

(7) マルチフィルターによる多地点地震動の非定常コヒーレンスの解析

京都大学防災研究所 正員 亀田 弘行 徳島大学工学部 正員 〇沢田 勉
東急建設 正員 亀井 紀幸

1. まえがき

長大構造物やライフラインのように空間的拡がりをもつ構造物の耐震問題においては、非定常地震動の3次元特性、すなわち空間的な相互相関性を把握し、それをモデル化することが必要である。本研究では、多次元・多地点地震動の非定常な相互相関性を解析するために、マルチフィルターによる非定常相互スペクトル解析法を定式化するとともに、非定常コヒーレンスの解析を行い、多地点地震動の時間・空間相関性について若干の考察を加えた。さらに、時間領域の重み付き平均による非定常コヒーレンスのモデル化について述べ、台湾のSMART-1 アレー観測記録を用いた数値計算よりその妥当性を検討した。

2. マルチフィルターによる非定常コヒーレンス解析法の定式化

著者の一人によって提案されたマルチフィルターによる非定常パワースペクトル解析法¹⁾を非定常相互スペクトルの解析に拡張すると以下ようになる。いま、2つのサンプル時間関数 $x_j(t), x_k(t)$ を入力とする線形1自由度系(固有振動数 h_0 、減衰定数 ω_0)の相対変位応答を $y_j(t), y_k(t)$ 、相対速度応答を $\dot{y}_j(t), \dot{y}_k(t)$ とすると、 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の ω_0 成分の非定常相互スペクトル $g_{jk}(t, \omega_0)$ は次式より算出される。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = c_{jk}(t, \omega_0) + iq_{jk}(t, \omega_0) \quad (1)$$

ここで、 $c_{jk}(t, \omega_0)$ と $q_{jk}(t, \omega_0)$ は、それぞれ非定常なco-spectrumとquad-spectrumであり

$$c_{jk}(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 \{y_j(t)y_k(t) + \dot{y}_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0^2\} / \pi \quad (2)$$

$$q_{jk}(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 \{\dot{y}_j(t)y_k(t)/\omega_0 - y_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0\} / \pi \quad (3)$$

式(1)~(3)より、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ の極座標表示は次式で与えられる。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 r_j(t)r_k(t) \exp\{i\theta_{jk}(t, \omega_0)\} / \pi \quad (4)$$

ここで、 $r_j(t), r_k(t)$ は $x_j(t), x_k(t)$ の ω_0 成分の包絡線関数であり

$$r_j(t) = \{y_j^2(t) + \dot{y}_j^2(t)/\omega_0^2\}^{1/2} \quad r_k(t) = \{y_k^2(t) + \dot{y}_k^2(t)/\omega_0^2\}^{1/2} \quad (5)$$

また、 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は、 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の ω_0 成分の位相差であり、次式で定義される。

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1}\{q_{jk}(t, \omega_0)/c_{jk}(t, \omega_0)\} \quad (6)$$

このようにして得られた非定常相互スペクトル $g_{jk}(t, \omega_0)$ は生のスペクトルであるから、その推定値 $G_{jk}(t, \omega_0)$ を求めるためには、何らかの平滑化操作が必要である。本研究のマルチフィルターによる方法では、フィルターによる周波数領域の平滑化は既になされているから、次のような時間領域の平滑化を行う。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-\tau) g_{jk}(\tau, \omega_0) d\tau \quad (7)$$

ここで、 $w(t)$ は時間領域のウィンドー関数である。本研究では、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ がパワースペクトルと同じ次元をもつことから、 $w(t)$ としてparzenのウィンドーを用いた。式(4)に式(7)の平滑化操作を施すと次のようになる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 \overline{r_j(t)r_k(t) \exp\{i\theta_{jk}(t, \omega_0)\}} / \pi \quad (8)$$

ここで、上付の線は時刻 t における時間平均を意味する。次に、非定常コヒーレンスについて考える。非定常コヒーレンスは、定常の場合の拡張であり次式で定義される。

$$\gamma^2(t, \omega_0) = |G_{jk}(t, \omega_0)|^2 / \{G_j(t, \omega_0)G_k(t, \omega_0)\} \quad (9)$$

ここで、 $G_j(t, \omega_0), G_k(t, \omega_0)$ は、 $x_j(t), x_k(t)$ の非定常パワースペクトルであり、

$$G_j(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 \overline{r_j^2(t)} / \pi, \quad G_k(t, \omega_0) = 2h_0 \omega_0^3 \overline{r_k^2(t)} / \pi \quad (10)$$

ところで、定常コヒーレンスを算出する場合には、次のような問題点が指摘されている³⁾。すなわち、2つの

サンプル関数の間に時間ずれが存在する場合には、時間ずれの補正をしなければコヒーレンスが過小評価されるという点である。そこで、本研究の非定常コヒーレンスの解析においても、2つのサンプル波間の時間ずれを以下のようにして求め、時間ずれを補正した後コヒーレンスを算出する。いま、2つのサンプル関数 $x_j(t), x_k(t)$ の rms 振幅値より包絡線 $e_j(t), e_k(t)$ を求める。そして、 $e_j(t), e_k(t)$ の相互相関関数のピークに対応する時間を求め、これを $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の間の時間ずれとする。以上をまとめると、非定常コヒーレンスの算出においては、まず2つのサンプル関数の時間ずれを補正した後、線形1自由度系のフィルター出力より相互スペクトル $G_{jk}(t, \omega_0)$ とパワースペクトル $G_j(t, \omega_0), G_k(t, \omega_0)$ を求め、それらを式(9) に代入すればよい。

3. 非定常コヒーレンスの解析結果

前節の理論に基づき、台湾のSMART-1 アレー観測より得られたevent5の地震記録を用いて数値計算を行い、空間相関を有する地震動の非定常コヒーレンスを算出した。SMART-1 アレーは、Fig.1 に示すように中心をC00 とする3つの同心円より成立っており、円の半径はそれぞれ200m、1000m、2000mである。本研究では、event5の震央がほぼ南南東にあることから、アレー記録のうちほぼ震央方向および震央直角方向にある006, M06, I06, C00, I12, M12, O12, および003, M03, I03, I09, M09, O09 の計13個の記録のNS成分を用いた。これら記録の一例をFig.2 に示す。本節では、紙面の都合で、I06 とC00, M06 とC00, および006 とC00 の解析結果について述べる。

まず、非定常コヒーレンスの解析において注目する振動数を求めるために、予め定常理論による相互スペクトルを算出した。Fig.3 は、前述の記録の定常相互スペクトルを図示したものであり、図中の○印はスペ

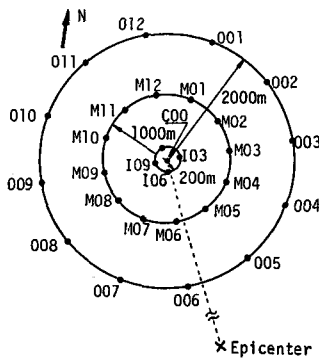


Fig.1 The SMART-1 Array

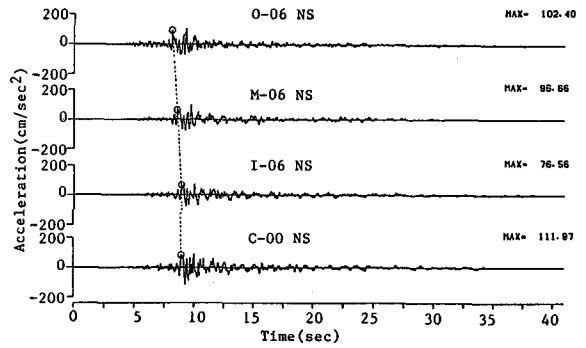


Fig.2 Examples of SMART-1 Accelerograms

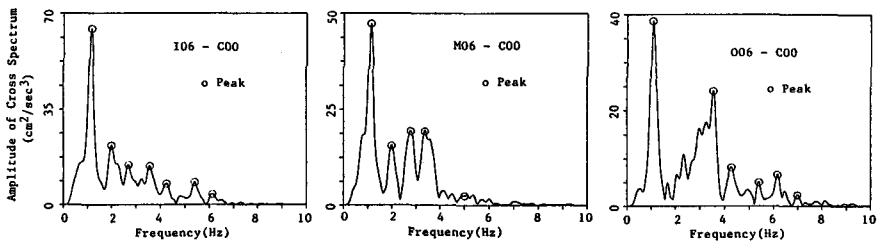


Fig.3 Amplitude of Stationary Cross Spectra (I06-C00, M06-C00 and 006-C00)

クトルのピークを示している。

以下では、この図のピークに対応する振動数のいくつかの成分について、非定常相互スペクトルと非定常コヒーレンスを計算した。Fig. 4～6には、I06とC00の1.2Hz, 3.5Hz, 5.4Hz成分、M06とC00の1.1Hz, 3.3Hz, 5.0Hz成分、およびO06とC00の1.1Hz, 3.5Hz, 6.2Hz成分について非定常相互スペクトルおよび非定常コヒーレンスの算出結果を示す。図の横軸は時間であり、図中の点線は次節で述べる非定常コヒーレンスの重み付き平均である。これらの図より以下のことがわかる。

- (1) Fig. 2の時刻歴の波形強震部では相互スペクトル振幅が大きく、また非定常コヒーレンスも大きく安定している。
- (2) コヒーレンスは低振動数領域で大きく、高振動数では小さくなる。
- (3) コヒーレンスは2地点間の距離の増大とともに全般的に小さくなる。

以上のように、非定常コヒーレンスの解析から、定性的に妥当な結果、すなわち2地点間の距離および振動数の増大とともにコヒーレンスが低下するという結果が得られた。

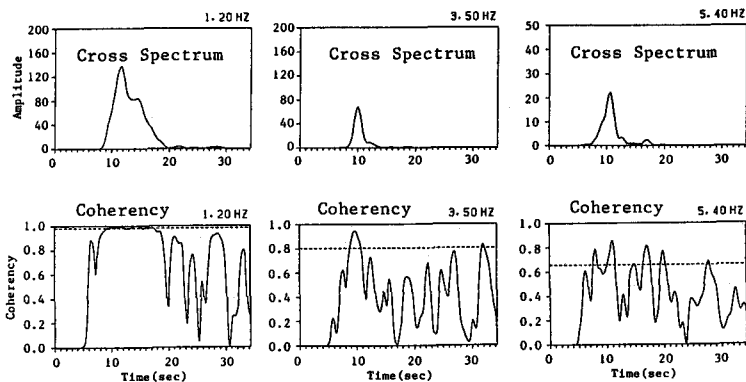


Fig. 4 Nonstationary Cross Spectra and Nonstationary Coherencies (I06-C00)

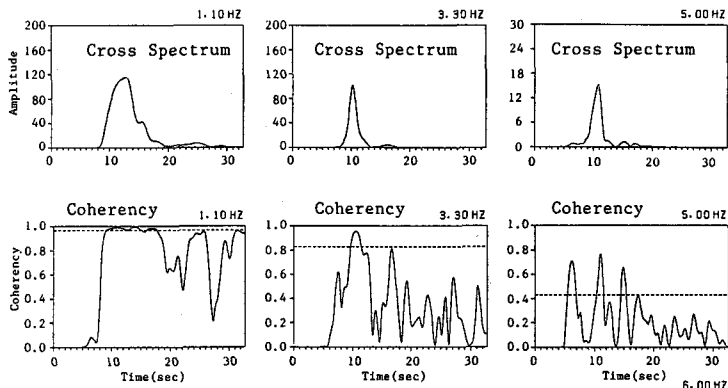


Fig. 5 Nonstationary Cross Spectra and Nonstationary Coherencies (M06-C00)

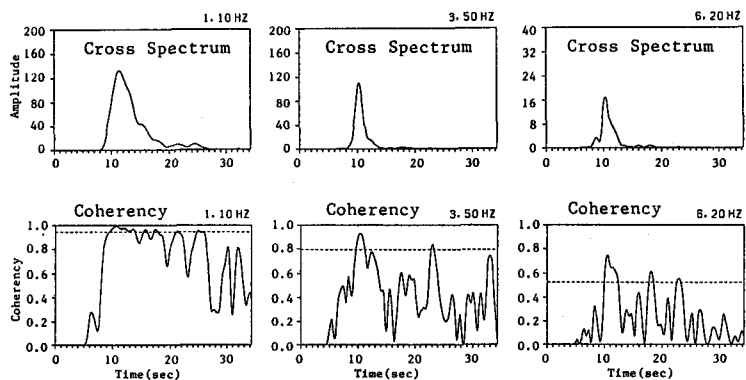


Fig. 6 Nonstationary Cross Spectra and Nonstationary Coherencies (O06-C00)

4. コヒーレンスのモデル化

長大構造物の耐震設計に地震動の空間相関性を導入するためには、非定常コヒーレンスを何らかの形でモデル化することが必要となる。しかし、非定常コヒーレンスは振動数と時間の関数であるから、これをそのままモデル化すると非常に複雑になる。ここでは、次式のような非定常相互スペクトルによる重み付き平均コヒーレンスを用いて非定常コヒーレンスの代表値を定義した。

$$\overline{\gamma_{jk}^2}(\omega_0) = \left\{ \int_0^T \gamma_{jk}^2(t, \omega_0) |G_{jk}(t, \omega_0)| dt \right\} / \left\{ \int_0^T |G_{jk}(t, \omega_0)| dt \right\} \quad (11)$$

ここで、 T =継続時間、 $\gamma_{jk}^2(t, \omega_0)$ =非定常コヒーレンス、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ =非定常相互スペクトル振幅、 $\overline{\gamma_{jk}^2}(\omega_0)$ =重み付き平均コヒーレンスである。前述の非定常コヒーレンス(Figs.4~6)の図中には、重み付きコヒーレンスを点線で示した。これらの図より、非定常相互スペクトルが大きい時間帯において、重み付きコヒーレンスが非定常コヒーレンスとよく対応することがわかる。次に、以上のような重み付きコヒーレンスのモデル化について考える。本研究では、コヒーレンスのモデル関数が不規則振動理論による応答解析に使用できること、すなわちモデル関数が振動数の有理関数になることを考慮して、次のような関数形を設定した。

$$\tilde{\gamma}_{jk}^2(d, \omega_0) = \{a \cdot d^\alpha \omega_0^\beta + 1\}^{-2} \cdot \text{EXP}(-\beta d) \quad (12)$$

ここで、 a 、 α 、 β は係数、 ω_0 は振動数、 d は2地点間の距離である。前節の13個の記録を用いて、C00に対する各記録の非定常コヒーレンスより重み付きコヒーレンスを求め、次式の誤差関数を最小にするように式(12)の係数を決定した。

$$Se = \sum_d \sum_{\omega_0} \{ \tilde{\gamma}_{jk}^2(d, \omega_0) - \overline{\gamma_{jk}^2}(\omega_0) \}^2 \quad (13)$$

その結果、式(12)の係数とし

て $a=0.000033$ 、 $\alpha=0.36$ 、

$\beta=0.000062$ が得られた。

Fig.7には、記録より得られた重み付きコヒーレンスの平均値と式(12)による推定値を示す。図より、両者がよく対応すること、またコヒーレンスが2地点間の距離および振動数の増大とともに減少することがわかる。

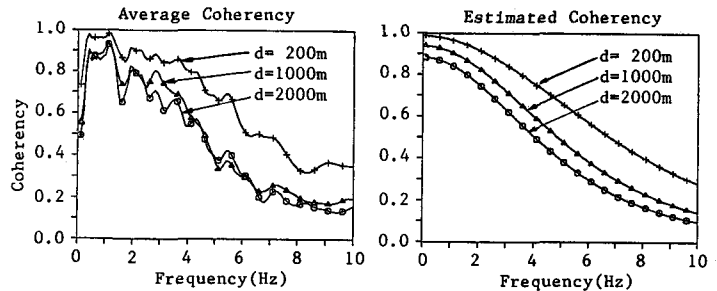


Fig.7 Average of Weighted Coherencies and Estimated Coherencies of SMART-1 Accelerogram

5. あとがき

マルチフィルターによる
非定常コヒーレンス解析法

を定式化し、SMART-1アレー記録による数値計算より地震動の空間相関性を検討した。その結果、非定常コヒーレンスが波形強震部で大きく、2地点間の距離および振動数の増大とともに減少するという妥当な結果が得られた。また、非定常コヒーレンスの代表値として重み付きコヒーレンスを定義し、コヒーレンスを振動数の有理関数によりモデル化した。このモデル関数は観測記録より得られるコヒーレンスによく適合するものであり、また不規則振動理論による応答解析に使用可能であるため有用であると考えている。

謝辞 本研究で使用したSMART-1アレー記録を提供していただいた台湾 National Central大学 Dr. Lohに謝意を表します。

参考文献 1) 亀田：土木学会論文集、第235号、1975。 2) Kameda and Sawada：7th JEES, 1986。 3) 川上・佐藤：構造工学論文集、Vol. 32A, 1986。 4) Harichandran and Vanmarcke：ASCE, Vol. 112, EM2, 1986。