

## (62) 信頼性評価に基づく耐震構造設計法の定式化の試み

佐賀県 正員 ○藤井元生  
 京都大学 正員 亀田弘行

### 1. 緒論

一般の土木・建築構造物の耐震性を確保するにあたっては、中程度の強震動に対しては無被害あるいは軽微な被害にとどめ、最大級の強震動に対して構造物の崩壊を防ぐという考え方が、耐震工学上の一つの基本理念と考えられている。これを設計者の立場から見れば、前者は耐用期間中の最大級の強震動に対して弾性設計、後者は設計地点近傍で想定しうる最悪の強震動に対して終局設計を行うことに帰着しよう。こうした理念は、一般構造物の耐震規定の中にも定着しつつあり、道路橋示方書耐震設計編や、建築物の耐震規定では、こうした考え方による二段構えの耐震規定が実現している。このように、弾性設計と終局設計を2本の柱とする二段階耐震設計（以下この用語を用いる）の体系が整いつつあるが、耐震安全性の評価を合理的に行い、本末目的を異にする弾性設計と終局設計の安全性のバランスをとれた設計体系とするためには、荷重規定や限界状態の設定について検討が行われるべきと考えられる。そこで、本研究では耐震設計の体系を弾性設計と終局設計が一体となった総合体系として捉え、安全性評価に関して両者の調和がよくとれた設計体系を目指した信頼性解析の枠組を提示しようとするものである。

本報告では、まず構造物の地震時限界状態、地震荷重強度の表現（弾性設計用地震動・終局設計用地震動）について述べたのち、弾性設計・終局設計における安全性評価を信頼性理論（2次モーメント法）で行うための定式化を行う。次に、この結果に対して Mean Value First Order Second Moment Method（以下MVMと略す）を用いた解析と Advanced First Order Second Moment Method（以下AMと略す）を用いた解析を行い、両者を比較検討する。以上のようにして、安全性のバランスのとれた二段階耐震設計の枠組を示すことにする。

以下の解析で扱われる大部分のパラメータは今後の研究の中で定量化すべきものであるが、ここではそれらを含めた形で議論を進めることにしたい。また、構造物の地震時限界状態、地震荷重強度の表現、MVMによる解析についての詳細は、文献1）、2）を参照されたい。

### 2. 耐震構造設計の基本的枠組

(a) 構造物の地震時限界状態 地震時に破壊に至るまでの構造物の挙動から、3種の限界状態を考え、それらの組み合わせによって次のような2種の設計体系を考える。

	弾性設計	終局設計
設計A	弾性限界状態	耐震終局限界状態
設計B	塑性限界状態	耐震終局限界状態

ここに、限界状態及び耐震性能を次のように考える。（Fig. 1参照）

1) 弾性限界状態—構造物はその弾性限強度  $R_y$  に相当する地震荷重によって降伏変位に対応する変形に達しているかこれを超えている状態。

この時の地盤震度を  $K_y$  (降伏震度) とすれば、線形加速度応答倍率  $A_e$  (構造物の固有周期と減衰定数に依存する)、構造物の (等価) 重量  $W_e$  を用いて、

$$K_y = R_y / (A_e W_e) \quad (1)$$

2) 塑性限界状態—降伏後にまだ十分な余剰変形能を有し、構造物の機能が保持されていると考えられる変形量 (じん性率  $\mu_p$ ) に達しているか、これを超えている状態。じん性率  $\mu_p$  に等しい変形を構造物に発生させるような地盤震度を  $K_p$  とする。  $K_p$  を求める方法としてはいくつか考えられるが、耐震設計の問題としては、次式のような関数  $f_p$  を用いて降伏震度  $K_y$  とじん性率  $\mu_p$  によって表わしておくことと便利である。

$$K_p = N f_p(\mu_p, K_y) \quad (2)$$

ただし、 $N$  は関数  $f_p$  を用いたことから生ずる誤差を補うための補正係数である。

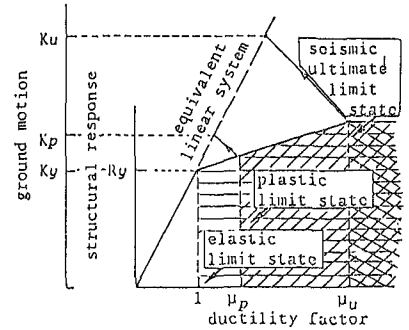


Fig. 1 Limit State of Structures under Seismic Loads

3) 耐震終局限界状態—地震荷重のこれ以上の増加によって崩壊に至るといふ最大変形能(じん性率 $\mu_u$ )に達しているか、これを越えている状態。このときの地盤震度を $K_u$ とすれば、関数 $f_u$ を用いて、

$$K_u = N f_u(\mu_u, K_y) \quad (3)$$

設計Bなる体系では次のような理由により、弾性設計のための限界状態として塑性限界状態を導入している。すなわち、変形性能が優れた材料や構造形式であれば、ある程度の塑性変形を許容した上で設計震度を決定しても、機能保持または無被害という弾性設計の目的に反しない場合があると考えられる。このような塑性限界状態を考慮することにより、構造物の変形性能の差異を弾性設計にも合理的に反映することができると期待される。

以上の議論は、じん性を期待できる構造物(橋脚など)に対するものであり、その他の構造物、例えば基礎の限界状態を論じるには別の観点からの議論が必要であろうと思われる。

(b) 地震荷重強度の表現 地震荷重は、地震動そのものが大きければつきを有するのに加えて、非常に稀な現象でかつ発生時期が不明であるという特殊性から多くの不確定要素を含むものであるが、設計の目的によって次のように分けて考えるのが適当であろうと思われる。

1) 弾性設計用地震動( $K_{gm}$ )—構造物の耐用期間における最大地動を考えることにする。これは、地震危険度解析から得られる情報に基づいて定められると考えられ、設計地点付近の地震活動度及び耐用年数に依存する。この荷重に対応する地盤震度を $K_{gm}$ で表わす。

2) 終局設計用地震動( $K_{gu}$ )—設計地点近傍で想定しうる最悪の地震を基本とすべきものとする。この場合、マグニチュードや震央距離または、特定の震源域のような形で、地震の特徴を想定したうえで地震荷重を推定する方法が考えられる。この荷重に対応する地盤震度を $K_{gu}$ で表わす。

以上定義した地盤震度 $K_{gm}$ 、 $K_{gu}$ を次のような不確定量を有する確率変数として扱う。すなわち、それらの平均値を $\bar{K}_{gm}$ 、 $\bar{K}_{gu}$ で、変動係数を $\Omega_{K_{gm}}$ 、 $\Omega_{K_{gu}}$ で表わす。(以下この表記に従い、 $\bar{\quad}$ (バー)は平均値、 $\Omega$ は変動係数を表わす)このように定義した $K_{gm}$ 、 $K_{gu}$ を次式のように関係づける。

$$\bar{K}_{gm} = \alpha \bar{K}_{gu} \quad (4)$$

$$\Omega_{K_{gm}} = \frac{1}{\gamma} \Omega_{K_{gu}} \quad (5)$$

パラメータ $\alpha$ 、 $\gamma$ は設計地点付近の地震活動の特徴を表わすものである。 $\alpha$ の値によって地域の地震環境を類型化すると、Fig. 2のようになるであろう。A地域は $\bar{K}_{gm}$ 、 $\bar{K}_{gu}$ が共に大きく、地震環境が厳しい地域であり、 $\alpha$ は1に近い値となる。B地域は $\bar{K}_{gu}$ は大きい、地震の発生頻度が小さいため $\bar{K}_{gm}$ は小さくなり $\alpha$ の値も小さくなる。現行の耐震規定では単一の地域別補正係数が用いられており、 $\alpha$ で表わされるような概念は取り入れられていないが、安全性のバランスがよくとれた二段階耐震設計を確立するためには、今後 $\alpha$ の評価を定量的に行う研究を進めることが重要と考えられる。

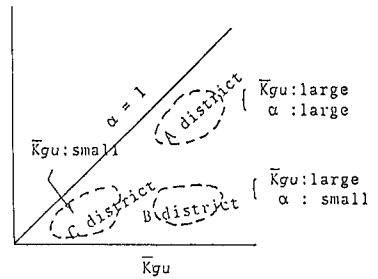


Fig. 2 Classification of Seismic Environment

### 3. MVM, AMを用いた耐震構造設計の信頼性解析

以上のように、構造物の地震時限界状態と地震荷重の考え方を規定したが、弾性設計と終局設計に対する安全性評価をそれぞれ明確に行うための方法として、信頼性解析による安全性評価手法を用いる。設計分野への信頼性理論の適用は、Freudenthal以後活発に行われているが、ここでは現実に利用可能なデータの制約下で最も一般性と客観性を備えているとみられる、2次モーメント・1次近似による不確定性の解析と安全性指標(safety index  $\beta$ )による信頼度の評価を主要な解析手法とする。

(a) MVMによる解析 MVMでは、破壊規準関数 $M$ ( $M \leq 0$ で破壊を表わす)として式(6)の形を採用しこれより安全性指標の一般形は、式(7)で与えられる。

$$M = \ln(R/S) \quad (6)$$

$$\beta = \frac{1}{\Omega_M} = \frac{\ln(\bar{R}/\bar{S})}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (7)$$

ただし、 $R$ は構造物の抵抗強度、 $S$ は荷重強度である。以上の議論より各限界状態に関する安全性指標は、Table 1

のように表わされる。

Table 1 Performance Function and Safety Index for Each Limit State

(b) AMによる解析

MVMには、以下の2つの大きな問題点が内在していることが指摘されている。

1) 破壊規準関数の定義によって安全性指標の値

が変わるといふ不変性の問題。

2) 破壊規準関数を平均値まわりで線形化することから平均値から離れた点では、高次項を無視した影響がかなり出る。

このうち、1)の問題点は、Hasofer - Lind の標準化変換を用いる手法によって一応克服され、2)の問題点については、線形化を行う点を破壊規準関数 = 0 を満たす点にする手法や二次近似法などが提案されている。

AMとはMVMの欠点を補うすべての手法のことを言うが、ここでは線形化を行う点 (design point) を破壊規準関数 = 0 を満たす点にする手法をAMと呼ぶことにする。<sup>3)</sup> Fig. 3は標準化変換を行った2変数の空間でAMとMVMとの違いを示したものであり、破線が

design point ( $y_1^*, y_2^*$ ) で線形化した破壊規準関数  $g'(\cdot)$  であり、実線が平均値  $y_1 = 0, y_2 = 0$  で線形化した破壊規準関数  $g(\cdot)$  である。標準化変換を行った空間では、安全性指標の値は原点と平面との距離 ( $\beta$  と  $\beta'$ ) で表され、 $\beta \approx \beta'$  であることから、AMがMVMより、より厳密に破壊問題を論じることが可能であるか理解されるであろう。

本研究では設計変数 (構造物の安全性

に關与する不確定量) を標準化変換した後さらに、互いに無相關な変数に変換し、その空間での破壊規準関数 (Table 1 の  $M_e \sim M_u$  に相当) についてAMで解析している。なお、標準化変換は正規分布形と対数正規分布形の2種類を用いた。

以上の議論より構想される二段階耐震設計の安全性評価の枠組をTable 2に示した。弾性設計と終局設計の間のバランスを表現するパラメータとして式(8)(9)に示される  $\eta_{ue}$  と  $\eta_{up}$  を導入した。また、式(2)(3)における関数  $f_p, f_u$  を具体的に示すために、Veletsos - Newmark の等価ポテンシャルエネルギーの仮定を応用し、 $f_p, f_u$  として次のような形をととした。

$$K_p = N f_p(\mu_p, K_y) = N(\mu_p) \sqrt{2\mu_p - 1 + \theta(\mu_p - 1)^2} K_y \quad (10)$$

$$K_u = N f_u(\mu_u, K_y) = N(\mu_u) \sqrt{2\mu_u - 1 + \theta(\mu_u - 1)^2} K_y \quad (11)$$

ここで  $\theta$  は構造物の復元力特性をバイリニア型としたときの第2剛性と第1剛性との比である。また、 $N(\mu)$  の平

	structural capacity	seismic load	performance function	safety index $\beta$
elastic limit state	$K_y$	$K_{gm}$	$M_e = \ln(K_y/K_{gm})$	$\beta_e = \frac{\ln(\bar{K}_y/\bar{K}_{gm})}{\sqrt{\Omega_{K_y}^2 + \Omega_{K_{gm}}^2}}$
plastic limit state	$K_p$	$K_{gm}$	$M_p = \ln(K_p/K_{gm})$	$\beta_p = \frac{\ln(K_p/K_{gm})}{\sqrt{\Omega_{K_p}^2 + \Omega_{K_{gm}}^2}}$
seismic ultimate limit state	$K_u$	$K_{gu}$	$M_u = \ln(K_u/K_{gu})$	$\beta_u = \frac{\ln(\bar{K}_u/\bar{K}_{gu})}{\sqrt{\Omega_{K_u}^2 + \Omega_{K_{gu}}^2}}$

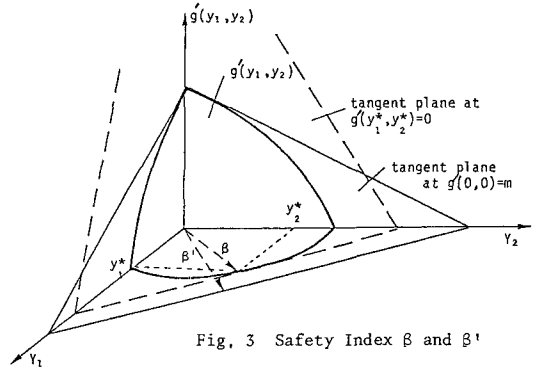


Fig. 3 Safety Index  $\beta$  and  $\beta'$

Table 2

Summary of Methodology for Reliability-Based Structural Design for Seismic Loads

seismic design level		elastic design	ultimate design
seismic load		$K_{gm}$	$K_{gu}$
design strategy		free from damage or malfunction	prevention of collapse
design A	limit state	elastic limit state	seismic ultimate limit state
	safety index	$\beta_e$	$\beta_u$
	structural capacity	$K_y$ (or $R_y$ )	$\mu_u$
	balance of safety	$\eta_{ue} = \beta_u - \beta_e \quad (8)$	
design B	limit state	plastic limit state	seismic ultimate limit state
	safety index	$\beta_p$	$\beta_u$
	structural capacity	$K_y$ (or $R_y$ ), $\mu_p$	$\mu_u$
	balance of safety	$\eta_{up} = \beta_u - \beta_p \quad (9)$	

均値と変動係数は  $\mu$  のみの関数となることが確かめられている。<sup>1),2)</sup>

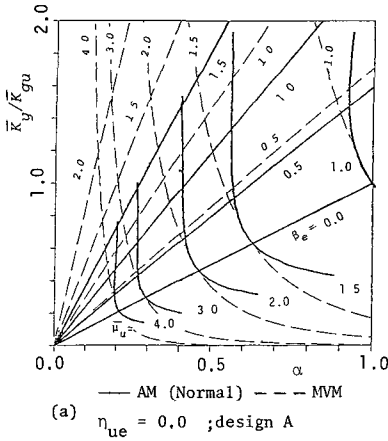
Table 3 Parameters Used for Calculation

$\beta_e$	$\beta_p$	$\beta_u$	$\eta_{ue}$	$\eta_{up}$	$\bar{\mu}_p$	$\bar{\mu}_u$	$\alpha$	$\gamma$
0 - 2	0 - 2	0 - 2	0 - 1	0 - 1	1 - 2	1 - 7	0 - 1	0.5
$\rho$	$\rho_{Kgu}$	$\rho_{Ky}$	$\rho_{Ip}$	$\rho_{Iu}$	$\rho_{\mu p Ky}$	$\rho_{\mu u Ky}$	$\rho_{\mu p u}$	$\rho_{\mu u u}$
0.1	0.5	0.4	0.3	0.4	0	0	0.5	0.5

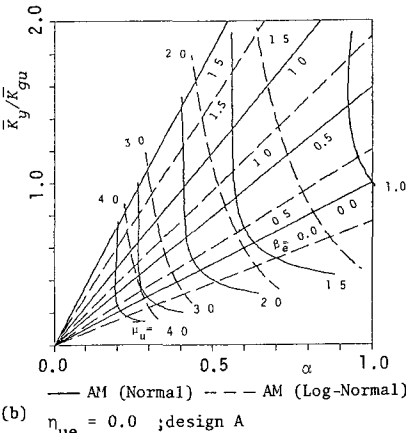
### 3. 数値計算例

以上の結果に基づいて数値計算を行った。用いたパラメータは Table 3 (表中,  $\rho$  は相関係数を表わす) のようである。Fig. 4 は設計 A において、安全性の要求  $\beta_e$ ,  $\eta_{ue}$  および地震環境の地域特性により、構造物の所要耐震性能 (降伏震度  $\bar{K}_y$ , 終局じん性率  $\bar{\mu}_u$ ) を図式的に求めるために描いたものである。

(a) より AM (正規) で  $\alpha=0.7$  の地域では、 $\beta_e=0.5$ ,  $\eta_{ue}=0.0$  なる安全性が要求されれば、 $\bar{K}_y/\bar{K}_{gu}=1.1$ ,  $\bar{\mu}_u=1.3$  が要求されることがわかる。同様の操作を AM (対数正規), MVM についても行い、得られた結果を模式的に示したのが Fig. 5 である。これより、地震来襲頻度が高い ( $\alpha$  が大きい) 地域では、 $\bar{K}_y$  に大きな値が要求される代りに  $\bar{\mu}_u$  は比較的小さくてよく、逆に地震来襲頻度が低い ( $\alpha$  が小さい) 地域では、 $\bar{K}_y$  は小さくてよいが  $\bar{\mu}_u$  は大きな値が要求されている。さらに、MVM より AM (正規), (対数正規) の方が  $\bar{K}_y$  は小さく  $\bar{\mu}_u$  は大きな値が要求されている。しかし、MVM と AM (正規) により得られる結果には大きな差が見られず、 $\beta$  の値の範囲が 0.5 程度以下なら、ほぼ両者は同一と見ることができ。Fig. 6 は、設計 B で  $\bar{\mu}_p=1.0$ ,  $\eta_{up}=0.0$  の場合の図であるが、この図と Fig. 4 (a) を見比べると、両者はほぼ同じ傾向を示しており、設計 B において  $\bar{\mu}_p=1.0$  と考えた特別な場合が設計 A に相当すると考えてもよいことを裏付けている。Fig. 7 は、設計 B (AM (正規)),  $\beta_p=0.5$ ,  $\alpha=0.7$  の場合について、 $\bar{\mu}_p$  の変化が耐震性能 (降伏震度  $\bar{K}_y$  と終局じん性率  $\bar{\mu}_u$ ) に与える影響を調べた図である。これによると  $\bar{\mu}_p$  が大きくなる程、 $\bar{K}_y$  は低減でき、代りに  $\bar{\mu}_u$  に大きな値が要求されることがわかる。このことは、設計 B で塑性限界状態を考慮することの意義を端的に表していると言えよう。



(a) — AM (Normal) --- MVM  
 $\eta_{ue} = 0.0$ ; design A



(b) — AM (Normal) --- AM (Log-Normal)  
 $\eta_{ue} = 0.0$ ; design A

Fig. 4 Relation between  $\beta_e$  and  $\bar{K}_y, \bar{\mu}_u$

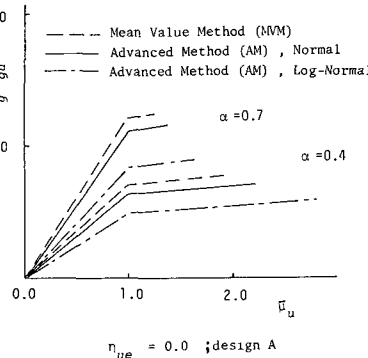


Fig. 5 Illustration of Required Structural Capacity  
 $\eta_{ue} = 0.0$ ; design A

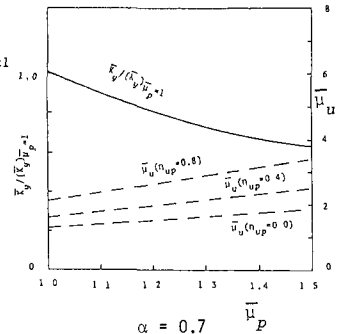


Fig. 7 Variation of  $\bar{K}_y$  and  $\bar{\mu}_u$  with  $\bar{\mu}_p$ , AM (Normal)  
 $\beta_p = 0.5$ ; design B

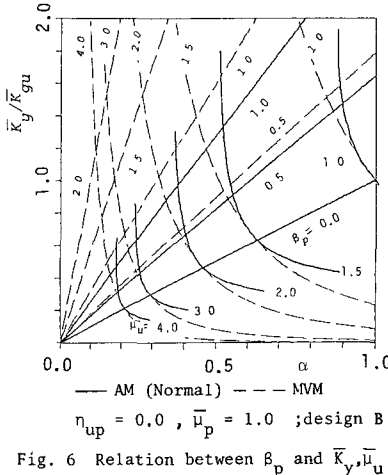


Fig. 6 Relation between  $\beta_p$  and  $\bar{K}_y, \bar{\mu}_u$   
 $\eta_{up} = 0.0, \bar{\mu}_p = 1.0$ ; design B

参考文献 1) 亀田弘行: 信頼性評価に基づく耐震構造設計に関する基礎的考察, JSSC, Vol.17, No.179, 1981.3  
2) 亀田弘行・関口宏二: 信頼性評価に基づく耐震構造設計の基礎的方法, 第27回構造工学シンポジウム, 昭. 56.2  
3) Rackwitz, R., "Practical Probabilistic Approach to Design," CEB No.112, 1976