

武蔵工業大学 正員 ○ 千葉 利晃
 日本DEC 後 徹也
 藤沢市役所 奈良 文彦

1. まえがき

時系列モデルを利用した各種の予測手法が提案されているが、これを地震動の震度予測に応用してみたものである。時系列モデルの予測においても、過去に発生した地震の統計的性質を持つシミュレーションに他ならない。したがって、注目地点での震度などの統計的性質の時間的変化が、将来も続くものとしなければならない点はその統計的方法と大差ない。しかしながら、震度などを時系列モデルで取り扱った例は見受けられないので、問題点は多いが、あえてここに報告することにする。例題として、東京で観測された1926年から1972年までのデータをもとに解析を行った。この簡単な計算例を通して、過去に観測された震度などを時間領域モデルで表現できるか否か、また、予測がどの程度可能かなどの考察を行った。

2. 自己回帰 (AR) モデルによる予測法の概要

時系列モデルを用いた予測方法としては、自己回帰 (AR) モデル、積分混合 (ARIMA) モデルあるいはカルマンフィルターを用いる方法などが報告されているが、ここでは、ARモデルを用いた予測方法について考察することにする。p 次の定常ARモデルは次式で与えられる。

$$x(j) = \sum_{k=1}^p \alpha_k x(j-k) + \varepsilon(j) \quad (1)$$

ここに、 $\varepsilon(j)$ は分散 $\sigma_\varepsilon^2(j)$ を持つホワイトノイズであり、誤差を示すものである。

現在の時刻を j とし、 l 時点先の時刻 $(j+l)$ における値 $x(j+l)$ の予測値 $\tilde{x}(j+l)$ は観測された現在の値および過去 p 時点以前までの値 $x(j), x(j-1), \dots, x(j-p)$ の線形結合として次式のように表せるものと仮定する。

$$\tilde{x}(j+l) = \sum_{k=1}^p g_k x(j-k) \quad (2)$$

AR係数 g_k は予測誤差を $\varepsilon(j+l) = x(j+l) - \tilde{x}(j+l)$ の二乗平均値を最小にする意味で最適な係数として次式より求められる。

$$\begin{bmatrix} \rho(0) & \rho(1) & \dots & \rho(p) \\ \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(p-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho(p) & \rho(p-1) & \dots & \rho(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(l) \\ \rho(l+1) \\ \vdots \\ \rho(l+p) \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに、 ρ は自己相関関数である。特に、一段予測 ($l=1$) を考えれば、式 (3) は式 (1) で与えられるAR(p) 過程に対するユール・ウォーカー方程式となる。すなわち、

$$\begin{bmatrix} \rho(0) & \rho(1) & \dots & \rho(p-1) \\ \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(p-2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho(p-1) & \rho(p-2) & \dots & \rho(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(1) \\ \rho(2) \\ \vdots \\ \rho(p) \end{bmatrix} \quad (4)$$

したがって、最良の一段予測式は簡単に、

$$\tilde{x}(j+1) = \sum_{k=1}^p b_k x(j+1-k) \quad (5)$$

で与えられる。式 (1) あるいは式 (5) の係数は式 (4) のユール・ウォーカー方程式を解くかわりに、レビンソン・ダービンのアルゴリズムにより、係数 b を逐次的に求めれば、より簡単に求められる。また、モ

デルの最適次数は赤池の提案した Final Prediction Error (FPE) を最小にするように決定することができる。

3. 予測モデルの適用法

上述したARモデルは平均値ゼロの定常時系列に対する理論である。しかしながら、震度および速度などの平均値はゼロではなく、かつ非定常な時系列である。そこでまず、図-1に示すように、与えられたデータの平均値 m を原変動から差し引いた変動を求め、この変動を使用するものとする。非定常性については、データを区間分けし、各区間内では定常と仮定すれば式(1)の定常理論が利用できよう。したがって、図-1に示すように時刻 j_s から j_e までの区間の時系列(平均値 m_j を除去したもの)を定常時系列とみなして解析を行うことができる。

<1段予測> 1時点先の状態を予測する場合は、図-2の j_s から j_e (現在の時刻とする)までの観測値を用いて、式(5)より予測することができる。

<多段予測> 多段予測は式(2)より求めることが可能であるが、ここでは1段予測で用いた式(5)を用いることとする。これは、図-2に示すように、 j_s から j_e (現在の時刻とする)までの観測値を用いてAR係数を推定し、この係数を用いて順次予測値を算出する。すなわち、時刻($j_e + 1$)の予測値を観測値とみなして時刻($j_e + 2$)の予測値を算出する。これを繰返して行けば数時点先の予測値を求めることができる。他の方法として、予測された値を次の時刻のための観測値とみなす点は上述の方法と同じであるが、時刻が進むごとに、その都度新しく係数 b_k を推定し、予測を進めて行

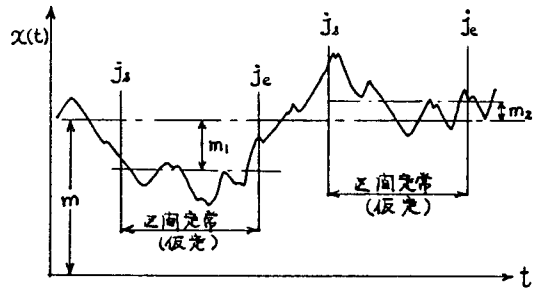


図-1 AR係数の推定

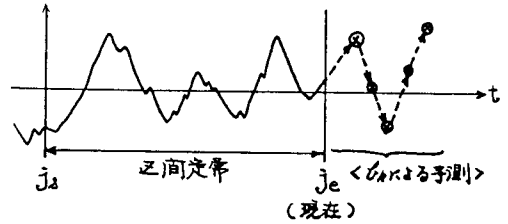


図-2 多段予測(その1)

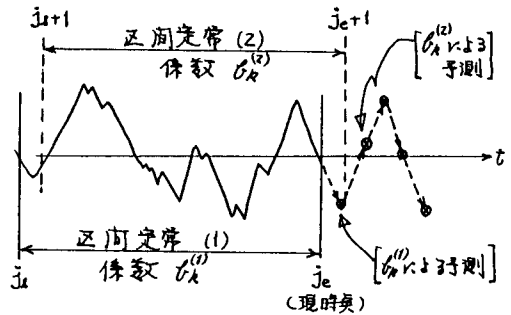


図-3 多段予測(その2)

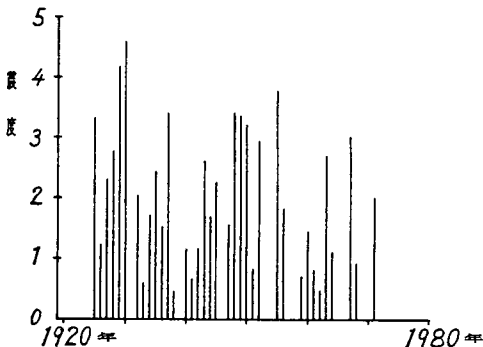


図-4 東京における震度

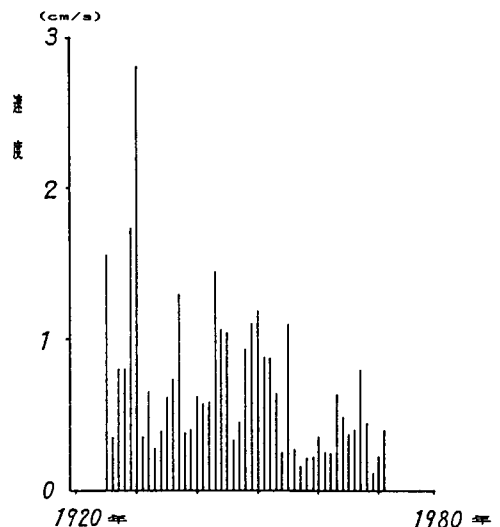


図-5 東京における速度

く方法も考えられる（図-3）。

4. 解析データ

予測モデルの適用性の検討のために、計器観測の値がある1926年より1972年までの47年間に、東京の中心部において観測された地震を対象として解析を行った。これは、1925年を境として、それ以前のマグニチュードとそれ以降のものとの間には系統的な差が指摘されているためである。東京中心部における毎年の最大震度と最大速度の2種類の時系列を解析用データとしたが、震度は河角広博士の推定式より求めたものである（図-4）。また、速度値は金井清博士の推定式を用いて計算したものであるが、文献（1）の推定結果をそのまま使用させていただいた（図-5）。図-5の場合、地震の震源深さは平均30kmとしており、震度を求めるときの深さとは異なるが、予測モデルの適用性の検討のためには、大差ないものとしてそのまま使用した。

5. 予測例

今回使用したデータはデータ数も少く、図-1に示すように、定常と仮定した各区間を移動させて、非定常性を考慮することができない。したがって、1926年より1955年までの30年間のデータの平均値をゼロとした時系列（図-6、7）を用いてAR係数を求め、この係数より1955年以降の予測を行い実際のデータと比較した。この結果の一例を図-8および図-9に示す。図-8は震度に関するものであり、図-9は速度に関する予測例である。図中、棒グラフとして示しているものは観測データであり、実線は1時点先の予測値である。また、点線は1時点先の予測値であるが、式（1）に示す予測誤差を加えたものであり、一点鎖線は5時点先の予測値を示す。いずれの場合も、前述したように予測値を新たな観測値とみなして、順次予測した結果である。この例でもわかるように、予測結果はAR係数を求めた過去30年間の性質を持つ時系列の1つのサンプル

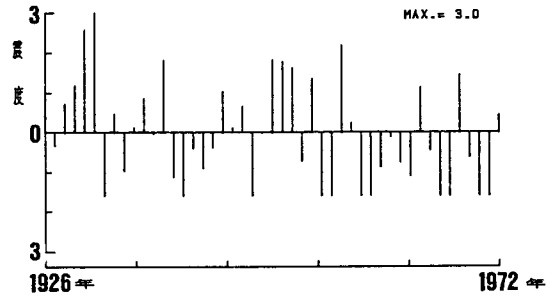


図-6 震度 (平均値 = 0)

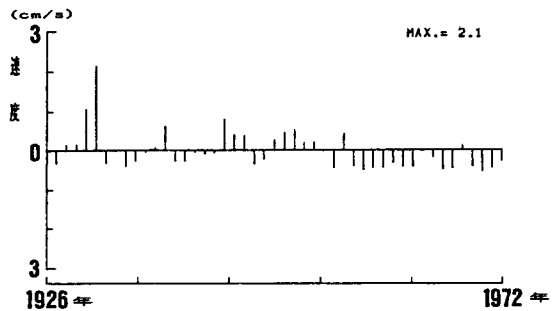


図-7 速度 (平均値 = 0)

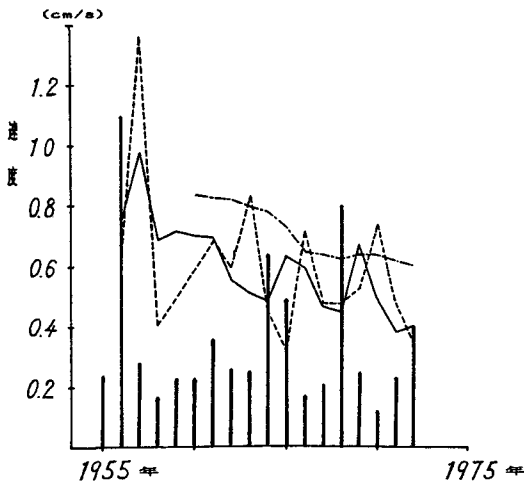


図-9 速度の予測結果

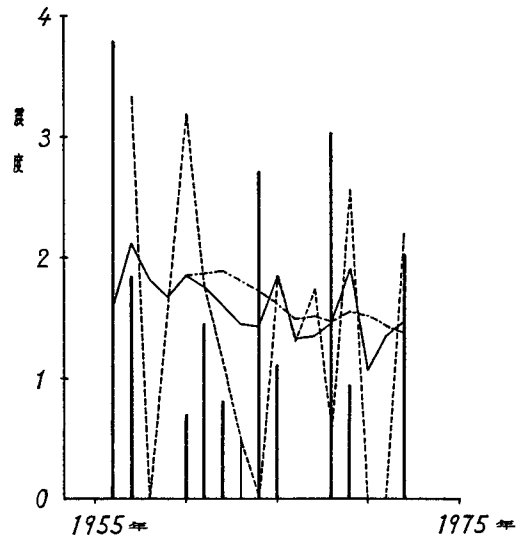


図-8 震度の予測結果

であるので、もとの時系列と一致しないのは当然であるが、誤差が大きすぎるようである。また、5時点先の予測値は変動も少く1926年より1955年までのデータの平均値のまわりで変動している。これは、数時点先の予測値は式(1)の誤差項 $\varepsilon(j)$ (フィルターの入出力と考えれば入力に相当する)がないので、平均値に収束するはずであるから、当然の結果といえよう。一点鎖線は誤差項を含み、過去30年間の特性を有するシミュレーション結果を示している。いずれにしても、ここに示した予測結果は良好とはいえないが、式(1)を用いて(誤差項 $\varepsilon(j)$ を含む)過去の特性を有するシミュレーションを行ったものが図-10である。この図は、1926年より1972年の全データからAR係数を求め、この係数を用いて1972年より100年間の速度の予測を行ったものである。図は200回のシミュレーションを行った内の1つのサンプルを表している。文献(1)によれば、再現期間100年の場合の最大速度の期待値は約5cm/sとなっているが、今回200回のシミュレーションを行った結果では、最大値約2.6cm/sでかなり小さな値となった。この点についても今後検討する必要がある。

6. 予測結果の検討

以上の数値計算例でもわかるように、予測結果は良好とはいえない。この理由は種々考えられるが、まずデータの数が少ないため、全体のデータより1組のAR係数 b_k を求めているにすぎず、時刻の変化に伴う係数 b_k の変化をとらえることができないことが考えられる。また、30点のデータで係数を求めているが、この個数も少なすぎるようである。データ数の不足を補うために、より古くからのデータを利用するか、あるいは、1ヶ月あるいは数ヶ月おきの震度・速度をデータとして用いることも考えられる。しかしながら、このようにするとゼロに近い値が多く含まれ、平均値を除去したデータは図-11(3ヶ月ごとの最大震度の場合)に示すように正負のデータのバランスがくずれ、ここで示した理論での取り扱いが困難となる。この場合、差分をとれば図-12のようなデータとなり、解析可能と思われる。しかしながら、解析方法はARIMAモデルを用いた解析が必要である。このARIMAモデルによる解析方法については別の機会にゆずるが、図-12を見るかぎりでは、平均値ゼロの定常に近い時系列のようであるから、今回示したARモデルによるものより妥当と思われる。

今回、震度などを時系列モデルで表現することを試みたが、時系列モデルで表現しシミュレーションを行うことは、データなど改良する点が多いが、ある程度可能と思われる。しかしながら、予測手法を用いた震度期待値などの考察については、検討を加える点が多い。これらの点については、今後の課題としたい。

<参考文献>

- (1) 尾崎昌凡：「地震危険度予測と確率」 建築雑誌、Vol.97, No.1194, 1982-6, pp.10~13

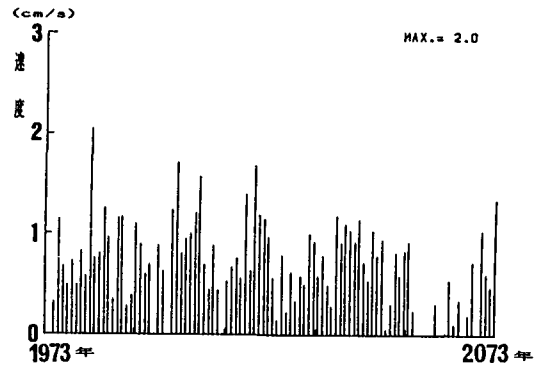


図-10 速度の予測例(100年間)

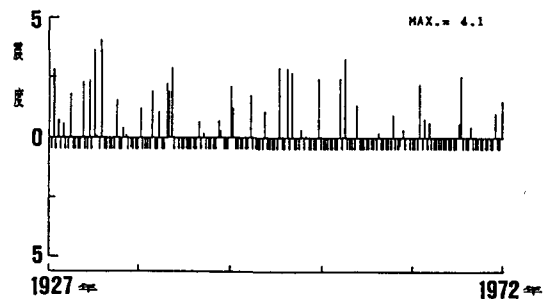


図-11 3ヶ月ごとの震度(平均値=0)

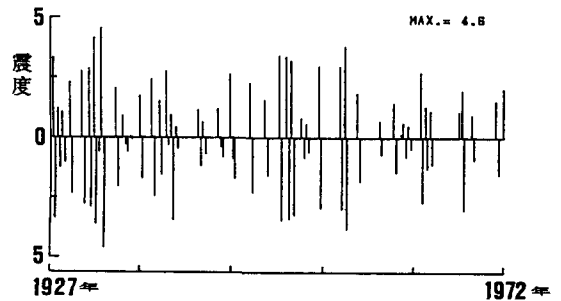


図-12 震度の1回差分(3ヶ月ごと)