(80) 埋設管の実測地震時ひずみの数量化理論I類による統計解析に関する一考察

フジタ工業(株)技術研究所　正員　中村正博
フジタ工業(株)技術研究所　正員　小谷勝昭

1. はじめに

数量化理論I類は，質的データを量的データに変換し回帰分析を行う手法の一つであり，地震工学の分野に用いられることがある[1,2]。埋設管の実測地震時ひずみの大きさには，地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期・地震動最大加速度・震源深さ・埋設管の外径や材質などの多くの因子が影響するものと推察される。筆者らは，埋設管の実測地震時ひずみとこれらの因子との関係を把握するために数量化理論I類による統計解析を実施し，管のひずみと地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期の3つの量的因子との関係について既に報告している[3]。ところが，解析に用いる因子（アイテム）の数や因子を構成する範ちゅう（カテゴリー）の数は解析結果に大きな影響を与える。本報告では，埋設管の実測地震時ひずみの数量化理論I類による統計解析においてアイテムやカテゴリーの数が異なる3ケースの解析結果の比較について論及する。

2. 埋設管の実測地震時ひずみ

解析の対象としたデータは，1972年から1980年の8年間に発生した44個の地震によって7ヶ所の埋設管で得られた58個の管軸方向のひずみεである。観測地点・地盤の固有周期・埋設管の外径と肉厚・地震および観測結果の一覧は参考文献(4)に与えられている。これらの地震マグニチュードMと震央距離Δ(km)の範囲は$7.8 \geq M \geq 3.5$，$992 \geq \Delta \geq 26$である。ただし，マグニチュードが7以上の実測ひずみデータはすべて震央距離が100 km以上の地震で得られたものであり，逆にマグニチュードが5より小さいデータには震央距離が100 kmを越えるものはない。また，管軸長手方向の地震動最大加速度a(cm/s^2)と埋設管の軸ひずみε($\times 10^{-6}$)の範囲は$137.5 \geq a \geq 0.6$，$299.2 \geq \varepsilon \geq 0.96$であり，7ヶ所の埋設管の管径$D$(mm)と肉厚$t$(mm)および地盤の固有周期$T$(s)はそれぞれ$1838 \geq D \geq 165.2$，$19 \geq t \geq 5$，$1.31 \geq T \geq 0.437$である。

3. 数量化理論I類におけるデータ個数とアイテム・カテゴリー数

埋設管の地震時ひずみεの実測値（外的基準の値という）に影響したと思われる因子（アイテム）として地震マグニチュードM・震央距離Δ・地盤の固有周期Tの3つのパラメータを選び，それぞれのアイテムを3個・2個・3個のカテゴリーに分けた場合，数量化理論I類による推定式は次式で与えられる。

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{3} x_i \cdot u_i + \sum_{j=1}^{2} x_j \cdot v_j + \sum_{k=1}^{3} x_k \cdot w_k \qquad (1)$$

ここに，u_i・v_j・w_kは地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期の重み係数であり，例えばu_iは地震マグニチュードのアイテムのi番目のカテゴリーに対する重み係数である。x_i・x_j・x_kは0か1の値をもち，例えば震央距離のアイテムの2つのカテゴリーのうち2番目のカテゴリーに相当するデータの場合，x_jの値は$x_1=0$，$x_2=1$となる。式(1)の外的基準εの変りに$\log\varepsilon$を用いれば，数量化理論I類による推定式は次式のように重み係数の積の形で与えられる。

$$\varepsilon = 10^{\sum_{i=1}^{3} x_i \cdot u_i} \times 10^{\sum_{j=1}^{2} x_j \cdot v_j} \times 10^{\sum_{k=1}^{3} x_k \cdot w_k} \qquad (2)$$

地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期がそれぞれ独立な量であり，これらの因子が相乗的に影響して埋設管に軸ひずみが生じることを考えれば，重み係数の積の形の式(2)を用いる方がよい。

結局，数量化理論I類による推定式を求めるということは，58個の実測値を上式に代入し，計8個の重み係数u_i・v_j・w_kを未知数とする連立一次方程式に対して最小自乗法を用いて計算誤差が最小となる解を求めることにほかならない。地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期の3つのアイテムの組合せによる分類に

含まれる実測データの個数を表－1に示す。未知数8個に対して58個の実測データを用いた解析ではあるが，表－1で小マグニチュード・遠距離の記録および大マグニチュード・近距離の記録が欠如していることに注意を要する。図－1は，表－1の地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期の3つのアイテムからなる3次元空間がそれぞれのカテゴリー数で分割された18個のデータ領域を示す概念図である。数量化理論Ⅰ類を用いる際に必要となるデータ個数の目安としては，各アイテムのカテゴリー数の総和で示される未知数の数を考えるより，図－1に示すように各アイテムのカテゴリー数の積を考え，しかも図中の各データ領域に偏りなくデータが分布することが望ましい。

4. 数量化理論Ⅰ類におけるカテゴリー数が解析結果に与える影響

表－1のデータ分布を用いた解析結果（M3-Δ2-T3のケース）を表－2に示す。表－2の各アイテムのカテゴリーに対応する重み係数は，式(2)を次式のように書き改めたときの $f_1(M)$・$f_2(\Delta)$・$f_3(T)$ である。

$$\varepsilon = f_1(M)\times f_2(\Delta)\times f_3(T)\times 10^{-6} \qquad (3)$$

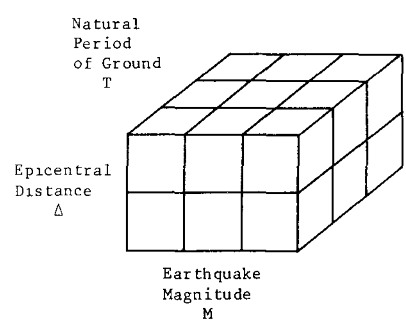
表－2を用いれば，例えば $7.8\geq M\geq 7.0$，$992\geq\Delta\geq 100$ の地震により $1.31\geq T\geq 0.8$ なる地盤に埋設された管に生じる軸ひずみ ε は式(3)より

$$\varepsilon = 32.06\times 1.0\times 1.0\times 10^{-6} = 32.06\times 10^{-6} \qquad (4)$$

と推定される。表－2のM・Δ・Tの各カテゴリーに対応する重み係数の値は，マグニチュードが大きく，震央距離が小さく，地盤の固有周期が長いほど，大きくなる傾向がみられる。

表－1　M3-Δ2-T3 のデータ分布

Epicentral Distance (Δ:km)	Natural Period of Ground (T:s)	Earthquake Magnitude (M) 3.5–4.9	5.0–6.9	7.0–7.8	Total	
100>Δ≥26	0.6>T≥0.437	4	5	0	9	25
	0.8>T≥0.6	3	4	0	7	
	1.31≥T≥0.8	3	6	0	9	
992≥Δ≥100	0.6>T≥0.437	0	11	3	14	33
	0.8>T≥0.6	0	7	4	11	
	1.31≥T≥0.8	0	3	5	8	
Total		10	36	12	58	



図－1　各アイテムのカテゴリー数から構成されるデータ領域

本解析で対象としたデータの中で埋設管の実測ひずみの最大値は 299×10^{-6} であり，これは1978年6月12日に発生した宮城県沖地震（$M=7.4$）により八戸市下長観測所（$\Delta=272$ km, $T=1.31$ s）で記録されたものである。[5] このデータを式(3)に代入すると式(4)から推定値は 32×10^{-6} となる。この値は，実測ひずみの値 299×10^{-6} と比較してかなり小さい。これに対して，地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期のそれぞれのカテゴリー数を10・10・6に分割した解析結果（M10-Δ10-T6のケース）によれば，推定値が 98.4×10^{-6} となる。ところがM10-Δ10-T6のケースでは前述のM3-Δ2-T3のケースと異なり，M・Δ・Tの各カテゴリーに対応する重み係数の値の傾向に従来の知見と矛盾する点がみられる。

表－2の偏相関係数は各アイテムがそれぞれ独自に埋設管の地震時ひずみとどの程度の係わりあいをもつかを示す量である。表－2のM3-Δ2-T3の偏相関係数の値と比較して，表－3のM10-Δ10-T6のケースの値の方が大きい。

表－2　数量化理論Ⅰ類による解析結果（M3-Δ2-T3）

Item	Category	Number of Data	Mean for the Data in Each Category	Weighting Coefficient	Partial Correlation Coefficient
Earthquake Magnitude (M)	5.0>M≥3.5	10	4.53	5.534	0.613
	7.0>M≥5.0	36	5.74	8.054	
	7.8≥M≥7.0	12	7.46	32.06	
Epicentral Distance (Δ:km)	100>Δ≥26	25	58.8	1.671	0.311
	992≥Δ≥100	33	281.8	1.000	
Natural Period of Ground (T:s)	0.6>T≥0.437	23	0.475	0.3334	0.573
	0.8>T≥0.6	18	0.637	0.6934	
	1.31≥T≥0.8	17	1.066	1.000	

また，表－４の重相関係数の場合も$M10$-$\Delta 10$-$T6$の値の方が$M3$-$\Delta 2$-$T3$の値より大きい。$M3$-$\Delta 2$-$T3$と$M10$-$\Delta 10$-$T6$の単相関係数マトリックスをそれぞれ表－５と６に示す。単相関係数マトリックスは，各アイテムが相互に関連をもちながら埋設管の地震時ひずみとどの程度の係わりあいをもつかを示すとともに，各アイテム間の相関をも示す。表－５と６の単相関係数マトリックスはほぼ同様の傾向を示している。すなわち，表－５と６の両方とも震央距離Δと埋設管のひずみεとの単相関係数の値がそれぞれ－0.023と－0.033で最も小さく，アイテム間の単相関係数では震央距離Δと地震マグニチュードMとの値がそれぞれ－0.531と－0.686で最大になっている。

5．数量化理論Ⅰ類におけるアイテム数が解析結果に与える影響

地震マグニチュード・震央距離・地盤の固有周期に地震動最大加速度aを加えた4つのアイテムをそれぞれ10・10・6・12のカテゴリーに分割した解析結果（$M10$-$\Delta 10$-$T6$-$a12$）によれば，前述の下長観測所のデータ（$M=7.4$，$\Delta=272$ km，$T=1.31$ s，$a=125$ cm/s）を用いた数量化理論Ⅰ類による埋設管の地震時ひずみの推定値は242×10^{-6}となる。この値は実測値の299×10^{-6}と比較的よく一致してはいるが，$M10$-$\Delta 10$-$T6$の場合と同様にそれぞれのアイテムの各カテゴリーに対応する重み係数の値の傾向に従来の知見と矛盾する点がみられる。また，表－３の偏相関係数の値が比較的大きく，表－４の重相関係数も0.961と１に近い値となってはいるが，図－１の各アイテムのカテゴリー数から構成されるデータ領域の数が$10\times10\times6\times12=7200$となるのに対してデータ個数はたかだか58個であることに注意しなければならない。表－７の単相関係数マトリックスの傾向は表－５と６の場合と同様であり，震央距離Δと埋設管のひずみεとの単相関係数の値が－0.106で最も小さく，アイテム間の単相関係数では震央距離Δと地震マグニチュードMとの値が－0.585で最大になっている。これは，埋設管の地震時ひずみ観測で得られるデータの偏りによるためであり，震央距離の大きい記録はマグニチュードの大きい地震でなければ得られないことや，逆に震央距離が小さくマグニチュードの大きい地震による記録がほとんど得られないことによる。

一方，地震動最大加速度を与える従来の各種経験式がマグニチュードの関数と震央距離の関数の積の形をとっており，これに地盤条件の相違を考慮するために地盤の固有周期が導入されることが多い。したがって，地震マグニチュード・震央距

表－３　偏相関係数の比較

Item	M3-Δ2-T3	M10-Δ10-T6	M10-Δ10-T6-a12
Earthquake Magnitude M	0.613	0.831	0.843
Epicentral Distance Δ	0.311	0.745	0.721
Natural Period of Ground T	0.573	0.769	0.858
Maximum Acceleration a	——	——	0.897

表－４　重相関係数の比較

Case	Multiple Correlation Coefficient
M3-Δ2-T3	0.768
M10-Δ10-T6	0.894
M10-Δ10-T6-a12	0.961

表－５　$M3$-$\Delta 2$-$T3$の単相関係数マトリックス

	M	Δ	T	ε
M	1.000	-0.531	0.153	0.541
Δ	-0.531	1.000	0.096	-0.023
T	0.153	0.096	1.000	0.581
ε	0.541	-0.023	0.581	1.000

表－６　$M10$-$\Delta 10$-$T6$の単相関係数マトリックス

	M	Δ	T	ε
M	1.000	-0.686	0.164	0.541
Δ	-0.686	1.000	-0.162	-0.033
T	0.164	-0.162	1.000	0.589
ε	0.541	-0.033	0.589	1.000

表－７　$M10$-$\Delta 10$-$T6$-$a12$の単相関係数マトリックス

	M	Δ	T	a	ε
M	1.000	-0.585	0.147	0.198	0.521
Δ	-0.585	1.000	-0.278	-0.031	-0.106
T	0.147	-0.278	1.000	0.096	0.520
a	0.198	-0.031	0.096	1.000	0.726
ε	0.521	-0.106	0.520	0.726	1.000

離・地盤の固有周期の3つのアイテムに地震動最大加速度をアイテムとして加えたM10-Δ10-T6-α12の解析自体に疑問が残る。

6. 埋設管の地震時ひずみの統計・確率的評価

表-4の重相関係数の比較から，カテゴリー数が大きくなるほど重相関係数の値が1に近づくことがわかる。例えば，データ個数と同じカテゴリー数による解析を行えば，連立一次方程式の数とその未知数の数が同じであることから解は一意的に定まり，その重相関係数の値は1となる。ところが，ばらつきのあるデータに対して統計的評価を行うことが基本的目的であるとすれば，カテゴリー数をむやみに大きくした解析を行うことはその目的から逸脱したものとなる。そこで，カテゴリー数が最も小さいM3-Δ2-T3の解析結果に着目し，数量化理論I類による埋設管の地震時ひずみの推定値$\bar{\varepsilon}$に対する実測値εの比の確率的評価を行う。埋設管の実測ひずみεを推定値$\bar{\varepsilon}$で除したものをそれぞれ6個の区分に分割し，そのヒストグラムの形が対数正規分布と仮定して得られる各区間の推定個数と実測値の個数との適合度に関してχ^2-検定を行った。図-2は有意水準5%で妥当な対数正規分布を示している。図中のe_{RG}とe_{RT}は，石油パイプライン技術基準による地盤のひずみと5種類のせん断波動が同時に埋設管に入射する場合を想定した埋設管の合成ひずみであり，[4] e_pはレーリー波伝播を想定した簡易計算式による地盤ひずみである[6]。図-2は，実測値εが計算値eのまわりにどのようにばらつくかを示しており，横軸のε/eの値が1以下である確率，すなわち実測値が計算値を下まわる確率はe_{RT}・e_{RG}・e_p・$\bar{\varepsilon}$の場合にそれぞれ96%，88%，71%，55%となる。表-8には，対数正規分布を仮定して求めた超過確率pに対する実測値と計算値の比を示している。式(4)の例では$\bar{\varepsilon}=32\times10^{-6}$であるが，実測値$\varepsilon$が推定値$\bar{\varepsilon}$を超過する確率$p$を0.10以下にしたい場合には，表-8を用いて$\bar{\varepsilon}$に2.67を乗じた値を想定すればよい。

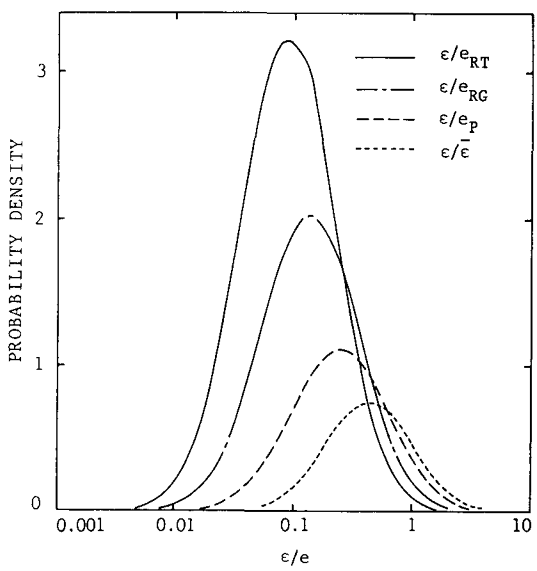


図-2 計算ひずみeに対する実測ひずみεの比の確率密度関数

7. おわりに

数量化理論I類による統計解析に必要なデータ個数の目安としてはカテゴリー数の積を考え，しかも偏りのない分布のデータを解析の対象とすることが望ましい。また，解析による推定値と実測値の比の確率密度関数から超過確率を用いた確率的評価も併せて行うことが望ましい。

謝辞

数量化理論による統計解析を行うにあたり，ご助言いただいた東京大学・片山恒雄教授，日本技術開発株式会社・磯山龍二博士，産業能率大学・大野春雄氏ならびに貴重な実測資料をご提供いただいた方々に深甚なる謝意を表する。

参考文献

(1)片山他：土木学会論文集，第275号，1978.
(2)久保：土と基礎，No.304，1983.
(3)中村：第6回日本地震工学シンポジウム，1982.
(4)中村他：土木学会論文集，第320号，1982.
(5)小軽米他：第15回土木学会地震工学研究発表会，1979.
(6)中村他：早稲田大学理工学研究所報告，第92輯，1980.

表-8 超過確率pに対する実測値と計算値の比ε/e

ε/e	MEAN	VARIANCE	VALUE OF ε/e CORRESPONDING TO p			
			p=0.01	p=0.05	p=0.10	p=0.50
ε/e_{RT}	0.315	0.133	1.76	0.93	0.67	0.21
ε/e_{RG}	0.504	0.352	2.87	1.51	1.08	0.33
ε/e_P	0.922	1.20	5.29	2.77	1.97	0.59
$\varepsilon/\bar{\varepsilon}$	1.29	1.77	6.53	3.63	2.67	0.90