq 0$)が生じたとして、最小スペクトル強度法により α を推定したところ、 -0.00001 となった。最小スペクトル強度法は、感度切り換えが生じても零線がずれなかった場合に誤差を生じないとしても良からう。

一方、区間平均によれば、 α の推定値は -0.02331 となった。零線がずれていないにもかかわらず、区間平均法では最大値に対して、2%程度のずれがあると判定してしまうことが解った。

5. 周波数領域における補正法の精度 前述した例題を用いて最小スペクトル強度法の精度を概算する。 $Fa(\omega_i), Fb(\omega_i), Fc(\omega_i), Fd(\omega_i)$ を次式であらわす。

$$Fa(\omega_i) = \alpha \cdot Fb(\omega_i) \quad (4)$$

$$Fb(\omega_i) = (2\sin(\omega_i \cdot D) / \omega_i) \cdot e^{-j\omega_i t_0} \quad (5)$$

$$Fc(\omega_i) = a_i + jb_i \quad (\text{ただし} j \text{は虚数単位}) \quad (6)$$

$$Fd(\omega_i) = Fa(\omega_i) + Fc(\omega_i) \quad (7)$$

簡単のため $t_0=0$ とし $Fb(\omega_i)=c_i$ ($c_i \geq 0$)とおくと目的関数 z は次のように展開できる。

$$z = \sum_{i=1}^{128} \sqrt{(a_i + (\alpha - \beta) c_i)^2 + b_i^2} \quad (8)$$

各項とも非負であり、 z の最小値を与える β は次の関数 z' の最小値を与える β と等値である。

$$z' = \sum_{i=1}^{128} |a_i + (\alpha - \beta) c_i| \quad (9)$$

式(8)を構成する各項のうち $|a_i| \geq c_i$ であるものは、 β の変化に対して感度が鈍いため、その項の存在にかかわらず z' の最小値をあたえる β は不変であると仮定する。 $|a_i| \leq c_i$ である項を $a_i + (\alpha - \beta) c_i$ で表せば z' の最小値をあたえる β は次の関数 z'' の最小値をあたえる β と等値である。

$$z'' = \sum_{i=1}^k a_i + (\alpha - \beta) c_i \quad (k \text{は} |a_i| \leq c_i \text{の項数}) \quad (10)$$

結局 z'' の最小値を与える β は次のようになる。

$$\beta = \alpha - \sup(a_i) \cdot \left(\sum_{i=1}^k \text{sgn}(a_i) \cdot c_i \right) / \sum_{i=1}^k c_i \quad (11)$$

$\sup(a_i)$ は a_i のとりうる最大の値、 $\text{sgn}(a_i)$ は a_i の符号を示す。

式(11)の第二項が最小スペクトル強度法の誤差である。

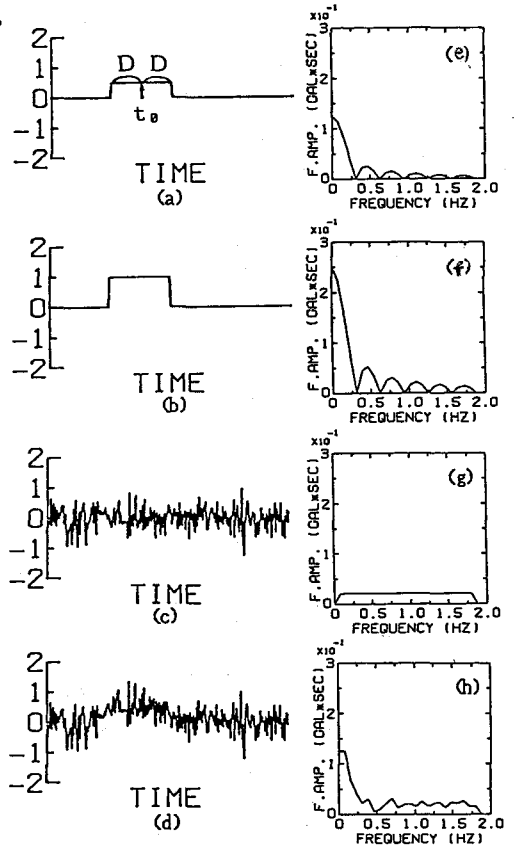


図-3 最小スペクトル強度法による補正

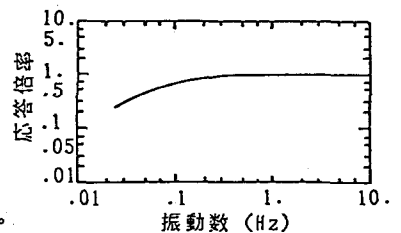


図-4 地震計の振動数特性

$\sum \text{sgn}(a_i) \cdot c_i$ の母平均は0であり、母分散の不偏推定量は c_i の標本分散に等しいと仮定できる。結局 β の標準偏差 (誤差) は D の長さごとに異なるが試算によると、おおむね 0.0006 以下であるという結果を得た。したがって、最小スペクトル強度法は ± 0.0006 の誤差で α を同定できる。これは第3節で述べた区間平均法の誤差 ± 0.022 に比べてはるかに精度が高い。

6. 実地震記録に対する周波数領域における補正法の適用

当社は、千葉県銚子市において地表及び地中で地震観測を行っている。計測器は電磁式サーボ型地震計であり、ピックアップからの信号のレベルにより1倍から1/10倍への感度切り換えが行われている。図-4に振動数特性を示す。

1986年2月12日に茨城県沖地震 (M=6.1) が観測された。地中観測で得られた加速度波形1成分の時刻歴を最大値 (5.99gal) で正規化して図-5に示す。時刻歴は4096ステップ (40.96秒) 図示した。感度切り換えは2519ステップ目に生じている。

この波形に対して区間平均による補正、及び最小スペクトル強度法による補正をそれぞれ行い比較検討した。図-6に結果を示す。(a), (c)には区間平均法による補正波形を積分して得られる速度および変位波形を、(b), (d)には最小スペクトル強度法による補正波形を積分して得られる速度および変位波形を、それぞれ区間平均による速度、変位波形の最大値 (0.93kine, 11.7cm) で正規化して示す。

区間平均による速度波形は0.4kine程度の直流成分を含んでおり、このため変位は直線的に短調増加する結果となっている。たかだか6galの加速度に対して11cmの変位は不合理である。一方、これに対して、最小スペクトル強度法によるものは比較的零線のずれが目立たない。

図-7はそれぞれの補正波形に対する変位応答スペクトルである。図中「時間領域」とあるのが区間平均による補正波形に対するスペクトル、「周波数領域」とあるのが最小スペクトル強度法による補正波形に対するスペクトルである。固有周期4秒以上で両者に差が生じる。補正による微小な零線の設定の差異が長い周期のスペクトル値に影響を及ぼす。

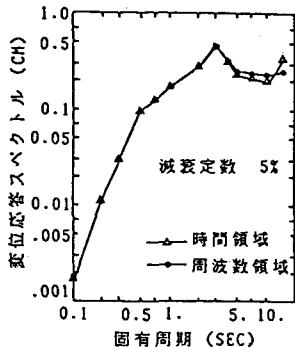


図-7 変位応答スペクトル

7. 結語 感度切り替えに伴う零線のずれは、周波数領域で補正することが有効であることを示した。今回は、実地震記録への適用で、提案する補正法と従来の補正法との比較において変位応答スペクトル値に関してはあまり大きな差を生じなかったが、感度切り替えの範囲D、記録のレベルや周波数特性などによりもっと大きな差を生じる記録が実在するだろう。また、今回は提案する補正を感度切り替えを1段階であるものにし適用しなかったが、これが何段階も作動している波形に対しても有効であることを附記する。

最後に貴重な助言をいただいた丹羽顯氏、実地震データの処理に関して御助力いただいた安中正氏他、本稿作成にあたり便宜を図っていただいた方々に謝意を表します。

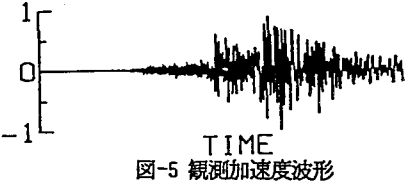
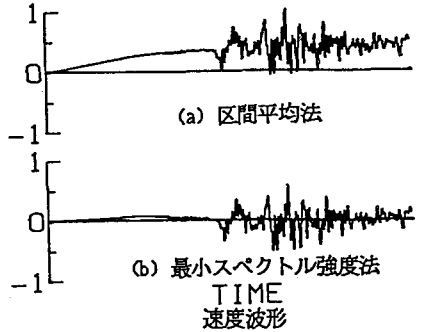
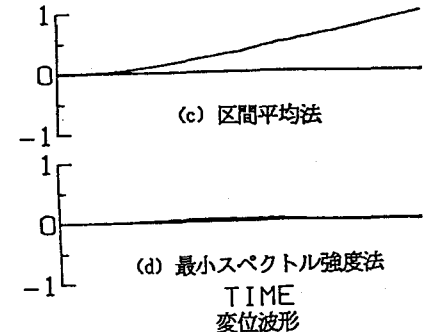


図-5 観測加速度波形



(a) 区間平均法

(b) 最小スペクトル強度法
速度波形



(c) 区間平均法

(d) 最小スペクトル強度法
変位波形

図-6 補正波形の積分波形